

Universidad de Madrid - Facultad de Ciencias

SEMINARIO DE ASTRONOMIA Y GEODESIA

(Adherido a la Unión Nacional de Astronomía
y Ciencias Afines)

Publicación núm. 59

VARIACIONES DE LAS COORDENADAS
GEODESICAS DE LOS VERTICES DE UNA RED,
POR CAMBIO DE ELIPSOIDE DE REFERENCIA

POR

JOSE MARIA GONZALEZ ABOIN



PUBLICADO EN «VRANIA» NÚM. 264

MADRID

1966

Depósito legal, M. 723-1958

SUGRAÑES HNOS. - Talleres en Tarragona - Conde de Rius, 9

VARIACIONES DE LAS COORDENADAS GEODESICAS DE LOS VERTICES DE UNA RED, POR CAMBIO DE ELIPSOIDE DE REFERENCIA

por JOSÉ MARÍA GONZÁLEZ ABOIN (*)

I. INTRODUCCIÓN

El problema del cambio de superficie de referencia tiene en nuestra patria indudable interés práctico, pues la red geodésica española se calculó y compensó en superficies distintas.

El cálculo se efectuó en el elipsoide de revolución, cuyos parámetros determinados por Struve son $a = 6.378.298,3$ m, y $e = 0,00677436$, y su posición respecto al geoide queda fijada por las coordenadas del Observatorio de Madrid, obtenidas por observaciones astronómicas en 1858, sin corregir por desviaciones topográficas.

Esta red fue compensada por el U. S. Army Map Service, en conjunto con la triangulación europea, utilizando como superficie de referencia la del elipsoide de Hayford, de elementos $a = 6.378.388$ m, y $e = 0,00672277$ y el punto astronómico fundamental se encuentra en Potsdam, habiendo sido corregido de isostasia y de desviaciones locales.

Las discrepancias observadas entre las coordenadas de uno y otro sistema pueden ser sólo aparentes, debido a estar referidas a superficies distintas o, por el contrario, ser intrínsecamente diferentes. Para poder decidir en cuál de los dos casos nos encontramos, vamos a buscar la transformación de igualdad que permite el paso de coordenadas, pues si se puede hallar, los dos sistemas de coordenadas, de Madrid y europeo, son en realidad distintas expresiones de uno mismo; si esto no es posible por llegarse a relaciones incompatibles al tratar de determinar los parámetros de la transformación, las redes geodésicas no son iguales y los mapas basados en ellas no coincidirán y será preciso hacer una nueva cartografía.

II. REPASO DE ALGUNOS CONCEPTOS FUNDAMENTALES

La verdadera superficie de la Tierra es muy irregular, siendo imposible efectuar cálculos sobre ella, por esto se la sustituye por otras

(*) Publicación núm. 59 del Seminario de Astronomía y Geodesia de la Universidad de Madrid.

superficies más cómodas de calcular y que sean suficientemente parecidas a la verdadera para que tengan validez los cálculos.

Entre estas superficies destacan, por su importancia, el geoide y el elipsoide.

El geoide es un cuerpo limitado por una superficie definida de un modo físico, como la superficie equipotencial del campo de fuerzas de la gravedad de cota cero, que coincide aproximadamente con la superficie de equilibrio de los mares.

La superficie del elipsoide está definida matemáticamente por sus parámetros; se eligen éstos de modo que resulte el elipsoide aplanado de revolución que más se aproxime al geoide y sobre ella son bastante sencillos los cálculos, porque las superficies de revolución admiten como integral primera la de Clairaut.

Insistimos en que esta duplicidad de superficies no rigurosamente iguales, una física para las observaciones y otra matemática para los cálculos, constituye una de las mayores dificultades de la Geodesia (la otra es la refracción), teniendo que pasar de una a otra por fórmulas no exactas, que siempre hacen cometer errores muy difíciles de precisar.

Llamaremos coordenadas astronómicas a las definidas sobre la superficie del geoide y geodésicas a las que se definen sobre el elipsoide.

Las coordenadas astronómicas tienen como origen la línea de los polos geográficos, que es el eje de rotación de la Tierra; éste no es constante, por esto es preciso tomar un polo medio respecto del cual gira el verdadero eje instantáneo de rotación, formando ambos ejes un ángulo que no pasa de $0^{\circ}3$. El plano perpendicular al eje de la Tierra es el del ecuador y los que pasan por él son los meridianos. La latitud astronómica es el ángulo formado por la vertical del lugar con el plano del ecuador y la longitud astronómica es el ángulo diedro formado por el meridiano del lugar con un meridiano origen.

La superficie del elipsoide se fija por sus parámetros y su orientación, al tener el eje de revolución paralelo al de rotación de la Tierra y por ser iguales las coordenadas astronómicas y las geodésicas del punto fundamental.

Si los ejes no fueran paralelos, las coordenadas del punto fundamental no pueden ser iguales en los sistemas astronómico y geodésico, pues en el ángulo que define la latitud permanece invariable un lado, la vertical que coincide con la normal al elipsoide y el otro que es el eje de revolución del elipsoide debe estar situado sobre el cono de revolución de semiángulo cónico igual a la colatitud; de modo análogo para que se conserve el valor de la longitud, el eje debe estar contenido en el plano que forma con la vertical un ángulo igual a la longitud (el meridiano del lugar). Estas dos condiciones sólo se cumplen simultáneamente en la intersección del cono y el plano citados. Esta intersección se compone de dos rectas, una paralela al eje de rotación

y la otra está en el plano meridiano y forma un ángulo con el eje que vale el doble de la colatitud, pero en este caso la longitud ya no es igual, difiere de ella en un ángulo llano.

La única posibilidad de ser iguales las coordenadas en los sistemas astronómico y geodésico del punto fundamental es que sean paralelos los ejes de rotación de la Tierra y de revolución del elipsoide.

III. FÓRMULAS DE PASO DE LAS COORDENADAS

No hay una fórmula matemática precisa que permita el paso de las coordenadas astronómicas a las geodésicas, pero sí es posible dados los elementos de dos elipsoides y su posición relativa en el espacio pasar de las coordenadas de un sistema a las del otro.

Para resolver este problema elegiremos dos sistemas de ejes cartesianos rectangulares en el espacio, que designaremos por medio de los subíndices 1 y 2, de forma que los orígenes O_1 y O_2 sean los cen-

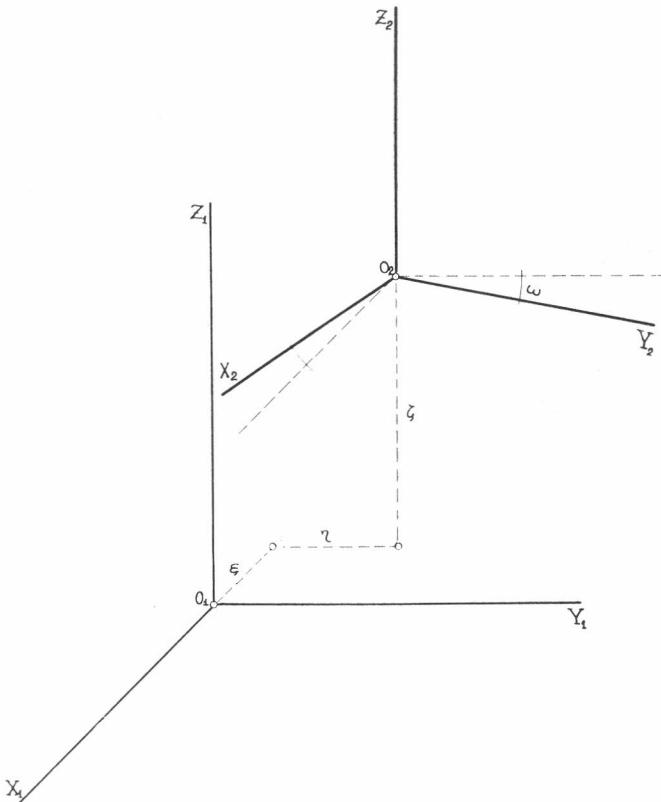


Fig. 1. Orientación de los triédros.

tros de los elipsoides de revolución, y las rectas O_1Z_1 y O_2Z_2 sus ejes respectivos; las rectas O_1X_1 y O_2X_2 perpendiculares a los anteriores, están determinadas por los meridianos iniciales, y las O_1Y_1 y O_2Y_2 completan los triedros de referencia, siendo positivos los sentidos de la rotación en ambos.

Como los ejes de las Z son paralelos al eje del Mundo, son paralelos entre sí y las fórmulas de paso de las coordenadas de uno a otro sistema son las del cambio de ejes cartesianos en el espacio, con la simplificación de que dos de los ángulos de giro se anulan y la transformación depende de cuatro parámetros: ξ , η , ζ , ω son los componentes del vector traslación de O_1 a O_2 , según los ejes del sistema O_1 , lo que se comprueba dando los valores

$$x_2 = y_2 = z_2 = 0$$

resultando $x_1 = \xi$, $y_1 = \eta$, $z_1 = \zeta$, que son las coordenadas del origen de O_2 en el sistema O_1 y el ángulo de giro ω .

Las fórmulas que nos da la Geometría Analítica para dicha transformación son:

$$\begin{aligned} x_1 &= x_2 \cos \omega - y_2 \operatorname{sen} \omega + \xi \\ y_1 &= x_2 \operatorname{sen} \omega + y_2 \cos \omega + \eta \\ z_1 &= z_2 + \zeta \end{aligned} \quad (\text{A})$$

Expresando las coordenadas x , y , en función de r , radio del paralelo del lugar y de λ , longitud geográfica del mismo,

$$x = r \cos \lambda; \quad y = r \operatorname{sen} \lambda$$

obtenemos las nuevas fórmulas:

$$\begin{aligned} r_1 \cos \lambda_1 &= r_2 \cos (\lambda_2 + \omega) + \xi \\ r_1 \operatorname{sen} \lambda_1 &= r_2 \operatorname{sen} (\lambda_2 + \omega) + \eta \\ z_1 &= z_2 + \zeta \end{aligned}$$

Dividiendo miembro a miembro las dos primeras ecuaciones resulta:

$$\operatorname{tg} \lambda_1 = \frac{\operatorname{sen} (\lambda_2 + \omega) + \eta/r_2}{\cos (\lambda_2 + \omega) + \xi/r_2}$$

Efectuando la división indicada y despreciando los términos de segundo grado en adelante

$$\operatorname{tg} \lambda_1 = \operatorname{tg} (\lambda_2 + \omega) + \frac{\eta}{r_2 \cos (\lambda_2 + \omega)} - \frac{\xi}{r_2} \operatorname{tg} (\lambda_2 + \omega)$$

Elevando al cuadrado y sumando las mismas ecuaciones anteriores

$$r_1^2 = r_2^2 + 2r_2 [\xi \cos (\lambda_2 + \omega) + \eta \operatorname{sen} (\lambda_2 + \omega)] + \xi^2 + \eta^2$$

Dividiendo por r , desarrollando en serie por la fórmula del binomio con exponente $\frac{1}{2}$ y limitando el desarrollo a los términos de primer grado, resulta:

$$r_1/r_2 = 1 + (\xi/r_2) \cos(\lambda_2 + \omega) + (\eta/r_2) \operatorname{sen}(\lambda_2 + \omega)$$

