

UNIVERSIDAD COMPLUTENSE  
FACULTAD DE CIENCIAS MATEMÁTICAS

CONSEJO SUPERIOR  
DE INVESTIGACIONES CIENTÍFICAS

# INSTITUTO DE ASTRONOMÍA Y GEODESIA

(Centro Mixto C.S.I.C. - U.C.M.), MADRID

Publicación núm. 202

Comunicaciones presentadas en la  
“5<sup>a</sup> Asamblea Hispano-Portuguesa  
de Geodesia y Geofísica”

Sevilla 2006



M A D R I D

2007

UNIVERSIDAD COMPLUTENSE  
FACULTAD DE CIENCIAS MATEMÁTICAS

CONSEJO SUPERIOR  
DE INVESTIGACIONES CIENTÍFICAS

# INSTITUTO DE ASTRONOMÍA Y GEODESIA

(Centro Mixto C.S.I.C. - U.C.M.). MADRID

Publicación núm. 202

Comunicaciones presentadas en la  
“5<sup>a</sup> Asamblea Hispano-Portuguesa  
de Geodesia y Geofísica”

Sevilla 2006



M A D R I D

2007

# Estudio de errores en el modelo oceánico regional (CIAM) de las Islas Canarias

## *Study of errors in the regional ocean tide model (CIAM) for Canary Islands*

J. Arnoso, M. Benavent y F.G. Montesinos

Instituto de Astronomía y Geodesia (CSIC-UCM), Facultad de Matemáticas, Plaza de Ciencias 3, 28040, Madrid, jose\_arnoso@mat.ucm.es

### SUMMARY

We have developed a high-resolution regional ocean tide loading model for the Canary Island region (Spain), taking into account the state-of-the-art of modelling along with TOPEX/POSEIDON altimetry data together with tide gauge measurements. The error spectrum corresponding to the M2 and O1 tidal solutions are estimated by simple differencing of several of the most recent global ocean tide models, and also by inverse methods. In addition, to test the ocean tide model gravity tide observations have been used in two islands of the Archipelago (Tenerife and Lanzarote Islands). For a more precise evaluation of the gravity tide loading the regional ocean model is refined uniformly and progressively towards the Canary coastline, using automatic grid discretization and bilinear interpolation. If during the interpolation process a cell of the ocean grid crosses the coastline its area is scaled by the fraction of water. The land/water determination has been obtained from high resolution digital terrain models of each island to minimize errors due to poor coastline representation.

### 1. INTRODUCCIÓN

En este estudio se ha desarrollado un modelo oceánico de marea de alta resolución para la región de las Islas Canarias. El modelo ha sido obtenido mediante la asimilación de datos altimétricos procedentes del satélite TOPEX/POSEIDON, junto con diversas medidas mareográficas en un modelo hidrodinámico (Arnoso et al., 2006). Se ha realizado un estudio de los errores en el modelo oceánico obtenido, en primer lugar a partir del método de simulación de Monte Carlo y, posteriormente, mediante la comparación directa con diversos modelos oceánicos globales. Para su validación se ha realizado un test a través del cálculo de la carga oceánica de marea y su comparación con el residual de marea gravimétrica, calculado en dos islas del archipiélago Canario, Lanzarote y Tenerife.

### 2. EL MODELO OCEÁNICO DE MAREA DE LAS ISLAS CANARIAS CIAM2

El dominio del modelo abarca un área con límites comprendidos entre 19°–12°.5W en longitud y 26°.5–30°N en latitud (Fig. 1). El tamaño de las celdas de la cuadrícula oceánica es de 5 minutos (9 km de resolución), en las cuales la profundidad del fondo oceánico se ha obtenido promediado la batimetría ETOPO2 (2 minutos de resolución) (Smith y Sandwell, 1997).

Para la obtención del modelo oceánico se ha seguido el Esquema Eficiente de Asimilación de Datos (Egbert y Erofeeva, 2002), basado en técnicas de modelado inverso y en el cálculo de los denominados representantes (Egbert et al., 1994). Siguiendo este esquema, el primer paso es calcular una solución a priori o modelo directo, que consiste en la solución numérica de las ecuaciones de aguas poco profundas integradas con la profundidad. En estas ecuaciones se tienen en cuenta términos de marea terrestre y de carga, de disipación turbulenta por el movimiento de las masas de agua y una parametrización lineal de la fricción con el fondo marino. En particular, para la resolución de este sistema, tanto el efecto de carga causado por la marea oceánica en el dominio del modelo como las condiciones establecidas en las celdas oceánicas límites del dominio, se han obtenido a partir de un modelo oceánico global.

Los datos asimilados en el modelo oceánico consisten en dos tipos de medidas de elevación: datos altimétricos de satélite y medidas de mareógrafos.

#### Datos de Satélite:

Para este estudio se han utilizado medidas altimétricas del satélite TOPEX/POSEIDON (ciclos 1 a 364) para 276 puntos, incluyendo 5 puntos cruzados, en el dominio del modelo (Fig. 1). Las localizaciones de los datos a lo largo de las trayectorias del satélite se han considerado con el espaciado original de 7 kilómetros, que es comparable a la resolución de la cuadrícula oceánica

establecida. Puesto que las condiciones impuestas en las fronteras abiertas, obtenidas de un modelo oceánico global, tienen un impacto considerable sobre el modelo a priori obtenido, el dominio del modelo se ha considerado de tal forma que se incluyen puntos cruzados del satélite a lo largo de sus fronteras, con el objetivo de minimizar los errores debidos a las condiciones impuestas. Una vez aplicadas las correcciones estándar a las series temporales de datos altimétricos, se realiza el análisis armónico de las mismas, mediante el método de mínimos cuadrados, para los 8 constituyentes de marea considerados (M2, S2, N2, K2, O1, P1, Q1 y K1).

#### Datos Mareográficos:

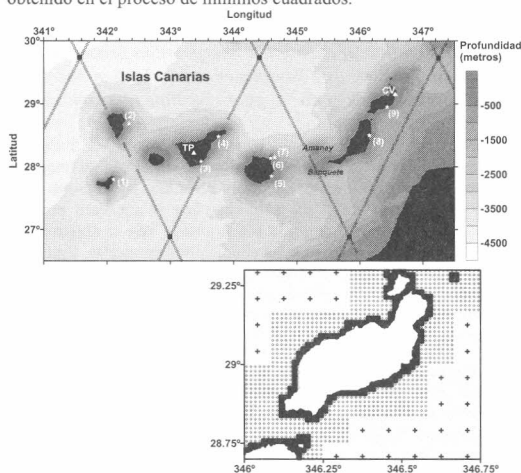
Junto con los datos de satélite se han asimilado datos procedentes de estaciones mareográficas situados en diferentes islas de las Canarias (Tabla 1). En el caso de las estaciones de La Estaca (El Hierro), Sta. Cruz de La Palma (La Palma), Las Palmas y Arinaga (Gran Canaria), Sta. Cruz de Tenerife y Granadilla (Tenerife), Rosario (Fuerteventura) y Arrecife (Lanzarote), las constantes armónicas, obtenidas a partir del análisis de un año de registros, han sido facilitadas por la Red de Mareógrafos de Puertos del Estado (REDMAR) y el Instituto Español de Oceanografía (IEO), (Álvarez et al., 1997). Los valores de amplitud y fase para la estación de Puerto de la Luz (Gran Canaria) se han obtenido a partir del análisis armónico mediante el programa VAV (Venedikov et al., 2003, 2005) de una serie temporal de 8 años de registro, facilitada por la Red Mareográfica del IEO.

**Tabla 1 – Localización de los mareógrafos y duración de las series de datos utilizadas para obtener las constantes armónicas. (Location of the tide gauges and length of the data series used to obtain the harmonic constants.)**

	Estación	Latitud (N)	Longitud (W)	Registro (Días)
(1)	La Estaca	27° 48' 00''	17° 53' 54''	225
(2)	S.C. Palma	28° 41' 00''	17° 33' 00''	366
(3)	Granadilla	28° 05' 00''	16° 30' 54''	366
(4)	S.C. Tenerife	28° 28' 42''	16° 14' 25''	366
(5)	Arinaga	27° 51' 00''	15° 24' 00''	366
(6)	Las Palmas	28° 08' 53''	15° 24' 23''	366
(7)	La Luz	28° 08' 00''	15° 25' 00''	2806
(8)	Rosario	28° 30' 00''	13° 51' 06''	366
(9)	Arrecife	28° 57' 00''	13° 34' 00''	366

La solución final o modelo inverso, denominado CIAM2, se obtiene minimizando una función cuadrática, que consiste en la suma de los errores asumidos a priori, tanto en el modelo directo como en los datos, ponderados con sus correspondientes covarianzas de error. Por tanto, la solución final requiere una estimación a priori

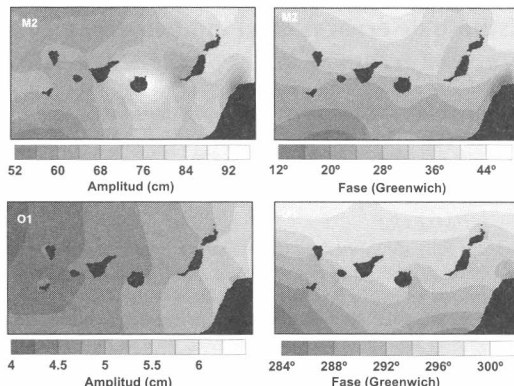
de los errores en el modelo directo y en los datos. Los errores en la solución a priori calculada provienen del modelo hidrodinámico considerado y de las condiciones de frontera establecidas, no existiendo correlación entre ambos tipos de errores. Cada fuente de error en las ecuaciones hidrodinámicas (simplificaciones en el modelo, batimetría, etc.) se considera independiente del resto y función de la posición en el dominio, considerando una escala de correlación en el espacio de 50 km. De esta forma, la varianza de error total se obtiene como la suma de los cuadrados de los errores independientes. Los errores considerados a priori en los datos, tanto de satélite como de mareógrafos, corresponden a los errores estimados en el análisis armónico de las correspondientes series temporales. En el caso de los datos procedentes de satélite, estos errores se consideran no correlados con una varianza de error estimada, para cada constituyente, a partir del error medio cuadrático obtenido en el proceso de mínimos cuadrados.



**Figura 1** - Dominio del modelo y batimetría. (Arriba) Localización de los mareógrafos (estrellas). Los círculos indican datos T/P a lo largo de las trayectorias y los cuadrados puntos cruzados T/P. Los triángulos muestran la localización de las estaciones CV en Lanzarote y TP en Tenerife. (Abajo) Zoom de la cuadrícula oceánica sobre Lanzarote mostrando la distribución espacial de sus celdas. (Model domain and bathymetry. (Top) Location of tide gauges are pointed with stars. Circles indicate T/P along track data point and black squares mean T/P crossover. Triangles show the location of the stations CV in Lanzarote and TP in Tenerife. (Bottom) Zoom of the grid near Lanzarote showing the spatial distribution of the cells.)

### 3. RESULTADOS

En general, los resultados del modelo oceánico obtenido reflejan un buen acuerdo con los patrones de propagación de las ondas de marea en esta región. La Figura 2 muestra los mapas de amplitudes y fases para las ondas de marea M2 y O1. Las amplitudes de la marea en la región, dominada por constituyentes semidiurnos, aumentan en dirección Noreste y la propagación de fases se dirige hacia el Norte. Se observan modificaciones en los patrones generales de propagación de las mareas debidos a la topografía del fondo marino y de la geometría de la costa. Por ejemplo, se encuentran amplitudes relativamente mayores, hasta 10 centímetros, al Suroeste que al Noreste de Gran Canaria donde la plataforma insular se estrecha bruscamente (Martínez et al., 1999). Asimismo, existen variaciones en las amplitudes de marea para M2 al Sur de Fuerteventura, donde la topografía del fondo del océano presenta dos bancos submarinos, Amanay y El Banquete, ambos con una base de diámetro 28-29 km y excediendo los 2000 m de altura (Ancococha y Huertas, 2003).



**Figura 2** - (Arriba) Mapa de amplitudes (izq.) y fases (der.), del armónico de marea M2. (Abajo) Mapa de amplitudes (izq.) y fases (der.), para O1. Amplitudes en centímetros y fases, en grados, con respecto a Greenwich. ((Top) Cotidal chart (left) and cophase lines (right), of M2 tidal wave. (Bottom) Cotidal chart (left) and cophase lines (right), of O1. Amplitudes in centimetres and phases, in degrees, with respect to Greenwich.)

### 4. ESTUDIO DE ERRORES

Con el fin de evaluar la calidad del modelo oceánico CIAM2 hemos realizado un estudio de los errores de cada una de los constituyentes de marea usando el método de simulación de Monte Carlo (Dushaw et al., 1997). Brevemente resumido, el método consiste en la realización de sucesivas iteraciones del proceso siguiente: En una iteración  $i$  cualquiera, se genera un modelo, solución numérica de las ecuaciones de aguas poco profundas, mediante la perturbación aleatoria de los parámetros del modelo con covarianza de error la covarianza asumida a priori. Este modelo  $i$  genera una solución sintética de la elevación de marea  $\zeta_i$ , que se evalúa en los puntos dato (localizaciones de los datos T/P y mareográficos) y se añaden errores aleatorios (representativos de ruido y otras señales no de marea) escalados con el error asumido a priori en los datos. Los datos sintéticos  $d_i$  resultantes se invierten, siguiendo la misma técnica empleada para nuestro modelo oceánico de minimización sobre el ajuste de los datos y sobre el modelo hidrodinámico, obteniendo la solución inversa actual  $\hat{\zeta}_i$ . La diferencia entre la solución sintética y la solución inversa actual,  $(\zeta_i - \hat{\zeta}_i)$ , será representativa del error en las elevaciones de marea calculadas. Se repite el proceso un número  $N$  de iteraciones, obteniendo una serie,  $i=1, \dots, N$ , de estimaciones del error en las elevaciones de marea, que pueden ser utilizadas para calcular estadísticas de error. Así pues, podemos calcular para el constituyente de marea  $l$  la varianza del error en las elevaciones de marea en el modelo oceánico CIAM2 mediante, (Egbert y Erofeeva, 2002):

$$\text{varianza}(\hat{\zeta}_l) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (\zeta_l^i - \hat{\zeta}_l^i)^2 \quad (1)$$

Los errores estimados mediante este método de simulación dependen, claramente, de los errores asumidos a priori (ver sección 2). Las Figuras 3 y 4 muestran los errores estimados para los principales constituyentes de marea semidiurnos y diurnos, respectivamente, usando el método de simulación de Monte Carlo descrito anteriormente. Para la onda M2 la desviación estándar de los errores obtenidos en la elevación de marea es de 1.15 cm. En general, los errores para esta onda son inferiores a 4 cm en el dominio del modelo, excepto en las proximidades de la costa Africana y de frontera del dominio, donde se alcanza un máximo de 8 cm (esta zona se caracteriza por una estructura muy compleja de la línea de costa, con una fuerte concavidad en el límite externo del modelo). Para S2, N2 y K2 el error promedio en el dominio del



modelo es de 1, 0,6 y 0,3 cm, con una desviación estándar de 0,6, 0,3 y 0,2 cm, respectivamente. Para las ondas diurnas los errores máximos en el dominio del modelo son inferiores a 0,6 cm, excepto para Q1 donde se alcanza un error máximo de 1,6 cm.

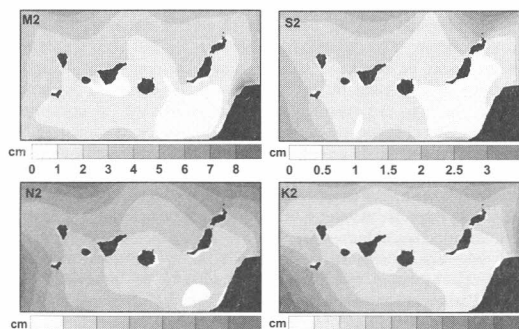


Figura 3 – Errores estimados en el modelo oceánico de marea CIAM2 para las principales ondas de marea semidiurnas: M2, S2, N2 y K2. (Error estimates in the CIAM2 ocean tide model for the main semidiurnal waves: M2, S2, N2 and K2.)

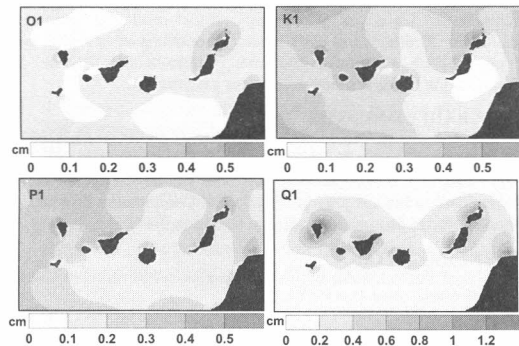


Figura 4 – Errores estimados en el modelo oceánico de marea CIAM2 para las principales ondas de marea diurnas: O1, K1, P1 y Q1. (Error estimates in the CIAM2 ocean tide model for the main diurnal waves: O1, K1, P1 and Q1.)

#### Comparación con otros modelos:

Hemos comparado el modelo para la región de Canarias con otros modelos oceánicos globales en esta zona. Presentamos, como ejemplo, las diferencias obtenidas entre el modelo oceánico de marea CIAM2 y los modelos GOT00 (Ray, 1999) y CSR4.0 (Eanes y Bettadpur, 1995) para los armónicos de marea M2 y O1. En general, se observa (Fig. 5) que las mayores diferencias con respecto a ambos modelos globales, hasta 20 cm en amplitud para M2, se encuentran en el estrecho entre las islas de Tenerife y Gran Canaria, en particular alrededor de esta última, y al sur de Fuerteventura. Como se mencionó en la sección 3, estas zonas están caracterizadas por una variabilidad de las mareas considerable, debido, entre otras razones, a la presencia de una batimetría singular. Estas diferencias ponen de manifiesto la necesidad de utilizar modelos oceánicos locales de alta resolución, con una buena delimitación de los contornos costeros y una resolución adecuada de la batimetría considerada. Para el armónico de marea O1, estas diferencias son mucho más pequeñas, dada la amplitud de la onda.

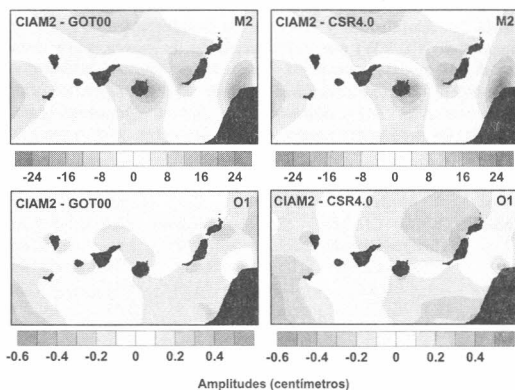


Figura 5 – Diferencias, en amplitudes, entre CIAM2 y los modelos oceánicos globales GOT00 (izq.) y CSR4.0 (der.) para las ondas M2 (arriba) y O1 (abajo). (Differences, in amplitude, between CIAM2 and the GOT00 (left) and CSR4.0 (right) global ocean models, for the waves M2 (top) and O1 (bottom).)

#### 5. VALIDACIÓN DEL MODELO OCEÁNICO CIAM2

Adicionalmente, se ha evaluado el modelo CIAM2 a través del cálculo de la carga oceánica de marea y su comparación con el residual de marea terrestre gravimétrica. Para obtener unas correcciones más precisas del efecto de carga, el modelo oceánico se ha refinado de forma progresiva y uniforme en dirección a la línea de costa (Fig. 1), utilizando una discretización automática de la cuadrícula oceánica e interpolando el valor de la amplitud y fase de CIAM2. Durante este proceso, si una celda es atravesada por la línea de costa, su área se escala por la fracción de agua correspondiente, minimizando así errores debidos a una pobre representación de las líneas de costa. En el entorno de todas las islas del archipiélago, las celdas más pequeñas de la cuadrícula tienen un tamaño de 250 m, aproximadamente. Para la delimitación de los contornos insulares se han utilizado modelos digitales del terreno de 1:25000 (Instituto Geográfico Nacional).

