

Universidad Complutense - Facultad de Ciencias
Madrid

SEMINARIO DE ASTRONOMIA Y GEODESIA
(Coordinado con el Consejo Superior de Investigaciones Científicas,
Departamento de Mecánica y Astronomía)

Publicación núm. 100

THREE DIFFERENT METHODS FOR
TAKING IN ACCOUNT THE GAPS
IN SPECTRAL ANALYSIS OF
EARTH TIDES RECORDS

por

PREM K. SUKHWANI y RICARDO VIEIRA



PUBLICADO EN «MAREES TERRESTRES
BULLETIN D'INFORMATION» NÚM. 78

MADRID
1978

THREE DIFFERENT METHODS FOR TAKING IN ACCOUNT THE GAPS IN
SPECTRAL ANALYSIS OF EARTH TIDES RECORDS

by

P. SUKHWANI and R. VIEIRA

Depto. de Mecanica y Astronomia (CSIC)

Catedra de Astronomia y Geodesia

Universidad Complutense de Madrid

ABSTRACT

A method of spectral analysis of Earth Tides records in which there could be gaps was presented in the 8th International Symposium on Earth Tides. In this meeting some improvements introduced in this method, together with another two different approaches to the same objective are given.

First method

The main features of this method are given in (1). If we have a function " f_k " defined in the set of abscissas $(0, n-1)$, but we have lost the values that the function take in some subsets (gaps) of $(0, n-1)$, then we define another function " f'_k " equal to " f_k " outside the gaps and equal to zero in the gaps. Now we define the gap function " u_k ", equal to one outside the gaps and to zero in the gaps. This means that $f'_k = f_k u_k$ and Fourier transforming

$$F'_j = F_j * U_j \quad (\text{where } * \text{ means convolution})$$

Now, let us recall an intermediate result of the method of analysis given in reference (1), a system of equations marked there with number (4) :

$$R_j = \sum_{g=1}^{G(i)} x_g Y_{jg} + E_j \quad (4)$$

$$j = j_{\min}(i), \dots, j_{\max}(i) \quad i = 1, 2, 3$$

where : R_j is the Fourier transform of the readings

x_g (unknowns of the system of equations) is the complex amplitude factor for the group "g" ($x_g = A_g e^{iP_g}$)

Y_{jg} are the sum of the Fourier series of all waves of the group "g" (theoretical amplitude and phase of each wave are taken in account here)

$G(i)$ is the number of wave groups of i -diurnal waves

E_j are the error associated to R_j

$(j_{\min}(i), \dots, j_{\max}(i))$ is the interval of harmonics in which is appreciable the amplitude of i -diurnal waves (see reference (1))

$i = 1$ for diurnal, $= 2$ for semidiurnal, $= 3$ for terdiurnal waves.

But, when there are gaps in the readings we cannot make use of (4) for obtaining the amplitude factor (A_g) and the phase difference (P_g) of each group because we do not know " R_j ". Instead of " R_j " what we know is $R'_j = R_j * U_j$. Then, we convolve both members of (4) with the transform of the convolution function, U_j , and due to the linearity of the convolution the following is

obtained

$$R_j \approx U_j = \sum_{g=1}^{g(i)} x_g Y_{jg} \approx U_j + E_j \approx U_j$$

this, with the notation used above, can be expressed in this way

$$R'_j = \sum_{g=1}^{G(i)} x_g Y'_{jg} + E'_j \quad (6)$$

we see that before introducing in the system the compound wave Y_{jg} , we must convolve it with the gap function. But, in the program for performing this method in a computer, at the stage it was in (1), we only computed for Y_{jg} the harmonics in the interval $(j_{\min}(i), \dots, j_{\max}(i))$ and, therefore for U_j were only needed the harmonics from $j=0$ to $j = j_{\max} - j_{\min}$. Then, the accuracy of $Y'_{jg} = Y_{jg} \approx U_j$ is diminished and decreases still more as we approach to the ends of the interval of harmonics, because there we dispose of still less harmonics of Y_{jg} to compute the convolution. Anyway, this method gives good results (see the output of the computer in reference (1) as long as the number of missed records is very small when compared with the total number of records.

