1. INTRODUCCIÓN.

Normalmente, los sistemas de calefacción de los edificios de viviendas no trabajan las 24 horas del día. En España, el periodo de calefacción suele durar unas 10 horas, finalizando sobre las 22 horas. Si la temperatura ambiente exterior es menor que la temperatura interior del edificio, éste transfiere calor al exterior, a través de los muros, por convección. También, se enfría por la entrada de aire como consecuencia de la renovación e infiltraciones, etc. La existencia de escaleras interiores con circulación de aire, así como otras circunstancias y situaciones complejas propias de los edificios modernos, tienden a reducir la temperatura del aire interior. Por otra parte, el alumbrado, los equipos electrodomésticos que se desconectan y se enfrían a lo largo de la noche, etc., generan cargas de cálculo laborioso que dificultan la obtención de la temperatura del aire interior.

Si dicho periodo incluye horas de Sol, el edificio puede experimentar una ganancia de calor por radiación solar, que tiende a elevar su temperatura interior. Este fenómeno no será considerado en este trabajo.

El proceso de enfriamiento del aire interior va acompañado de la disminución de la temperatura de los muros interiores, muebles y objetos contenidos. Al día siguiente, cuando el sistema de calefacción inicia el proceso de calentamiento del edificio, con el objetivo de conseguir la temperatura de confort, estos muebles, electrodomésticos y muros interiores, reciben calor del aire y aumentan su temperatura, absorbiendo el calor que perdieron durante el periodo de parada.

Existen métodos de cálculo de la carga térmica de los edificios y de la demanda. En concreto, en España, existen buenos manuales, como por ejemplo el de José Manuel Pinazo Ojer (1995). Sin embargo, no es fácil, encontrar trabajos que valoren la pérdida de calor de los edificios fuera del periodo de calefacción y su influencia en la demanda de calefacción del día siguiente.

En este trabajo, se presenta un método aproximado para determinar el calor transferido por muebles, muros interiores, etc. Consiste, en primer lugar, en medir la temperatura interior de una vivienda del edificio durante el periodo diario de desconexión de la calefacción y extenderlo al periodo de calefacción, que en España va desde el 1 de Noviembre hasta el 30 de Abril. Para ello, fue seleccionada la vivienda de uno de los autores y durante todo el periodo de calefacción se instaló un termómetro de máxima y mínima en el salón, para medir esta variación de temperatura.

A continuación, se establece la hipótesis de que los muebles y muros, desde el punto de vista de la transferencia de calor, se comportan como sustancias sólidas sometidas a un régimen transitorio de transferencia de calor por conducción y se aplica el método de la capacidad térmica global. Mediante el desarrollo de un programa de cálculo, se determina la variación de la temperatura interior en condiciones simplificadas, por ejemplo, suponiendo que no hay ganancia de energía por radiación solar, ni tampoco por cargas internas.

El método, determina la temperatura del aire interior, particularizando para una de las viviendas del edificio, desde el instante de la desconexión de la calefacción hasta el instante de la puesta en marcha al día siguiente. Teniendo en cuenta que todas las viviendas españolas no están construidas de la misma forma, ni tienen la misma orientación, ni la misma situación, etc., el resultado no se puede generalizar.

En esta ponencia no se analiza la pérdida de calor por muros en contacto con el exterior ni tampoco en los medianeros. Por lo tanto, se considera como un primer paso que se completará en el futuro.

2. DESCRIPCIÓN DEL EDIFICIO.

El edificio, situado en la ciudad de Madrid, está compuesto por tres plantas y sótano, con una superficie total de **1.200 m^2**. Cada planta alberga cuatro viviendas de 1**00 m^2** de área construida media. En la figura 1, se muestra el alzado y una sección del edificio.