En la Tabla 2 se encuentran indicados los desplazamientos radial y tangencial, en sus componentes NS y EO, causados por efecto de carga oceánica en la estación CV en la isla de Lanzarote (Vieira et al., 1991), para los principales armónicos de marea. Los cálculos, realizados con el programa ATC (Arnos, 1996), se han llevado a cabo considerando 3 modelos oceánicos globales suplementados con el modelo regional CIAM2 en las Canarias. Además, se han incluido los cálculos considerando sólo el modelo CIAM2 mostrando, de esta forma, la contribución de la región al efecto de carga. Por ejemplo, para la onda semidiurna M2, que es la más significativa, se obtiene un desplazamiento radial de unos 28 mm, siendo la contribución exclusiva del modelo local de 12 mm, aproximadamente un 43% del efecto total. Estos resultados ponen de manifiesto la importancia de desarrollar modelos oceánicos locales de alta resolución. En el caso de las variaciones de gravedad, presentamos los valores de carga calculados en las estaciones de CV en Lanzarote y TP en Tenerife para M2 y O1 utilizando, como en el caso anterior, 3 modelos globales suplementados con CIAM2 (Tabla 3). Para M2, la variación de gravedad por efecto de carga en la estación CV alcanza unos 8.3 microGales, siendo la contribución exclusiva del modelo local de 3.5 microGales (42% del total). La Tabla 4 muestra el residual de marea terrestre gravimétrica observado en ambas estaciones (Arnos et al., 2000, 2001). Finalmente, con los valores de carga calculados, se corrigen las observaciones (Tabla 5). En general, se obtiene que las discrepancias con respecto a los factores gravimétricos del modelo teórico elástico DDW (Dehant et al., 1999), 1.16034 para M2 y 1.15276 para O1, se encuentran entorno el 0.5% para M2 y el 0.6% para O1.

**Tabla 2 – Amplitudes y fases de los desplazamientos radial y tangencial (NS, EW) por carga oceánica de marea, para cada uno de los modelos oceánicos. Fases, en grados, con respecto a Greenwich. (Amplitudes and phases (L,λ) of radial and tangential (NS, EW) displacements due to the ocean tidal loading, for each ocean model. Phases, in degree, with respect to Greenwich.)**

Despl.	Modelo	M2		O1	
		L(mm)	λ	L(mm)	λ
Radial	GOT00+CIAM2	27.96	160°5	1.75	-81°4
	TPX06+CIAM2	27.24	159°8	1.65	-77°0
	CSR4.0+CIAM2	28.71	160°8	1.74	-82°7
	CIAM2	12.32	173°9	0.83	-101°3
NS	GOT00+CIAM2	6.26	-36°9	0.51	14°5
	TPX06+CIAM2	6.17	-37°4	0.49	19°1
	CSR4.0+CIAM2	6.26	-37°9	0.51	11°0
	CIAM2	1.00	-179°0	0.07	-95°5
EO	GOT00+CIAM2	1.34	-139°0	0.28	-68°8
	TPX06+CIAM2	1.33	-137°0	0.28	-67°4
	CSR4.0+CIAM2	1.25	-123°8	0.27	-69°2
	CIAM2	0.76	-174°6	0.05	-102°4

**Tabla 3 – Amplitudes y fases (L,λ) de las variaciones de gravedad por carga oceánica de marea, para cada uno de los modelos oceánicos, en las estaciones CV y TP. Amplitudes en μGal y fases, en grados, respecto a Greenwich. (Amplitudes and phases (L,λ) of the gravity changes due to ocean tidal loading, for each ocean model, at CV and TP stations. Amplitudes in μGal and phases, in degree, with respect to Greenwich.)**

Estación	Modelo	M2		O1	
		L	λ	L	λ
CV	GOT00+CIAM2	8.35	163°8	0.71	-94°9
	TPX06+CIAM2	8.16	163°0	0.62	-96°5
	CSR4.0+CIAM2	8.48	163°9	0.70	-97°1
	CIAM2	3.48	173°8	0.23	-101°2
TP	GOT00+CIAM2	8.99	179°3	0.84	-87°8
	TPX06+CIAM2	8.82	178°7	0.75	-89°0
	CSR4.0+CIAM2	9.00	179°4	0.81	-89°3
	CIAM2	5.09	-174°2	0.35	-97°3

**Tabla 4 – Factores gravimétricos observados δ, fases α y vector residual de marea (B,β) en las estaciones CV y TP. (Observed gravity factors δ, phases α and tidal residual vector (B,β) at CV and TP stations.)**

Estación	Modelo	δ		B(μGal)		β	
		δ	α	B	β	δ	α
CV	M2	1.0176±0.0004	2.267±0°022	8.53	164°3		
	O1	1.1571±0.0007	-1.603±0°036	0.86	-83°1		
TP	M2	1.0019±0.0011	0.128±0°065	9.23	179°2		
	O1	1.1624±0.0034	-1.795±0°166	0.97	-76°0		

**Tabla 5 – Factores gravimétricos y fases después de la corrección de los efectos de carga y atracción oceánica, δ' y α', para cada uno de los modelos oceánicos considerados, en las estaciones CV y TP. (Observed tidal gravimetric factors and phases after ocean loading and attraction correction, δ' and α', for each ocean model, at CV and TP stations.)**

Estación/Modelo	M2		O1		
	δ'	α'	δ'	α'	
CV	GOT00+CIAM2	1.156906	-0°022	1.158956	-0°276
	TPX06+CIAM2	1.153150	-0°071	1.159339	-0°447
	CSR4.0+CIAM2	1.159160	-0°041	1.159938	-0°300
TP	GOT00+CIAM2	1.154626	0°018	1.160603	-0°211
	TPX06+CIAM2	1.151711	-0°058	1.161354	-0°380
	CSR4.0+CIAM2	1.154799	0°032	1.161463	-0°267

## 6. CONCLUSIONES

En este estudio se han aplicado técnicas de modelado inverso, basadas en la asimilación de datos procedentes de satélite y de mareógrafos en un modelo hidrodinámico, para desarrollar un modelo oceánico de marea para la región de las Islas Canarias. El modelo obtenido CIAM2 tiene una resolución de unos 9 km y, posteriormente, se ha refinado hasta alcanzar los 250 m en el entorno de las líneas de costa. Se ha considerado el porcentaje de agua existente en las celdas mixtas de la cuadrícula oceánica, de forma que se consigue una representación más realista de los contornos costeros. Con el fin de evaluar la calidad del modelo oceánico, se ha realizado un estudio de errores mediante la técnica de simulación de Monte Carlo. Los resultados obtenidos indican un error promedio en las elevaciones de marea de 2, 1, 0.6 y 0.3 cm para las ondas M2, S2, N2 y K2, respectivamente, y un error promedio inferior a 0.25 cm para las principales diurnas O1, K1, P1 y Q1. Adicionalmente, se ha realizado una comparación entre CIAM2 y diversos modelos oceánicos globales, poniendo de manifiesto la necesidad de desarrollar en la zona modelos locales de alta resolución que reflejen la variabilidad de las mareas debidas, entre otras razones, a singularidades en la batimetría y a estructuras complejas de los contornos costeros.

Con la finalidad de validar el modelo CIAM2, se ha realizado un test a través del cálculo de la carga oceánica de marea, comparando los resultados con el residual de marea gravimétrica en dos islas del archipiélago, Lanzarote y Tenerife. Estos resultados permiten cuantificar las diferencias entre modelos oceánicos en la región, así como mejorar el modelo oceánico desarrollado mediante la minimización de los residuales de marea gravimétrica.

## 7. AGRADECIMIENTOS

Este estudio ha estado financiado por el proyecto REN2002-00544/RIES y por la ayuda de la Dirección General de Universidades e Investigación de la Consejería de Educación de la Comunidad de Madrid y de la Universidad Complutense de Madrid como entidades financiadoras (Grupo Geodesia 910505).

## 8. REFERENCIAS

- Álvarez, E., B. Pérez y I. Rodríguez (1997): "A description of the tides in the Eastern North Atlantic". *Prog. Oceanogr.*, **40**, 217-244.
- Ancochea, E. y M.J. Huertas (2003): "Age and composition of the amany Seamount, Canary Islands". *Marine Geophys. Res.*, **24**, 161-169.
- Amoso, J. (1996): "Modelización y evaluación de efectos oceánicos indirectos sobre las mareas terrestres en el área de las Islas Canarias". *PhD. Thesis. UCM.*
- Amoso, J., J. Fernandez, R. Vieira, E. Vélaz y A.P. Venedikov (2000): "Results of tidal gravity observations in Tenerife, Canary Islands". *Bull. d'Inform. Marees Terrestres*, **132**, 10283-10290.
- Amoso, J., J. Fernandez, y R. Vieira (2001): "Interpretation of tidal gravity anomalies in Lanzarote, Canary Islands". *J. Geodynam.*, **31**, 341-354.
- Amoso, J., M. Benavent, B. Ducarne and F.G. Montesinos (2006): "A new ocean tide loading model in the Canary Islands region". *J. Geodynam.*, **41**, 100-111.
- Dehant, V., Defraime, P., y J. Wahr (1999): "Tides for a convective Earth". *J. Geophys. Res.*, **104**, B1, 1035-1058.
- Dushaw, B.D., Egbert, G., Worcester, P., Cornuelle, B., Howe, B. y K. Metzger (1997): "A TOPEX/POSEIDON global tide model (TPXO.2) and barotropic tidal currents determined from long-range acoustic transmissions". *Prog. Oceanogr.*, **40**, 337-367.
- Eanes, R.J. y S. Bettadpur (1995): "The CSR3.0 global ocean tide model". *CSR-TM-95-06. Center for Space research, University of Texas, Austin.*
- Egbert, G.D., A.F. Bennett y G.G. Foreman (1994): "TOPEX/POSEIDON tides estimated using a global inverse model". *J. Geophys. Res.*, **99**, C12, 24821-24852.
- Egbert, G.D. y S.Y. Erofeeva (2002): "Efficient inverse modeling of barotropic ocean tides". *J. Oceanic Atmos. Technol.*, **19**, 2, 183-204.
- Martinez, A., Pérez, E. y M. Bruno (1999): "Variation of the tidal properties around Gran Canaria". *Oceanologica Acta*, **22**, 1, 19-30.
- Ray, R.D. (1999): "A global ocean tide model from TOPEX/POSEIDON altimeter: GOT99.2". *Nasa Technical Memorandum*, **TM209478**, 58pp.
- REDMAR (2004): *Red de Mareógrafos de Puertos del Estado*. Informe anual 2004.
- Smith, W.H.F. y D.T. Sandwell (1997): "Global sea floor from satellite altimetry and ship depth soundings". *Science*, **277**, 5334, 1956-1962.
- Venedikov, A.P., Amoso, J. y R. Vieira (2003): "VAV: a program for tidal data processing". *Comput. Geosci.*, **29**, 487-502.
- Venedikov, A.P., Amoso, J. y R. Vieira (2005): "New version of program VAV for tidal data processing". *Comput. Geosci.*, **31**, 667-669.
- Vieira, R., van Ruymbeke, M., Fernandez, J. y C. Toro (1991): "The Lanzarote underground laboratory". *Cahiers Techn. Eur. de Géodynam. et Seism.*, **4**, 71-86.

## Bases de calibración de altímetros en Cabo de Begur e Ibiza

### *Calibration Altimeter Sites at Cape of Begur and Ibiza Island*

Juan J. Martínez-Benjamin<sup>(1)</sup>, Marina Martínez-García<sup>(1)</sup>, Miquel Angel Ortiz<sup>(2)</sup>, Gema Rodríguez<sup>(3)</sup>, José Martín-Dávila<sup>(4)</sup>, Jorge Gárate-Martín<sup>(4)</sup>, Pascal Bonnefond<sup>(5)</sup>, Begoña Pérez<sup>(6)</sup>, Cristina García<sup>(4)</sup>

E IBIZA2003 Team

<sup>(1)</sup>Universidad Politécnica de Cataluña, Dept. Ingeniería de Terreno, Cartografía y Geofísica (ETSECCPB)  
c/ Jordi Girona 1-3, 08034 Barcelona, benjamin@fa.upc.edu

<sup>(2)</sup>Instituto Cartográfico de Cataluña, Barcelona, mangelo@icc.es

<sup>(3)</sup>Universidad Complutense de Madrid, Facultad de Matemáticas, Madrid, Gema\_Rodriguez@mat.ucm.es

<sup>(4)</sup>Real Instituto y Observatorio de la Armada en San Fernando, Cádiz, mdavila@roa.es, jgarate@roa.es, cristina.garcia@roa.es

<sup>(5)</sup>Observatoire de la Côte d'Azur, Grasse, Francia, Pascal.Bonnefond@obs-azur.fr

<sup>(6)</sup>Puertos del Estado, Madrid, bego@puertos.es

#### SUMMARY

*In this work the three Begur Cape experiments on radar altimeter calibration are overviewed. These campaigns were conducted on 16-19<sup>th</sup> March 1999 (first altimeter calibration ever developed in Spain), on 4-7<sup>th</sup> July 2000 (first TOPEX Altimeter side-B calibration ever made in the Mediterranean Sea and marine geoid mapping) and the last 25-28<sup>th</sup> August 2002 (in-situ Jason-1 Altimeter calibration). The in-situ or direct absolute calibration estimating the TOPEX Alt-B bias was performed during the overflights by using GPS buoys. The advantage of that method is that neither geoid modelling nor tidal error is needed. Other main objective of these campaigns was to map the profile of the Mean Sea Surface (mss) along the closest ascending T/P groundtrack (15-20 km far from the coast). For that purpose coastal tide gauge measurements were required to connect the instantaneous sea surface measured by the buoy with the time independent mss. Mapping the marine surface for indirect altimeter calibration has the advantage of allowing the calibration of any radar sensor that crosses the studied area but, in turn, the disadvantage is that the method requires ocean tide and geoid knowledge, which reduces the accuracy of the bias estimate by a factor of two.*

*A Spanish JASON-1 geoid gradient campaign with French support has been made in June 2003 at the Ibiza island in the NW Mediterranean Sea. The main objective has been to map with a new designed, builded and calibrated GPS catamaran, the local geoid gradient in three areas around Ibiza island under the ascending (187) and descending (248) Jason-1 ground tracks. The catamaran equipped with two GPS antennas to perform continuous sea level measurements was towed by the Patrol Deva from the Spanish Navy. Five GPS reference stations were deployed on Ibiza island: one in Portinatx, two in San Antonio and two in Ibiza. The marine geoid has been used to relate the coastal tide gauge data from Ibiza and San Antonio harbours to off-shore altimetric data. In the framework of the campaign, the levelling of the Ibiza and San Antonio tide gauges to the respective GPS markers was performed.*

*We present synthesis of the results obtained from Topex/Poseidon and the first results on Jason-1 altimeter calibration using the direct measurements from GPS buoys and the derived marine geoid. The Ibiza results agree relatively well with results obtained at Corsica, Harvest and Bass Strait calibration permanent sites. Moreover, the geodetic activities (e.g., GPS, levelling) has permitted to build a very accurate (few mm) local network linked to the European one, with a reference frame compatible with the satellite altimetry missions (ITRF2000). The GPS kinematic data were processed using two different softwares allowing to check the consistency of the solutions. A perspective of a new Jason-1, including Envisat, Ibiza campaign to be made around 2007 will be presented.*

#### 1. INTRODUCCIÓN

Satellite radar altimetry plays a critical role in monitoring the global oceans for scientific uses as well as navigation. The extreme accuracy of Jason-1 and Topex/Poseidon, and the additional global coverage of the European satellite Envisat, have created significant advances in geodetic, oceans and climate studies. Altimeter calibration is essential to obtain an absolute measure of sea level, as are knowing the instrument's drifts and bias. Specially designed tide gauges are necessary to improve the quality of altimetric data, preferably near the satellite track. Further, due to systematic differences among instruments onboard different satellites, several in-situ calibrations are essentials to tie their systematic differences.

During the last years, complementary altimetric missions have notably permitted to compare instruments: relative calibrations have been achieved, global statistics and results show the power of such a technique. However, through these missions, problems have been discovered both in the algorithms and the instruments: the SPTR and USO drift corrections for ERS, the oscillator drift corrections for TOPEX/Poseidon and more recently in the JMR wet path delay correction for Jason-1. This has reinforced the interest of absolute

calibration campaigns to detect such problems in near-real time. Beyond the calibration of the altimeters, the calibration sites also are very useful in assessing the various components of the altimetric systems, even if it is only a single-point verification. The calibration sites are often equipped with a complete system of in-situ instruments which have the capability of measuring very accurately the environmental parameters interfering in the altimetric measurement: sea state, sea level, troposphere and ionosphere effects, reference frame stability, etc. Nevertheless, absolute calibration of radar altimeters at the centimeter level or less is one of the most difficult challenges in Space Geodesy. Indeed, the realization of the closure equation - to compare terrestrial sea level measurements with sea heights deduced from satellite altimetry - requires a very specific area where several kind of quantities (sea level, terrestrial positioning, orbit, etc.) have to be precisely and simultaneously measured at each overflight of the altimeter satellite. This leads to perform, with a very high accuracy, comparisons between the used techniques (in situ and space ones) in a homogeneous geocentric reference frame. The global error budget of the absolute calibration experiment is thus very difficult to achieve, because of all kinds of possible systematic errors. The main absolute calibration experiments realized in the recent past [Ménard et al.,

1994; Christensen et al., 1994; Francis, 1992] showed this difficulty clearly. As a consequence of the increased precision of the satellite altimetry technique (instrumentation, orbit, and corrections) over the last ten years, requirements are now at the centimeter level and even less for the altimeter bias determination. This makes absolute calibration a field campaign which can be very expensive economically, but remains strictly necessary for a given oceanographic mission and especially for a series of successive missions (over several decades).

Three preliminary campaigns for TOPEX/POSEIDON (T/P) were made in March 1999 and July 2000 and for JASON-1 in August 2002, in the NW Mediterranean Sea at the Begur Cape area.

Direct absolute altimeter calibration was made in these campaigns from direct overflights using GPS buoys with a toroidal design performed at the ICC based in the original design of the University of Colorado at Boulder and a estimation of the TOPEX Alt-B bias was made.

In the second campaign the main objective was to map with GPS buoys the Mean Sea Surface MSS along an ascending T/P groundtrack about 15-25 km from the coast, using coastal tide gauge measurements from L'Estartit.

We present synthesis of the results obtained from Topex/Poseidon campaigns at l'Estartit and the first results on Jason-1 altimeter calibration using the direct measurements from GPS buoys and the derived marine geoid at Ibiza island. They agree relatively well with results obtained at Corsica, Harvest and Bass Strait calibration permanent sites. Moreover, the geodetic activities (e.g., GPS, levelling) has permitted to build a very accurate (few mm) local network linked to the European one, with a reference frame compatible with the satellite altimetry missions (ITRF2000). The

GPS kinematic data were processed using two different softwares allowing to check the consistency of the solutions.

## 2. CALIBRATION METHODOLOGY

A comparison of the instantaneous sea surface height (SSH) estimated by two independent techniques at the same geographical location and time was the methodology followed [Bonnefond et al. 2003b]. This technique is the so-called direct calibration method.

The instantaneous SSH derived from the JASON-1 measurements, that is, the difference between the satellite orbit height ( $h_{orbit}$ ) and the altimeter measurement ( $h_{alt}$ ), which represents the corrected basically raw range of the media delays, troposphere and ionosphere, the sea state bias and the instrumental delay  $SSH_{Jason}$ , is compared with the same magnitude  $SSH_{tide\ gauge}$  which can be considered a 'true' measurement of the instantaneous sea level, estimated from the measurements of the GPS buoys placed underneath the ascending T/P satellite ground track.

$$SSH_{JASON} = h_{orbit} - h_{alt} \quad (1)$$

Thus the bias of the altimeter is obtained from this comparison :

$$BIAS = SSH_{JASON} - SSH_{tide\ gauge} \quad (2)$$

However, because off-shore altimetric data are affected by the geoid slope, the Sea Level map derived from both the GPS catamaran campaign (Ibiza 2003) or the GPS buoy campaign (Begur 2000 and 2002) is used to correct them. Such a method is described in detail in [Bonnefond et al., 2003b].