When there are more readings lost (let us say 5 % or more) it can be seen that the accuracy of the method diminishes. This happens because now " U_j " decreases too slowly as " j " increases. The situation is improved when more harmonics of " U_j " are computed and seeing from which " j " the amplitude of U_j is less than one hundredth of U_0 (or any other appropriate fraction). Accordingly to this value of " j " more harmonics of Y_{jg} are calculated (following a algorithm designed by us that can be seen in the subroutine FOUJIS of the program). Now, the convolution of both, Y'_{jg} , for the same interval of harmonics as before, is more accurate and results are better. The remainder of the method can be seen in (1).

Second method

We are going to see now another approach for taking in account the gaps. The difference with the previous method is in the way of calculating the matrix Y'_{jg} of the system of equations (6).

Each column of Y'_{jg} is the sum, for all the waves of the group, of the Fourier transforms of the individual waves in the time domain with zeros assigned to the time intervals corresponding to gaps. Let us compute this

Fourier transform and for this let us consider an individual wave "y_q" with amplitude "A", phase "F" (for the time of the first reading) and number of cycles "c" for the whole period of the records, including the gaps. Then, its angular velocity change between two consecutive readings is $2 \pi c/n$, being "n" the sum of the number of readings plus the lost ones. We dispose of records for the following "s" subsets of (0,n-1) : (0,k₁), (k₂,k₃), ..., (k_{2s-2},n-1). Therefore the individual wave in the time domain is

$$y_q(k) = A \cos(2 \pi ck/n + F) \text{ for } k = (0, k_1), \dots, (k_{2s-2}, n-1)$$

$$y_q(k) = 0 \text{ for } k = (k_1 + 1, k_2 - 1), (k_3 + 1, k_4 - 1), \dots$$

In other words $y_q(k) = 0$ in the gaps. Now, for computing the Fourier transform of this function we do not need an FFT algorithm, because it can be done analytically :

$$\begin{aligned} Y_q(j) &= \frac{1}{n} \sum_{k=0}^{n-1} y_q(k) \exp(-i2 \pi jk/n) = \\ &= \frac{1}{n} \sum_{p=1}^s \sum_{k=k_p}^{k'_p} A \cos(F + 2 \pi ck/n) \exp(-i2 \pi jk/n) \end{aligned}$$

calling $D = \pi/n$; expanding $\cos(2Dck + F) =$

$$= (\exp(i(2Dck+F)) + \exp(-i(2Dck+F)))/2$$

taking in account that the sum from k_p to k'_p will consist in the sum of two geometric progressions, after some operations the following result will be obtained

$$\begin{aligned} Y_q(j) &= \frac{A e^{iF}}{2ni} \sum_{p=1}^s \frac{e^{iD(c-j)(2k'_p+1)} - e^{iD(c-j)(2k_p-1)}}{2 \sin(D(c-j))} + \\ &+ \frac{A e^{-iF}}{2n(-i)} \sum_{p=1}^s \frac{e^{-iD(c+j)(2k'_p+1)} - e^{-iD(c+j)(2k_p-1)}}{2 \sin(D(c+j))} \end{aligned} \quad (7)$$

When programming the method it is interesting to note that not all the sines and cosines that appear in the last equation need to be calculated for each wave "q", for each harmonic "j" and for each subset "p". Time required

for the execution of the program in the computer is shorted following this procedure : the complex numbers that appear in the numerator are split in products of this type :

$$e^{iDc(2k'_p+1)} e^{-iDj(2k'_p+1)}$$

the last term of the product is computed for each harmonic and each subset and is stored during the whole time of resolution of (6). The first term of the product is computed for each wave and for each subset and is stored temporarily, while calculating the corresponding harmonics. The terms of (7) of the type $\exp(iDj)$ are computed only once for each harmonic and are stored during the resolution of (6) and the terms of the type $\exp(iF)$ and $\exp(icD)$ need to be calculated only once for each wave.