Multiplicando por r_2 llegamos a la expresión:

$$r_1 = r_2 + \xi \cos(\lambda_2 + \omega) + \eta \operatorname{sen}(\lambda_2 + \omega)$$

Dividiendo el valor de z_1 por el de r_1 que acabamos de obtener

$$\frac{z_1}{r_1} = \frac{z_2 + \zeta}{r_2 + \xi \cos(\lambda_2 + \omega) + \eta \operatorname{sen}(\lambda_2 + \omega)}$$

Pero tengamos en cuenta que

$$z/r = (1 - e^2) \operatorname{tg} \varphi$$

tanto para el sistema de Madrid como para el europeo. Efectuando la división por desarrollo en serie, limitándonos como antes a los términos de primer grado,

$$\begin{aligned} \frac{z_1}{r_1} &= \frac{z_2}{r_2} + \frac{\zeta}{r_2} - \frac{z_2}{r_2^2} \xi \cos(\lambda_2 + \omega) - \frac{z_2}{r_2^2} \eta \operatorname{sen}(\lambda_2 + \omega) \\ (1 - e_1^2) \operatorname{tg} \varphi_1 &= (1 - e_2^2) \operatorname{tg} \varphi_2 + \frac{\zeta}{r_2} - \\ &- (1 - e_2^2) \operatorname{tg} \varphi_2 \left[\frac{\xi}{r_2} \cos(\lambda_2 + \omega) + \frac{\eta}{r_2} \operatorname{sen}(\lambda_2 + \omega) \right] \end{aligned}$$

Dividiendo por $1 - e_1^2$

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \varphi_1 &= \frac{1 - e_2^2}{1 - e_1^2} \operatorname{tg} \varphi_2 \left[1 - \frac{\xi}{r_2} \cos(\lambda_2 + \omega) - \frac{\eta}{r_2} \operatorname{sen}(\lambda_2 + \omega) \right] + \\ &+ \frac{1}{1 - e_1^2} \frac{\zeta}{r} \end{aligned}$$

Efectuando operaciones indicadas

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \varphi_1 &= \operatorname{tg} \varphi_2 + \frac{e_1^2 - e_2^2}{1 - e_1^2} \operatorname{tg} \varphi_2 + \frac{1}{1 - e_1^2} \frac{\zeta}{r_2} - \\ &- \frac{1 - e_2^2}{1 - e_1^2} \operatorname{tg} \varphi_2 \left[\frac{\xi}{r_2} \cos(\lambda_2 + \omega) + \frac{\eta}{r_2} \operatorname{sen}(\lambda_2 + \omega) \right] \end{aligned}$$

Hemos llegado a dos expresiones del tipo

$$\operatorname{tg} y = \operatorname{tg} x + H$$

ahora vamos a obtener la indeterminada a de modo que

$$\operatorname{tg} y = \operatorname{tg}(x + a)$$

Para ello desarrollemos por la fórmula de Taylor, limitándonos a los términos lineales,

$$\operatorname{tg} y = \operatorname{tg} x + \frac{a}{\cos^2 x}$$

Igualando las dos expresiones de tg y

$$\operatorname{tg} x + H = \operatorname{tg} x + \frac{a}{\cos^2 x}$$

podemos despejar a

$$a = H \cos^2 x$$

Aplicando este resultado al valor de tg λ_1

$$\lambda_1 = \lambda_2 + \omega + \frac{\eta}{r_2} \cos(\lambda_2 + \omega) - \frac{\xi}{r_2} \operatorname{sen}(\lambda_2 + \omega)$$

y análogamente con tg φ_1 , haciendo $r_2 = \frac{a_2}{w_2} \cos \varphi_2$

$$\begin{aligned} \varphi_1 = \varphi_2 + \frac{e_1^2 - e_2^2}{1 - e_1^2} \operatorname{sen} \varphi_2 \cos \varphi_2 + \frac{w_2}{1 - e_1^2} \frac{\zeta}{a_2} \cos \varphi_2 - \\ - \frac{1 - e_2^2}{1 - e_1^2} \operatorname{sen} \varphi_2 \left[\frac{\xi}{a_2} \cos(\lambda_2 + \omega) + \frac{\eta}{a_2} \operatorname{sen}(\lambda_2 + \omega) \right] w_2 \end{aligned}$$

Estas fórmulas son solamente aproximadas, como correspondientes a los primeros términos del desarrollo en serie. Más adelante estudiaremos el grado de precisión que se puede conseguir con ellas; de todos modos nos proporcionan valores aproximados que pueden utilizarse como previos para ser sustituidos en las fórmulas precisas, y obtener nuevos valores de mayor precisión.

En la fórmula (A) vemos que hay tres incógnitas ξ η ζ que aparecen como términos lineales, en cambio la incógnita ω aparece como arco de las funciones trigonométricas seno y coseno. Esta última es la que nos impide resolver el sistema como ecuaciones lineales; ahora bien, si tenemos un sistema de soluciones aproximadas podemos sustituir ω por el valor aproximado ω_0 y dar un incremento $d\omega$, desarrollando después en serie de Taylor, con lo cual llegamos a un sistema de ecuaciones lineales en ξ , η , ζ , $d\omega$.

$$\begin{aligned} r_1 \cos \lambda_1 - r_2 \cos(\lambda_2 + \omega_0) &= -r_2 \operatorname{sen}(\lambda_2 + \omega_0) d\omega + \xi \\ r_1 \operatorname{sen} \lambda_1 - r_2 \operatorname{sen}(\lambda_2 + \omega_0) &= r_2 \cos(\lambda_2 + \omega_0) d\omega + \eta \\ z_1 - z_2 &= \zeta \end{aligned}$$

y de aquí se calculan ξ , η , ζ , $d\omega$, haciendo nuevas reiteraciones si fuese necesario con sucesivos valores de $\omega_1 = \omega_0 + d\omega$.

Cada punto da tres ecuaciones de condición para ser resueltas por mínimos cuadrados.

En todo lo que antecede se ha supuesto que las potencias de los parámetros ξ , η , ζ , ω , de orden superior al primero, son despreciables en los desarrollos en serie de Taylor; así sucede en nuestro caso, pues, como veremos al sustituir valores numéricos, los parámetros citados

son inferiores en valor absoluto a 5×10^{-5} , luego sus cuadrados y los dobles productos entre ellos deben ser inferiores a $25 \times 10^{-10} = 0,25 \times 10^{-8}$, y la suma de los cuatro términos que van multiplicados por seno y coseno —que en valor absoluto son menores que la unidad— no pueden ser mayores y el total será inferior a 10^{-8} , lo que nos garantiza la exactitud de ocho cifras, suficiente en la mayoría de los casos, pues de ese orden son las precisiones alcanzadas en las medidas con aparatos. Si se necesitase una precisión mayor, se puede proceder por aproximaciones sucesivas, como se acaba de indicar.

Para la transformación inversa, es decir, conocidas las coordenadas en el sistema europeo, transformarlas en el sistema de Madrid, procederemos de un modo análogo, pero ahora los parámetros serán las coordenadas del origen O_1 en el sistema de los ejes de O_2 y el ángulo ω será el mismo de antes, pero cambiando el sentido de giro.

Este problema presenta interés práctico en el caso de replanteo de vértices, pues con nuevas observaciones podemos determinar su posición respecto a vértices próximos de coordenadas conocidas en el sistema europeo, y para saber su posición relativa respecto al vértice desaparecido necesitamos conocer sus coordenadas en el sistema de Madrid, y así calcularemos su distancia y el azimut respectivo.

Las fórmulas de transformación de coordenadas cartesianas rectangulares en el espacio serán, en este caso:

$$\begin{aligned}x_2 &= x_1 \cos \omega - y_1 \operatorname{sen} \omega + \xi_0 \\y_2 &= x_1 \operatorname{sen} \omega + y_1 \cos \omega + \eta_0 \\z_2 &= z_1 + \zeta_0\end{aligned}$$

Para $x_1 = y_1 = z_1 = 0$ resulta

$$x_2 = \xi_0 ; \quad y_2 = \eta_0 ; \quad z_2 = \zeta_0$$

el origen del sistema europeo respecto al de Madrid.

La relación de los parámetros anteriores se obtiene haciendo

$$x_2 = y_2 = z_2 = 0$$

entonces

$$x_1 = \xi ; \quad y_1 = \eta ; \quad z_1 = \zeta$$

Multiplicando por $\cos \omega$ y $\operatorname{sen} \omega$, y sumando

$$\begin{aligned}\xi \cos \omega - \eta \operatorname{sen} \omega + \xi_0 &= 0 \\ \xi \operatorname{sen} \omega + \eta \cos \omega + \eta_0 &= 0\end{aligned}$$

Multiplicando la segunda por $\cos \omega$ y la primera por $\operatorname{sen} \omega$, al restar resulta:

$$\begin{aligned}\xi + \xi_0 \cos \omega + \eta_0 \operatorname{sen} \omega &= 0 \\ \eta + \eta_0 \cos \omega - \xi_0 \operatorname{sen} \omega &= 0\end{aligned}$$

Despejando

$$\begin{aligned} -\xi &= \xi_0 \cos \omega + \eta_0 \operatorname{sen} \omega \\ -\eta &= -\xi_0 \operatorname{sen} \omega + \eta_0 \cos \omega \\ -\zeta &= \zeta_0 \end{aligned}$$

Vemos que ζ es exactamente ζ_0 cambiado de signo y que ξ , η , aunque no lo sean rigurosamente, se pueden considerar como tales, pues

$$\omega < 3 \cdot 10^{-5} \qquad \omega^2 < 10^{-9}$$

de donde

$$\operatorname{sen} \omega < 3 \cdot 10^{-5} \qquad 1 - 5 \cdot 10^{-10} < \cos \omega < 1$$

Como el error no afecta a las cinco primeras cifras, que son las únicas que se pueden tomar como cifras exactas, se deduce que si bien en teoría hay que considerar como distintas las transformaciones directa e inversa, en la práctica son una misma, con los valores numéricos de los parámetros iguales y de signo contrario.