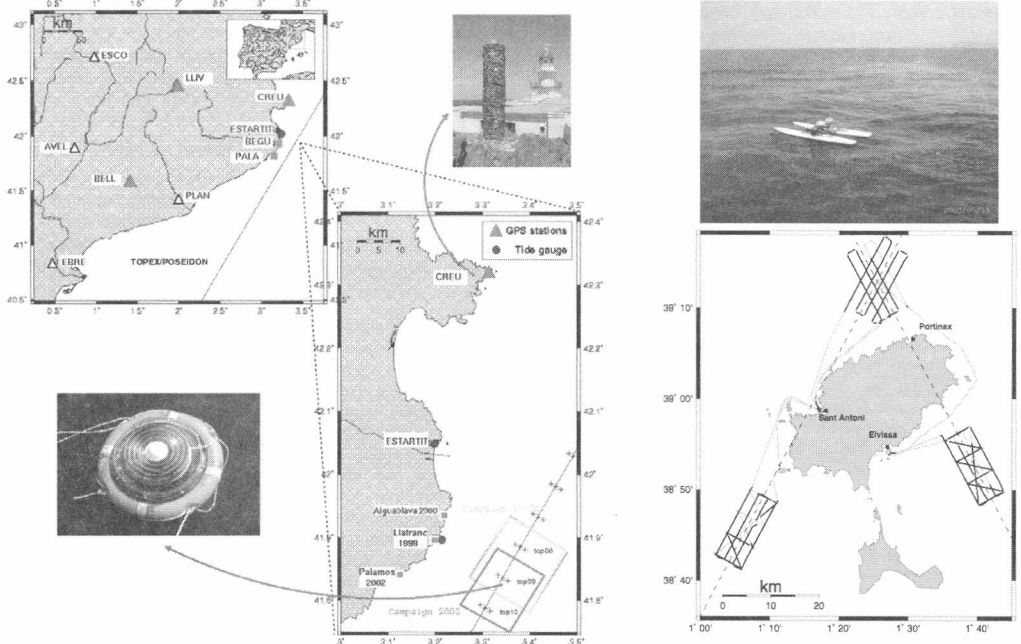


Figure 1 - General distribution of the calibration site of Begur and Ibiza. At left, the GPS network of the ICC in Catalonia and the calibration area offshore Begur Cape (surveying points on 1999-2000 and 2002 campaigns). It is represented the nominal T/P ground track in the center and the parallel internal and the external ground tracks for mapping of the sea surface. At right, The 2003 Ibiza calibration distribution and GPS catamaran. GPS data collected (gray) and kept (black). Dashed lines represent the Jason-1 passes: ascending N°187 (South West - North East) and descending N°248 (North West - South East).

### 3. CALIBRATION CAMPAIGNS

#### 3.1 BEGUR CALIBRATION CAMPAIGNS

The instrumentation consists on the reference station at the coast and the GPS buoys. The near tide gauge is only used when performing the indirect method. The reference station close to the satellite ground track is needed in order to achieve kinematic buoy solutions within centimeter accuracy level, which is the typical error assumed for the range measurement of the altimeter [Fu and Cazenave, 2001].

In all the campaigns, the buoy solution has been computed by using a differential kinematic strategy with short baselines, assuming common atmosphere corrections (ionosphere and specially troposphere) between the fix receiver and the rover. The mean value of the baselines is of 14.3 km and 14.9 km in 1999 and in 2000, respectively, and of 22.4 km in 2002. Previously, the coordinates of the fiducial site at the coast (triangles in **figure1**) have been fixed by computing the free-network solution [Zumberge, 1997] that involves several permanent IGS-ITRF stations of the ICC in Catalonia (squares in fig.1).

Apart of the tide gauge at l'Estartit, two ancillary sensors were temporally installed at Llafranc harbor in 1999 in order to study the spatial and temporal variability of the tides in that area from the simultaneous records.

In the 1999 and the 2000 campaigns the direct estimation of the altimeter bias was realized during the overflight of the TOPEX/POSEIDON onto a point marked as TOP-08 and in the 2002 campaign the overflight occurred onto TOP-11, in **figure1**. Overflight times have an uncertainty of about 10 sec.

#### 3.2 IBIZA CALIBRATION CAMPAIGNS

The determination of the marine geoid by GPS catamaran technique was objective. This marine geoid will be used to rely the coastal tide gauge data and the off of coast Jason-1 altimeter data. The GPS catamaran was designed at ICC taking in account the one used in Senetosa/Corsica campaigns [Bonnefond et al., 2003b]. Also a toroidal GPS buoy was

used. GPS reference stations were located at Ibiza, San Antonio and Portinatx (**figure 1**). Data from tide gauges at Ibiza and San Antonio have been used and a spirit levelling was performed in these two places.

### 4. CALIBRATION RESULTS

#### 4.1 BEGUR CAMPAIGNS

The GPS data have been processed with the GIPSY/OASIS-II software (JPL). In the three campaigns the GPS data processing has been split in two parts: First, positioning of the reference station at the coast near the calibration area (free-network solution) and, second, differential positioning of the buoy respect to the reference (fiducial) site off the coast (differential kinematic solution).

In the direct calibration the SSH measured by the altimeter at the overflight is compared with the same magnitude derived from the buoy solution. Thus the range bias is computed in **table 1** and example of the kinematic solution at 2000 campaign is given in **figure3**.

The significant wave height (SWH) computed from GPS as described in the section before is compared with the simultaneous radar altimeter measurement. **Table 2** shows very good agreement between both measurements, thus GPS measurements are very accurate descriptors of SWH because it is the standard deviation from the mean value of the sea surface.

Also the altimeter bias computed by the mapping of the sea surface and correcting the sea level anomaly from the time serie of l'Estartit tide gauge give closer values to the ones given in the literature and their associated rms have decreasing respect to the values obtained in the single point calibrations or direct methods where the buoy is physically present (**table 3**).

Table 1 - Estimation of the  $SSH_{BIAS}$  by single point experiments over point TOP-08 (figure 1) for TOPEX-B and over point TOP-11 for Jason-1 radar instruments. The values in 1999 correspond to similar GPS buoys used at that campaign (UPCB and JPLB buoys, respectively).

Campaign	Overflight (UTC time)	Cycle	$SSH_{GPS}$ (m)	$SSH_{alt}$ (m)	$SSH_{BIAS}$ (cm)	Alt. product
1999	18/03 at 08:45:41	T/P 239	$49.12 \pm 0.319$	$49.05 \pm 0.04$	$6.50 \pm 32.10$	M-GDR
			$49.09 \pm 0.323$	$49.05 \pm 0.04$	$3.70 \pm 32.60$	TOPEX-B
2000	07/07 at 07:34:47	T/P 287	$49.24 \pm 0.074$	$49.21 \pm 0.04$	$+3.43 \pm 7.96$	M-GDR
						TOPEX-B
2002	28/08 at 15:37:07	J 23	$49.29 \pm 0.061$	$49.18 \pm 0.08$	$+10.52 \pm 10.35$	I-GDR
						Jason-1

Table 2 - SWH at the overflight and the in-situ wind speed.

Campaign	$SWH_{GPS}$ (cm)	$SWH_{alt}$ (cm)	WS(km/h)
1999 UPCB	128.0	130.0	31.0
1999 JPLB	129.0	130.0	31.0
2000	21.0	20.0	17.0
2002	27.5	28.0	10.0

#### 4.2. IBIZA CAMPAIGNS

Jason-1 altimetric data was analyzed from cycle 9 (beginning of San Antonio tide gauges data) to cycle 62. Fig.4 and 5 shows the time series of the Jason-1 altimetric bias for pass

Table 3 -  $SSH_{BIAS}$  estimation by the indirect method for TOPEX-B and Jason-1 altimeter in only one pass.

Date	Cycle	averaged points	$SSH_{BIAS}$ (cm)	Altimeter product
2000	T/P 287	6	$+2.13 \pm 6.55$	M-DGR TOPEX-B
2002	J 23	4	$+10.12 \pm 6.23$	I-DGR Jason-1

187 (left) and 248 (right) from Ibiza and San Antonio tide gauges.

The statistics of this analysis are summarized in table 4. The bias found at San Antonio is very close to that found at other

calibration sites notably the Corsica one where the geographically correlated errors should be comparable (orbit, sea state,...):  $+138 \pm 7$  mm at Harvest [Haines et al., 2003],  $+120 \pm 7$  mm at Corsica [Bonfond et al., 2003b] and  $+131 \pm 11$  mm at Bass Strait [Watson et al., 2003].

However, the one derived from Ibiza tide gauge data exhibit a difference of about +50 mm. This confirms the difference of

48 mm found in the GPS sea height versus tide gauge sea level at Ibiza (Tab.4). Moreover, the mean sea heights of tide gauges (Tab.5) exhibits a difference of 95 mm while the geoid height difference should be close to 50 mm. It seems that there should be an error of about 50 mm either in the leveling or the height between the pressure sensor and the Tide Gauge Bench mark. These measurements have to be redone to find the error source.

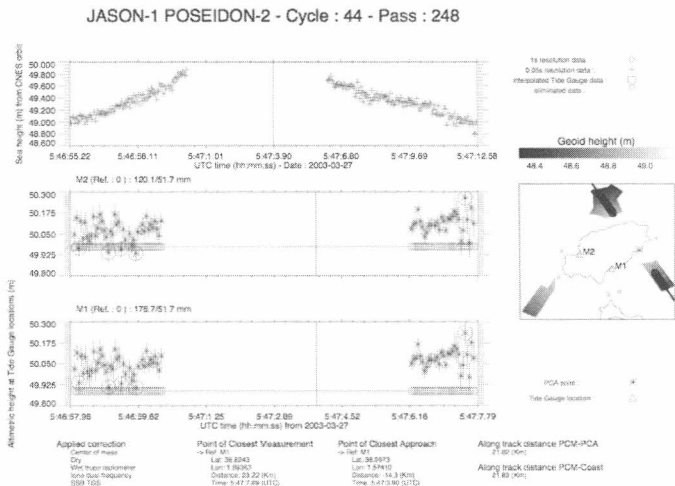


Figure 2 - Jason-1 altimeter calibration process for pass 248 and cycle 44.  
 Table 4 - Statistics of the Jason-1 altimeter bias for passes 187 and 248 using Ibiza and San Antonio tide gauges.

Pass	Ibiza		San Antonio	
	Mean (mm)	$\sigma$ (mm)	Mean (mm)	$\sigma$ (mm)
187	169.0	33.4	119.0	23.4
248	177.0	24.5	122.0	27.4

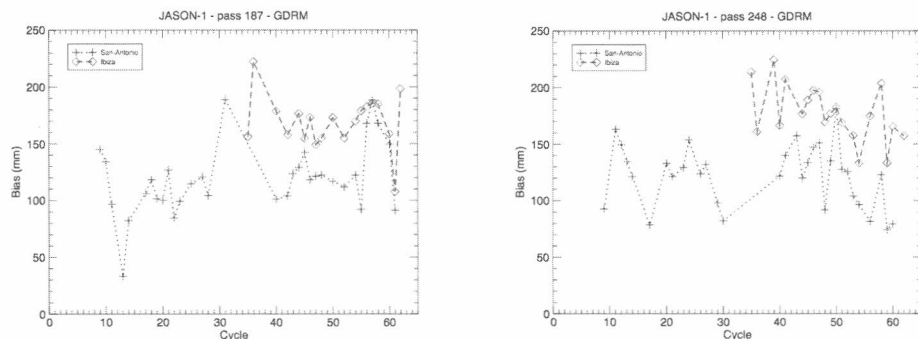


Figure 5 - Time series of Jason-1 altimeter bias for pass 187 (left) and 248 (right). Crosses and diamonds represent the determination from San Antonio and Ibiza tide gauges respectively.

5. REFERENCES

Bonfond, P., P. Exertier, O. Laurain, Y. Menard, A. Orsoni, G. Jan, and E. Jeansou. (2003b). Absolute Calibration of Jason-1 and TOPEX/Poseidon Altimeters in Corsica, *Marine Geodesy*, 26(3-4), 261-284.  
 Born, G.H., M.E. Parke, P. Axelrad, K.L. Gold, J. Johnson, K.W. Key and D.G. Kubitschek. (1994). Calibration of the TOPEX altimeter using a GPS buoy. *J. Geophys. Res.* 99(C12), 24517-24526.  
 Fu, L.L., and Cazenave, A., 2001, Satellite Altimetry and Earth Sciences, International Geophysics Series, vol. 69, Academic Press.  
 J.J. Martinez-Benjamin, M. Martinez, S. Gonzalez, A. Nuñez, F. Buill, M. Espino, J. Lopez, J. Martin Davila, J. Garate, C. Garcia, P. Bonfond, O. Laurain, A. Baron, M.A. Ortiz, J. Talaya, B. Perez, E. Alvarez, G. Rodriguez, D. Gomis, M. Marcos, Y. Menard, G. Jan, E. Jeansou, F. Lyard and L. Roblou, "Ibiza Absolute Calibration Experiment: Survey and Preliminary Results, *Marine Geodesy*, Vol 27, pp.657-681, Taylor&Francis, December 2004.  
 Menard, Y., E. Jeansou and P. Vincent. 1994. Calibration of the TOPEX/Poseidon altimeters at Lampedusa: Additional results at Harvest. *J. Geophys. Res.* 99(C12), 24487-24504.  
 Shum, C.K., Y. Yi, K. Cheng, C. Kuo, A. Braun, S. Calmant and D. Chambers (2003). Calibration of JASON-1 Altimeter over Lake Erie, *Marine Geodesy*, 26(3-4), 335-354.  
 Zumberge, J.F., Heflin, M.B., Jefferson, D.C., Watkins, M.M., and Webb, F.H. (1997). Precise point positioning for the efficient and robust analysis of GPS data from large networks, *Journal of Geophysical Research*, 102, B3, 5005-5017.



# Sobre la influencia del ángulo de corte y del azimut en procesamiento GPS de alta precisión.

## *On the influence of the cutoff angle and the bearing in high precision GPS vector determination.*

J. Zurutuza<sup>(1)</sup>, S. Hilla<sup>(2)</sup>, T. Soler<sup>(2)</sup> and M. J. Sevilla<sup>(3)</sup>

<sup>(1)</sup>GEOLan Donosti SL, Portuexxe 53 b Of. 314 San Sebastián (Gipuzkoa), [jz@geolandonosti.com](mailto:jz@geolandonosti.com)

<sup>(2)</sup>National Geodetic Survey, NOAA, N/NGS21315 East-West Highway, #8825, Silver Spring, MD 20910-3282 [Steve.Hilla@noaa.gov](mailto:Steve.Hilla@noaa.gov), [Tom.Soler@noaa.gov](mailto:Tom.Soler@noaa.gov)

<sup>(3)</sup>Instituto de Astronomía y Geodesia, Facultad de Matemáticas, Universidad Complutense 28040 Madrid, [sevilla@mat.ucm.es](mailto:sevilla@mat.ucm.es)

### SUMMARY

*Accurate GPS vector determination is nowadays one of the major problems in modern geodesy. Most of the errors are modelled either to smooth atmospheric effects or to remove biases, like clock offsets. The network design criteria and the vector processing solutions are based in distances to the reference stations and in the time span of the vectors involved in the sessions. Thus, the final solutions are computed accurately and the residuals show the quality of the computations. What is not usual to be taken into account in the final vector computation is the bearing of the vector to be processed, as the cutoff angle is considered fixed. This paper deals with the variation on the final solution due to the different cutoff angles, and still more important, to the bearing of the vector in high precision GPS vector determination. If in the future, the IGS starts to distribute orbits that are created using the ANTEX file, this elevation-angle dependency should diminish.*

### 1. INTRODUCCIÓN

El procesamiento GPS de precisión es una de las tareas más estudiadas en la Geodesia moderna. Las precisiones alcanzadas en la determinación de vectores GPS pueden ser de hasta 1 - 2 ppb (2 mm/1000 km), Leick, (2004). Sin embargo, para obtener estas precisiones, hay que tener presentes y modelar todos los elementos y parámetros cuya influencia en los resultados finales sea de esa magnitud. Entre los factores más importantes a considerar en la determinación precisa de vectores GPS, se pueden citar: la tectónica de placas, introduciendo variaciones de hasta 5 cm/año; el movimiento del Polo 9 m/434 días; mareas terrestres, con variaciones diarias de hasta 30 cm en la componente vertical y de hasta 5 cm en el plano horizontal y, finalmente, carga oceánica, produciendo variaciones diarias de hasta 5 cm en la componente vertical y hasta 2 cm en el plano horizontal, Leick (2004).

Entre los efectos de propagación de las señales a través de la atmósfera más importantes se encuentra el efecto ionosférico. Mediante la combinación de los portadores  $L_1$  y  $L_2$  en la conocida combinación  $L_3$  o "libre de ionosfera" Hofmann-Wellenhoff (2001), más del 95% de efecto ionosférico desaparece.

Un factor fundamental en la determinación de vectores es la correcta definición de los centros de fase de los receptores. Lo habitual es la utilización de patrones relativos (PCV) referidos a un estándar común que es la antena Dorne Margolin T, es decir se utilizan variaciones relativas a dicha antena que publica el IGS. Para distancias no muy grandes, las variaciones relativas de los centros de fase pueden ser suficientes. Sin embargo, para redes globales, donde las elevaciones de los satélites observados en los extremos de los vectores a procesar son muy diferentes, Mader (1999), es necesaria la definición de calibraciones absolutas para obtener buenos resultados. Estas variaciones no están extendidas en los cálculos habituales y pueden ser las causantes de una variación de escala de unas 15 ppb R. Schmid et al. (2003), en comparación con otras técnicas, como VLBI.

El presente trabajo se basa en la determinación de una serie de vectores con diferentes ángulos de corte de los satélites y diferentes PCV (relativas y absolutas), de forma que la variación producida en el resultado final se deberá únicamente a la modificación de este parámetro.

### 2. ESTADO DEL PROBLEMA

Para estudiar la variación de los resultados con diferentes ángulos de corte de los satélites observados, se han considerado una serie de estaciones IGS con coordenadas conocidas en la fecha de

cálculo. La estación de referencia es MATERA (MATE) y, con origen en ésta, se han calculado estaciones con diferentes azimutes y a diferentes distancias, según se muestra en la tabla 1. De esta forma, se pretende estudiar no sólo la variación de los resultados debida a las elevaciones de los satélites, sino que se pretende ver la correlación de la variación con el azimut del vector procesado. El procesamiento ha sido efectuado tanto con patrones relativos como con los absolutos (ANTEX).

**Tabla 1 – Estaciones IGS calculadas (IGS computed stations)**

Dirección	Nombre	Distancia (km)
Norte - Sur	GRAZ	719.368
	BOR1	1.290.706
	TRO1	3.198.082
NorEste	GLSV	1.517.439
	ZWEN	2.214.054
NorOeste	ZIMM	1.013.797
	HERS	1.694.441
	BRUS	1.474.636
Este - Oeste	MAD2	1.765.676
	NSSP	2.336.285

Los datos de la tabla 1 se reflejan en la figura 1.

### 3. METODOLOGÍA DE CÁLCULO

La metodología de cálculo seguido es la habitual en procesamiento de vectores GPS de estaciones Permanentes (IGS, EUREF,...). Sin embargo, es de gran importancia destacar que en este caso concreto, la elección de los parámetros tiene una importancia relativa ya que el efecto del parámetro va a ser el mismo en todas las soluciones del vector. Por ejemplo, el efecto de carga será idéntico en la sesión procesada, por lo cual el único parámetro relevante en la variación de la solución final de cada vector es el ángulo de corte considerado y de la información del fichero de PCVs.

Los parámetros generales del procesamiento son (I):

- Frecuencia: "libre de ionosfera" ( $L_3$ )
- Intervalo: 30 (seg).
- Elevación: 0°, 3°, 6°, 9°, 12°, 15°, 18°, 21° o 24°.
- Intervalo trop.: 10800 (seg) [piece-wise linear parametriz.
- Dd correladas: sí.
- Efemérides precisas: sí, IGS, ya corregidas al International Reference Pole.
- Marco de referencia: Igb00.