The operations done for computing $Y_j(q)$ are repeated for each wave of the group, thus obtaining Y'_{jg} . Then, same procedure as in reference (1) is used for working out the system of equations (6).

Third method

Let us see another way of analyzing Earth Tides records in which there are gaps. First of all, let us express the system (6) in matrix notation :

$$R' = Y' X + E \quad (8)$$

In the three methods, for solving this system of equations we multiply both members of (8) by Y'^+ , transposed and conjugate of Y' : $Y'^+ R' = Y'^+ Y' X + E$. Let us call $B = Y'^+ R'$ which is a column matrix of $G(i)$ elements and $S = Y'^+ Y'$ which is a hermitical matrix of $G(i) \times G(i)$ elements. Then the system of normal equations is $B = Sx$.

The difference of the actual method when compared with the another two given above, is that now matrices "B" and "S" are calculated directly from the time domain and not from the Fourier domain as was done previously. Let us see some details of this calculation. Each reading r'_k is after drift correction

$$r'_k = \sum_{g=1}^G A_g^n \sum_{j=n_g}^{g+1} A_j \cos (c_j DK + P_j + P_g) \quad (9)$$

$$k = 0, 1, \dots, n-1$$

$$D = 2\pi/n$$

being "n" the number of records we have plus the missed records. In the gaps $r'_k = 0$. The only unknowns in (9) are the amplitude factor A_g and the phase difference "Pg" for each group of waves "g". The last equation is the same as

$$r'_k = \frac{1}{2} \sum_{g=1}^G (A_g e^{iPg} \sum_{j=n_g}^{n_{g+1}-1} A_j e^{i(P_j + c_j Dk)} + A_g e^{-iPg} \sum_{j=n_g}^{n_{g+1}-1} A_j e^{-i(P_j + c_j Dk)})$$

let us call

$$x_g = A e^{iPg}$$

$$z_{kg} = \sum_{j=n_g}^{n_{g+1}-1} A_j e^{i(P_j + c_j Dk)}$$

Let us include the factor 1/2 in r'_k : $r'_k \rightarrow 2r'_k$.

Then

$$r'_k = \sum_{g=1}^G (x_g z_{kg} + x_g^* z_{kg}^*)$$

with $z_{kg} = 0$ when "k" belongs to a gap.

The last equation in matrix notation $r' = ZX$; multiplying both members by Z^* : $Z^* r' = Z^* ZX$

$$Z^* Z = \begin{pmatrix} A & B \\ B^* & A^* \end{pmatrix}$$

where A, B are submatrices of $G \times G$ elements. Each of these last ones are

$$A_{mq} = \sum_k Z_{km}^* Z_{kq}$$

$$B_{mq} = \sum_k Z_{km}^* Z_{kq}^*$$

$$A_{mq} = \sum_k \left(\sum_j A_j e^{-i(P_j + c_j Dk)} \right) \left(\sum_d A_d e^{i(P_d + c_d Dk)} \right) =$$

$$= \sum_j \sum_d (A_j A_d e^{i(P_d - P_j)} \sum_k e^{i Dk(c_d - c_j)})$$

$$B_{mq} = \sum_j \sum_d (A_j A_d e^{-i(P_d + P_j)} \sum_k e^{-i Dk(c_d + c_j)})$$

$$j = n_m, \dots, n_{m+1}^{-1} \quad d = n_q, \dots, n_{q+1}^{-1}$$

$$m = 1, \dots, G \quad q = 1, \dots, G$$

The matrix $Z^+ r'$ and X are a column matrices of $2G$ elements $Z^+ r' = \begin{pmatrix} C \\ C^* \end{pmatrix}$ being C and E a matrices of G elements

$$x = \begin{pmatrix} E \\ E^* \end{pmatrix}$$

$$C_m = \sum_k Z_{km}^* r'_k \quad (10)$$

$$Z^+ r' = \begin{pmatrix} C \\ C^* \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & B \\ B^* & A^* \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E \\ E^* \end{pmatrix} = Z^+ ZX \quad (11)$$

But, in the expression obtained for B_{mq} , when evaluating the factor corresponding to the sum for all "K" it is seen that it is practically zero as compared to the terms of A_{mq} . This can be realized also in the frequency domain where the sum will now be for all harmonics of two functions whose cross power spectra is practically zero. Then, the submatrix $B \approx 0$.