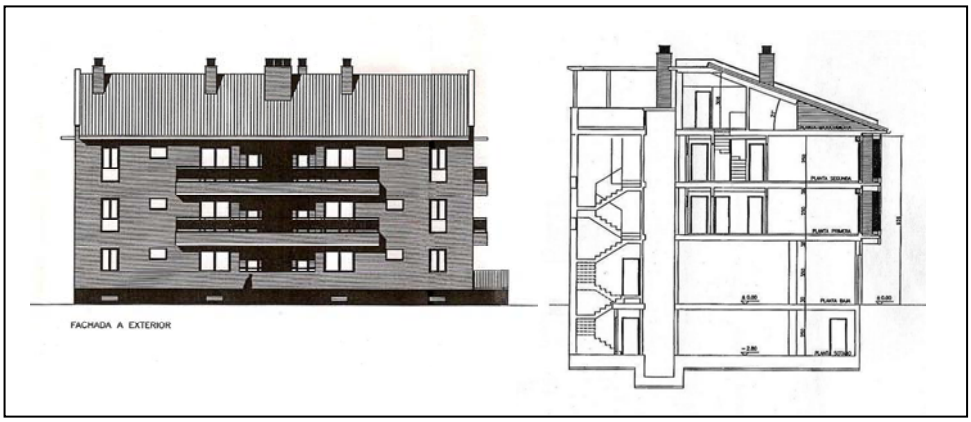

Figura 1. Alzado y sección del edificio de estudio.

2.1. Análisis térmico de los cerramientos en contacto con el exterior.

Las características geométricas y térmicas de los cerramientos que lo separan del entorno se presentan en el cuadro 1, siendo el **$UA_{edificio}$ = 1.144 W/K**

Cuadro 1. Características geométricas y térmicas de los cerramientos.

Cerramiento	U (W/m^{2}K)	Área (m^2)
SUELO	0.54	**400**
TECHO	0.52	**400**
MUROS VERTICALES	0.63	**376**
VENTANAS	**3**	**161**

2.2. Muros divisores y equipamiento.

Las viviendas están organizadas en habitaciones y servicios separados por muros interiores. El mobiliario suelen estar fabricado en madera (muebles) y los equipos (electrodomésticos) de material diverso. No se entra en el detalle de los diferentes materiales que componen los electrodomésticos y enseres. En este primer trabajo, solo se estudia la inercia térmica generada por los materiales de los muros divisores (ladrillo y yeso), y por la madera: puertas (nueve en este caso), muebles, etc. Los electrodomésticos se asimilan a madera. El volumen total de madera considerado es 1,4 m^3.

La altura de los muros interiores es *2,7 m.* y su longitud total es *30 m.* Están compuestos por un enlucido de yeso por ambas caras, de 1 cm de espesor y ladrillo hueco de 5 cm. Este muro se sustituye, a efectos térmicos, por otro cuyas propiedades físicas: densidad, calor específico y conductividad térmica son equivalentes.

Cuadro 2. Propiedades de la madera y muro equivalente.

	ρ (kg/m3)	Cp (KJ/kgK)	K_m (W/mK)	V (m^3)
MADERA	600	1,52	0,14	1,4
LADRILLO	1.200	0,836	0,49	4,05
YESO	800	0,92	0,3	1,62
MURO EQUIVALENTE	***1.086***	***0,854***	***0,415***	***5,67***

La densidad, ρ, la conductividad térmica, κ_m, y el calor especifico, ***Cp***, de los materiales del muro equivalente, se muestran en el cuadro 2. Las propiedades de la madera, yeso y ladrillo hueco, se obtienen de la Norma Básica de la Edificación, NBECT79.

3. VARIACIÓN INTERIOR DE LA TEMPERATURA.

El dato inicial de cálculo es la evolución de la temperatura del aire interior que se produce desde el instante de la desconexión de la calefacción (22 horas), hasta el instante en que la temperatura interior es mínima, que suele ser a las 8 horas (9 hora local).

Para conocer dicha evolución se seleccionó una vivienda del segundo piso del edificio orientada al Este y al Sur. La relación de áreas de ventanas a superficie vertical es del 15 %.Las persianas de las ventanas se bajan durante la noche para disminuir la pérdida de calor. El piso superior está climatizado, mientras que el inferior no lo está. Uno de los dormitorios es adyacente a una vivienda climatizada. El suelo lleva tarima de madera flotante sobre bovedilla y tablero de hormigón. Las infiltraciones y el efecto chimenea son los normales en estos edificios.