Seguiremos el mismo razonamiento que en el caso directo; sustituyamos

$$x_1 = r_1 \cos \lambda_1 \qquad y_1 = r_1 \operatorname{sen} \lambda_1$$

En las fórmulas de paso de coordenadas en el espacio, resulta:

$$\begin{aligned} r_2 \cos \lambda_2 &= r_1 \cos (\lambda_1 + \omega) + \xi_0 \\ r_2 \operatorname{sen} \lambda_2 &= r_1 \operatorname{sen} (\lambda_1 + \omega) + \eta_0 \\ z_2 &= z_1 + \zeta_0 \end{aligned}$$

Pasando los términos ξ_0 , η_0 , ζ_0 al otro miembro en cada una de las ecuaciones anteriores:

$$\begin{aligned} r_1 \cos (\lambda_1 + \omega) &= r_2 \cos \lambda_2 - \xi_0 \\ r_1 \operatorname{sen} (\lambda_1 + \omega) &= r_2 \operatorname{sen} \lambda_2 - \eta_0 \\ z_1 &= z_2 - \zeta_0 \end{aligned}$$

Dividiendo miembro a miembro la segunda ecuación por la primera, resulta

$$\operatorname{tg} (\lambda_1 + \omega) = \frac{r_2 \operatorname{sen} \lambda_2 - \eta_0}{r_2 \cos \lambda_2 - \xi_0}$$

Elevando al cuadrado y sumando las mismas ecuaciones:

$$r_1^2 = r_2^2 - 2r_2 (\xi_0 \cos \lambda_2 + \eta_0 \operatorname{sen} \lambda_2) + \xi_0^2 + \eta_0^2$$

En estas ecuaciones los valores de ξ_0 , η_0 , son muy inferiores al de r_2 y en consecuencia podemos considerar sus cocientes como infinitésimos de primer orden y desarrollar en serie de Taylor, limitando estos desarrollos a los términos de primer grado de modo análogo a como hicimos en el caso directo

$$\operatorname{tg}(\lambda_1 + \omega) = \operatorname{tg} \lambda_2 - \frac{\eta_0}{r_2 \cos \lambda_2} + \frac{\xi_0 \operatorname{sen} \lambda_2}{r_2 \cos \lambda_2}$$

$$\lambda_1 + \omega = \lambda_2 + \frac{\xi_0}{r_2} \operatorname{sen} \lambda_2 - \frac{\eta_0}{r_2} \cos \lambda_2$$

De la segunda ecuación se deduce al desarrollar en serie binómica de exponente $\frac{1}{2}$,

$$r_1 = r_2 - \frac{\xi_0}{r_2} \cos \lambda_2 - \frac{\eta_0}{r_2} \operatorname{sen} \lambda_2$$

Dividiendo la expresión de z_1 por la recién calculada de r_1 :

$$\frac{z_1}{r_1} = \frac{z_2 - \xi_0}{r_2 - \frac{\xi_0}{r_2} \cos \lambda_2 - \frac{\eta_0}{r_2} \operatorname{sen} \lambda_2}$$

$$\frac{z_1}{r_1} = \frac{z_2}{r_2} - \frac{\xi_0}{r_2} + \frac{\xi_0}{r_2} \cos \lambda_2 + \frac{\eta_0}{r_2} \operatorname{sen} \lambda_2$$

Sustituyendo z_1 , r_1 , z_2 , r_2 , por sus valores en función de φ , λ y efectuando operaciones llegamos finalmente a

$$\varphi_1 = \varphi_2 - \frac{c_2^2 - e_1^2}{1 - e_1^2} \operatorname{sen} \varphi_2 \cos \varphi_2 + \frac{1 - e_2^2}{1 - e_1^2} w_2 \operatorname{sen} \varphi_2 \left(-\frac{\xi_0}{a_2} \cos \lambda_2 + \frac{\eta_0}{a_2} \operatorname{sen} \lambda_2 \right) - \frac{w_2}{1 - e_1^2} \frac{\xi_0}{a_2} \cos \varphi_2$$

Estas fórmulas que son semejantes a las directas, no obstante presentan sobre aquéllas la ventaja de que el ángulo ω no aparece como argumento en las funciones seno y coseno, por lo que resulta más fácil su cálculo que se reduce a resolver ecuaciones lineales.

IV. APLICACIÓN A LA RED FUNDAMENTAL ESPAÑOLA

Obtenidas las fórmulas que resuelven el problema del paso de las coordenadas de un sistema de referencia al otro cuando se conocen los parámetros, vamos a resolver la cuestión inversa: dadas las coordenadas en ambos sistemas hallar los parámetros de la transformación.

Esto nos permitirá efectuar el cambio de coordenadas para puntos que no pertenezcan a la red fundamental, ya sean observados en el terreno o puntos teóricos como las esquinas de las hojas del Mapa Topográfico Nacional.

Los datos de que disponemos son las latitudes y longitudes de los 275 vértices de la red fundamental en ambos sistemas; dan lugar a

un sistema de 550 ecuaciones con cuatro incógnitas para resolver por el método de mínimos cuadrados.

En la práctica no es absolutamente indispensable este enorme esfuerzo de cálculo, pues siendo el número de ecuaciones de condición muy superior al de incógnitas, bastará elegir convenientemente un cierto número de puntos que sean suficientemente representativos del conjunto de vértices de la red y calcular los parámetros a partir de estos datos. Sustituyendo después todos los valores tendremos una comprobación de haber acertado en la elección de los puntos.

En el presente trabajo hemos procedido por aproximaciones sucesivas; en primer lugar se calcularon valores numéricos provisionales de los parámetros ξ , η y el ángulo ω , dando valores particulares en longitudes para los vértices Matadeón, San Millán, Monsech, Diego Gómez, Casar, Desierto, Nagacela, Madroño, Gibaldín y Conjuros. La razón de haber elegido estos puntos es que todos ellos pertenecen a dos cadenas, una de meridiano y otra de paralelo, lo que supone doble probabilidad de ser más representativos que si hubiesen sido elegidos al azar.

$$\omega = -5'',5567 \quad \xi = -0'',5488 \quad \eta = 4'',2605$$

Las dos últimas incógnitas están expresadas en valores angulares; para obtener sus valores lineales hay que multiplicar por el semieje ecuatorial terrestre, resultando

$$\xi = -16,971 \text{ m.} \quad \eta = 131,749 \text{ m.}$$

Para comprobar estas cifras se ha resuelto un segundo sistema de ecuaciones, dando valores particulares en las longitudes correspondientes a los vértices Casas Viejas, Quintanilla, Aumenara, Calvitero, Javalón, Peñas Gordas, Oliva, Aitana, Aljibe y Roldán, que por la misma razón que en el primer sistema se eligieron también entre los pertenecientes a dos cadenas.

Las soluciones para este segundo sistema son

$$\omega = -6'',0700 \quad \xi = -0'',3555 \quad \eta = 4'',6381$$

o en valores lineales

$$\xi = -10,993 \text{ m.} \quad \eta = 143,425 \text{ m.}$$

Las soluciones de los dos grupos de vértices son muy semejantes, lo que comprueba que la elección fue acertada, teniendo en cuenta que en ambos casos se trata de valores provisionales.

Conocido el valor previo del ángulo ω , se pasa al cálculo definitivo de los parámetros de la transformación; para ello se han utilizado los vértices Casas Viejas, Quintanilla, Aumenara, Calvitero, Javalón, Peñas Gordas, Oliva, Aitana, Aljiba, Roldán, Diego Gómez, Casar, Desierto, Madroño y Conjuros; estos 15 vértices se han elegido entre los dos

grupos del cálculo provisional, desechando los 5 vértices Matadeón, San Millán, Monsech, Magacela y Gibalbin porque daban valores muy próximos a otros del grupo y sin introducir nuevos datos aumentaban el volumen de los cálculos.

La marcha del planteo y de la resolución del sistema de ecuaciones fue análoga a la del cálculo provisional.

La formación de las ecuaciones normales y la resolución del sistema de ecuaciones normales por el algoritmo de Gauss nos dan las soluciones

$$\omega = -5'',8187 \quad \xi = -2'',3537 \quad \eta = 4'',4017 \quad \zeta = 10'',9124$$

Los mismos valores expresados en metros, para los tres últimos parámetros son

$$\xi = -72,784 \text{ m.} \quad \eta = 136,115 \text{ m.} \quad \zeta = 337,447 \text{ m.}$$

El resultado de estos cálculos se encuentra en las tablas finales. Su distribución es la siguiente: la primera columna contiene los nombres de los vértices de la red fundamental, ordenados por latitudes crecientes; en las columnas segunda y tercera están escritas sus latitudes geodésicas, referidas al sistema de Madrid y elipsoide de Struve. Las últimas columnas encabezadas con longitud y latitud van ambas dispuestas del mismo modo: SE — SM expresa las diferencias de las coordenadas en los sistemas europeo y de Madrid por este orden; a continuación bajo el título «Fórmula», las diferencias que resultan para los mismos sistemas calculadas por las fórmulas de paso del presente trabajo y al final los residuos que se obtienen como diferencia entre las columnas anteriores, que en definitiva son los que dan idea de la bondad del ajuste efectuado.

Para ver mejor la distribución geográfica de los residuos se han representado éstos en un mapa esquemático en forma de vectores cuyas componentes son los residuos en latitud y longitud, estos últimos multiplicados por $\cos \varphi$, a una escala aproximada de 1 mm por 0"1.

Tanto en los cuadros numéricos como en el mapa, se aprecia que los residuos son del orden de 0"2 en valor absoluto; esta cifra media se ha obtenido por un muestreo del 10 por ciento de los vértices. Las diferencias SE — SM alcanzan valores del orden de 4" en latitud y en longitud, respecto a Madrid, son valores del mismo orden de magnitud que los obtenidos por la fórmula, pero con origen en Greenwich, alcanzan unos 5"; vemos que por medio de la fórmula se han conseguido reducir los residuos a un 5 por ciento de los obtenidos directamente por diferencia SE — SM.

La distribución de los residuos en el mapa parece mostrar alguna ley sistemática que no es fácil de traducir a expresión matemática. Como los residuos son apreciables aún y no es posible mejorar la fór-

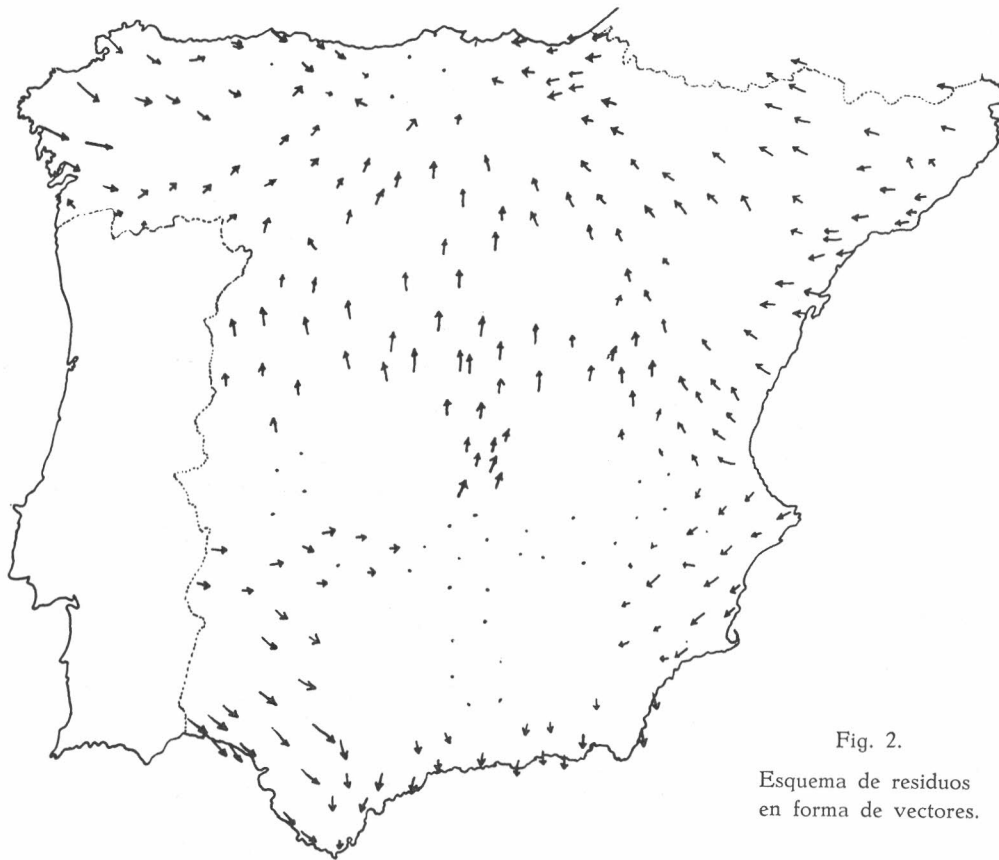


Fig. 2.
Esquema de residuos
en forma de vectores.