In the submatrix "A", for those elements A_{mq} where "m" correspond to a certain i-diurnal wave group and "q" correspond to another i'-diurnal wave group, for that same argument as in the previous paragraph $A_{mq} \approx 0$. Then, only those elements A_{mq} for which "m" and "q" correspond to the same i-diurnal character A_{mq} may be different from zero.

From the above, system of equations (11) is now

$$C = AE$$

and can be worked out separately for diurnal, semidiurnal and terdiurnal waves.

For obtaining the elements A_{mq} it is interesting to note that the sum for all "k" can be evaluated analytically, for subsets of "k" between two gaps. Using the same notation

$$\sum_{k=k_p}^{k'_p} e^{iDk(c_d - c_j)} = \frac{e^{iD(c_d - c_j)(k'_p + 1)} - e^{iD(c_d - c_j)k_p}}{e^{iD(c_d - c_j)} - 1} \quad (12)$$

Some considerations as in method 2 are taken in account for storing intermediate results and saving time for the program in the computer. For elements of the diagonal A_{mm} only half operations are needed because they are real and here it may occur that $d=j$, then L'Hopital rule is used for calculating (12). The elements C_m of (10) :

$$\begin{aligned} C_m &= \sum_k Z_{km}^* r'_k = \sum_k \left(\sum_j A_j e^{-i(P_j + c_j Dk)} \right) r'_k = \\ &= \sum_j A_j e^{-iP_j} \left(\sum_k r'_k e^{-i c_j Dk} \right) \end{aligned}$$

where the sum inside the parenthesis is evaluated with the help of the Gertz algorithm (reference (2)). The remainder of the method is the same in reference (1).

Comparison of the three methods

For comparing the methods three factors are taken in account : quality of the results, memory needed for allocating the program in the computer and time spent in the execution.

Method 3 is the one which gives worst results, but takes shorter time for the execution. The mean square errors of the results given by the first two methods are more or less the same (but less than the third method). Execution of method 2 is faster than method 1 when there is a small number of gaps. But, when there is a large number of gaps (although the same total time of gaps as previously) method 1 is faster. The memory needed is more or less the same for the three methods when the overlay option is used.

References

- (1) P. Sukhwani and R. Vieira, 1977, "Spectral analysis of Earth Tides", paper presented in the 8th International Symposium on Earth Tides.
- (2) G. Goertzel, 1958, "An algorithm for the evaluation of finite trigonometric series", Am. Math. Month. 65, 34.