La vivienda está climatizada a una temperatura de 21 ºC, mediante termostato. El sistema de calefacción es una caldera individual, estanca, de gas natural. La calefacción se arranca sobre las 12 horas y se apaga a las 22 horas. Para medir la temperatura mínima diaria se situó un termómetro de máxima y mínima en el salón.

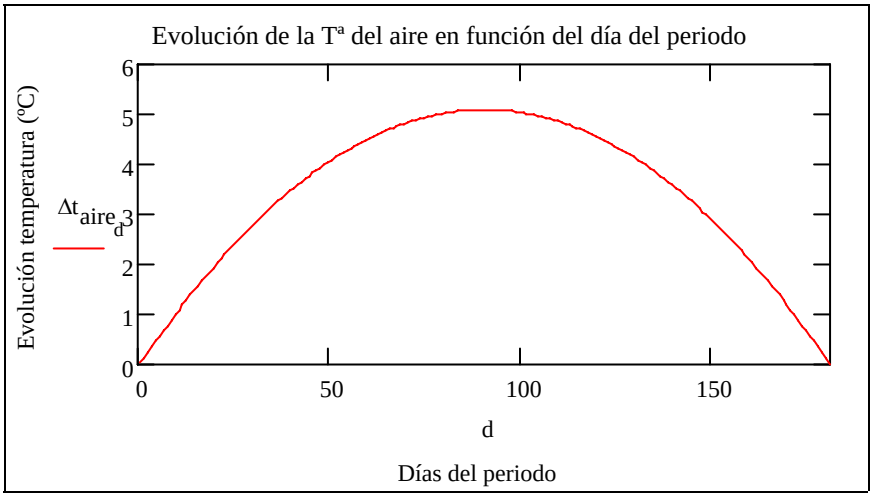

Figura 2. Evolución de la temperatura del aire en función del día del periodo.

Admitiendo que el periodo de calefacción incluye 181 días, desde el 1 de Noviembre hasta el 30 de Abril, se observa que la disminución máxima de la temperatura fue de 5ºC, coincidiendo entre los días 75 y 80. La variación de temperatura tiende a 0ºC el primero de Noviembre y el 30 de Abril, figura 2. Esta función, se puede describir analíticamente mediante la ecuación (1). Donde Δt_{aire} es la variación diaria de temperatura del aire interior y ***d*** el día del periodo.

$$\Delta t_{aire} = -6.26 \cdot 10^{-4} d^2 + 0.114 d - 0.113 \qquad (1)$$

4. VALIDEZ DEL METODO DE CÁLCULO

El enfriamiento y calentamiento de sustancias sólidas sometidas a un régimen variable de temperatura ha sido estudiado por diferentes autores, como por ejemplo Incropera y De Witt (1990). El consenso establecido es que la ecuación general de la difusión que permite obtener una solución exacta, es compleja, y difícil de manejar. Por este motivo, se ha desarrollado el método de la capacidad térmica global, que también se puede encontrar en la mencionada referencia.

Este método, aplicable al enfriamiento o calentamiento de sólidos sumergidos en un fluido, establece que el cambio de temperatura se inicia en el instante $\tau = 0$ y la temperatura del sólido continúa su variación para $\tau > 0$, hasta que alcanza la temperatura de equilibrio con el fluido que rodea al sólido. La base física del método es la hipótesis de que la temperatura del sólido es espacialmente uniforme en cualquier instante, durante el proceso transitorio. Esto significa, que el gradiente de temperaturas en el interior del sólido es despreciable, lo que sólo puede ocurrir cuando su conductividad térmica es infinita, lo que a su vez es imposible. Sin embargo, esta hipótesis es asumible, si la resistencia a la transferencia de calor en el interior del sólido es pequeña, comparada con la resistencia a la transferencia de calor por convección entre el sólido y el fluido. Por esta razón, el método sólo permite obtener una solución aproximada, respecto a la solución que se obtendría aplicando la ecuación general de la difusión.