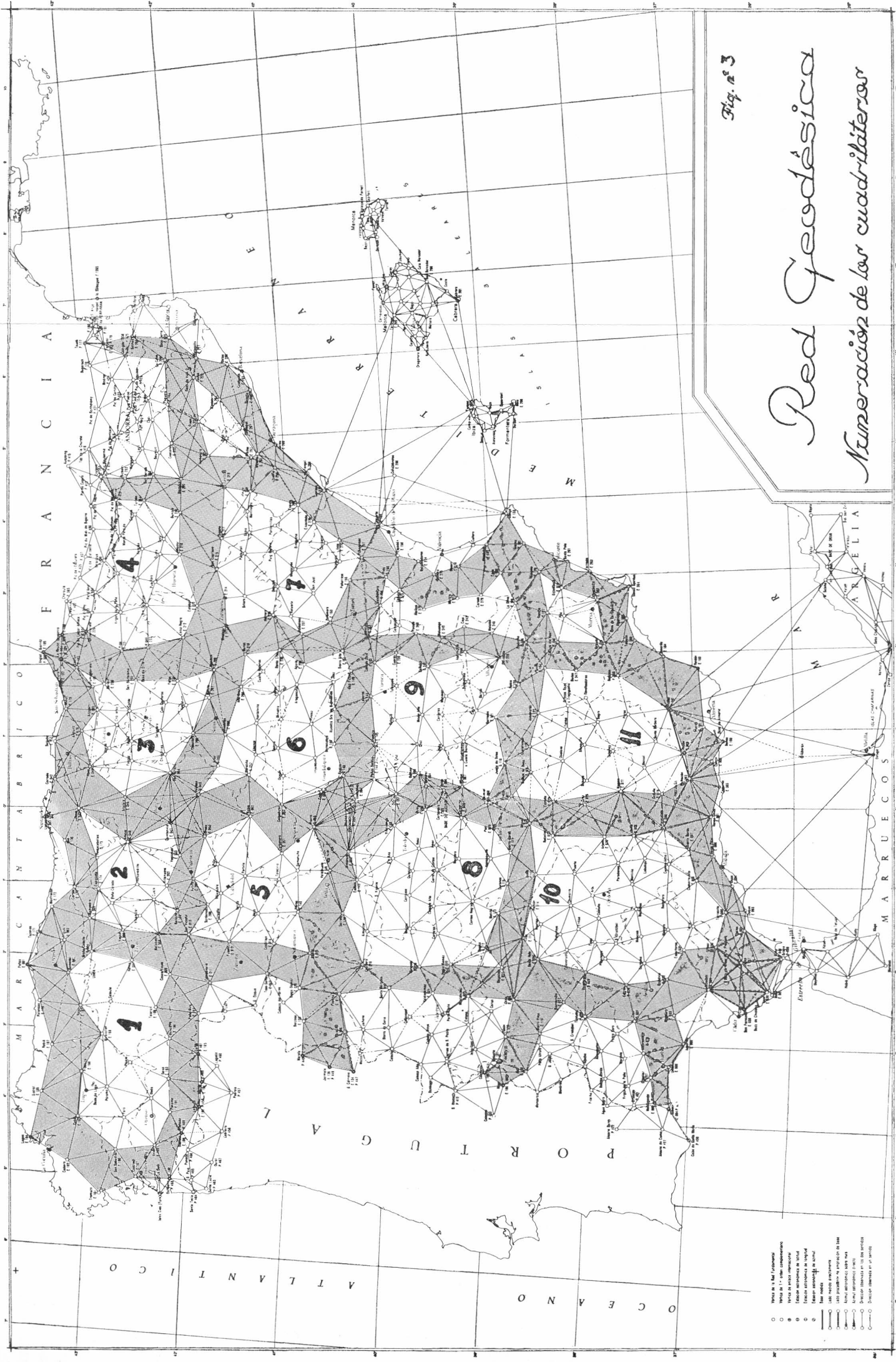


Fig. nº 3

Red Geodésica

Numeración de los cuadrilateros

- Estación de 1^{er} orden
- Estación de 2^o orden
- Estación de 3^{er} orden
- Estación de 4^o orden
- Estación de 5^o orden
- Estación de 6^o orden
- Estación de 7^o orden
- Estación de 8^o orden
- Estación de 9^o orden
- Estación de 10^o orden
- Estación de 11^o orden
- Estación de 12^o orden
- Estación de 13^o orden
- Estación de 14^o orden
- Estación de 15^o orden
- Estación de 16^o orden
- Estación de 17^o orden
- Estación de 18^o orden
- Estación de 19^o orden
- Estación de 20^o orden
- Estación de 21^o orden
- Estación de 22^o orden
- Estación de 23^o orden
- Estación de 24^o orden
- Estación de 25^o orden
- Estación de 26^o orden
- Estación de 27^o orden
- Estación de 28^o orden
- Estación de 29^o orden
- Estación de 30^o orden
- Estación de 31^o orden
- Estación de 32^o orden
- Estación de 33^o orden
- Estación de 34^o orden
- Estación de 35^o orden
- Estación de 36^o orden
- Estación de 37^o orden
- Estación de 38^o orden
- Estación de 39^o orden
- Estación de 40^o orden
- Estación de 41^o orden
- Estación de 42^o orden
- Estación de 43^o orden
- Estación de 44^o orden
- Estación de 45^o orden
- Estación de 46^o orden
- Estación de 47^o orden
- Estación de 48^o orden
- Estación de 49^o orden
- Estación de 50^o orden

Escala grafica
Kilómetros

mula para toda la extensión de la red española, hemos buscado unas correcciones empíricas locales, aplicables a zonas reducidas y dentro de sus límites se puede mejorar el ajuste.

El modo de introducir estas correcciones ha sido el siguiente: elegir como zonas para aplicar esta corrección, los once cuadriláteros de mayor extensión de la red (los ocho restantes son de pequeña extensión o fronterizos y no hay datos suficientes para determinar con precisión los coeficientes), y para cada uno de ellos introducir los términos complementarios

$$C_{\varphi} = a_1\varphi + b_1\lambda + c_1$$

$$C_{\lambda} = a_2\varphi + b_2\lambda + c_2$$

Así resultan:

$$\varphi_E = \varphi_M + F_{\varphi} + C_{\varphi}$$

$$\lambda_E = \lambda_M + F_{\lambda} + C_{\lambda}$$

donde F_{φ} F_{λ} son los valores obtenidos por la fórmula matemática y C_{φ} C_{λ} los de la corrección empírica.

Para calcular los valores numéricos de los parámetros a_1 , b_1 , c_1 , a_2 , b_2 , c_2 se dieron valores particulares correspondientes a seis vértices de cada cuadrilátero, con los cuales se forman sistemas de seis ecuaciones para determinar tres incógnitas, que se resuelven por el método de los mínimos cuadrados.

En el cuadro correspondiente se indica el cuadrilátero por una cifra clave y a continuación los valores numéricos de los parámetros correspondientes al cuadrilátero, en cuya zona está el punto que queremos cambiar de elipsoide.

Al fin del Resumen se ponen los nombres de los cuadriláteros que corresponden a la cifra clave y a continuación de los mismos los valores promedios que corresponden a los residuos de los vértices que sirvieron para calcular los parámetros y las desviaciones típicas respectivas.

Estas desviaciones son pequeñas y comprueban que se puede asegurar para la mayoría de los vértices la exactitud de la cifra de las centésimas de segundo en las fórmulas de paso completadas con las correcciones empíricas.

V. RESUMEN

En el presente trabajo se estudian las variaciones de las coordenadas geodésicas latitud y longitud debidas al cambio de elipsoide

de referencia, tanto en sus dimensiones y forma como en la posición de los ejes de dichas superficies.

Las dimensiones y forma del elipsoide de revolución se definen por el semieje ecuatorial y el aplanamiento de la elipse meridiana; estas magnitudes se fijan convencionalmente, pero sus valores no deben diferir mucho de los reales; por el contrario, la orientación del meridiano origen es desconocida *a priori* y es preciso determinarla relativamente, de un sistema de referencia respecto al otro.

La transformación para pasar de un elipsoide a otro se resolvió en el espacio euclideo tridimensional, mediante una traslación paralela y un giro alrededor del eje Z y luego pasando al nuevo elipsoide por medio de una proyección normal a su superficie. Desarrollando en serie y tomando solamente los términos principales, se llegó a las fórmulas:

$$\lambda_1 = \lambda_2 + \omega + \frac{\eta}{a_2} \cos(\lambda_2 + \omega) - \frac{\xi}{a_2} \sin(\lambda_2 + \omega)$$

$$\varphi_1 = \varphi_2 + \frac{e_1^2 - e_2^2}{1 - e_1^2} \sin \varphi_2 \cos \varphi_2 + \frac{w_2}{1 - e_1^2} \frac{\zeta}{a_2} \cos \varphi_2 -$$

$$- \frac{1 - e_2^2}{1 - e_1^2} \sin \varphi_2 \left[-\frac{\xi}{a_2} \cos(\lambda_2 + \omega) + \frac{\eta}{a_2} \sin(\lambda_2 + \omega) \right] w_2$$

En estas fórmulas aparecen los parámetros ξ , η , ζ , ω , que definen la traslación y el giro antes citados, cuyos valores más probables se obtienen por el método de mínimos cuadrados utilizando las coordenadas en ambos sistemas de una serie de vértices.

Una aplicación de indudable interés práctico es el paso de las coordenadas en el sistema de Madrid a las del sistema europeo para los vértices de las distintas redes geodésicas que no entraron en la compensación RE 1950.

Los valores particulares de las coordenadas que se utilizaron para este cálculo fueron: para el sistema de Madrid, los de la publicación «Red geodésica de primer orden de España, valores aproximados», del Instituto Geográfico y Estadístico 1918; y para los del sistema europeo, los correspondientes valores de la compensación RE 1950, publicados con esta misma fecha.

Obtenidos los parámetros, se aplican las fórmulas para todos los vértices de la Red Fundamental Española, obteniéndose los residuos para todos ellos que se tabularon según las latitudes crecientes, como figuran en el cuadro.