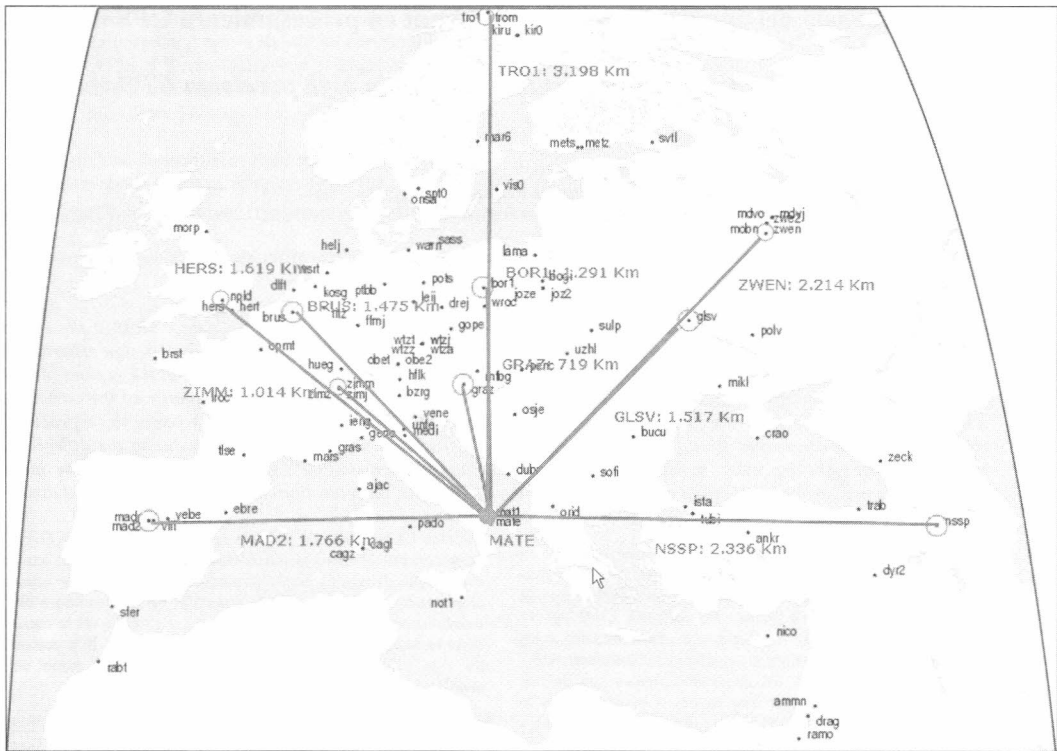


Figura 1 – Red IGS y estaciones calculadas. (IGS Network and computed stations.)

Los parámetros generales del procesamiento son (II):

- Carga oceánica: estándar (de la bases de datos IGS).
- Máximo tiempo entre datos: 540.000 seg.
- Valor límite: 0.100 m.
- Modelo de marea terrestre: IERS.
- Modelo trop.: nmf (niell mapping function).

Con estos parámetros, las soluciones obtenidas en solución diaria han de estar en torno a los 1,5 cm. El Software utilizado ha sido PAGES, del National Geodetic Survey (PAGES software, 2005).

4. RESULTADOS

Debido a la elevada cantidad de datos calculados, se van a mostrar los resultados en forma de gráfico. En primer lugar, se muestran las variaciones obtenidas de las Coordenadas Cartesianas (X, Y, Z) en función de la máscara de elevación e independientemente del azimut del vector. En cada gráfico (gráficos 2, 3 y 4) se muestra la variación en caso de considerar PVCs

relativas y absolutas y se adjuntan las discrepancias, respecto de los valores publicados, máximas, mínimas, media y amplitud. Las PCVs relativas se muestran en la parte izquierda de cada gráfico, mientras que las absolutas se corresponden con los resultados de la derecha de cada gráfica.

Seguidamente (gráficos 5, 6, 7 y 8) se adjuntan las variaciones, en coordenadas locales (NEU), Hofmann-Wellenhoff, (2001) de los distintos resultados, en función del azimut del vector. Al igual que en el caso anterior, la variación de los resultados respecto de las PCVs relativas se adjunta a la izquierda, mientras que a la derecha de cada gráfico se muestra la variación de las coordenadas calculadas utilizando PCVs absolutas. En estas gráficas se adjunta la distancia para tener una mejor idea de la calidad de los resultados si bien, por problemas de espacio, se adjunta un único vector de cada dirección. Así, sin entrar en mayores análisis en este apartado, se ve en los gráficos que las precisiones obtenidas son excelentes.

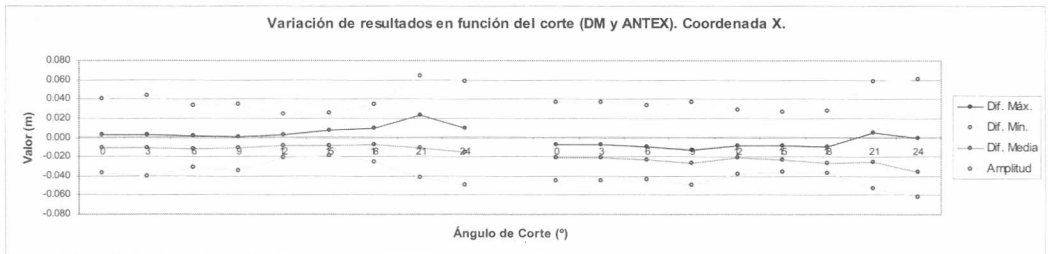


Figura 2 – Variación de X para distintos ángulos de elevación. (X-component variation for the different cutoff angles.)



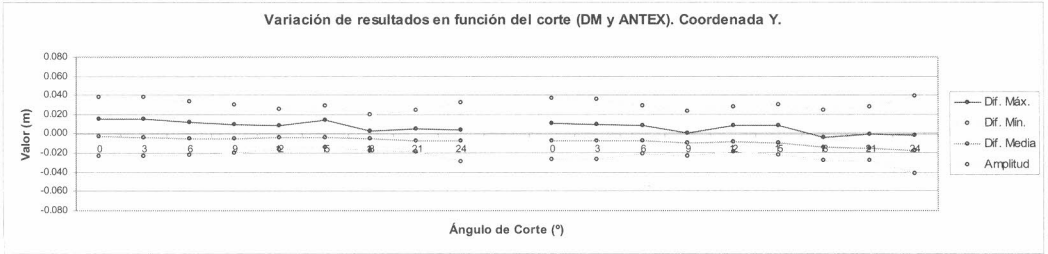


Figura 3 – Variación de Y para distintos ángulos de elevación. (Y-component variation for the different cutoff angles.)

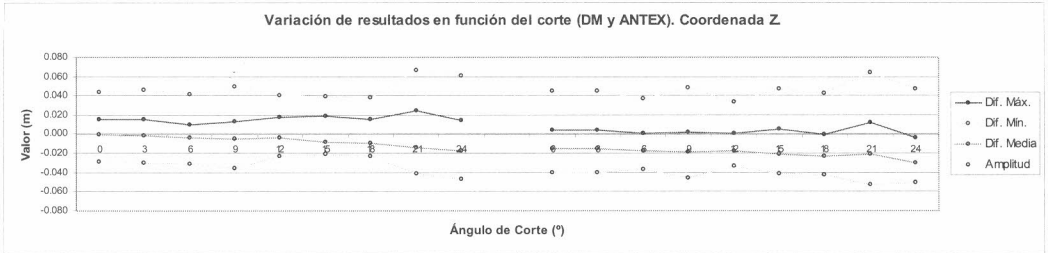


Figura 4 – Variación de Z para distintos ángulos de elevación. (Z-component variation for the different cutoff angles.)

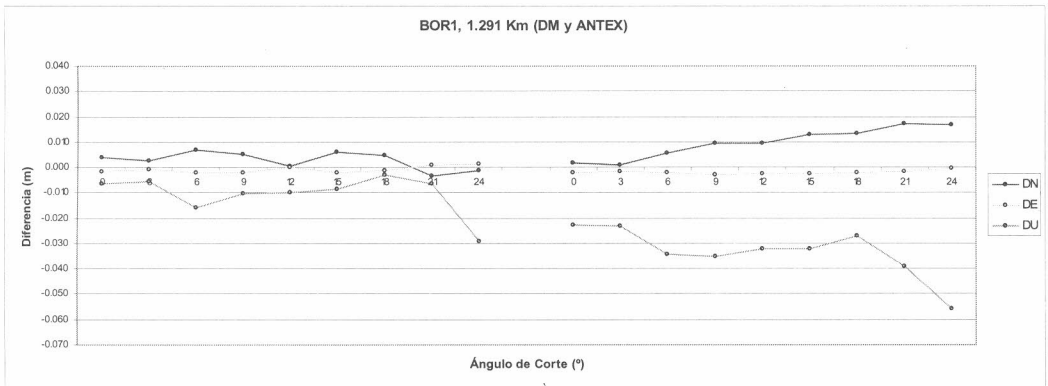


Figura 5 – Línea base Norte - Sur. (North - South baseline.)

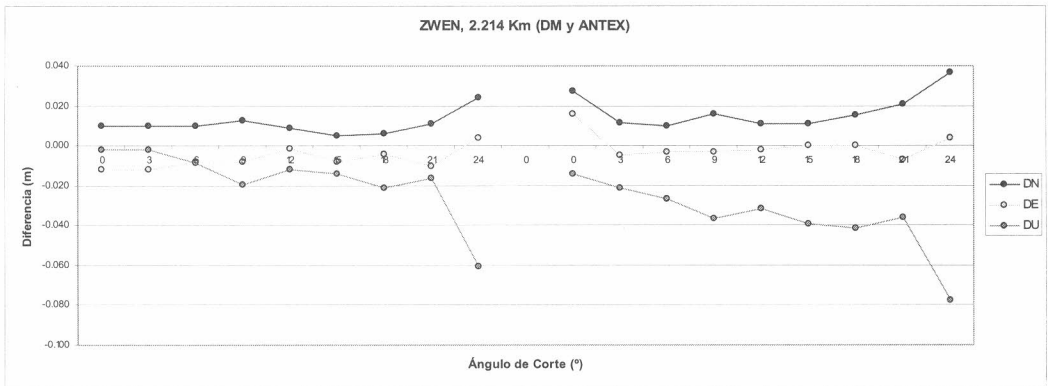


Figura 6 – Línea base Noreste. (Northeast baseline.)

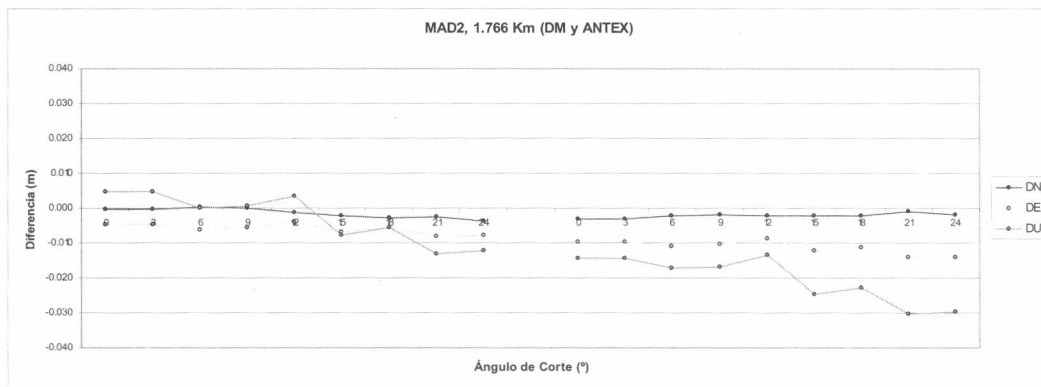


Figura 7 - Línea base Este - Oeste. (East - West baseline.)

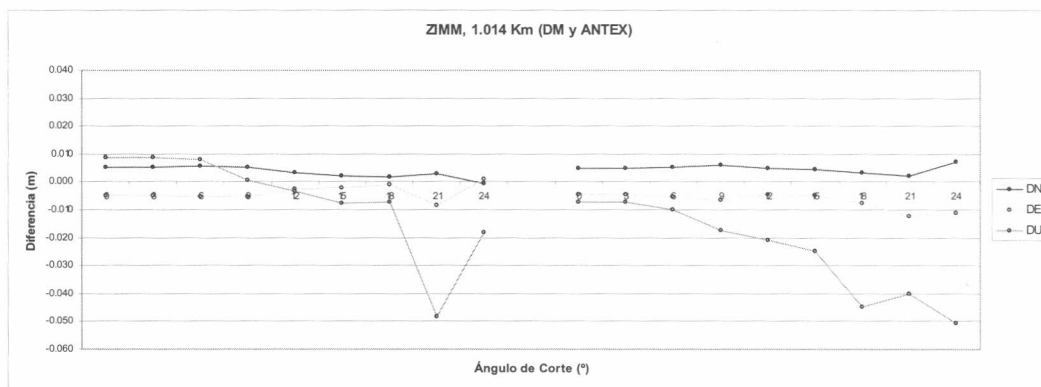


Figura 8 - Línea base Noroeste. (Northwest baseline.)

Como se había comentado con anterioridad, los resultados obtenidos son muy buenos. Es importante profundizar en algunos aspectos de este estudio: Analizando los gráficos 2, 3 y 4, donde se muestra la variación de los resultados en función únicamente de la máscara de elevación, se aprecia que los mejores resultados se dan con máscaras de elevación de entre 12° y 18°.

Respecto a los vectores calculados con diferente azimut, las diferencias en coordenadas Cartesianas, entre los valores publicados por el IGS y los calculados para este estudio, están en torno a los 15 mm en planimetría y en torno a los 25 mm en altimetría. Esto indica una precisión excelente, reforzando la calidad del procesamiento. Hay que tener en cuenta, además, que las líneas base son de una distancia superior a 1.000 km en la mayoría de los casos.

## 5. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

A la vista de los resultados obtenidos, las conclusiones son difíles de obtener. Es clara la correlación entre los resultados obtenidos con los dos modelos de PCVs, pero es patente que los resultados obtenidos con los ficheros ANTEX están sesgados frente a los calculados con PCVs relativos. No se aprecia relación entre la calidad y el azimut de los vectores, ya que las diferencias obtenidas pueden ser consideradas como normales, sin ser debidas a sistematismos.

Con los ficheros ANTEX se observa un sistematismo en la obtención de las alturas no modelado que ya había sido puesto de manifiesto en trabajos previos (Rothacher et al. 1995, Springer 2000, Schmid et al., 2003). En este punto, cabe destacar que el marco Igb00 está escalado en altura para su integración en ITRF00 con otras técnicas, principalmente VLBI y SLR. Sin embargo, este

sistematismo habría de atenuarse con la utilización de ficheros ANTEX.

Como conclusión final y recomendación, destacar que los cálculos han de realizarse con PCV absoluto o relativo, pero sin mezclar ambos.

## 6. REFERENCIAS

- Hofmann-Wellenhof, B., Lichtenegger, H. and Collins, J. (2001): "G.P.S. Theory and Practice, 5<sup>th</sup> revised edition. Springer-Verlag, New York.
- Leick, A. (2004): "GPS SATELLITE SURVEYING. 3rd edition". Wiley, New York Chichester Brisbane Toronto Singapore.
- Mader, GL (1999): "GPS antenna calibration at the National Geodetic Survey". GPS Solutions 3 (1): 50-58.
- PAGES Software (2005), <http://igsceb.jpl.nasa.gov/igsceb/center/analysis/noaa.acn>
- Rothacher, M, Schaer, S, Mervart, T L, and Beutler, G, (1995): Determination of Antenna Phase Centre Variations Using GPS Data, Proceedings of the 1995 IGS Workshop, Potsdam.
- Schmid, R, Rothacher, M. (2003): "Estimation of elevation-dependent satellite antenna phase center variations of GPS satellites". Journal of Geodesy (77): 440-446.
- Springer TA (2000) Common interests of the IGS and the IVS. Proc IVS 2000 General Meeting. Vandenber, R. and Baver D. (eds) Ko' tztzing, Germany, pp 296-305.

## Estabilidad de la red de apoyo GPS en Lanzarote como resultado de cinco campañas de observación

### *Stability of the GPS control network in Lanzarote as a result of five observation campaigns*

Miguel J. Sevilla y Laura García-Cañada

Instituto de Astronomía y Geodesia (CSIC-UCM). Facultad de Ciencias Matemáticas. Universidad Complutense. Madrid.  
sevilla@mat.ucm.es, laura\_garcia@mat.ucm.es

#### SUMMARY

The control network of the GPS permanent station, that the Institute of Astronomy and Geodesy has installed in Jameos, Lanzarote, was presented in the 3<sup>rd</sup> Hispanic Portuguese Assembly of Geodesy and Geophysics held in Valencia in 2002. Thanks to this network, possible movements of the crust are studying respect to the sea level recorded by the tide gauges installed. The GPS antenna is located in the top of a building and the geodetic control network has been designed and installed around it, to study the stability of the monument and building and to monitoring the possible movements of the crust respect to the sea level.

The control net consists of 12 well signalled bench marks and it has been observed since year 2000 till now by means of classic levelling techniques and GPS campaigns. The levelling observations allow a higher precision in the vertical component and it is known that the vertical movements are very important in the records of the tide gauges; while the GPS allows to have a control in the three components.

After five years of observation some results have been obtained that guarantee the stability of the antenna regarding their environment. The objective of this work is to present these results and some comparisons between the results obtained by high precision classic techniques and GPS.

#### 1. INTRODUCCIÓN

El Instituto de Astronomía y Geodesia de Madrid está estudiando el problema del control de los movimientos de la corteza en los mareógrafos de Lanzarote (Figura 1). La finalidad de este proyecto es poder correlacionar los movimientos verticales de la corteza terrestre con las variaciones relativas del nivel del mar obtenidas a partir de las medidas de mareógrafos, que están registrando este nivel de forma continua desde hace más de 10 años.

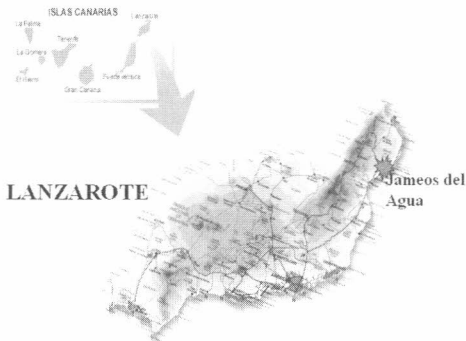


Figura 1 – Zona de trabajo. (Working area.)

Para este estudio se dispone de una estación GPS permanente que, conectándose periódicamente con los mareógrafos, permite obtener las variaciones absolutas del nivel del mar en un sistema de referencia global, de forma que puedan ser comparadas con los datos de otros mareógrafos y con los de otras técnicas de medidas del nivel del mar, como la altimetría por satélites.

Como los mareógrafos se mueven en el tiempo debido a causas geológicas, es necesaria la realización de medidas continuas GPS. Para obtener la mejor precisión posible, con una estación permanente GPS, es muy importante que la antena tenga un horizonte despejado, por eso, en este caso, la antena GPS está

situada en el tejado de la Casa de los Volcanes, en Jameos de Agua, Lanzarote (Figura 2).

En anteriores Asambleas y Congresos se han ido presentando resultados parciales (García et al 2002 a, b, 2004, 2005. Sevilla et al 2002 a,b; Otero y Sevilla 2002). Ahora presentamos los obtenidos después de cinco años de observación (seis para nivelación). El resultado es que desde 2001 hasta 2005 no se han detectado movimientos significativos de los puntos observados.

#### 2. LA ESTACION GPS PERMANENTE DE JAMEOS

El equipo que está allí instalado actualmente es un receptor GPS Ashtech MicroZ-CGRS, de 12 canales y bifrecuencia y una antena ASH701945B\_M, lo que cumple todos los requisitos necesarios como para ser una estación permanente IGS (Figura 2).



Figura 2 – Estación GPS Permanente de Lanzarote. (GPS Permanent Station of Lanzarote.)

El tratamiento de datos GPS de la estación permanente puede verse en García et al. (2002a).