Para conocer el grado de aproximación, siguiendo el trabajo de Incropera y De Witt (1990), se determina el valor del grupo adimensional de Biot, ecuación 2, para los componentes estudiados: madera y muro equivalente;

$$Bi = \frac{h_i L_c}{K_m} \qquad (2)$$

Donde L_c es la longitud característica de los sólidos: espesor del muro equivalente y espesor medio de la madera, siendo K_m la conductividad térmica.

El coeficiente superficial de transferencia de calor por convección, h_i, en general, es difícil de determinar. En este caso, ofrece menos dificultad, ya que durante el periodo de experimentación y cálculo, se admite que las puertas y ventanas del piso se mantienen cerradas, no hay entrada ni salida de personas y las persianas permanecen bajadas. Por lo tanto, las infiltraciones quedan reducidas a su valor mínimo. Por otra parte, el efecto chimenea, que es de tiro natural, genera un movimiento suave y ascendente del aire. Por todas estas razones, la transferencia de calor se realiza por convección natural. Lo que significa que el coeficiente h_i tiene un valor inferior al dado por la NBECT79, que es un valor medio, obtenido para las condiciones normales de funcionamiento de los edificios; apertura de puertas, ventilación forzada etc.

Aunque entra dentro de los objetivos de este trabajo, el cálculo detallado del coeficiente h_i no se incluye, por las necesidades de limitación de espacio. En los cálculos que se realizan a continuación, se utiliza un valor de $h_i = 2\ W/m^2{}^oC$, obtenido de las ecuaciones aproximadas para el aire a presión atmosférica, dadas por A.J Chapman (1965).Que se encuentra en consonancia, con los resultados obtenidos por investigadores como McAdams (1954).

En el cuadro 3, se muestran las propiedades físicas y geométricas de los sólidos, así como los valores del número de Biot. En el caso de la madera el número de Biot es 0,238 y para el muro equivalente es 0,337. En ambos casos, el número de Biot es menor que la unidad, lo que permite aplicar el método de la capacidad térmica global.

Cuadro 3. Propiedades físicas y geométricas de los sólidos.

Material	h_i (W/m^2K)	L_c (m)	K_m (W/mK)	Biot
MADERA	2	0,025	0,21	**0,238**
MURO EQUIVALENTE	2	0,07	0,415	**0,337**

5. ECUACIONES DE TRANSFERENCIA DE CALOR

En el experimento, la temperatura mínima del aire interior se alcanza al cabo de unas 10-12 horas. Por lo tanto, se puede decir que aunque el proceso es lento, existe una variación de la temperatura en el tiempo. Dicha variación induce un proceso de transferencia de calor por convección con los sólidos. Éstos, al tener más masa y calor específico que el aire, se enfrían más lentamente, y transfieren su calor al aire, que a su vez, se enfría, porque disminuye la temperatura exterior y por las entradas de aire frío. Los materiales de los muebles, electrodomésticos y muros, experimentan variaciones internas de temperatura. El proceso continúa hasta el momento en que las cargas internas o externas invierten el proceso, o bien se conecta la instalación de calefacción. En el experimento comentado anteriormente, la temperatura mínima medida fue de 16 ºC, entre los días 75 y 80. Esta temperatura se suele alcanzar sobre las 8 horas (9 hora local); antes de la conexión de la calefacción.

El lector, puede seguir el desarrollo de la formulación del problema, que básicamente consiste en un balance de energía entre el fluido y el sólido, a través del mencionado trabajo de Incropera y De Witt (1990). El calor transferido por convección, q_{conv}, desde el sólido (madera, muro equivalente, etc.) al aire interior, se puede determinar mediante la ecuación (3), de Newton.

$$q_{conv} = h_i A_s (t_{sólido} - t_{aire}) \tag{3}$$

Donde $t_{sólido}$, es la temperatura del sólido, t_{aire}, es la temperatura del aire interior y A_s, es la superficie del sólido expuesta al intercambio de calor.