Los residuos han disminuido mucho, según se observa en el cuadro numérico y en la representación gráfica de la figura núm. 2; los

valores que eran del orden de 4" se han reducido a 0"02 por término medio. Estos nuevos residuos no quedan distribuidos al azar, como se comprueba en el cuadro y más cómodamente en la figura núm. 2; esto nos dice que hay otras causas además del cambio de elipsoide de referencia, ya efectuado, que hacen variar las coordenadas, aunque en mucho menor grado; estas causas pueden ser objeto de un estudio ulterior, pues su complejidad alargaría excesivamente este trabajo.

Para poder efectuar el paso de coordenadas del sistema de Madrid al europeo con mayor precisión, se han introducido términos complementarios de corrección de tipo empírico con parámetros, cuyos valores serán distintos, según el cuadrilátero en que se encuentren los puntos cuyas coordenadas se desean transformar.

Las fórmulas adoptadas para el cálculo de los términos complementarios son:

$$C_{\varphi} = a_1\varphi + b_1\lambda + c_1$$

$$C_{\lambda} = a_2\varphi + b_2\lambda + c_2$$

Para calcular los valores numéricos de los parámetros se dieron valores particulares correspondientes a seis vértices de cada cuadrilátero y se resolvieron los correspondientes sistemas por el método de mínimos cuadrados.

Así, la fórmula completa de transformación de coordenadas para pasar del sistema de Madrid al europeo es:

$$\varphi_E = \varphi_M + F_{\varphi} + C_{\varphi}$$

$$\lambda_E = \lambda_M + F_{\lambda} + C_{\lambda}$$

donde F_{φ} , F_{λ} son los valores de las fórmulas matemáticas y C_{φ} , C_{λ} los de las correcciones empíricas.

NUMERACION DE LOS CUADRILATEROS

- 1 LUGO
- 2 CARRIÓN DE LOS CONDES
- 3 VITORIA
- 4 HUESCA
- 5 VALLADOLID
- 6 GUADALAJARA
- 7 CASPE
- 8 TOLEDO
- 9 ALBACETE
- 10 CÓRDOBA
- 11 ÜBEDA

PROMEDIOS Y DESVIACIONES

Núm.	Latitud		Longitud	
	m	o	m	o
1	— 0,002	0,0605	0,000	0,0805
2	— 0,002	0,0293	0,000	0,0126
3	0,000	0,0168	0,000	0,0228
4	0,000	0,0228	0,000	0,0126
5	0,000	0,0237	+ 0,002	0,0445
6	0,000	0,0261	0,000	0,0237
7	0,000	0,0473	— 0,002	0,0387
8	0,000	0,0237	+ 0,002	0,0488
9	+ 0,002	0,0195	+ 0,002	0,0174
10	+ 0,002	0,0257	0,000	0,0245
11	0,000	0,0261	— 0,002	0,0155

Vértices	Latitud		Longitud		Latitud			Longitud		
	°	' "	°	' "	SE-SM	Fórmula	$\Delta\varphi$	SE-SM	Fórmula	$\Delta\lambda$
Luna	36	06 54,19	W	1 51 25,66	4,93	5,16	—0,23	—0,42	—0,43	0,01
Vejer		15 10,23	W	2 17 01,21	4,92	5,16	—0,24	—0,21	—0,44	0,23
San Fernando		27 54,65	W	2 31 03,45	4,89	5,15	—0,26	—0,17	—0,44	0,27
Reales		29 03,33	W	1 31 14,23	4,93	5,10	—0,17	—0,41	—0,38	—0,03
Duque		29 10,78	W	1 16 06,18	4,90	5,09	—0,19	—0,41	—0,37	—0,04
Aljibe		30 36,70	W	1 55 12,88	4,92	5,11	—0,19	—0,40	—0,40	0,00
Mijas		36 47,71	W	0 58 17,97	4,87	5,06	—0,19	—0,37	—0,35	—0,02
Torrecilla		40 33,01	W	1 18 30,72	4,89	5,06	—0,17	—0,39	—0,36	—0,03
Baños		42 06,86	E	0 50 48,62	4,73	4,96	—0,23	—0,27	—0,25	—0,02
Conjuros		44 35,47	E	0 16 14,19	4,80	4,98	—0,18	—0,29	—0,27	—0,02
Pinar		45 56,20	W	1 44 05,00	4,90	5,07	—0,17	—0,37	—0,38	0,01
Santopítar		48 11,37	W	0 36 18,25	4,87	5,01	—0,14	—0,32	—0,31	—0,01
Cerrón		49 40,30	E	0 34 38,22	4,77	4,96	—0,19	—0,28	—0,25	—0,03
Gibalbín		49 54,43	W	2 16 06,06	4,84	6,09	—0,25	—0,16	—0,40	0,24
Navachica		50 30,41	W	0 07 39,31	4,82	4,99	—0,17	—0,29	—0,29	0,00
Piorno		54 37,62	E	1 01 42,86	4,71	4,92	—0,21	—0,24	—0,22	—0,02
Roldán		56 41,92	E	1 46 34,91	4,64	4,88	—0,24	—0,17	—0,18	0,01
Camorro Alto		58 16,23	W	0 53 57,61	4,87	5,01	—0,14	—0,31	—0,32	0,01
Sierra Gorda	37	03 05,80	W	0 31 04,39	4,85	4,98	—0,13	—0,27	—0,29	0,02
Mulhacén		03 11,90	E	0 22 33,82	4,78	4,94	—0,16	—0,27	—0,24	—0,03
Asperillo		03 38,32	W	2 58 15,99	4,82	5,09	—0,27	—0,18	—0,42	0,04
Esparteros		05 18,94	W	1 47 32,38	4,78	5,03	—0,25	—0,20	—0,36	0,15
Chullo		05 41,79	E	0 41 15,18	4,75	4,92	—0,17	—0,25	—0,23	—0,02
Regatero		10 00,63	W	2 36 36,59	4,83	5,06	—0,23	—0,14	—0,40	0,26
Umbria		10 39,61	W	3 16 10,65	4,80	5,09	—0,29	—0,18	—0,43	0,25
Catalán		12 58,85	W	3 30 35,95	4,81	5,09	—0,28	—0,18	—0,44	0,26
Bujadillas		14 48,12	W	2 09 55,04	4,82	5,03	—0,21	—0,13	—0,37	0,24
Tetica		15 09,11	E	1 16 28,56	4,66	4,87	—0,21	—0,20	—0,19	—0,01
Tenerife		17 13,72	E	1 56 15,93	4,59	4,83	—0,24	—0,14	—0,15	0,01
Parapanda		18 16,59	W	0 14 26,26	4,86	4,93	—0,07	—0,24	—0,26	0,02

Vértices	Latitud			Longitud			Latitud			Longitud		
	°	'	"	°	'	"	SE-SM	Fórmula	$\Delta\varphi$	SE-SM	Fórmula	$\Delta\lambda$
Orduña	37	19	35,06	E	0	10 22,12	4,83	4,91	-0,08	-0,22	-0,24	0,02
Monte Gordo	19	53,91		W	3	43 13,82	4,81	5,09	-0,28	-0,19	-0,45	0,26
Cebollar	22	30,72		W	3	24 18,04	4,80	5,07	-0,27	-0,17	-0,43	0,26
Alcornocosa	27	40,81		W	3	06 47,06	4,80	5,04	-0,24	-0,16	-0,40	0,24
Cejo	32	48,54		W	2	42 11,07	4,83	5,01	-0,18	-0,13	-0,37	0,24
Talayón	33	45,34		E	2	09 10,52	4,72	4,78	-0,06	-0,27	-0,12	-0,15
Ahillo	36	00,10		W	0	20 43,79	4,85	4,90	-0,05	-0,22	-0,24	0,02
Sancti-Spiritus	36	36,19		E	2	49 51,91	4,56	4,74	-0,18	-0,36	-0,08	-0,28
Algarrobo	38	41,45		E	2	24 56,60	4,60	4,76	-0,16	-0,35	-0,10	-0,25
Cebrón	39	32,48		W	2	14 13,20	4,82	4,98	-0,16	-0,11	-0,34	0,23
Mágina	43	33,29		E	0	13 24,54	4,80	4,85	-0,05	-0,19	-0,20	0,01
Gigante	44	23,97		E	1	42 16,39	4,73	4,78	-0,05	-0,24	-0,13	-0,11
España	51	47,48		E	2	06 43,62	4,69	4,75	-0,06	-0,23	-0,10	-0,13
Columbares	55	30,10		E	2	39 54,90	4,57	4,71	-0,14	-0,32	-0,07	-0,25
Arjona	56	06,86		W	0	22 00,65	4,82	4,85	-0,03	-0,17	-0,22	0,05
Torrejón	38	00 03,75		E	3	02 10,22	4,53	4,68	-0,15	-0,31	-0,04	-0,27
Tentudia	03	15,08		W	2	39 02,81	4,78	4,94	-0,16	-0,10	-0,33	0,23
Hamapega	03	19,41		W	2	05 15,78	4,82	4,92	-0,10	-0,10	-0,30	0,20
Cruz	04	38,12		E	0	03 31,43	4,78	4,81	-0,03	-0,15	-0,19	0,04
Buitre	09	11,82		E	1	46 45,07	4,70	4,72	-0,02	-0,19	-0,09	-0,10
Santa Pola	12	30,63		E	3	10 13,81	4,50	4,65	-0,15	-0,28	-0,02	-0,26
Bienvenida	16	26,46		W	2	28 24,89	4,83	4,91	-0,08	-0,09	-0,31	0,22
Crevillente	16	40,34		E	2	49 44,33	4,54	4,66	-0,12	-0,27	-0,03	-0,24
Cabeza del Asno	19	38,75		E	2	08 46,90	4,64	4,68	-0,04	-0,19	-0,06	-0,13
Estrella	23	48,30		E	0	05 01,11	4,77	4,77	0,00	-0,12	-0,16	0,04
Rebollera	24	01,76		W	0	20 47,55	4,80	4,79	0,01	-0,12	-0,18	0,06
Carche	25	39,49		E	2	31 24,90	4,59	4,65	-0,06	-0,22	-0,03	-0,19
Porrón	28	16,68		E	1	48 44,35	4,65	4,68	-0,03	-0,15	-0,07	-0,08
Sierra Vieja	29	44,75		W	2	52 16,23	4,82	4,90	-0,08	-0,05	-0,31	0,26
Maigmo	30	06,61		E	3	03 22,63	4,53	4,61	-0,08	-0,23	0,00	-0,23
Santa Inés	31	36,17		W	1	55 55,03	4,82	4,85	-0,03	-0,07	-0,26	0,19
Almenaras	32	44,46		E	1	14 19,31	4,68	4,70	-0,02	-0,12	-0,09	-0,03
Judío	34	37,05		W	0	50 31,18	4,84	4,79	0,05	-0,11	-0,19	0,08
Castellanos	36	41,04		E	0	48 46,51	4,74	4,71	0,03	-0,09	-0,10	0,01
Horcón	37	11,83		W	1	14 54,23	4,84	4,81	0,03	-0,10	-0,21	0,11
Alor	37	17,86		W	3	22 50,82	4,83	4,91	-0,08	-0,02	-0,33	0,31
Cabeza de Buey	37	46,67		E	0	29 03,44	4,77	4,72	0,05	-0,09	-0,12	0,03
Madroño	38	30,82		E	2	09 02,27	4,60	4,64	-0,04	-0,17	-0,04	-0,13
Aitana	38	58,33		E	3	25 17,20	4,45	4,58	-0,13	-0,24	0,03	-0,27
Mojina	39	22,93		W	0	11 51,72	4,79	4,75	0,04	-0,10	-0,15	0,05
Tiro	41	23,62		W	1	39 29,82	4,83	4,82	0,01	-0,07	-0,23	0,16
Roble	43	38,62		E	1	36 22,09	4,63	4,66	-0,03	-0,12	-0,06	-0,07
La Oliva	44	16,20		E	2	39 25,98	4,53	4,60	-0,07	-0,20	0,00	-0,20
Oliva	45	56,84		W	2	27 39,17	4,80	4,85	-0,05	-0,04	-0,27	0,23
Mongó	48	11,58		E	3	49 00,93	4,37	4,54	-0,17	-0,25	0,06	-0,31
Prieto	49	30,83		E	0	10 14,50	4,76	4,71	0,05	-0,07	-0,12	0,05
Sierra Gorda	49	45,80		W	0	33 45,84	4,80	4,75	0,05	-0,09	-0,16	0,07
Duranos	50	57,53		W	0	57 29,79	4,80	4,76	0,04	-0,08	-0,18	0,10
Lobón	51	02,47		W	2	56 09,66	4,77	4,86	-0,09	-0,01	-0,29	0,28