#### 3. MAREÓGRAFOS INSTALADOS EN JAMEOS

La antena GPS está enlazada con los clavos de referencia altimétrica de los mareógrafos con nivelación de precisión (Sevilla

et al. 2002a). Este enlace altimétrico se ha realizado anualmente desde el año 2000. Respecto a la instrumentación, se trata de dos mareógrafos del tipo de sensor de presión, de la casa Druck (Figura 3). Son unas sondas capaces de determinar la elevación que se produce en el océano mediante un dispositivo que mide la presión que ejerce la columna de agua que existe sobre el propio sensor. Estos mareógrafos están instalados uno en el denominado lago de los cangrejos o Lago Grande y otro en el Lago Pequeño, donde comienza el recorrido submarino del túnel. Ambos son accesibles desde la zona del restaurante, aunque con cierta dificultad. En las inmediaciones de estos dos sensores se dispone de clavos de referencia altimétrica.



Figura 3 –Mareógrafo. (Tide Gauge.)

**4. RED DE CONTROL DE LA ESTACION GPS PERMANENTE**

Al estar situada la estación en lo alto de un edificio, se ha diseñado e instalado alrededor una red geodésica de control para estudiar la estabilidad del monumento y el edificio (Figura 4). Esta red de apoyo de la estación permanente de Lanzarote (LACV) consta de 11 clavos y el vértice geodésico de los Jameos del Agua perteneciente al Instituto Geográfico Nacional (punto 1) además de la propia estación permanente. Se ha observado anualmente desde el año 2000 con técnicas de nivelación geométrica y trigonométrica de alta precisión y desde el año 2001 también se han realizado observaciones GPS.

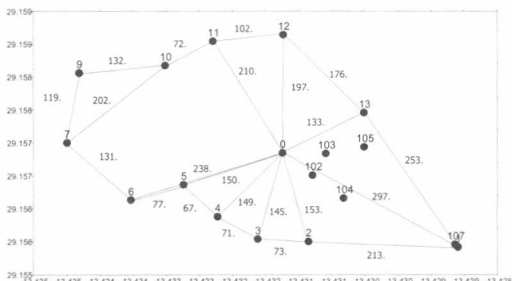


Figura 4 –Red geodésica de control. (Control network in Lanzarote.)

La estación LACV se encuentra situada en el centro de la red estando el resto de los puntos a su alrededor a unas distancias que van desde los 138 metros (punto 13) a los 327 m que se encuentra la señal más alejada, que se trata de la número 9. Respecto a los desniveles existentes entre los diferentes puntos de la red, al encontrarse la antena de LACV en el tejado del edificio, la estación

es el punto de altitud mayor, siendo el desnivel medio con el resto de los puntos de la red por encima de los 10 m.

La descripción completa de la red de apoyo, la metodología, los cálculos realizados, las compensaciones y el análisis estadístico empleado pueden verse en Sevilla et al. (2002b).

**5. OBSERVACIONES DE NIVELACIÓN**

Las observaciones por técnicas de nivelación se han realizado anualmente desde el año 2000. Así en los 6 años que se han realizado las campañas, se han empleado dos métodos de nivelación clásicos: geométrica o por alturas y trigonométrica de precisión.

Se ha empleado un nivel electrónico SOKKIA SDL30, con compensador automático de rango  $\pm 15'$  y error kilométrico de  $1\text{mm}\sqrt{K}$  con mira de fibra de vidrio y código de barras (Figura 5).

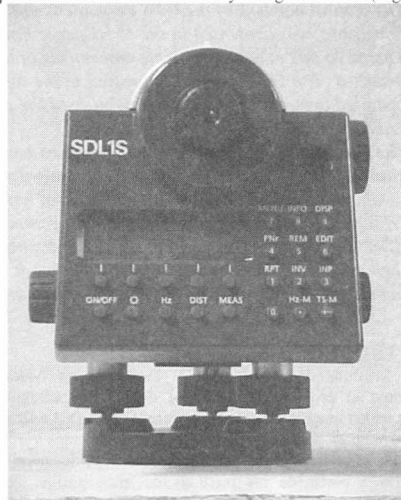


Figura 5 – Nivel electrónico de precisión. (Precise electronic level.)

La nivelación trigonométrica de precisión se ha utilizado todos los años para la conexión entre la estación LACV y aquellos puntos de la red que tienen visibilidad directa desde la antena, que son los puntos 1, 2, 3, 4, 5, 6, 11, 12 y 13, ya que los grandes desniveles existentes entre la antena GPS y los puntos de la red hacen impracticable una nivelación geométrica de precisión.

En este caso, se han realizado observaciones cenitales recíprocas y simultáneas dobles, en ambas posiciones del instrumento (cuatro valores por visual directa y otros tantos en recíproca), con tolerancia de 10cc entre las medias, usando las placas especiales Nitival, un teodolito Wild T2 y una estación total Pentax ATS-101. Los errores de presentación de este tipo de placas se compensan con esta metodología de observación.

Las distancias geométricas observadas se han corregido por efectos de refracción (velocidad y curvatura de la trayectoria de la radiación) utilizando los parámetros meteorológicos medidos y el cálculo de la corrección correspondiente disponible en la opción automática de la estación total utilizada.

El teodolito y la estación total se han estacionado siempre de forma excéntrica por lo que para calcular el desnivel entre las señales altimétricas se han medido las alturas de instrumento sobre mira milimétrica, provista de nivel esférico, haciendo lecturas con valores cenitales de 100g y 300g para compensar el error de colimación del instrumento.

Para la observación del anillo de la red se realizaron observaciones de nivelación geométrica en el año 2000, pero en los 5 años siguientes se utilizó la nivelación geométrica, ya que las distancias entre los puntos son cortas y los desniveles no son importantes (Figura 6).



Figura 6 - Nivelación de precisión. (Spirit leveling.)

La nivelación geométrica se ha realizado sobre mira vertical, provista de nivel esférico, obteniéndose un cierre del anillo tolerable. Siempre que ha sido posible se ha respetado la equidistancia entre instrumento y miras para la compensación de errores instrumentales, de refracción y esfericidad terrestre.

## 6. OBSERVACIONES GPS

Aunque las observaciones descritas anteriormente permiten un control de alta precisión de los posibles movimientos de la antena respecto a su entorno, bien sea por inestabilidad del monumento de la antena, del edificio donde se encuentra situada u otras causas, esta técnica sólo permite el detectar movimientos verticales, y aunque es sabido que estos son de gran importancia a la hora de estudiar los datos del nivel del mar proporcionados por los mareógrafos, también es necesario tener un control de la estación en planimetría.

Por eso, a partir del año 2001 se han realizado observaciones GPS en todos los vértices de la red. Las observaciones se han realizado por pares de puntos, además de la estación permanente LACV, de forma que las líneas de base tuvieran longitudes similares y de esa forma los triángulos observados simultáneamente fueran lo más equiláteros posibles (Figura 7).

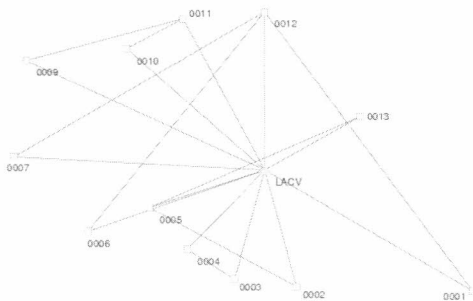


Figura 7 - Observaciones GPS 2001. (GPS observations 2001)

Dado que las distancias entre los puntos son bastante reducidas, el tiempo de observación en cada punto ha sido de entre 30 y 120 minutos, con un intervalo de grabación de 5 s y un ángulo de corte de 0°

Los receptores GPS utilizados para las observaciones han sido Ashtech Z-Surveyor para las campañas desde el año 2001 al 2004 y Ashtech Z-Xtreme en el 2005, mientras que las antenas en el año 2001 fueron AT-2775-1, en el resto de las campañas han sido ASH701975-01A. Respecto al equipo instalado en la estación permanente de Lanzarote también se trata de un receptor Ashtech Z-Surveyor y una antena geodésica ASH701945B\_M durante todas las observaciones. (Figuras 8 y 9).

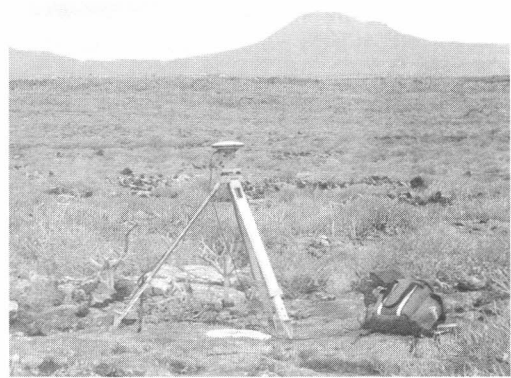


Figura 8 - Observación GPS. (GPS observation.)



Figura 9 - Receptor GPS Ashtech. (GPS Ashtech Receiver)

El procesado de los datos se ha realizado con el programa comercial de la casa Ashtech AOSS (Ashtech Office Suite for Survey). Para todos los años se han considerado todas las líneas de base observadas, un intervalo de 5 segundos, ángulo de corte de 15°, el modelo de Hopfield modificado para la corrección troposférica y efemérides precisas. En el cálculo se ha fijado la estación permanente LACV, considerándose las mismas coordenadas para esta en todos los años.

Tabla 1 - Altitudes de las señales (Bench Mark heights)

NV	2000	2001	2002	2003	2004	2005
0	26,970	26,970	26,970	26,970	26,970	26,970
1	6,160	6,161	6,161	6,162	6,164	6,164
2	13,672	13,672	13,673	13,675	13,673	13,671
3	15,198	15,197	15,198	15,200	15,199	15,199
4	19,617	19,616	19,617	19,618	19,617	19,617
5	24,496	24,494	24,495	24,495	24,496	24,496
6	22,925	22,937	22,937	22,938	22,937	22,937
7	27,868	27,866	27,866	27,866	27,867	27,866
9	25,391	25,389	25,390	25,391	25,388	25,389
10	23,453	23,455	23,456	23,456	23,453	23,453
11	21,596	21,595	21,596	21,598	21,594	21,597
12	19,377	19,377	19,378	19,380	19,377	19,379
13	13,878	13,887	13,889	13,889	13,887	13,887

## 7. RESULTADOS DE SEIS Y CINCO CAMPAÑAS DE OBSERVACIÓN

En el caso de nivelación de precisión, los resultados de las compensaciones de las seis campañas se representan en la Tabla 1. Todos los resultados están referidos a un mismo datum y se ha considerado como punto fijo el punto 0 que corresponde a la antena GPS.

En el caso de las observaciones GPS los resultados de las cinco campañas de presentan en la Figura 10.

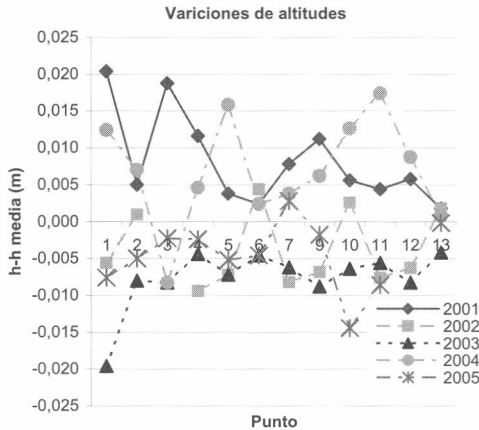


Figura 10 –Variaciones de altitudes GPS. (GPS heights variation)

## 8. ANÁLISIS DE RESULTADOS

En Otero y Sevilla (2002) se presentan los fundamentos teóricos de algunos de los procesos utilizados para el análisis de series temporales, como los de media móvil, autorregresivos y ARMA. En García y Sevilla (2005) puede verse el análisis de resultados de las cinco primeras campañas de control de movimientos de la corteza. Los resultados ahora obtenidos siguen la misma línea de los allí presentados.

El análisis de la Tabla 2 indica que el vértice 1 (Jameos) tiene problemas debido a que el estacionamiento en el pilar no era centrado y además fue reparado en 2004. Los vértices 6 y 13 fueron movidos en 2001 y vueltos a poner y reforzar. El resto de las medidas nos indica que las diferencias obtenidas están por debajo de los 3 milímetros lo que nos obliga a concluir que en los últimos seis años no se han producido movimientos significativos lo que garantiza la estabilidad de la red respecto a la antena GPS y a los clavos de los mareógrafos.

Las mismas conclusiones se obtienen examinando la Figuras 10.

**Agradecimientos:** Este trabajo se ha realizado dentro del Proyecto de Investigación DGI REN2001-2271/RIES. Los autores pertenecen al Grupo de Investigación UCM-910515 “GEODESIA” (2005)

## 9. REFERENCIAS

- García, L., M. A. Cano, E. Ortiz y M. J. Sevilla (2002a): “Determinación de coordenadas provisionales en la estación GPS permanente de Lanzarote”. 3ª Asamblea Hispano Portuguesa de Geodesia y Geofísica. Valencia 4-8 de febrero de 2002, vol. 1, pp. 76-80.
- García, L., M. J. Sevilla y E. Ortiz (2002b): “The CGPS station and tide gauge in Lanzarote, Canary Island (Spain)”. Workshop on Vertical Crustal Motion and Sea Level Change. Toulous, France. 17-19 septiembre 2002.
- García, L., M. J. Sevilla, A. Nuñez y M. A. Cano (2004): “Observaciones GPS en las islas Canarias para estudios geodinámicos”. 4ª Asamblea Hispano Portuguesa de Geodesia y Geofísica. Figueira da Foz 3-7 de febrero de 2004. Resumos, pp. 529-530.
- García-Cañada, L. and M. J. Sevilla (2005): “Monitoring crustal movements and sea level in Lanzarote”. International Symposium on Geodetic Monitoring: from Geophysical to Geodetic Roles. Jaén, 17 al 19 de marzo 2005.
- Sevilla, M. J., E. Ortiz y L. García (2002a): “Enlace altimétrico GPS-Mareógrafos en la estación GPS permanente de Lanzarote”. 3ª Asamblea Hispano Portuguesa de Geodesia y Geofísica. Valencia 4-8 de febrero de 2002, vol. 1, pp. 339-343.
- Sevilla, M. J., L. García y E. Ortiz (2002b): “Red de apoyo de la estación GPS permanente de Lanzarote”. 3ª Asamblea Hispano Portuguesa de Geodesia y Geofísica. Valencia 4-8 de febrero de 2002, vol.1, 292-296.
- Otero, J. Y M. J. Sevilla (2002): “Aplicación de un método autorregresivo al análisis de series temporales de observaciones GPS en la estación permanente de Lanzarote”. 3ª Asamblea Hispano Portuguesa de Geodesia y Geofísica. Valencia 4-8 de febrero de 2002.

Tabla 2 –Diferencias de altitudes niveladas entre épocas en mm (Height differences between epochs by spirit leveling in mm)

	01-00	02-00	03-00	04-00	05-00	02-01	03-01	04-01	05-01	03-02	04-02	05-02	04-03	05-03	05-04
1	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
2	0,70	0,57	1,65	4,14	3,95	-0,14	0,95	3,43	3,25	1,09	3,57	3,39	2,49	2,30	-0,18
3	0,61	1,28	2,68	0,86	-0,96	0,67	2,08	0,25	-1,57	1,41	-0,42	-2,23	-1,83	-3,64	-1,82
4	-1,03	0,14	1,42	0,32	0,22	1,17	2,45	1,35	1,25	1,28	0,18	0,08	-1,10	-1,20	-0,10
5	-0,67	0,36	1,31	0,72	0,10	1,03	1,98	1,39	0,77	0,95	0,36	-0,26	-0,59	-1,21	-0,62
6	-1,91	-0,63	-0,18	0,15	0,01	1,29	1,73	2,06	1,93	0,44	0,77	0,64	0,33	0,20	-0,14
7	12,22	12,77	13,56	12,75	12,75	0,55	1,34	0,54	0,53	0,79	-0,02	-0,02	-0,80	-0,81	-0,00
8	-1,66	-1,47	-1,48	-0,89	-1,99	0,20	0,18	0,77	-0,34	-0,02	0,57	-0,53	0,59	-0,51	-1,10
9	-2,06	-0,96	0,22	-2,79	-1,89	1,10	2,28	-0,73	0,17	1,18	-1,83	-0,93	-3,01	-2,11	0,90
10	1,240	2,24	3,02	-0,69	-0,40	0,99	1,78	-1,93	-1,64	0,78	-2,93	-2,63	-3,71	-3,41	0,30
11	-0,24	0,44	2,06	-1,26	1,02	0,68	2,30	-1,03	1,26	1,62	-1,70	0,58	-3,33	-1,04	2,29
12	-0,55	0,27	2,55	-0,37	1,48	0,83	3,10	0,18	2,04	2,28	-0,64	1,21	-2,92	-1,07	1,85
13	9,04	10,91	11,23	9,53	9,27	1,86	2,19	0,49	0,23	0,32	-1,37	-1,64	-1,70	-1,96	-0,26

## Diseño y Desarrollo de un Sistema de Base de Datos e Información Gravimétrica *Design and Development of a Database and Gravity Information System*

M. Benavent, F.G. Montesinos y J. Arnoso

Instituto de Astronomía y Geodesia (CSIC-UCM), Facultad de Matemáticas, Plaza de Ciencias 3, 28040, Madrid, [maite\\_benavent@mat.ucm.es](mailto:maite_benavent@mat.ucm.es)

### SUMMARY

We present a new Gravity Information and Database System. The main goal of this system is the storage and the management of gravity and geodetic data and related information generated by the research group in the study of gravity networks. Together with the database, the system is composed by several tools to make easier all the tasks in these gravity works. Thus, the Data Field Editor allows to users the massive storage of field data (alphanumeric or graphic information) into the database. The Data Field Editor incorporates a useful tool to identify automatically photographic images, downloaded from digital cameras, corresponding to each station in a gravity campaign. Raw and processed data, which are integrated in the gravity database, are automatically evaluated by exhaustive validation controls in order to guarantee the uniqueness, the homogeneity and the reliability of the information. Besides, with the Data Base Editor users can easily search for specific data related to the area of study areas, the time range, data type, etc. In order to evaluate, to visualize, or to download the required data the Editor can provide them in several formats (ascii files, graphics). The system is completed with its own graphics and plotting tools, which can be used also as additional data validation methods. As an information system, it is able to generate georeferenced coordinate maps of gravity stations in a selected area of study showing gravity information (e.g. calculated gravity values or Bouguer anomalies) and geographical data layers, such as coastlines, political boundaries.

### 1. INTRODUCCIÓN

En el estudio de redes gravimétricas se maneja una gran cantidad de información. La existencia de numerosos métodos y sistemas de medidas, junto con los cambios tecnológicos producidos los últimos años en los sistemas de observación y de adquisición de datos, ocasionan la generación de un gran volumen de información así como un cambio importante en el tipo y formato de los datos. El primer paso en cualquier trabajo gravimétrico consiste en la recopilación y validación de los datos ya existentes en la zona de estudio considerada. Resulta imprescindible disponer no sólo de los resultados obtenidos, sino también de las mediciones realizadas en el terreno, con el fin de efectuar nuevas interpretaciones, planteamientos o metodologías en su estudio. Asimismo, estos datos constituyen la entrada de las aplicaciones de procesado y análisis, por lo que es importante que estos puedan ser recuperados en formatos adecuados para su explotación.

Por estas razones, surge la necesidad de crear sistemas integrados de Bases de Datos e Información, que permitan recopilar la información gravimétrica existente y la integración de la información futura, garantizando su consistencia y disponibilidad en el tiempo, para su posterior gestión y procesado.

En este trabajo presentamos un nuevo Sistema de Base de Datos e Información Gravimétrica denominado BDGyE. El sistema se encuentra constituido, además de una Base de Datos relacional y su correspondiente gestor, por diversas herramientas para la gestión y manipulación de toda la información gravimétrica y geodésica, generada por el grupo investigador en el estudio de redes gravimétricas, que pretenden facilitar las tareas propias de estos trabajos gravimétricos. Estas herramientas incluyen utilidades para la integración y recuperación de información en Base de Datos, búsquedas detalladas atendiendo a múltiples criterios, control de datos, así como herramientas orientadas a la visualización gráfica de la información.