PUBLICACIONES DEL SEMINARIO DE ASTRONOMIA Y GEODESIA DE LA UNIVERSIDAD DE MADRID

- 1.—Efemérides de 63 Asteroides para la oposición de 1950 (1949).
- 2.—E. PAJARES: Sobre el cálculo gráfico de valores medios (1949).
- 3.—J. PENSADO: Órbita del sistema visual σ^2 U Maj (1950).
- 4.—Efemérides de 79 Asteroides para la oposición de 1951 (1950).
- 5.—J. M. TORROJA: Corrección de la órbita del Asteroide 1395 «Aribeda» (1950).
- 6.—R. CARRASCO y J. M. TORROJA: Rectificación de la órbita del Asteroide 1371 «Resia» (1971).
- 7.—J. M. TORROJA y R. CARRASCO: Rectificación de la órbita del Asteroide 1560 (1942 XB) y efemérides para la oposición de 1951 (1951).
- 8.—M. L. SIEGRIST: Órbita provisional del sistema visual Σ 728-32 Orionis (1951).
- 9.—Efemérides de 79 Asteroides para la oposición de 1952 (1951).
- 10.—J. PENSADO: Órbita provisional de Σ 1883 (1951).
- 11.—M. L. SIEGRIST: Órbita provisional del sistema visual Σ 2052 (1952).
- 12.—Efemérides de 88 Asteroides para la oposición de 1953 (1952).
- 13.—J. PENSADO: Órbita de ADS 9380 = Σ 1879 (1952).
- 14.—F. ALCÁZAR: Aplicaciones del Radar a la Geodesia (1952).
- 15.—J. PENSADO: Órbita de ADS 11897 = Σ 2438 (1952).
- 16.—B. RODRÍGUEZ-SALINAS: Sobre varias formas de proceder en la determinación de períodos de las marcas y predicción de las mismas en un cierto lugar (1952).
- 17.—R. CARRASCO y M. PASCUAL: Rectificación de la órbita del Asteroide 1528 «Conrada» (1953).
- 18.—J. M. GONZÁLEZ-ABOIN: Órbita de ADS 1709 = Σ 228 (1953).
- 19.—J. BALTÁ: Recientes progresos en Radioastronomía. Radiación solar hiperfrecuente (1953).
- 20.—J. M. TORROJA y A. VÉLEZ: Corrección de la órbita del Asteroide 1452 (1938 DZ₁) (1953).
- 21.—J. M. TORROJA: Cálculo con Cracovianos (1953).
- 22.—S. AREND: Los polinomios ortogonales y su aplicación en la representación matemática de fenómenos experimentales (1953).
- 23.—J. M. TORROJA y V. BONGERA: Determinación de los instantes de los contactos en el eclipse total de Sol de 25 de febrero de 1952 en Cogo (Guinea Española) (1954).
- 24.—J. PENSADO: Órbita de la estrella doble Σ 2 (1954).
- 25.—J. M. TORROJA: Nueva órbita del Asteroide 1420 «Radcliffe» (1954).
- 26.—J. M. TORROJA: Nueva órbita del Asteroide 1557 (1942 AD) (1954).
- 27.—R. CARRASCO y M. L. SIEGRIST: Rectificación de la órbita del Asteroide 1290 «Albertine» (1954).
- 28.—J. PENSADO: Distribución de los períodos y excentricidades y relación período-excentricidad en las binarias visuales (1955).
- 29.—J. M. GONZÁLEZ-ABOIN: Nueva órbita del Asteroide 1372 «Haremari» (1955).
- 30.—M. DE PASCUAL: Rectificación de la órbita del Asteroide 1547 (1929 CZ) (1955).
- 31.—J. M. TORROJA: Órbita del Asteroide 1554 «Yugoslavia» (1955).
- 32.—J. PENSADO: Nueva órbita del Asteroide 1401 «Lavonne» (1956).
- 33.—J. M. TORROJA: Nuevos métodos astronómicos en el estudio de la figura de la Tierra (1956).
- 34.—D. CALVO: Rectificación de la órbita del Asteroide 1466 «Mündleria» (1956).
- 35.—M. L. SIEGRIST: Rectificación de la órbita del Asteroide 1238 «Predappia» (1956).
- 36.—J. PENSADO: Distribución de las inclinaciones y de los polos de las órbitas de las estrellas dobles visuales (1956).
- 37.—J. M. TORROJA y V. BONGERA: Resultados de la observación del eclipse total de Sol de 30 de junio de 1954 en Sydkoster (Suecia) (1957).
- 38.—ST. WIERZBINSKI: Solution des équations normales par l'algorithme des cracoviens (1958).
- 39.—J. M. GONZÁLEZ-ABOIN: Rectificación de la órbita del Asteroide 1192 «Prisma» (1958).
- 40.—M. LÓPEZ ARROYO: Sobre la distribución en longitud heliográfica de las manchas solares (1958).
- 41.—F. MÚGICA: Sobre la ecuación de Laplace (1958).