Vértices	Latitud			Longitud			Latitud			Longitud		
	°	'	"	°	'	"	SE-SM	Fórmula	$\Delta\varphi$	SE-SM	Fórmula	$\Delta\lambda$
							"	"	"	"	"	"
Juego de Bolos	38	52	27,21	E 0	35	19,06	4,74	4,69	0,05	-0,06	-0,10	0,04
Egea		53	14,77	E 3	03	37,56	4,45	4,56	-0,11	-0,19	0,03	-0,22
Magacela		53	44,35	W 2	03	01,99	4,79	4,81	-0,02	-0,05	-0,24	0,19
Reducto		53	55,39	W 3	17	40,77	4,78	4,87	-0,09	0,00	-0,31	0,31
Chinchilla		55	08,33	E 1	57	32,36	4,63	4,61	0,02	-0,01	-0,02	0,01
Motilla		56	52,58	W 1	20	58,05	4,78	4,77	0,01	-0,06	-0,19	0,13
Barrereros		57	31,62	E 1	11	31,47	4,65	4,65	0,00	-0,08	-0,06	-0,02
Molatón		59	27,26	E 2	16	53,03	4,63	4,59	0,04	0,02	0,00	0,02
Palo		59	40,92	W 0	17	16,61	4,78	4,71	0,07	-0,08	-0,13	0,05
Mondúber	39	00	32,61	E 3	25	15,55	4,37	4,53	-0,16	-0,21	0,06	-0,27
Repica		02	32,72	W 1	46	23,65	4,76	4,78	-0,02	-0,03	-0,21	0,18
Daimiel		04	18,75	E 0	04	16,19	4,76	4,69	0,07	-0,06	-0,11	0,05
Caroch		05	22,22	E 2	46	21,90	4,68	4,55	0,13	-0,14	0,03	-0,17
Montánchez		12	52,70	W 2	26	09,02	4,74	4,79	-0,05	-0,28	-0,23	-0,05
Asomadilla		14	20,66	E 2	02	48,83	4,64	4,57	0,07	0,02	0,01	0,01
Ceja		15	49,28	E 2	21	44,86	4,63	4,55	0,08	0,03	0,03	0,00
Besori		18	10,33	E 3	09	29,38	4,64	4,50	0,14	-0,10	0,07	-0,17
Navajo		18	49,03	E 0	17	01,77	4,75	4,64	0,11	-0,03	-0,08	0,05
Calderina		19	14,96	W 0	07	06,37	4,77	4,66	0,11	-0,05	-0,10	0,05
Martés		19	28,51	E 2	44	29,08	4,67	4,52	0,15	-0,10	-0,05	0,05
Pedro Gómez		23	36,36	W 2	01	49,83	4,74	4,75	-0,01	-0,21	-0,20	-0,01
Moluengo		29	17,39	E 2	14	33,20	4,64	4,53	0,11	0,05	0,04	0,01
Bolos		29	22,61	E 0	14	32,14	4,77	4,62	0,15	-0,01	-0,06	0,05
Rodana		32	34,21	E 3	03	40,12	4,64	4,48	0,16	-0,07	0,09	-0,15
Carbonera		32	46,46	E 0	05	17,60	4,78	4,63	0,15	-0,02	-0,07	0,05
Valdegamas		34	35,76	W 2	23	44,09	4,76	4,74	0,02	-0,24	-0,20	-0,04
Callejas		37	32,26	E 1	51	49,69	4,66	4,53	0,13	0,03	0,03	0,00
Romeral		39	44,62	E 0	17	06,93	4,77	4,60	0,17	0,00	-0,05	0,05
Atalaya		40	04,34	E 2	36	41,38	4,65	4,48	0,17	-0,03	0,07	-0,10
Buey		40	53,75	W 0	00	51,00	4,78	4,61	0,17	-0,02	-0,06	0,04
Rebalsadores		41	54,02	E 3	14	15,84	4,61	4,45	0,16	-0,06	0,10	-0,16
Miravete		42	48,22	W 2	03	30,52	4,77	4,71	0,06	-0,20	-0,17	-0,03
Gollino		44	46,88	E 0	28	12,71	4,76	4,58	0,18	0,02	-0,03	0,05
Pelado		44	56,63	E 2	18	33,91	4,63	4,49	0,14	0,07	0,06	0,01
Salada		53	35,36	E 2	52	48,57	4,62	4,44	0,18	-0,02	0,10	-0,12
Espadán		54	21,13	E 3	18	22,60	4,60	4,42	0,18	-0,04	0,12	-0,16
Cuerda		57	00,53	E 2	03	28,85	4,66	4,48	0,18	0,07	0,07	0,00
Ocaña		57	36,56	E 0	11	16,79	4,78	4,57	0,21	0,01	-0,03	0,04
Villaluenga	40	00	22,17	W 0	12	36,63	4,81	4,58	0,23	-0,02	-0,05	0,03
Santa Bárbara		00	50,20	W 2	22	50,34	4,81	4,69	0,12	-0,22	-0,17	-0,05
Pina		01	42,77	E 3	03	32,55	4,60	4,42	0,18	-0,01	0,12	-0,13
Desierto		05	07,38	E 3	43	06,36	4,54	4,38	0,16	-0,07	0,16	-0,23
Javalambre		05	48,79	E 2	39	45,96	4,62	4,43	0,19	0,03	0,11	-0,08
Collado Bajo		10	05,18	E 1	55	37,02	4,67	4,46	0,21	0,08	0,08	0,00
Altomira		10	56,42	E 0	51	44,95	4,78	4,51	0,27	0,07	0,03	0,04
Peñas Gordas		11	25,47	E 0	23	22,55	4,78	4,53	0,25	0,05	0,00	0,05
Losares		13	00,48	E 1	28	54,74	4,70	4,47	0,23	0,07	0,06	0,01
Peñagolosa		13	21,56	E 3	20	15,87	4,56	4,38	0,18	-0,02	0,15	-0,17
Javalón		13	46,51	E 2	16	08,44	4,64	4,43	0,21	0,09	0,10	-0,01

Vértices	Latitud			Longitud			Latitud			Longitud			
	°	'	"	°	'	"	SE-SM	Fórmula	$\Delta\varphi$	SE-SM	Fórmula	$\Delta\lambda$	
							"	"	"	"	"	"	
Calvitero	40	17	31,30	W	2	03	11,31	4,84	4,64	0,20	-0,17	-0,12	-0,05
Escusa		21	52,35	W	0	56	11,77	4,86	4,57	0,29	-0,06	-0,06	0,00
Almodóvar		23	09,84	E	0	05	21,93	4,80	4,52	0,28	0,04	0,00	0,04
Peñarroya		23	23,98	E	3	01	20,54	4,55	4,37	0,18	0,02	0,15	-0,13
San Felipe		24	03,16	E	1	49	41,43	4,65	4,43	0,22	0,10	0,09	0,01
Madrid		24	29,70		0	00	00,00	4,84	4,52	0,32	0,00	0,00	0,00
Almenara		26	55,55	W	0	34	06,07	4,80	4,55	0,31	-0,03	-0,03	0,00
Guinaldo		27	08,53	W	2	59	00,75	4,86	4,66	0,20	-0,23	-0,16	-0,07
Ares		28	05,95	E	3	33	32,77	4,45	4,34	0,11	-0,02	0,19	-0,21
Sierra Alta		29	00,28	E	2	05	52,99	4,61	4,41	0,20	0,10	0,12	-0,02
Serrota		29	56,77	W	1	23	27,69	4,86	4,58	0,28	-0,08	-0,07	-0,01
Santos		30	04,72	E	0	25	40,50	4,78	4,49	0,29	0,06	0,03	0,03
Peña de Francia		30	43,91	W	2	28	51,68	4,85	4,63	0,22	-0,17	-0,13	-0,04
N. S. Bienvenida		34	57,96	E	1	20	13,69	4,67	4,57	0,10	0,08	0,09	-0,01
Berninches		35	29,23	E	0	52	14,87	4,72	4,46	0,26	0,09	0,06	0,03
Palomera		35	53,19	E	2	29	01,85	4,55	4,37	0,18	0,08	0,15	-0,07
Montsiá		36	48,74	E	4	13	04,09	4,33	4,28	0,05	-0,10	0,23	-0,33
Valdihuelo		38	06,71	W	0	49	17,02	4,83	4,54	0,29	-0,02	-0,03	0,01
Casar		41	42,13	E	0	14	59,28	4,77	4,48	0,29	0,07	0,04	0,03
Encanadé		43	23,03	E	3	48	51,83	4,35	4,29	0,06	-0,05	0,22	-0,27
Fangal		45	53,38	E	4	28	48,22	4,30	4,25	0,05	-0,09	0,26	-0,35
Hierro		47	57,40	W	0	14	43,35	4,79	4,49	0,30	0,04	0,02	0,02
Corral		49	00,23	W	1	55	37,00	4,82	4,57	0,25	-0,08	-0,07	-0,01
Berzosa		52	02,01	W	2	49	35,44	4,84	4,61	0,23	-0,12	-0,12	0,00
Aguila		52	13,57	E	1	55	04,12	4,49	4,37	0,12	0,17	0,14	0,03
Espina		52	45,50	E	4	02	54,26	4,30	4,26	0,04	-0,05	0,25	-0,30
Valdelloso		53	36,17	E	2	19	43,56	4,47	4,35	0,12	0,12	0,16	-0,04
Diego Gómez		55	36,98	W	2	22	57,67	4,80	4,58	0,22	-0,10	-0,09	-0,01
Flores		56	26,54	W	1	23	11,90	4,79	4,53	0,26	-0,03	-0,03	0,00
Salou	41	03	34,20	E	4	51	27,10	4,22	4,19	0,03	-0,07	0,30	-0,37
Llavería		05	32,39	E	4	33	01,36	4,23	4,21	0,02	-0,08	0,29	-0,37
Santa Cruz		06	49,98	E	2	07	18,91	4,43	4,33	0,10	0,17	0,17	0,00
Carbonero		06	56,85	W	0	35	09,52	4,74	4,47	0,27	0,06	0,03	0,03
Colgadizos		07	17,55	E	0	02	49,39	4,71	4,43	0,28	0,08	0,06	0,02
Herrera		10	05,91	E	2	34	54,25	4,38	4,30	0,08	0,11	0,20	-0,09
Castillejo		10	38,84	W	1	47	54,19	4,71	4,52	0,19	-0,06	-0,03	-0,03
Teso Santo		14	18,23	W	2	12	32,84	4,72	4,53	0,19	-0,05	-0,05	0,00
Musara		15	28,62	E	4	44	35,80	4,21	4,17	0,04	-0,05	0,31	-0,36
Morella		17	47,39	E	5	36	10,46	4,12	4,12	0,00	0,10	0,36	-0,26
Prades		19	33,43	E	4	41	29,81	4,22	4,17	0,05	0,15	0,32	-0,17
Pinjat		21	04,70	E	4	14	47,21	4,24	4,19	0,05	0,12	0,30	-0,18
Montjuich		21	48,71	E	5	51	13,44	4,12	4,10	0,02	0,12	0,37	-0,25
Montagut		24	24,63	E	5	06	34,93	4,14	4,14	0,00	0,08	0,34	-0,26
Rubio		25	58,12	W	0	06	20,91	4,69	4,40	0,29	0,10	0,08	0,02
Morés		27	39,62	E	2	04	30,61	4,44	4,29	0,15	0,12	0,20	-0,08
Moratilla		27	43,68	E	0	27	07,60	4,64	4,37	0,27	0,10	0,12	-0,02
Matas		30	16,73	E	5	57	14,52	4,12	4,08	0,04	0,13	0,39	-0,26
Alto-Cruz		30	29,11	E	1	38	04,51	4,47	4,31	0,16	0,13	0,18	-0,05
Montserrat		36	19,19	E	5	29	56,06	4,14	4,09	0,05	0,11	0,38	-0,27