### 2. OBJETIVOS Y BENEFICIOS DEL SISTEMA DE BASE DE DATOS E INFORMACIÓN GRAVIMÉTRICA

Entre los principales objetivos y beneficios del Sistema de Base de Datos e Información Gravimétrica destacan la integración de la información gravimétrica y geodésica disponible en un único sistema de almacenamiento abierto y flexible. De esta forma, se logra la

centralización de toda la información, evitando la duplicidad de la misma y consiguiendo un ahorro significativo de recursos, tiempo y trabajo. Los controles sobre la información garantizan una alta fiabilidad de la misma, así como la disponibilidad de herramientas de búsquedas y generación de gráficos y mapas permiten al usuario realizar posteriores análisis y controles de la información.

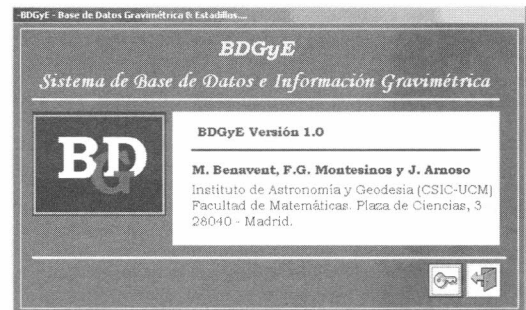


Figura 1 – Pantalla de presentación del Sistema de Base de Datos e Información BDGyE versión 1.0. (Presentation screen of the Database and Gravity Information System BDGyE version 1.0.)

### 3. LA BASE DE DATOS

La Base de Datos Gravimétrica consiste en una Base de Datos relacional para el almacenamiento masivo de información georeferenciada. En su creación y desarrollo se han seguido tres etapas perfectamente definidas. En una primera etapa de diseño, se identificaron tanto los requerimientos de la información como los datos disponibles, generando un *modelo conceptual* de Base de Datos y unas descripciones específicas de los datos. Las descripciones de cada uno de los datos, recopiladas en el *Diccionario de Datos*, incluyen la definición explícita de la información, su estructura, así como las relaciones y normas que las rigen. Posteriormente, en una segunda etapa, el modelo conceptual generado se analizó detalladamente con el fin de realizar una optimización general del mismo, eliminando redundancias y construyendo el *modelo lógico* de la Base de Datos. Finalmente, se



llevó a cabo la implementación física, esto es, la creación de las tablas relacionales que componen la Base de Datos y, que representan conjuntos de objetos, relaciones entre elementos y asociaciones, reglas de validación y restricciones.

#### 4. INFORMACIÓN ALMACENADA EN EL SISTEMA

Existen dos tipos de información almacenada en el sistema: datos internos y archivos externos.

Los datos internos almacenados en Base de Datos están relacionados, en primer lugar, con el área cubierta por las campañas gravimétricas. Para cada trabajo gravimétrico (unívocamente determinado en Base de Datos) se resumen sus principales características, tales como la fecha de realización, los observadores que llevaron a cabo las medidas de campo, la institución responsable de la campaña, los equipos utilizados, etc. Cada campaña está constituida por una serie de estaciones gravimétricas (EG) donde se efectuaron mediciones con el fin de obtener valores de la gravedad y opcionalmente anomalías Bouguer. De esta forma, cada EG dentro de una campaña, en un área de estudio, contendrá una serie de datos e información asociada consistente, entre otros, en la localización, una referencia geográfica precisa, una serie de mediciones gravimétricas, etc. Asimismo, junto esta información de tipo alfanumérica, cada EG puede disponer de otra información de tipo gráfica, tales como fotografías, croquis y reseñas para su localización. Puesto que los datos gravimétricos y geodésicos se obtienen a lo largo del tiempo, con instrumentos de distinta precisión y relativos a sistemas de referencia también diferentes, es importante incluir información sobre la precisión y la configuración de los equipos utilizados, así como realizar procesos de homogeneización de datos cuando sea posible. Por ejemplo, todos los datos gravimétricos almacenados en Base de Datos se encuentran expresados en *microGales* y referidos a la Red de Estandarización de la Gravedad de 1971 (IGSN71). Asimismo, queda perfectamente definido en Base de Datos el sistema de referencia al cual están referidas las coordenadas geográficas/geodésicas y la altitud, generalmente obtenidas mediante GPS diferencial, de la EG. Para aquellas estaciones donde se efectuaron observaciones GPS, se almacena información relativa al equipo utilizado, la descripción del estacionamiento y la altura de la antena, el tipo de medidas y el intervalo de grabación, si la estación se considera Base, Fija o de Control en el posterior procesamiento de los datos, etc. Una vez que toda la información adquirida en los trabajos de campo ha sido validada, se realizan los procesos de cálculo (compensación de la red gravimétrica, inversión de los datos, etc.) y los resultados obtenidos (gravidades compensadas, anomalías Bouguer) se integran, asimismo, en la Base de Datos. Resulta fundamental almacenar, junto con los resultados obtenidos, información sobre las metodologías de cálculo utilizadas para futuras reconstrucciones de los procesos de cálculo siguiendo criterios uniformes.

En el caso de archivos externos, como pueden ser imágenes o series de datos en archivos, lo que se almacena en Base de Datos es la URL del archivo en el servidor de la Base de Datos, junto con la descripción del mismo e información relativa a su contenido. Para cada área de estudio, los archivos externos consisten en colecciones de mapas y en archivos de datos. En la colección de mapas pueden incluirse mapas del terreno y batimetrías, mapas de gravidades o anomalías Bouguer obtenidos de las diversas campañas gravimétricas y del procesado conjunto de las mismas etc. En cuanto a los archivos de datos estos corresponden, por ejemplo, a contornos costeros, contornos arquitectónicos, fronteras etc., de tal forma que puedan ser utilizados con las herramientas de generación de mapas que incluye el sistema.

#### 5. LA APLICACIÓN BDGyE

Además de la Base de Datos, el sistema se encuentra constituido por una serie de herramientas y utilidades desarrolladas para la gestión y manipulación de la información gravimétrica y geodésica, facilitando así las tareas propias de estos trabajos gravimétricos.

#### 5.1. INTEGRACIÓN DE LA INFORMACIÓN: EL EDITOR DE DATOS DE CAMPO

La información puede ser incorporada a la Base de Datos bien manualmente por el usuario, en cualquier momento a través de los diversos formularios de la aplicación, o bien masivamente mediante las herramientas de importación de datos que incluye el sistema.

##### Herramientas de Importación Masiva:

El *Editor de Datos de Campo*, además de la generación digital de los estadillos de campo, permite a los usuarios la integración de los datos en el sistema, automáticamente, por archivos. Se incluyen herramientas para la conversión de formato de archivos, de tal forma que su incorporación al sistema sea lo más inmediata posible. Asimismo, dicho Editor dispone de una herramienta de selección gráfica para la identificación automática de fotografías, descargadas de cámaras digitales, correspondientes a cada estación en una campaña gravimétrica.

##### Control de la Información:

El principal problema que surge en las Bases de Datos Gravimétricas es que pueden contener datos erróneos debido a factores, tales como son los errores de transcripción, errores en las medidas de campo o en el sistema de fechas considerado. Estos errores groseros pueden afectar los posteriores procesos de cálculo y análisis y, por tanto, es importante realizar procedimientos de validación antes de su integración definitiva, con el fin de detectarlos y eliminarlos. En nuestro sistema, todos los datos, tanto brutos como procesados, son evaluados automáticamente por determinados controles atendiendo a diversos criterios. Así, por ejemplo, se estudia el rango físico de cada parámetro y se verifica la coherencia en el tiempo de las series de medidas. De esta forma se pretende garantizar la fiabilidad y la unicidad de la información, eliminando errores groseros y evitando la duplicidad de datos.

#### 5.2. GESTIÓN DE LA INFORMACIÓN: EL EDITOR DE BASE DE DATOS

Nuestro sistema permite diversas formas de acceder a la información almacenada en Base de Datos. Por una parte, una serie de herramientas de consulta, complementadas con buscadores de acceso rápido y sencillo. En segundo lugar, el sistema dispone de un Diccionario de Datos, conteniendo las descripciones detalladas de toda la información alfanumérica y gráfica, correspondiente tanto a los datos internos registrados como a la información externa enlazada a la misma.

##### Consultas Generales a la Base de Datos:

Los usuarios pueden acceder a la colección completa de información almacenada en la Base de Datos, para su consulta o modificación, a través de una serie de formularios. Así por ejemplo, es posible acceder a las campañas gravimétricas registradas a través de un *Formulario Principal* (Figura 2) en el que se muestra, página a página, información de carácter general, las observaciones gravimétricas efectuadas en el terreno, las coordenadas geográficas/geodésicas de las estaciones, los valores de la gravedad compensada y las anomalías Bouguer calculadas. A su vez, para cada clase de información existen *Formularios Secundarios* (Figura 3) que despliegan información detallada o individual. De esta forma, por ejemplo, es posible desplegar un formulario secundario para cada estación gravimétrica en una campaña, para consultar, modificar o insertar información relativa a la misma (coordenadas, valor de la gravedad y anomalía, fotografía, croquis, etc.). De la misma manera, para cada campaña existe un formulario secundario relativo a la configuración de las observaciones GPS y el procesado de los datos (instrumentación, software de procesado, etc.). Finalmente, desde cada formulario es posible acceder a las herramientas y utilidades de las que dispone el sistema (herramientas de transformación de coordenadas, generación de mapas y gráficos,



etc.) considerando como datos de entrada los mostrados en el formulario o requeridos al usuario.

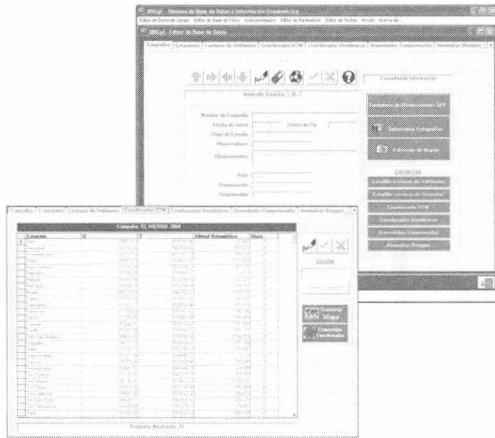


Figura 2 - Interfaz gráfica de usuarios. Ejemplo del Formulario Principal de información gravimétrica. (Arriba) información general de una campaña gravimétrica. (Abajo) listado de coordenadas de estaciones gravimétricas observadas en la Campaña. (Graphical users interface. Example of the Main Form of gravity information. (Top) general information about a gravity survey. (Bottom) coordinates of observed gravity stations in the survey.)

función del área de estudio, el intervalo de tiempo, el tipo de datos, así como por el nombre de estación, sus coordenadas o por proximidad con respecto a un punto dado (Figura 4). El Editor accede a la información gravimétrica y geodésica solicitada y devuelve los datos ordenados de manera específica, para su posterior utilización por las herramientas de exportación de datos o de explotación de los resultados.

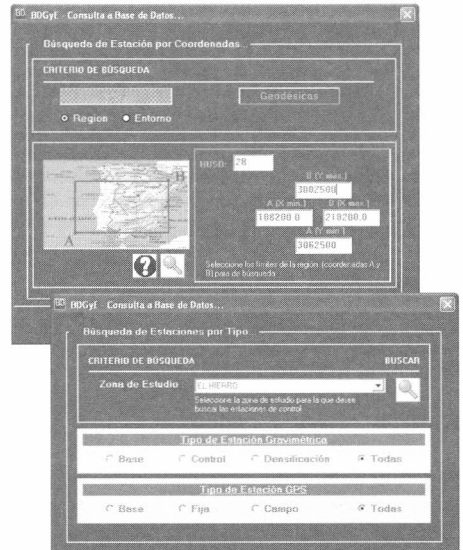


Figura 4 - Ejemplos del interfaz de buscador de contenidos en Base de Datos. (Samples of the browser contents interface.)



Figura 3 - Interfaz gráfica de usuarios. Ejemplo de Formularios Secundarios: Información detallada de una estación gravimétrica y Formulario de configuración de las observaciones GPS. (Graphical users interface. Example of Sub Forms: Detailed information of a gravity station and GPS data Sub Form)

**Búsquedas Detalladas en Base de Datos:**

A través del Editor de Base de Datos los usuarios pueden realizar búsquedas de forma rápida y sencilla, con la posibilidad de múltiples combinaciones para la selección de los datos precisos que se requieran. Así, por ejemplo, será posible realizar búsquedas en

### 5.3. EXPLOTACIÓN DE LA INFORMACIÓN

#### Herramientas de Exportación de Datos y Generación de Informes:

Con el fin de evaluar o descargar la información requerida, el Editor de Base de Datos permite recuperar los datos seleccionados en diversos formatos. Por ejemplo, la exportación de los datos alfanuméricos seleccionados en ficheros de texto en forma de lista de coordenadas, elevaciones, gravedades o anomalías Bouguer, así como en ficheros de formato flexible para su entrada directa en programas de análisis y procesado de los datos. Asimismo, es posible descargar la información gráfica almacenada en Base de Datos en forma de imágenes y generar reseñas de estaciones gravimétricas a partir de la información alfanumérica (localización, coordenadas, descripción, etc) y gráfica (fotografía y croquis) existente. Además, el sistema genera sistemáticamente informes sobre todas las operaciones realizadas en Base de Datos, resultado de los procesos de importación de datos y de los respectivos controles sobre la información.

#### Herramientas de Conversión de Coordenadas:

BDGyE incorpora una aplicación que permite la conversión entre sistemas de coordenadas 3D cartesianas, geodésicas y UTM en un mismo datum, así como la transformación de un datum a otro (p.e. Bomford, 1983; Heiskanen y Moritz, 1985). De esta forma, es posible la conversión de coordenadas de estaciones gravimétricas en función del datum origen al cual están referidas para su integración en Base de Datos y homogeneización con otra información existente (Figura 5).

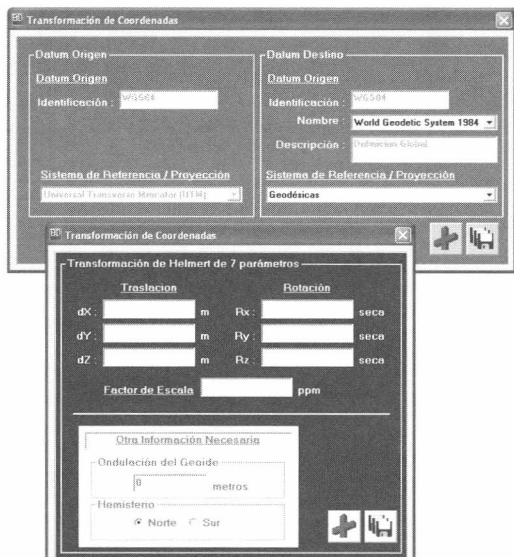


Figura 5 – Herramientas de transformación de coordenadas. (Coordinate transformation tools.)

#### Herramientas Orientadas a la Visualización:

El sistema se completa con sus propias herramientas de generación de gráficos y mapas (Figura 6), pudiendo ser utilizadas como métodos de control y chequeo adicionales. Así por ejemplo, será posible realizar representaciones gráficas de las series temporales de mediciones gravimétricas efectuadas en una estación determinada. Asimismo, pueden efectuarse representaciones

regionales donde, los datos correspondientes a una campaña gravimétrica se representan en una gráfica bidimensional altitud / gravedad (anomalía Bouguer), junto con las precisiones obtenidas en el ajuste correspondiente (representadas en forma de barras de error) y la recta de regresión. Como sistema de información, será posible generar mapas georeferenciados de coordenadas de estaciones gravimétricas en una campaña o en un área de estudio seleccionado, mostrando información gravimétrica (por ejemplo valores de gravedad o anomalías Bouguer) y capas de datos geográficos, tales como líneas de costa, fronteras políticas, etc. En todos los casos, se pueden generar ficheros “.bmp” de los resultados e incluirlos en su respectiva colección de mapas.

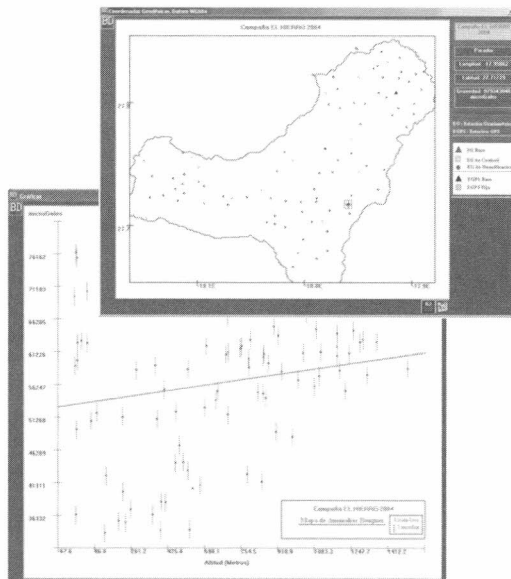


Figura 6 – Herramientas de generación de gráficos y mapas. Ejemplo de mapa coordenado con la distribución de estaciones gravimétricas y GPS en una campaña y gráfica de valores anomalías Bouguer. (Maps&Graphics creation tools. Sample of a coordinate map with the gravity and GPS stations distribution in a campaign and graph of anomaly Bouguer values.)

### 6. REFERENCIAS

Este estudio ha estado financiado por el proyecto REN2002-00544/RIES.

### 7. REFERENCIAS

- Bomford, G. (1983): "Geodesy". Oxford University Press. New York. 4ª Ed.  
 Haught, D. y J. Ferguson (1997): "Microsoft Jet Database Engine Programmer's Guide". Second edn. Microsoft Press, Redmond, Washington. 756pp.  
 Heiskanen, W. y H. Moritz. (1985): "Geodesia Física". IGN. Madrid.  
 ISO (2003): "Geographic Information-Metadata. ISO 19115:2003". International Organization for Standardization (ISO).  
 Sanchez, F.J. y M.J. Sevilla (2002): "Métodos de análisis y validación de datos gravimétricos". Proceedings 3ª Asamblea de Geodesia y Geofísica Hispano-Portuguesa. ISBN 84-9705-297-8, 194-198.

## GRAVIGRAD: Un nuevo sistema para la medida del gradiente vertical de la gravedad

### *GRAVIGRAD: A new system for the measurement of the vertical gravity gradient*

R. Vieira<sup>(1)</sup>, J. L. Valbuena<sup>(1)</sup> y E. Vélez<sup>(1)</sup>

<sup>(1)</sup>Instituto de Astronomía y Geodesia (CSIC-UCM), Facultad de Matemáticas, Pza. de Ciencias, 3, 28040, Madrid, R. Vieira<sup>(1)</sup>, J. L. Valbuena<sup>(1)</sup> y E. Vélez<sup>(1)</sup>

ricardo\_veira@mat.ucm.es

#### SUMMARY

*We have developed a new system for the measurement of the verticals gravity gradients. The objective of this is to raise and to lower smoothly, and in a controlled, form a gravimeter Lacoste&Romberg type G and in this way to determine the vertical gravity gradient in that point. The system is light, easily detachable and transportable to be operated in field. The prototype, in its last version, was put into operation on the last October and presented in the "Summer School on Micro-Gravimetric Methods: static and dynamic aspects" celebrated in Lanzarote (Canary Islands) on October 23-25, 2005, co-organized by the International Gravimetric Bureau, the International Center for Earth Tides and the Institute of Astronomy and Geodesy (CSIC-UCM)*

#### 1. INTRODUCCIÓN

La medida del gradiente vertical de la gravedad es necesaria para muy diversas aplicaciones tanto en geodesia como en geofísica (Thyssen-Bornemisza et al., 1972; Torge, 1989). Debido a las dificultades de poder realizar, en condiciones normales de trabajos de campo, observaciones de gradiente vertical de  $g$  que pudieran mejorar los valores que se deducen a partir de modelos teóricos, la técnica de gradiente, que tuvo un importante desarrollo en la primera mitad del siglo XX, se limitó a partir de ese periodo a las condiciones de laboratorio. Así, podemos considerar las medidas de gradientes con escaleras, tripodes y torres especiales construidas con este fin y utilizadas, entre otras aplicaciones, en el cálculo de la corrección por altura de la cámara de caída de los modernos gravímetros absolutos de caída libre. Como es conocido, en el Instituto de Astronomía y Geodesia (CSIC-UCM) se tiene desde hace años una especial dedicación a casi todos los temas relacionados con la investigación gravimétrica, tanto desde el punto de vista instrumental como del desarrollo de nuevas técnicas de trabajo e investigación de métodos de pre-análisis, análisis e interpretación de las observaciones.