- 42.—F. MARTÍN ASÍN: Un estudio estadístico sobre las coordenadas de los vértices de la triangulación de primer orden española (1958).
- 43.—ST. WIERZBINSKI: Orbite améliorée de η 4530 = γ Cen = Cpd -48° , 4965 (1958).
- 44.—D. CALVO BARRENA: Rectificación de la órbita del Asteroide 1164 «Kobolda» (1958).
- 45.—M. LÓPEZ ARROYO: El ciclo largo de la actividad solar (1959).
- 46.—F. MÚGICA: Un nuevo método para la determinación de la latitud (1959).
- 47.—J. M. TORROJA: La observación del eclipse de 2 de octubre de 1959 desde El Aaiun (Sahara) (1960).
- 48.—J. M. TORROJA, P. JIMÉNEZ-LANDI y M. SOLÍS: Estudio de la polarización de la luz de la corona solar durante el eclipse total de Sol del día 2 de octubre de 1959 (1960).
- 49.—E. PAJARES: Sobre el mecanismo diferencial de un celóstato (1960).
- 50.—J. M. GONZÁLEZ-ABOIN: Sobre la diferencia entre los radios vectores del elipsoide internacional y el esferoide de nivel (1960).
- 51.—J. M. TORROJA: Resultado de las observaciones del paso de Mercurio por delante del disco solar del 7 de noviembre de 1960 efectuadas en los observatorios españoles (1961).
- 52.—F. MÚGICA: Determinación de la latitud por el método de los verticales simétricos (1961).
- 53.—M. LÓPEZ ARROYO: La evolución del área de las manchas solares (1962).
- 54.—F. MÚGICA: Determinación simultánea e independiente de la latitud y longitud mediante verticales simétricos (1962).
- 55.—P. DÍEZ-PICAZO: Elementos de la órbita de la variable eclipsante V 499 Scorpionis (1964).
- 56.—J. M. TORROJA: Los Observatorios Astronómicos en la era espacial (1965).
- 57.—F. MARTÍN ASÍN: Nueva aportación al estudio de la red geodésica de primer orden española y su comparación con la red compensada del sistema europeo (1966).
- 58.—F. SÁNCHEZ MARTÍNEZ: La Luz Zodiacal. Luz del espacio interplanetario (1966).
- 59.—J. M. GONZÁLEZ-ABOIN: Variaciones de las coordenadas geodésicas de los vértices de una red, por cambio de elipsoide de referencia (1966).
- 60.—F. SÁNCHEZ MARTÍNEZ y R. DUMONT: Fotometría absoluta de la raya verde y del continuo atmosférico en el Observatorio Astronómico del Teide (Tenerife), de enero de 1964 a julio de 1965 (1967).
- 61.—M. REGO: Estudio del espectro de la estrella 31 Aql. en la región $\lambda\lambda$ 4000 6600 Å (1969).
- 62.—C. MACHÍN: Mareas terrestres (1969).
- 63.—J. M. TORROJA: La estación para la observación de satélites geodésicos de la Facultad de Ciencias de la Universidad de Madrid (1969).
- 64.—M. J. SEVILLA: Reducción automática de posiciones de estrellas (1970).
- 65.—J. M. TORROJA: Memoria de las actividades del Seminario de Astronomía y Geodesia de la Facultad de Ciencias de la Universidad de Madrid en 1969 (1970).
- 66.—M. J. SEVILLA: Los cálculos de estación en triangulación espacial (1970).
- 67.—MANUEL E. REGO: Determinación de las abundancias de los elementos en la atmósfera de la estrella de alta velocidad 31 Aql. (1970).
- 68.—M. J. FERNÁNDEZ-FIGUEROA: Análisis cualitativo del espectro de la estrella peculiar HD 18474 (1971).
- 69.—J. M. TORROJA: Memoria de las actividades del Seminario de Astronomía y Geodesia de la Universidad Complutense de Madrid en 1970 (1971).
- 70.—R. VIEIRA y R. ORTIZ: Descripción de un aparato para medida de coordenadas (1971).
- 71.—J. M. TORROJA: Memoria de las actividades del Seminario de Astronomía y Geodesia de la Universidad Complutense de Madrid en 1971 (1972).
- 72.—M. J. FERNÁNDEZ-FIGUEROA: Observación y estudio teórico del espectro de la estrella peculiar HD 18474 (1972).
- 73.—M. J. SEVILLA: Cálculo de las constantes de distorsión y parámetros del disco obturador para cámaras balísticas (1973).
- 74.—R. PARRA y M. J. SEVILLA: Cálculo de efemérides y previsiones de pasos de satélites geodésicos (1973).
- 75.—M. REGO y M. J. FERNÁNDEZ-FIGUEROA: Resultado de las observaciones de α Peg efectuadas desde el satélite europeo TD1 (1973).
- 76.—E. SIMONNEAU: Problemas en la determinación de abundancias de elementos en las estrellas en condiciones de equilibrio termodinámico local y alejadas del equilibrio termodinámico local (1974).
- 77.—J. ARANDA: Construcción de modelos de estructura interna para estrellas en la secuencia principal inicial (1974).