El calor transferido por conducción, q_{cond}, que se experimenta en el interior del sólido en función del tiempo, ζ, es el producto de la masa por la variación de temperatura, ecuación (4).

$$q_{cond} = \rho V C_p \frac{dt_{sólido}}{d\tau} \tag{4}$$

El balance de energía, ecuación (5), expresa que el calor perdido por conducción en el interior del sólido es transferido por convección al aire. Operando, se obtiene la expresión (6).El cálculo, hasta aquí, está basado en el método clásico de la capacidad térmica global.

$$-\rho V C_p \frac{dt_{sólido}}{d\tau} = h_i A_s (t_{sólido} - t_{aire}) \tag{5}$$

$$\frac{t_{sólido} - t_{aire}}{t_{ini} - t_{aire}} = e^{-\frac{h_i A_s}{\rho V C_p}\tau} \tag{6}$$

En el caso de estudio, la variación de temperatura del aire interior es lenta y depende del tiempo. En primera aproximación, se supone que su variación es lineal. Por esta razón, las condiciones de contorno se establecen en los instantes inicial y final de la desconexión:

τ_{ini} = 0 s; t_{aire} = 21ºC (22 horas)

τ_{final} = 36.000 s; t_{aire} = 16ºC (8 horas del día siguiente)

La ecuación lineal que expresa esta variación se puede escribir como:

$$t_{aire} = -1{,}4 \cdot 10^{-4} \tau + 21 \tag{7}$$

Para facilitar el cálculo de la ecuación (5), se agrupan términos:

$$\beta = \frac{h_i A_s}{\rho V C_p} \tag{8}$$

$$\frac{dt_{sólido}}{d\tau} = \beta (t_{aire} - t_{sólido}) \tag{9}$$

Sustituyendo (7) en (9) y realizando el cambio de variable, **$\theta = t_{sólido}$-21**, se obtiene una ecuación diferencial de primer orden no homogénea, ecuación (10),

$$\frac{d\vartheta}{d\tau} + \beta\vartheta = -1{,}4 \cdot 10^{-4} \beta\tau \tag{10}$$

Para resolver la ecuación diferencial se multiplican ambos términos por $e^{\int \beta d\tau} = e^{\beta\tau}$.

Agrupando y operando, se obtiene la ecuación (11):

$$\frac{d}{d\tau}(e^{\beta\tau}\cdot\theta) = -1{,}4\cdot10^{-4}\,\beta\tau e^{\beta\tau} \tag{11}$$

Integrando,

$$\int \frac{d}{d\tau}(e^{\beta\tau}\cdot\theta)d\tau = \int -1{,}4\cdot10^{-4}\,\beta\tau e^{\beta\tau}d\tau \tag{12}$$

$$e^{\beta\tau}\cdot\theta = -1{,}4\cdot10^{-4}\,\beta\left(\frac{\tau e^{\beta\tau}}{\beta} - \frac{e^{\beta\tau}}{\beta^2} + C\right) \tag{13}$$

La constante de integración se determina en función de las condiciones iniciales de contorno,

τ = 0 s (22 horas); θ =0 ºC

$$C = \frac{1}{\beta^2} \tag{14}$$

Obteniendo finalmente la solución de la ecuación diferencial para θ y $t_{sólido}$, ecuaciones (15) y (16);

$$\theta = -1{,}4\cdot10^{-4}\left(\tau - \frac{1}{\beta} + \frac{1}{\beta e^{\beta\tau}}\right) \tag{15}$$

$$t_{sólido} = 21 - 1{,}4\cdot10^{-4}\left(\tau - \frac{1}{\beta} + \frac{1}{\beta e^{\beta\tau}}\right) \tag{16}$$

El parámetro definido por la ecuación (8), para la madera y el muro equivalente es ***1,7510^{-5}s^{-1} y 6,1610^{-5}s^{-1}***, respectivamente. Lo que permite, resolver la ecuación (16) particulariza para cada material.