Figura 1

En la figura 1 puede verse un sistema de torre y escalera para trabajos de prospección geofísica en condiciones de campo (Fajkiewicz 1971).

La torre de gradiente, construida en el IAG para determinar la corrección por altura en las observaciones de gravedad absoluta que, desde 1988, venimos realizando en las estaciones de Madrid y del Valle de los Caídos en colaboración con el Instituto de Geodesia de Helsinki (Makinen et al. 1991, Vieira et al. 2003), puede verse en la fig. 2. Con este sistema se pueden hacer cinco medidas de gravedad en la misma vertical variando la altura entre cada una de ellas 30 cm. Los valores de los gradientes determinados con este sistema, utilizando gravímetros LaCoste&Romberg modelos G y D, mejoran considerablemente los valores standarts, pudiéndose apreciar singularidades del subsuelo que afectan, de forma diferente, al valor del gradiente de  $g$  determinado en las diferentes posiciones del propio pilar de observación absoluta de la estación del Valle de los Caídos, que es donde hemos realizado estas experiencias.

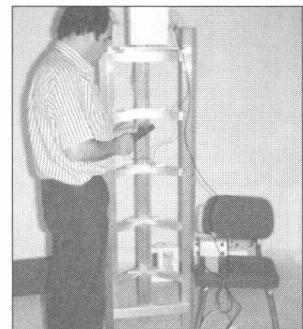


Figura 2

#### 2. TRABAJOS DE CAMPO

En los últimos años, en investigaciones que estamos llevando a cabo en el IAG principalmente en temas relacionados con la vulcanología en los archipiélagos de Canarias y de Azores, y en aplicaciones de la gravimetría en ingeniería y arqueología, se nos ha puesto de manifiesto la conveniencia de poder hacer

determinaciones precisa del gradiente vertical de la gravedad, en paralelo con otras observaciones geodésicas, geofísicas y gravimétricas. Con ello podríamos tener un conocimiento más aproximado a la realidad de la estructura del subsuelo, tanto en lo que se refiere a la zona más superficial, en el caso de las aplicaciones de ingeniería, investigación minera y arqueología, como en el conocimiento de la corteza, en trabajos en relación con geología estructural y geodinámica (Torge, 1989) En los últimos 10 años, en más de 30 publicaciones en revistas internacionales, realizadas por el grupo de investigación al que pertenecen los autores de este trabajo, se ha llegado a lo que, por el momento, consideramos que es la máxima información que podemos obtener solamente a partir de la microgravimetría de precisión en todos los campos de su aplicación en los que hemos trabajado. Principalmente, estas máximas posibilidades se han obtenido a partir de mejorar en todo lo que es el trabajo de campo y sobre todo por el desarrollo de nuevos métodos matemáticos para el estudio de errores, mejoras en el análisis y compensación de redes y la puesta a punto de software para inversión de campos potenciales. En esas publicaciones hemos llegado a la obtención de modelos tridimensionales óptimos del subsuelo, expresados normalmente en función de contrastes de densidades. Sabedores de las dificultades que la inversión de campos potenciales lleva consigo, en función de la no unicidad de solución, hemos considerado conveniente integrar en la solución de los problemas planteados otros parámetros, como datos magnéticos, información geológica previamente contrastada, deformaciones superficiales, microsismicidad, etc. En todos los casos, hemos podido comprobar la calidad de nuestros propios modelos que, sin duda, han mejorado con la introducción de estas nuevas aportaciones observacionales. No obstante, continuando con nuestro interés de mejorar aún más la calidad, precisión y resolución espacial de nuestros propios modelos, de forma que se aproximen más a la complicada realidad física del subsuelo, decidimos investigar en la línea de construcción de un dispositivo que nos permite conocer el valor del gradiente en los puntos de las redes de observación. Este conocimiento aportará información de indudable interés no solo como comprobación de los resultados obtenidos hasta la fecha, sino por abrir nuevas vías de investigación en cuanto a la vigilancia y estudio de la evolución, en el tiempo y el espacio, de los cambios en distribución de masas de zonas activas o potencialmente activas de la corteza. El fin último es disponer de un sistema observacional que integrará datos de gravedad y su gradiente vertical, posicionamiento geodésico por técnicas GPS, información microsísmica y datos meteorológicos. A partir de la información y del software desarrollado, en continua actualización y mejora, pretendemos contribuir a estos estudios incluyendo aportaciones a mapas de riesgo, a través de una metodología observacional muy completa pero de fácil empleo, rápida y no destructiva.

### 3. GRAVIGRAD: CARACTERÍSTICAS TÉCNICAS Y POSIBILIDADES DE APLICACIÓN.

Las principales características que tuvimos en cuenta a la hora de diseñar el sistema de gradiente vertical de la gravedad, fueron las siguientes:

- El prototipo debía construirse para gravímetros de la marca LaCoste&Romberg, modelos G y D, que son de los que disponíamos en el Instituto y que también han sido, al menos hasta estos últimos años, lo más usado en investigación en gravimetría de precisión.

- Para su uso en condiciones de trabajo de campo debe ser fácilmente transportable.

- Uno de los problemas más importante en estos instrumentos, de uso en jornadas de varias horas y en campo, es que tengan un bajo consumo eléctrico y trabajen con pilas y/o baterías comerciales.

2

- El sistema no solo tiene que ser de fácil transporte en coches normales, sino que debe ser fácilmente montable y desmontable, y su volumen, una vez ensamblado, no exceda las dimensiones de una puerta de coche, ya que durante toda la jornada de trabajo no se desmontará.

- Un tema de máximo interés es la elección de la distancia máxima de recorrido vertical. Esta distancia debe ser el resultado de tener en cuenta las diversas circunstancias que se dan en trabajos de campo. Teniendo en cuenta que la resolución en la medida con los gravímetros no es mejor que 5 microgales ( $5 \times 10^{-8} \text{ mseg}^{-2}$ ), que el valor medio del gradiente de la gravedad es próximo a 300 microgales por metro, y las condiciones de estabilidad y volumen, pensamos que la distancia óptima máxima de desplazamiento no debería exceder de 0.35 metros y tampoco ser menor de 0.25 metros. En el primer prototipo construido el recorrido es de 0.32 metros, lo que permite cumplir con todo los requisitos, incluida la precisión submilimétrica en el movimiento vertical.

- El viento es casi siempre el elemento que más perturba las observaciones geodésicas y en particular las gravimétricas. El problema puede ser mayor en el caso de investigaciones como la que, desde hace años, desarrollamos en las islas atlánticas de Canarias y Azores, normalmente muy ventosas sobre todo en determinadas épocas del año. Para procurar disminuir estos efectos, al sistema GRAVIGRAD se le ha provisto de una protección complementaria vertical plegable que tiene altura máxima 0.65 metros, algo más que la altura del sistema en la posición extrema de máxima distancia de desplazamiento. Evidentemente los días de fuerte viento se consideran no útiles en trabajos gravimétricos.

- Otro problema a tener en cuenta es el peso, que debe ser lo menor posible aunque debe procurarse que el diseño conserve la necesaria robustez y estabilidad. Este primer prototipo que hemos construido tiene un peso inferior a 5 kg, incluyendo el sistema de alimentación por baterías de 12 voltios.

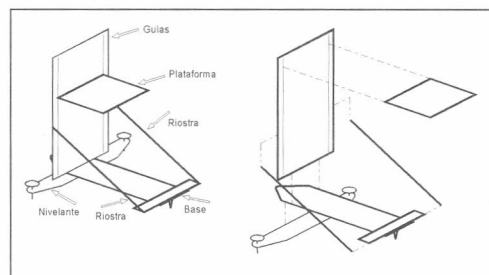


Figura 3

En la figura 3, se da el despiece de las partes que configuran la parte mecánica. Como puede verse en el croquis el sistema consta de 5 partes fundamentales:

- Base con el motor incorporado. El motor, marca Philips, de corriente continua, asíncrono y reversible, se controla a través de una caja de maniobras que permite ralentizar el movimiento de subida y bajada así como detener la plataforma en posiciones intermedias, en el caso de querer hacer medidas en otros puntos del recorrido. Para hacer la lectura del desplazamiento se ha incorporado una regla fija a la estructura sobre la que se desplaza un fiel solidario con la plataforma levadiza (fig. 4)

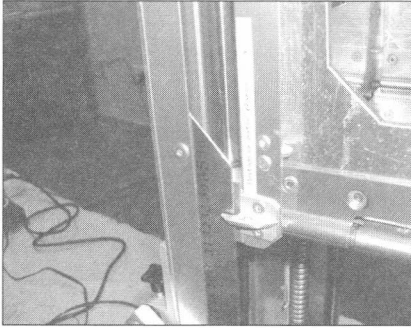


Figura 4

• En la placa de nivelación se encuentran los dos tornillos que permiten realizar la nivelación óptica del mecanismo. Se ha renunciado, al menos en este primer prototipo, a los niveles electrónicos para reducir al máximo el consumo eléctrico. La estabilidad del equipo, basado en el buen diseño mecánico y en el sistema de husillos de bolas de alta precisión, se pone de manifiesto en la práctica por la invariabilidad de los propios niveles ópticos y electrónicos de los gravímetros, al realizar los movimientos ascendente y descendente.

• La estructura vertical de soporte de las guías, y del husillo transmisor del movimiento es, como es lógico, la parte esencial de la mecánica del sistema. Hemos empleado un husillo de acero, de bolas de rosca laminada de alta precisión, modelo SN16x5R500, fabricado por SKF (SKF, 2003). El diámetro del eje roscado es de 16mm y 50 cm su longitud. Las guías también de la empresa especializada SKF, están fabricadas en fundición de aluminio. En las fotos, de las figuras 4 a 7, pueden observarse diversos detalles de los componentes, antes del ensamblaje y con el sistema ya montado.

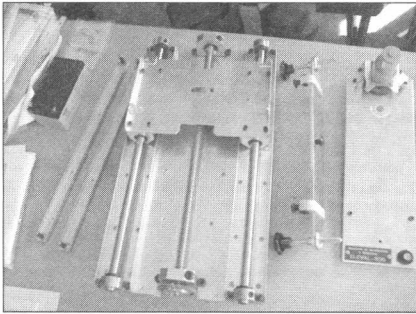


Figura 5

• Los dos soportes y la plataforma para apoyo de gravímetros tipo LaCoste&Romberg, modelos G o D, completan el equipo. La plataforma de apoyo va provista, en la posición de los tornillos nivelantes del gravímetro, de ranuras en la que encajan los tornillos del gravímetro, constituyendo de por sí un sistema de centrado forzoso.

• El GRAVIGRAD se completa con la caja de conexiones eléctricas, las baterías correspondientes y un sistema de asa, de quita y pon, de gran utilidad para su transporte a mano.

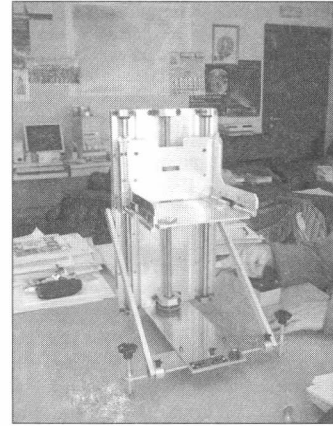


Figura 6

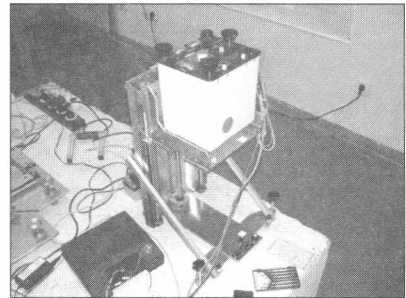


Figura 7

Para el transporte se ha diseñado una maleta con ruedas y protección contra golpes (fig. 8) Esto permite el transporte cómodo del equipo aunque, una vez montado, en un tiempo no superior a cinco minutos, el transporte se hace en coche o incluso a mano ya que se le ha provisto de un asa para traslados cortos.

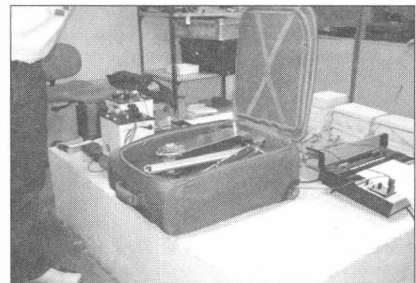


Figura 8

#### 4. PRIMEROS RESULTADOS

El equipo ha sido probado en trabajos de laboratorio y presentado, con una estupenda acogida, a los especialistas asistentes, como profesores y alumnos, a la Escuela Internacional de Gravimetría celebrada el pasado mes de noviembre en Lanzarote, organizada por el Bureau Gravimétrique International, el International Center for Earth Tides y el Instituto de Astronomía y Geodesia (CSIC-UCM)

En próximas campañas gravimétricas, a realizarse durante el año 2006 en la red de GPS y Gravimetría, diseñada por el IAG para continuar nuestras investigaciones en la isla de Lanzarote, en el contexto del Laboratorio de Geodinámica de dicha isla, utilizaremos por primera vez, en trabajos de campo, la técnica combinada de observación de  $g$  y del gradiente vertical.

Como consecuencia de los primeros ensayos del sistema, en condiciones de laboratorio, presentamos, en la figura 9, los resultados de una serie de medidas realizadas en el pilar de gravimetría absoluta del IAG en los sótanos de la Facultad de Ciencias Matemáticas de la UCM. Como puede verse en la gráfica, sacada directamente de la salida electrónica del gravímetro sobre la pantalla del ordenador del laboratorio, se ha realizado una medida del gradiente haciendo, tanto en la posición baja (down) como en la alta (up), sendas calibraciones para comprobar la estabilidad del sistema.

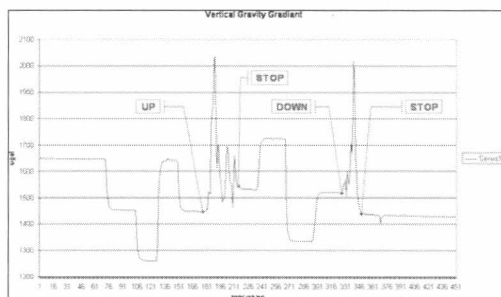


Figura 9

Aunque este prototipo será la base de otros futuros desarrollos, estamos en la actualidad diseñando un nuevo sistema, similar en lo mecánico al GRAVIGRAD, pero adaptado a otros equipos como son los gravímetros Gravitón (EG-METER Lacoste&Romberg) y Scintrex. Así mismo, y por recomendaciones recibidas de los expertos asistentes a la Escuela de Gravimetría celebrada en Lanzarote, nos proponemos construir, solo para trabajos de laboratorio, un nuevo equipo con un mayor rango de diferencias en altura, que pueda ser utilizado, en sustitución de los métodos manuales de tripodes y escalas verticales, para dar valor a la referencia, normalmente en el suelo, en las determinaciones de gravedad que se están haciendo con los instrumentos absolutos de caída libre. Este sistema será totalmente automático, incluida la autonivelación, y la medida realizadas por medio de un mando a distancia. Con esto, se evitará cualquier perturbación que pueda ocasionar la manipulación del gravímetro una vez iniciada la medida del gradiente.

Como complemento al sistema de gradientes, y ya que estamos trabajando en lo que podemos denominar microgravimetría de alta resolución, hemos construido un sistema para efectuar observaciones, con este mismo tipo de gravímetros, en diferentes acimutes. Si bien el equipo se ha pensado en función de experiencias de laboratorio, para el estudio de la influencia de los campos magnético inducidos de distinta intensidad y dirección, sobre los gravímetros LaCoste&Romberg, creemos que su uso en determinadas circunstancias y en lugares en los que estemos sometidos a campos magnéticos variables, ya sean de origen natural o artificial, puede aportar información de interés. En las figuras 10a y 10b, puede verse el sistema, construido principalmente de metacrilato transparente y aluminio, con y sin gravímetro.

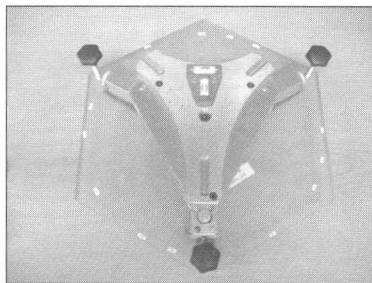


Figura 10a



Figura 10b

## 5. AGRADECIMIENTOS

Estas investigaciones se están financiando con cargo a los proyectos de investigación REN2001-2271, concedido por el Ministerio de Ciencia y Tecnología, convocatoria de los Planes Nacionales de Investigación Científica y Técnica y por el proyecto de la Comunidad Europea, MAC/2.3/A7, Vulcanismo en la Macaronesia (VULCMAC I y II) de la convocatoria INTERREG -IIIB- para las regiones periféricas insulares atlánticas dependientes de España y Portugal.

## 6. REFERENCIAS.

- Thyssen-Bornemisza, S., Groten, E. and Bazhaw, W. O., Correction of accurate gravity surveys by carefully observed vertical gradient of gravity. *Geophys. Prosp.*, v. 20, 17-27. 1972
- Torge, W. *Gravimetry*, Ed. De Gruyter. 1989.
- Fajkiewicz, Z.J., Gravity vertical measurements for the detection of small geologic and anthropogenic forms. *Geophysics*, Vol. 41 1016-1030. 1971
- Makinen, J., Vieira, R., Camacho, A.G., Sevilla, M.J. Absolute gravity measurements in Madrid. *Bull. Bureau Grav. Intern* vol. 67, pp168-172. 1990
- Vieira, R., G. Camacho, A., Ortiz, E. Título: Global gravity adjustment for the gravity calibration line Madrid-Valle de los Caidos. *Física de la Tierra*, Vol. 10, 117-150. 2003
- SKF. Catálogo Técnico de husillos de bolas de alta precisión. 2003.



## Red Gravimétrica del Territorio Histórico de Gipuzkoa *Gravimetric Network of the Historic Territory of Gipuzkoa*

M. J. Sevilla<sup>(1)</sup>, E. Velez<sup>(1)</sup> y J. Zurutuza<sup>(2)</sup>

<sup>(1)</sup>Instituto de Astronomía y Geodesia, Facultad de Matemáticas, Universidad Complutense, 28040 Madrid, [sevillaj@mat.ucm.es](mailto:sevillaj@mat.ucm.es), [ejvelez@mat.ucm.es](mailto:ejvelez@mat.ucm.es)

<sup>(2)</sup>GEOLan Donosti SL, Portuette 53 b Of. 314 San Sebastián (Gipuzkoa), [jz@geolandonosti.com](mailto:jz@geolandonosti.com)

### SUMMARY

*In the historical territory of Gipuzkoa, a new gravity network has been settled down. The network will be the reference for the future gravity related geodetic tasks. The network has eleven stations with a maximum distance between two consecutive stations of about 20 km. Also, it is connected with the absolute gravity station of the IAG in Madrid by means of a round trip itinerary with gravity measurements in Madrid, Aranda del Duero, Miranda de Ebro and Donostia with distances between stations of about 150 km. This last station of Donostia has been considered as reference station for the itineraries that configure the net of Gipuzkoa. To obtain the gravity values in the 11 stations, three round trip itineraries have been performed, where the starting and closing measure is the station of Donostia.*

*The used instrument has been a gravimeter LaCoste & Romberg model GRAVITON-EG-1194. The relative precision of this gravimeter is in the order of the 4 or 5  $\mu$ Gal, that together with the absolute gravity value of the station of the IAG in Madrid, which is known with an absolute precision of  $\pm 9.0 \times 10^{-8} \text{ ms}^{-2}$ , guarantee a final precision of 10  $\mu$ Gal. The coordinates of the stations have been determined by GPS in the WGS84 system. This, together with the software packages used, ensure that the tidal and derive corrections are within the mentioned precision. A total of 924 gravity observations have been made and the adjustment shows a mean standard error of 2  $\mu$ Gal, very below the theoretical precision, what guarantees the reliability of the results.*

### 1. INTRODUCCIÓN

En el territorio histórico de Guipúzkoa se ha establecido una red gravimétrica que tendrá el carácter de fundamental para futuras operaciones geodésicas. Esta red consta de once estaciones con una distancia máxima entre cada dos estaciones consecutivas de unos 20 km. La red está enlazada con la estación de gravimetría absoluta del IAG en Madrid por medio de un itinerario de ida y vuelta con medidas en Madrid, Aranda del Duero, Miranda de Ebro y Donostia con distancias entre estaciones de unos 150 km. Esta última estación de Donostia ha servido como estación fundamental para los itinerarios que configuran la red de Gipuzkoa. Para obtener la gravedad en los 11 puntos se han establecido tres itinerarios de ida y vuelta todos con cierre en la estación de Donostia.