Vértices	Latitud			Longitud			Latitud			Longitud			
	°	'	"	°	'	"	SE-SM	Fórmula	$\Delta\varphi$	SE-SM	Fórmula	$\Delta\lambda$	
							"	"	"	"	"	"	
Lérida	41	37	02,51	E	4	18	50,65	4,26	4,15	0,11	0,13	0,33	—0,20
Fuentes		37	43,09	W	1	47	14,84	4,60	4,47	0,13	—0,04	0,01	—0,05
Montolar		38	28,78	E	2	27	28,48	4,40	4,25	0,15	0,12	0,24	—0,12
Zaragoza		39	24,17	E	2	48	29,54	4,37	4,23	0,14	0,12	0,26	—0,14
Sigena		39	49,55	E	3	38	00,24	4,31	4,18	0,13	0,13	0,30	—0,17
Hinodejo		40	42,01	E	0	59	53,35	4,47	4,32	0,15	0,11	0,17	—0,06
San Caprasio		43	09,65	E	3	13	14,38	4,34	4,20	0,14	0,13	0,28	—0,15
Aumenara		45	12,20	E	4	45	15,75	4,21	4,11	0,10	0,14	0,36	—0,22
Ardal		45	41,61	E	0	33	31,07	4,50	4,33	0,17	0,14	0,15	—0,01
Moncayo		47	13,47	E	1	50	52,16	4,42	4,26	0,16	0,12	0,22	—0,10
Matagalls		48	31,52	E	6	04	12,27	4,11	4,04	0,07	0,14	0,42	—0,28
Campanario		48	57,72	W	2	20	46,58	4,57	4,47	0,10	0,02	—0,01	0,03
Matute		49	42,08	E	1	29	02,82	4,43	4,28	0,15	0,14	0,21	—0,07
Pinós		50	00,71	E	5	12	58,95	4,17	4,08	0,09	0,14	0,39	—0,25
Sardanedo		50	40,31	W	1	17	51,56	4,58	4,42	0,16	0,16	0,05	0,11
Mairós		50	54,64	W	3	38	43,78	4,57	4,53	0,04	0,00	—0,09	0,09
Rodós		50	58,19	E	5	48	42,23	4,13	4,04	0,09	0,14	0,42	—0,28
Larouco		52	49,17	W	4	01	57,40	4,58	4,55	0,03	—0,02	—0,11	0,09
Greda		53	16,51	W	0	23	02,06	4,58	4,36	0,21	0,21	—0,11	0,10
Peña-Mira		55	21,23	W	2	46	41,85	4,57	4,48	0,09	0,09	—0,03	0,12
Esteban		56	02,25	E	2	44	08,60	4,33	4,20	0,13	0,11	0,28	—0,17
Valdosa		56	58,14	E	0	10	53,44	4,53	4,33	0,20	0,14	0,15	—0,01
Autilla		59	27,81	W	0	56	47,04	4,56	4,38	0,18	0,16	0,09	0,07
Cebollera		59	52,10	E	1	00	50,20	4,45	4,28	0,17	0,15	0,20	—0,05
San Vicente	42	01	25,61	W	1	42	07,22	4,48	4,42	0,06	0,00	0,05	—0,05
Gestosa		02	22,85	W	4	24	54,93	4,59	4,55	0,04	—0,06	—0,12	0,06
Monsech		02	23,24	E	4	27	14,32	4,20	4,09	0,11	0,14	0,37	—0,23
Buñero		03	42,92	E	4	00	05,84	4,24	4,12	0,12	0,10	0,35	—0,25
Loma Negra		04	19,28	E	2	19	23,24	4,32	4,20	0,12	0,12	0,27	—0,15
Roca Corva		04	20,84	E	6	22	24,62	4,07	3,99	0,08	0,14	0,46	—0,32
Anador		04	46,59	E	3	26	11,94	4,27	4,14	0,13	0,11	0,33	—0,22
Coscollet		06	50,73	E	4	57	17,85	4,15	4,06	0,09	0,13	0,40	—0,27
Se-Calm		07	30,43	E	6	04	31,06	4,09	4,00	0,09	0,14	0,46	—0,32
Paguera		07	43,63	E	5	28	26,60	4,10	4,03	0,07	0,14	0,43	—0,29
Galiñeiro		08	07,98	W	5	00	47,52	4,62	4,57	0,05	—0,24	—0,15	—0,09
Vegapajar		08	17,85	W	0	37	53,62	4,53	4,35	0,18	0,16	0,12	0,04
Yerga		08	36,45	E	1	42	54,86	4,33	4,23	0,10	0,16	0,25	—0,09
Navajos		08	51,88	W	1	23	00,46	4,55	4,39	0,16	0,20	0,08	0,12
Penamá		09	41,55	W	4	07	25,97	4,57	4,52	0,05	0,02	—0,09	0,11
Seixo		11	39,13	W	3	40	11,79	4,56	4,50	0,06	0,03	—0,06	0,09
Moncalvo		11	53,11	W	3	07	16,33	4,55	4,47	0,08	0,09	—0,02	0,11
Casas Viejas		12	57,80	W	2	14	51,67	4,55	4,42	0,13	0,19	0,03	0,16
Quintanilla		13	27,57	W	0	11	36,68	4,49	4,32	0,17	0,17	0,15	0,02
San Millán		13	54,43	E	0	28	52,48	4,46	4,28	0,18	0,16	0,19	—0,03
Villanueva		15	31,01	W	1	02	31,06	4,51	4,36	0,15	0,19	0,11	0,08
Avión		18	08,77	W	4	34	50,21	4,36	4,53	—0,17	0,36	—0,10	0,46
San Gervás		18	50,64	E	4	31	32,36	4,15	4,06	0,09	0,16	0,40	—0,24
Matadeón		19	53,45	W	1	41	42,32	4,51	4,38	0,13	0,21	0,08	0,13
Telero		20	44,96	W	2	42	22,04	4,53	4,43	0,10	0,15	0,02	0,13

Vértices	Latitud			Longitud			Latitud			Longitud		
	°	'	"	°	'	"	SE-SM	Fórmula	$\Delta\varphi$	SE-SM	Fórmula	$\Delta\lambda$
Turbón	42	25	00,70	E 4	11	33,96	4,16	4,06	0,10	0,15	0,40	—0,25
Salinas		25	31,32	E 6	26	21,15	4,01	3,94	0,07	0,14	0,50	—0,36
Vigas		25	44,30	E 2	11	39,81	4,24	4,17	0,07	0,13	0,29	—0,17
Castrove		28	48,19	W 5	00	43,66	4,30	4,53	—0,23	0,41	—0,11	0,52
San Bartolomé		33	47,78	E 1	45	03,93	4,20	4,18	0,02	0,18	0,30	—0,11
Velilla		35	20,19	W 2	04	13,24	4,47	4,37	0,10	0,21	0,08	0,13
Bizberri		35	28,75	E 4	29	45,29	4,13	4,03	0,10	0,16	0,43	—0,27
Amaya		39	41,95	W 0	27	25,16	4,36	4,28	0,08	0,24	0,18	0,06
Altotero		40	34,91	E 0	09	15,08	4,34	4,25	0,09	0,20	0,21	—0,01
Vegas		41	02,67	W 1	39	09,24	4,44	4,34	0,10	0,23	0,11	0,12
Higa		41	45,59	E 2	09	23,01	4,17	4,14	0,03	0,14	0,32	—0,18
San Sebastián		42	03,92	W 4	39	34,18	4,28	4,49	—0,21	0,37	—0,07	0,44
Maupás		42	04,78	E 4	13	58,71	4,12	4,03	0,09	0,16	0,43	—0,27
Crabère		49	32,59	E 4	32	45,18	4,10	3,99	0,11	0,16	0,45	—0,29
Tremuzo		49	34,79	W 5	15	54,63	4,24	4,50	—0,26	0,43	—0,10	0,53
Miravalles		52	48,81	W 3	05	23,86	4,32	4,39	—0,07	0,25	0,04	0,21
Beriain		53	17,75	E 1	42	26,45	4,11	4,14	—0,03	0,20	0,32	—0,12
Espiguete		56	40,33	W 1	06	31,05	4,22	4,28	—0,06	0,24	0,17	0,07
Aitzgorri		57	29,03	E 1	21	30,19	4,15	4,15	0,00	0,14	0,31	—0,17
Valdebollas		58	00,07	W 0	40	40,23	4,21	4,26	—0,05	0,21	0,19	0,02
Irumugarrieta	43	00	00,19	E 1	39	42,10	4,12	4,13	—0,01	0,13	0,33	—0,20
Braña-Caballo		00	13,31	W 1	57	20,85	4,39	4,32	0,07	0,25	0,12	0,13
Orzanzurieta		01	18,86	E 2	24	41,58	4,06	4,09	—0,03	0,13	0,37	—0,24
Mampodre		01	52,43	W 1	30	13,04	4,23	4,29	—0,06	0,29	0,15	0,14
Aro		02	23,07	E 0	33	56,98	4,21	4,18	0,03	0,19	0,27	—0,08
Pradairo		04	24,24	W 3	36	13,90	4,29	4,39	—0,10	0,27	0,03	0,24
Coba		05	16,19	W 4	13	27,76	4,27	4,42	—0,15	0,33	—0,01	0,34
Rabo		05	50,66	W 2	42	51,29	4,32	4,35	—0,03	0,23	0,09	0,14
Aitlluitz		06	36,05	E 1	03	48,89	4,15	4,15	0,00	0,15	0,31	—0,16
Valnera		08	44,83	E 0	00	20,35	4,18	4,20	—0,02	0,22	0,25	—0,03
Ecaitza		09	21,61	E 1	56	01,36	4,08	4,10	—0,02	0,13	0,36	—0,23
Cedeira		10	10,45	W 4	50	17,84	4,20	4,45	—0,25	0,41	—0,04	0,45
Contés		11	03,65	W 1	03	21,36	4,18	4,25	—0,07	0,27	0,19	0,08
Gamonal		13	43,52	W 2	15	37,63	4,16	4,31	—0,15	0,42	0,13	0,29
Anduz		15	57,92	E 1	22	00,18	4,11	4,11	0,00	0,15	0,34	—0,19
Trigueiro		16	36,62	W 1	48	44,72	4,17	4,28	—0,11	0,35	0,16	0,19
Ibio		17	23,72	W 0	27	25,94	4,14	4,21	—0,07	0,26	0,24	0,02
La Rhune		18	32,47	E 2	03	07,00	4,03	4,07	—0,04	0,13	0,38	—0,25
Faro		19	16,87	E 1	40	40,59	4,07	4,09	—0,02	0,14	0,36	—0,22
Solluve		22	15,16	E 0	55	25,61	4,10	4,13	—0,03	0,17	0,32	—0,15
Bobia		22	41,19	W 3	15	31,56	4,28	4,34	—0,06	0,26	0,08	0,18
Cerreño		23	18,83	E 0	24	33,34	4,11	4,15	—0,04	0,21	0,30	—0,09
Mofrecho		24	26,96	W 1	21	13,26	4,10	4,24	—0,14	0,31	0,20	0,11
Gistral		27	35,96	W 3	54	18,98	4,21	4,37	—0,16	0,32	0,05	0,27
Llatias		29	14,17	W 0	06	56,37	4,10	4,17	—0,07	0,26	0,28	—0,02
Palancas		31	14,88	W 2	39	41,63	4,30	4,30	0,00	0,26	0,13	0,13
Tazonas		32	48,05	W 1	43	07,33	4,08	4,25	—0,17	0,37	0,19	0,18
Lagoa		33	15,78	W 4	33	09,85	4,14	4,39	—0,25	0,40	0,01	0,39
Peñas		39	16,58	W 2	09	46,21	4,06	4,26	—0,20	0,46	0,17	0,29