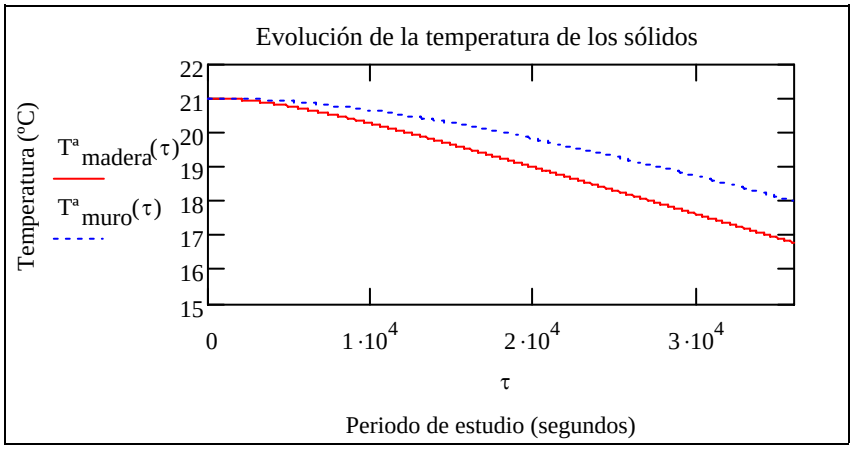

Figura 3. Evolución de la temperatura de los sólidos.

En la figura 3, se muestra para día 80, la evolución de la temperatura de la madera y del muro equivalente, desde las 22 horas hasta las 8 horas del periodo de desconexión del sistema de calefacción.

Aplicando el método para todos los días de la temporada de calefacción, se obtiene la variación de la temperatura de la madera, $\Delta \mathbf{t_{madera}}$, y del muro equivalente, $\Delta \mathbf{t_{muroEquivalente}}$, figuras 4, y 5.

Madera: $$\Delta t_{madera} = -5{,}2 \cdot 10^{-4} d^2 + 0{,}096 \cdot (d-1) \quad (17)$$

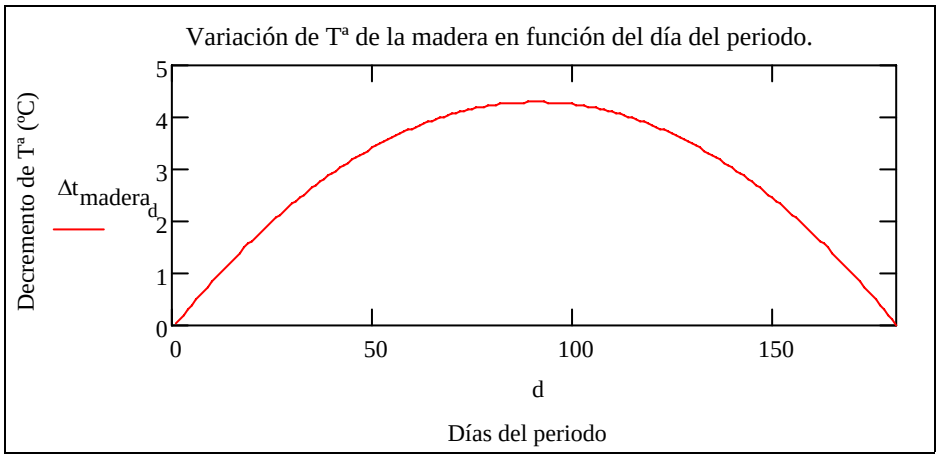

Figura 4. Temperatura de la madera.