- 78.—R. ORTIZ, M. SEVILLA y R. VIEIRA: Estudio de la calibración, técnica de medida y automatización de datos en un comparador para medidas de placas estelares (1974).
- 79.—M. J. SEVILLA: Método autocorrector para el cálculo de direcciones de satélites geodésicos y análisis de los errores en la restitución de un arco de órbita (1974).
- 80.—M. A. ACOSTA, R. ORTIZ y R. VIEIRA: Diseño y construcción de un fotómetro fotoeléctrico para la observación de ocultaciones de estrellas por la Luna (1974).
- 81.—T. J. VIVES, C. MORALES, J. GARCÍA-PELAYO y J. BARBERO: Fotometría fotográfica UBV del cúmulo galáctico King 19 (1974).
- 82.—R. ORTIZ y R. VIEIRA: Control automático en posición y tiempo de los sistemas de obturación de las cámaras de observación de satélites geodésicos (1974).
- 83.—J. M. TORROJA: Memoria de las actividades del Seminario de Astronomía y Geodesia de la Universidad Complutense de Madrid en 1972 y 1973 (1974).
- 84.—M. J. FERNÁNDEZ-FIGUEROA y M. REGO: α CrB en el ultravioleta lejano (1975).
- 85.—J. M. TORROJA, R. VIEIRA, R. ORTIZ y M. J. SEVILLA: Estudio de mareas terrestres en España (1975).
- 86.—M. J. SEVILLA y R. PARRA: Levantamiento gravimétrico de Lanzarote (1975).
- 87.—P. KUNDANMAL SUKHWANI: Modelos teóricos de curvas de luz. Su aplicación al sistema β Lyrae (1975).
- 88.—M. J. SEVILLA: Coordenadas astronómicas y geodésicas. Desviación relativa de la vertical (1975).
- 89.—C. TEJEDOR: Fotometría fotoeléctrica R. G. U. del cúmulo galáctico IC 2581 (1976).
- 90.—M. J. SEVILLA: Nuevos coeficientes para la reducción automática de posiciones de estrellas (1976).
- 91.—M. REGO: Técnicas observacionales en espectroscopía astrofísica (1976).
- 92.—M. J. SEVILLA: Determinación de la latitud por distancias cenitales de la polar, método de Littrow (1976).
- 93.—T. J. VIVES: Determinación fotométrica del tipo espectral de la componente desconocida de una estrella binaria eclipsante (1976).
- 94.—M. REGO y M. J. FERNÁNDEZ FIGUEROA: Contraste y determinación por métodos astrofísicos de fuerzas de oscilador (1977).
- 95.—M. J. SEVILLA y R. CHUECA: Determinación de acimutes por observación de la Polar. Método micrométrico (1977).
- 96.—JOSÉ M. GARCÍA-PELAYO: Fotometría R G U en un campo anticentro galáctico, cerca del NGC 581 (1977).
- 97.—JOSÉ M. GARCÍA-PELAYO: Datos fotométricos de 2.445 estrellas estudiadas en la región de Casiopea, entre los cúmulos abiertos Trumpler 1 y NGC 581 (1977).
- 98.—PREM K. SUKHWANI y RICARDO VIEIRA: Spectral Analysis of Earth Tides (1977).
- 99.—JOSÉ M. TORROJA y RICARDO VIEIRA: Earth Tides in Spain. Preliminary results (1977).