COEFICIENTES DE LOS TÉRMINOS COMPLEMENTARIOS

Número	a_1	b_1	c_1	a_2	b_2	c_2
1	-0,15607	+0,08327	+6,87500	+0,09254	-0,10531	-4,03571
2	-0,21074	+0,02902	+9,06779	-0,00912	-0,09123	+0,37288
3	-0,13036	-0,04271	+5,66666	-0,05968	-0,07738	+2,53623
4	-0,08173	+0,02652	+3,46376	-0,04277	-0,04179	+1,72463
5	-0,10179	+0,07561	+4,50602	+0,03011	+0,07589	-1,13253
6	-0,03695	-0,08348	+1,82894	-0,04032	+0,01151	+1,63157
7	-0,02879	-0,02860	+1,39603	+0,01569	-0,09513	-0,49504
8	+0,16007	+0,05886	-6,15385	-0,08854	-0,00278	+3,55385
9	+0,16366	-0,01950	-6,31858	+0,01543	-0,02708	-0,55752
10	+0,13169	+0,07287	-4,97260	+0,02761	-0,08883	-1,04795
11	+0,09196	-0,00910	-3,53191	+0,02260	-0,07700	-0,81560

*Seminario de
Astronomía y Geodesia
Madrid
1966*

PUBLICACIONES DEL SEMINARIO DE ASTRONOMIA Y GEODESIA DE LA UNIVERSIDAD DE MADRID

- 1.—Efemérides de 63 Asteroides para la oposición de 1950 (1949).
- 2.—E. PAJARES: Sobre el cálculo gráfico de valores medios (1949).
- 3.—J. PENSADO: Órbita del sistema visual σ^2 U Maj (1950).
- 4.—Efemérides de 79 Asteroides para la oposición de 1951 (1950).
- 5.—J. M. TORROJA: Corrección de la órbita del Asteroide 1395 «Aribeda» (1950).
- 6.—R. CARRASCO y J. M. TORROJA: Rectificación de la órbita del Asteroide 1371 «Resi» (1951).
- 7.—J. M. TORROJA y R. CARRASCO: Rectificación de la órbita del Asteroide 1560 (1942 XB) y efemérides para la oposición de 1951 (1951).
- 8.—M. L. SIEGRIST: Órbita provisional del sistema visual Σ 728-32 Orionis (1951).
- 9.—Efemérides de 79 Asteroides para la oposición de 1952 (1951).
- 10.—J. PENSADO: Órbita provisional de Σ 1883 (1951).
- 11.—M. L. SIEGRIST: Órbita provisional del sistema visual Σ 2052 (1952).
- 12.—Efemérides de 88 Asteroides para la oposición de 1953 (1952).
- 13.—J. PENSADO: Órbita de ADS 9380 = Σ 1879 (1952).
- 14.—F. ALCÁZAR: Aplicaciones del Radar a la Geodesia (1952).
- 15.—J. PENSADO: Órbita de ADS 11897 = Σ 2438 (1952).
- 16.—B. RODRÍGUEZ SALINAS: Sobre varias formas de proceder en la determinación de periodos de las mareas y predicción de las mismas en un cierto lugar (1952).
- 17.—R. CARRASCO y M. PASCUAL: Rectificación de la órbita del Asteroide 1528 «Conrada» (1953).
- 18.—J. M. GONZÁLEZ-ABOIN: Órbita de ADS 1709 = Σ 228 (1953).
- 19.—J. BALTÁ: Recientes progresos en Radioastronomía. Radiación solar hiperfrecuente (1953).
- 20.—J. M. TORROJA y A. VÉLEZ: Corrección de la órbita del Asteroide 1452 (1938 DZ₁) (1953).
- 21.—J. M. TORROJA: Cálculo con Cracovianos (1953).
- 22.—S. AREND: Los polinomios ortogonales y su aplicación en la representación matemática de fenómenos experimentales (1953).
- 23.—J. M. TORROJA y V. BONGERA: Determinación de los instantes de los contactos en el eclipse total de sol de 25 de febrero de 1952 en Cogo (Guinea Española) (1954).
- 24.—J. PENSADO: Órbita de la estrella doble Σ 2 (1954).
- 25.—J. M. TORROJA: Nueva órbita del Asteroide 1420 «Radcliffe» (1954).
- 26.—J. M. TORROJA: Nueva órbita del Asteroide 1557 (1942 AD) (1954).
- 27.—R. CARRASCO y M. L. SIEGRIST: Rectificación de la órbita del Asteroide 1290 «Albertine» (1954).
- 28.—J. PENSADO: Distribución de los periodos y excentricidades y relación periodo excentricidad en las binarias visuales (1955).
- 29.—J. M. GONZÁLEZ-ABOIN: Nueva órbita del Asteroide 1372 «Haremar» (1955).
- 30.—M. DE PASCUAL: Rectificación de la órbita del Asteroide 1547 (1929 CZ) (1955).
- 31.—J. M. TORROJA: Órbita del Asteroide 1554 «Yugoslavia» (1955).
- 32.—J. PENSADO: Nueva órbita del Asteroide 1401 «Lavonne» (1956).

(Continúa en la tercera de cubierta)

- 33.—J. M. TORROJA: Nuevos métodos astronómicos en el estudio de la figura de la Tierra (1956).
- 34.—D. CALVO: Rectificación de la órbita del Asteroide 1466 «Mündleria» (1956).
- 35.—M. L. SIEGRIST: Rectificación de la órbita del Asteroide 1238 «Predappia» (1956).
- 36.—J. PENSADO: Distribución de las inclinaciones y de los polos de las órbitas de las estrellas dobles visuales (1956).
- 37.—J. M. TORROJA y V. BONGERA: Resultados de la observación del eclipse total de sol de 30 de junio de 1954 en Sydkoster (Suecia) (1957).
- 38.—ST. WIERZBINSKI: Solution des équations normales par l'algorithme des cracoviens (1958).
- 39.—J. M. GONZÁLEZ-ABOIN: Rectificación de la órbita del Asteroide 1192 «Prisma» (1958).
- 40.—M. LÓPEZ ARROYO: Sobre la distribución en longitud heliográfica de las manchas solares (1958).
- 41.—F. MÚGICA: Sobre la ecuación de Laplace (1958).
- 42.—F. MARTÍN ASÍN: Un estudio estadístico sobre las coordenadas de los vértices de la triangulación de primer orden española (1958).
- 43.—ST. WIERZBINSKI: Orbite Améliorée de h 4539 = γ Cen = Cpd $-48^{\circ},4965$ (1958).
- 44.—D. CALVO BARRENA: Rectificación de la órbita del Asteroide 1164 «Kobolda» (1958).
- 45.—M. LÓPEZ ARROYO: El ciclo largo de la actividad solar (1959).
- 46.—F. MÚGICA: Un nuevo método para la determinación de la latitud (1959).
- 47.—J. M. TORROJA: La observación del eclipse de 2 de octubre de 1959 desde El Aaiun (Sahara) (1960).
- 48.—J. M. TORROJA, P. JIMÉNEZ-LANDI y M. SOLÍS: Estudio de la polarización de la luz de la corona solar durante el eclipse total de sol del día 2 de octubre de 1959 (1960).
- 49.—E. PAJARES: Sobre el mecanismo diferencial de un celóstato (1960).
- 50.—J. M. GONZÁLEZ-ABOIN: Sobre la diferencia entre los radios vectores del elipsoide internacional y el esferoide de nivel (1960).
- 51.—J. M. TORROJA: Resultado de las observaciones del paso de Mercurio por delante del disco solar del 7 de noviembre de 1960 efectuadas en los observatorios españoles (1961).
- 52.—F. MÚGICA: Determinación de la latitud por el método de los verticales simétricos (1961).
- 53.—M. LÓPEZ ARROYO: La evolución del área de las manchas solares (1962).
- 54.—F. MÚGICA: Determinación simultánea e independiente de la latitud y longitud mediante verticales simétricos (1962).
- 55.—P. DÍEZ-PICAZO: Elementos de la órbita de la variable eclipsante V 499 Scorpionis (1964).
- 56.—J. M. TORROJA: Los Observatorios Astronómicos en la era espacial (1965).
- 57.—F. MARTÍN ASÍN: Nueva aportación al estudio de la red geodésica de primer orden española y su comparación con la red compensada del sistema europeo (1966).
- 58.—F. SÁNCHEZ MARTÍNEZ: La Luz Zodiacal. Luz del espacio interplanetario (1966).