Muro equivalente: $$\Delta t_{MuroEquivalente} = -3{,}75 \cdot 10^{-4} d^2 + 0{,}068 \cdot (d-1) \quad (18)$$

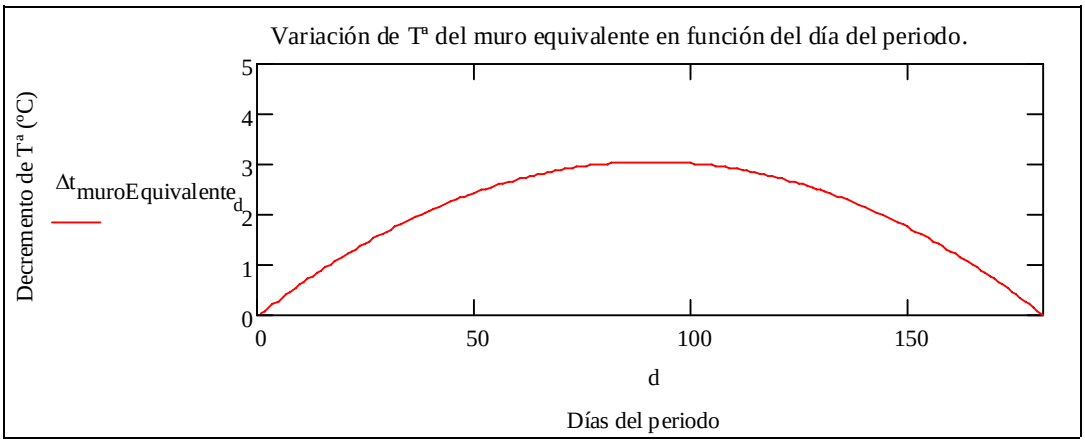

Figura 5. Temperatura del muro equivalente.

6. CALOR TRANSMITIDO DESDE LOS SÓLIDOS.

El calor transmitido, entre las 22:00 horas y las 9:00 hora local del día siguiente, desde los sólidos al aire interior, se puede determinar por la ecuación 20,

$$Q_{tpp} = \sum \rho V C_P \Delta t_{mx} \tag{20}$$

Siendo Δt_{mx} la diferencia de temperaturas máxima de los sólidos durante el intervalo considerado,

$$\Delta t_{mx} = 21 - t_{fin} \tag{21}$$

Aplicando los resultados obtenidos en las figuras 4 y 5, al día más frío de la temporada, obtenemos los siguientes valores, cuadro 4:

Cuadro 4. Calor transmitido por los sólidos.

	Q_{tpp} (kWh) Para 1 vivienda	**Q_{tpp} (kWh) Para el edificio**
MADERA	1,58	18,96
MURO	4,43	53,16
Total	**6,01**	**72,12**

7. CONCLUSIONES.

En este trabajo, se presenta un método de cálculo para determinar el calor que pierden los muebles y los tabiques interiores de un edificio de viviendas durante el periodo que la instalación de calefacción se encuentra parada, obteniendo las siguientes conclusiones:

1. Se ha medido experimentalmente la temperatura del aire interior de una vivienda típica española, encontrando una distribución parabólica, con disminución de 5ºC entre el 15 y el 20 de Enero y 0ºC para los días 1 de Noviembre y 30 de Abril.

2. El número de Biot de la madera es 0,238 y el del muro equivalente 0,337, lo que permite aplicar el método de la capacidad térmica global.

3. El calor perdido por estos componentes de la vivienda es 6 kWh. El calor perdido todas las viviendas, considerando que utilizan los mismos muebles y equipamiento, sería de 72,1 kWh. Este calor tendrá que ser aportado por la caldera de calefacción al día siguiente.

AGRADECIMIENTOS

Los autores quieren mostrar su agradecimiento al Plan Nacional de Investigación del Ministerio de educación y Ciencia por su apoyo económico a través del Proyecto de Investigación ENE2005-02855-CO-01.

REFERENCIAS

FRANK P. INCROPERA AND DAVID P. DE WITT: *Fundamentals of Heat and Mass Transfer*, John Wiley &Sons, New York, Third Edition,1998.

Código Técnico de la Edificación (2007).www.codigotecnico.org

Norma Básica de la Edificación NBECT79 (1979)

A. J. CHAPMAN: *Transmisión del calor*. Ediciones Interciencia, Madrid, 1965.

MCADAMS, W.H. *Heat Transmission*, McGraw-Hill, New York , 3º edition, 1954.

PINAZO J.M. *Manual climatización*, Tomo I y II, 1995. ISBN 84-7721-341-0