El instrumento utilizado ha sido un gravímetro LaCoste & Romberg modelo GRAVITON-EG-METER s/n. 1194. La precisión relativa de este gravímetro es del orden de los 4 o 5  $\mu$ Gal, lo que, unido a que la gravedad absoluta en la estación del IAG en Madrid, se conoce con una precisión absoluta de  $\pm 9.0 \times 10^{-8} \text{ ms}^{-2}$  permite garantizar la precisión absoluta final de 10  $\mu$ Gal. Las coordenadas de las estaciones han sido determinadas por GPS en el sistema WGS84. Esto, junto a los modelos y programas utilizados, garantiza que las correcciones de marea y deriva estén en el orden de precisión antes mencionado. En total se han realizado 924 observaciones cuya compensación ha dado un error medio cuadrático del ajuste de 2  $\mu$ Gal, muy por debajo de la precisión teórica, lo que garantiza la fiabilidad de los resultados.

### 2. DESCRIPCIÓN DE LA ZONA DE TRABAJO

Gipuzkoa limita al Norte con el mar Cantábrico (43°30' N), al Este (1°45' W) con Navarra, al Oeste (2°40' W) con Bizkaia y al Sur (42°50' N) con Araba. Su superficie es de casi 2000 km<sup>2</sup>, presentando un relieve en disposición reticular, con valles muy encajados, por los cuales discurren las vías de comunicación. Los pliegues aparecen muy apretados debido a la proximidad del armazón pirenaico. El diseño de los itinerarios ha sido realizado en función de las vías de comunicación.

Respecto a la geología, los materiales predominantes pertenecen al Cretácico inferior, junto con materiales del Jurásico y del Paleozoico (Figura 1).

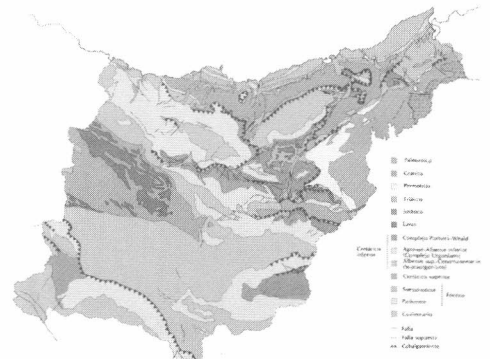


Figura 1 – Mapa geológico de de Guipúzkoa. (*Geological map of Gipuzkoa.*)

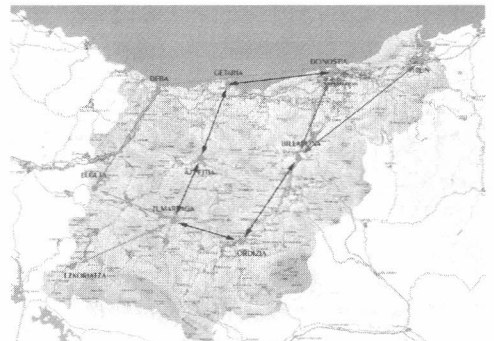


Figura 2 – Red gravimétrica de Guipúzkoa. (*Gravimetric network of Gipuzkoa.*)

### 3. ESTACIÓN DE GRAVEDAD ABSOLUTA

La gravedad de base se ha tomado de la estación absoluta de la Facultad de Matemáticas de la UCM en Madrid. El valor de la gravedad en esta estación es de

$$9.79965328 \text{ ms}^{-2} \text{ e.m.c.} = \pm 9.0 \times 10^{-8} \text{ ms}^{-2}$$

Este es el resultado de 4 mediciones realizadas con gravímetros absolutos JILAG-5 (Figura 2) en los años 1989, 1992, 1994 y 1997, las últimas en el nuevo edificio.

La primera medición de la gravedad absoluta en España se realizó entre el 5 y el 11 de mayo de 1989 en colaboración con el Instituto de Geodesia de Helsinki. Se hicieron dos determinaciones absolutas de la aceleración de la gravedad. Estas observaciones fueron efectuadas con un gravímetro absoluto de caída libre denominado JILA (Joint Institute for Laboratory Astrophysics) desarrollado por el Dr. Fallner en Boulder, Colorado, Estados Unidos (Makinen Et al., 1990). (Figura 3).

Las observaciones se realizaron en los sótanos de la Facultad de Matemáticas y en una dependencia cedida por el Patrimonio Nacional en las proximidades de la estación geodinámica del Valle de los Caídos. Entre estos puntos existe una línea de calibración observada con 6 gravímetros relativos y calculada en función de una referencia convencional. El punto fundamental del Valle se incorpora a la IAGBN (International Absolute Gravity Basestation Network).

La estación de Madrid tiene unas coordenadas de 40.450692 de latitud norte, -3.724042 de longitud oeste y 638.791 metros de altitud ortométrica. La estación del Valle tiene unas coordenadas de 40° 38' 57".1 de latitud norte, -4° 08' 35".9 de longitud oeste y 1212.4 metros de altitud ortométrica. El resultado en esta estación es  $g = 9.79884900 \text{ ms}^{-2}$ .

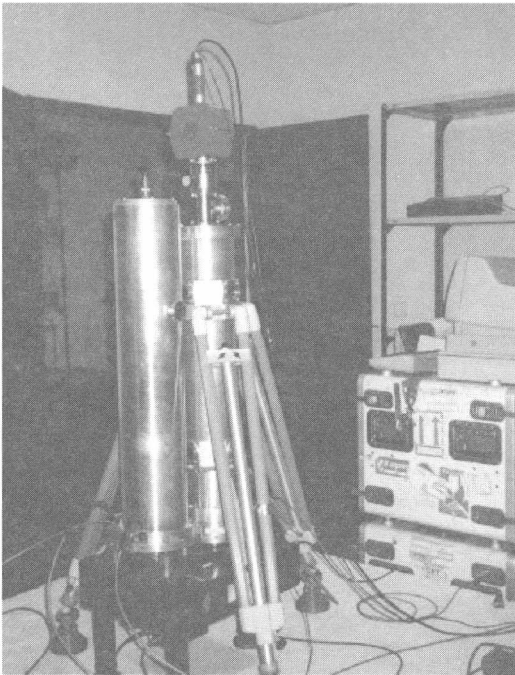


Figura 3 - Estación base absoluta del IAG (IAG Absolute base station.)

### 4. INSTRUMENTACIÓN

El equipo de observación estuvo compuesto por un gravímetro relativo Lacoste&Romberg modelo "GRAVITON-EG-METER" nº 1194 (Figura 4), una sonda de temperatura TESTO y un barómetro

analógico TOMEN para la toma de datos meteorológicos. Se utilizó un flexómetro para medir la altura del sensor sobre las señales de nivelación, a las cuales están referidas las cotas.



Figura 4 - GRAVITON EG-METER. (GRAVITON EG-METER.)

El gravímetro Lc&R *GRAVITON* destaca por ser un gravímetro compacto, ya que tanto el sistema de almacenamiento de datos como el de alimentación están incluidos en la misma unidad. Todo el funcionamiento, configuración y operación del gravímetro está controlado por un ordenador, que se maneja a través del teclado alfanumérico integrado en la parte superior del gravímetro, junto al LCD. Los datos son almacenados en la memoria interna y son descargados vía cable serie a un PC en formato de hoja de cálculo ("csv"). Otra característica importante es su capacidad de autonivelación y de corrección de la nivelación durante la medida, en caso de ser necesario, de forma automática. Estas características le confieren una capacidad de funcionamiento autónomo que reduce al mínimo la actuación del operador sobre el gravímetro, evitando las perturbaciones que pudiesen afectar a la medida. Destaca también por su alta sensibilidad, con resolución de 0.0001 mGal, y repetibilidad de las medidas entre 1 y 3 microgales. En la tabla adjunta se pueden ver las especificaciones técnicas del equipo (Lacoste&Romberg LLC, 2002).

Tabla 1 - Especificaciones Técnicas (Technical Specifications)

Funcionamiento del sistema	Tipo de Sensor	Muelle metálico de longitud cero
	Resolución	24 bit < 0.0001 mGal bit
	Repetibilidad	0.001 mGal / 0.003 mGal
	Rango	Todo el mundo
	Rango térmico de operación	-10 a 45 °C
Interfaz del sistema	Deriva absoluta	< 1.0 mGal/mes / < 0.5 mGal/mes (envejecimiento)
	Pantalla Digital	Monocromo VGA LCD con luz de fondo
	Almacenamiento de datos	Incluido
	Memoria	512 Mb Flash RAM
	Modo de operación	Automático y experto



	<b>Corrección de marea y compensación barométrica</b>	En tiempo real
	<b>Salidas</b>	RS232, Puerto para teclado externo y USB
<b>Nivelación del sistema</b>	<b>Tipo de nivelación</b>	Autonivelación automática, superior a 13° de rango de inclinación. Ajuste a > 3 segundos de arco (0.0005 mGal)
	<b>Sensor</b>	Cerámica en estado sólido
<b>Batería</b>	<b>Duración</b>	> 8 horas (en condiciones típicas)
	<b>Tipo</b>	9 A/h Gel-Cell
<b>Dimensiones</b>	<b>Tamaño y peso</b>	21.5 x 22 x 31 cm 9 Kg

## 5. MÉTODO DE OBSERVACIÓN

Después de comprobar la conveniencia de utilizar un método u otro de medida (medidas individuales instantáneas, medidas individuales continuas, registro continuo,...) se optó por dejar el gravímetro en registro continuo en cada punto de observación durante al menos 15 minutos, almacenándose un dato cada minuto, con un filtro de 30 segundos para eliminar el ruido de alta frecuencia. Como el gravímetro da la opción de ver, además del valor instantáneo de la medida de  $g$ , la gráfica del registro, podemos controlar visualmente la evolución de la observación durante el tiempo de medida y así poder pre-seleccionar el tramo que utilizaremos para el cálculo.

De esta forma, se realizaron un total de 924 medidas durante toda la campaña. Una vez seleccionados los tramos del registro de mejor calidad de señal en cada punto, y eliminados los datos malos dentro de estos tramos, se han utilizado para el cálculo 909 medidas, con un mínimo de 10 medidas en cada observación

## 6. DESCRIPCIÓN DE LA CAMPAÑA

En el mes de octubre de 2005, entre los días 16 y 19, se llevó a cabo la campaña de medidas de la red. Con anterioridad a la realización de la campaña se había definido la ubicación de los 10 puntos que iban a formar la red, distribuidos de forma homogénea cubriendo la provincia de Guipúzcoa. Durante el desarrollo de la campaña se decidió reubicar alguna de las estaciones buscando una mejora de la calidad de las observaciones. Así pues, la red ha quedado finalmente definida por las siguientes estaciones (por orden alfabético): *Azpeitia, Billabona, Deba, Donostia, Elgeta, Escoriaza, Getaria, Irún, Ordizia y Zumarraga*.

Se programaron un enlace de la estación base de Donostia con la estación absoluta de Madrid y tres itinerarios de ida y vuelta en la zona, con inicio y final en la base Donostia. Se procuró que existiese alguna estación común entre los tres itinerarios, además del punto inicial y final. En la siguiente tabla se muestran los itinerarios realizados cada día. En negrilla las estaciones comunes.

Tabla 2 – Itinerarios gravimétricos (*Gravity Itinerary*)

ITINERARIO I	16/10/05	Donostia, Deba, Elgeta, <b>Zumarraga</b> , Escoriaza
ITINERARIO II	17/10/05	Donostia, Getaria, Azpeitia, <b>Zumarraga</b> , Ordizia, <b>Billabona</b>
ITINERARIO III	18/10/05	Donostia, Donostia-IGN, <b>Billabona</b> , Irún

Durante los traslados de Madrid a San Sebastián, el primer y último día, se realizaron observaciones, además de en los puntos de partida y llegada, en dos puntos intermedios, Aranda de Duero y

Miranda de Ebro, ambos situados en las estaciones de ferrocarril de cada localidad y pertenecientes a la red gravimétrica del IGN.

Así pues, durante la campaña se ha medido en 14 puntos, con un total de 38 observaciones distribuidas según se muestra en la siguiente tabla.

Tabla 3 – Observaciones (*Observations*)

Estación	IDA	IT-I	IT-II	IT-III + VUELTA	TOTAL
Azpeitia			2		2
Billabona			2	2	4
Deba		2			2
Donostia	2	2	2	3	9
Elgeta		2			2
Escoriaza		2			2
Getaria			2		2
Irún				2	2
Ordizia			2		2
Zumarraga		2	2		4
Donostia-IGN				1	1
Madrid	1			1	2
Aranda	1			1	2
Miranda	1			1	2
<b>TOTAL</b>	<b>4</b>	<b>10</b>	<b>12</b>	<b>11</b>	<b>38</b>

## 7. CÁLCULO DE ITINERARIOS

Las medidas de cada estación quedaron registradas junto a los valores de los tiempos de medida, entre otros datos (Ver apéndice 1), y se agruparon por estaciones en los diferentes itinerarios. Los datos quedaron ordenados cronológicamente. En cada itinerario individual se realizó la corrección por marea y seguidamente se determinó la deriva del gravímetro en el itinerario. Las derivas resultantes y las desviaciones típicas se muestran en la Tabla 4

Tabla 4. Derivas del gravímetro (*Gravimeter drift*)

ITINERARIO	DERIVA (mGgal)	DESVIACIÓN TÍPICA
Enlace	-0.00625	0.00438
I	-0.00240	0.00301
II	-0.00622	0.00388
III	-0.00232	0.00211

## 8. CORRECCIONES APLICADAS

El tratamiento de las correcciones a las medidas del gravímetro y cálculos subsiguientes se ha hecho con los métodos estándar de la gravimetría de precisión (Sevilla, 1994, Camacho y Vieira 1990)).

- Corrección por efecto marea métodos directo y desarrollo de CARTWRIGHT-TAYLER 484).
- Corrección por fuerza gravitacional variable de la atmósfera: -0.30  $\mu\text{Gal}/\text{mbar}$  Presión estándar 880. mbar
- Corrección por gradiente vertical de la gravedad para la altura del gravímetro sobre la estación: -3.086  $\mu\text{Gal}/\text{cm}$

## 9. RESULTADOS

En primer lugar recopilamos los datos que se muestran en la Tabla 5

Tabla 5 – Resumen de observaciones (*Summary of Observations*)

Número de itinerarios	4
Número de estaciones del enlace	3
Número de estaciones de la red	11
Número total de observaciones	924
Observaciones eliminadas	15
Número de observaciones válidas	909

Para el ajuste se utilizaron los métodos de las medias repetidas y la compensación por mínimos cuadrados. Los resultados de las

gravidades asignadas a cada estación fueron idénticos por ambos métodos debido a la alta precisión de las observaciones y al pequeño número de estaciones. Un resumen de resultados se ve en la Tabla 6

Tabla 6 – Resumen de resultados (Summary of Results)

Número de observaciones	38
Número de estaciones repetidas	243
Número de ER en IT diferentes	5
Número de itinerarios	4
Número de estaciones	14
Desviación típica a posteriori	1.77 mGal

La lista total de resultados para cada estación se muestra en el Apéndice 2.

Además de los cálculos de las gravidades medidas en cada estación se han calculado las gravidades teóricas con la fórmula de Somigliana (Sistema de Referencia GRS80), los gradientes verticales hasta el orden cuatro y, al disponer de las altitudes ortométricas de las estaciones, también se han calculado las anomalías aire libre y Bouguer incompletas.

Apéndice 1 – Datos de observación resumidos (Observation data resumed)

STATION	DATA	ROWS	TIME (GMT)	MEAN (mgal)	sd (yEr±)	se (yEr±)	Min	Max	Range	Sum	N
MADRID	RAWGRAV	[1:17]	11:06:29	3619,46768	0,00379	9,1826E-4	3619,4582	3619,4723	0,0141	61530,9505	17
ARANDA	RAWGRAV	[19:34]	15:36:18	3725,25178	0,00447	0,00112	3725,2431	3725,2583	0,0152	59604,0284	16
MIRANDA	RAWGRAV	[36:52]	17:56:47	3906,1444	0,00548	0,00133	3906,135	3906,1522	0,0172	66404,4517	17
DONOSTI	RAWGRAV	[55:73]	21:02:15	4091,81579	0,0034	7,80706E-4	4091,8082	4091,8241	0,0159	77744,5001	19
DONOSTI	RAWGRAV	[4:22]	06:29:09	4091,96008	0,00645	0,00148	4091,9488	4091,9735	0,0247	77747,2416	19
DEBA	RAWGRAV	[26:40]	08:12:22	4089,43193	0,00421	0,00109	4089,4239	4089,4399	0,016	61341,479	15
ELGETA	RAWGRAV	[46:58]	09:25:46	3996,67845	0,00281	7,79597E-4	3996,6741	3996,6813	0,0022	51956,8199	13
ZUMARRAGA	RAWGRAV	[65:81]	10:25:50	3998,63542	0,00554	0,00134	3998,6243	3998,6433	0,019	67976,8022	17
ESCORIAZA	RAWGRAV	[95:115]	11:42:17	4000,86905	0,00418	9,1166E-4	4000,8597	4000,8757	0,016	84018,25	21
ESCORIAZA	RAWGRAV	[130:147]	13:23:36	4000,89796	0,00641	0,00151	4000,8865	4000,9062	0,0197	72016,1633	18
ZUMARRAGA	RAWGRAV	[158:173]	14:33:42	3998,69821	0,00563	0,00141	3998,6879	3998,7054	0,0175	63979,1713	16
ELGETA	RAWGRAV	[182:196]	15:35:48	3996,72067	0,00631	0,00163	3996,711	3996,7314	0,0204	59950,8101	15
DEBA	RAWGRAV	[210:221]	16:55:08	4089,45969	0,00638	0,00184	4089,4523	4089,4707	0,0184	49073,5163	12
DONOSTI	RAWGRAV	[232:241]	18:21:02	4091,9485	0,0018	5,69795E-4	4091,9445	4091,9502	0,0057	40919,485	10
DONOSTI	RAWGRAV	[6:24]	06:39:08	4091,9789	0,00759	0,00174	4091,9624	4091,9887	0,0263	77747,5991	19
GETARIA	RAWGRAV	[27:47]	08:27:14	4080,88194	0,00451	9,83857E-4	4080,8701	4080,8869	0,0168	85698,5207	21
AZPEITIA	RAWGRAV	[53:73]	09:38:51	4059,98515	0,00395	8,62019E-4	4059,9868	4060,0017	0,0149	85259,8982	21
ZUMARRAGA	RAWGRAV	[76:94]	10:48:02	3998,66893	0,00565	0,0013	3998,6546	3998,6757	0,0211	75974,7097	19
ORDIZIA	RAWGRAV	[97:115]	11:45:30	4026,18992	0,0093	0,00213	4026,173	4026,2013	0,0283	76497,6084	19
BILLABONA	RAWGRAV	[118:136]	12:35:16	4065,48145	0,00673	0,00154	4065,4652	4065,4907	0,0255	77244,1475	19
BILLABONA	RAWGRAV	[140:161]	14:25:51	4065,52504	0,00925	0,00197	4065,5072	4065,5381	0,0309	89441,5508	22
ORDIZIA	RAWGRAV	[168:186]	15:19:17	4026,30304	0,0067	0,00154	4026,2919	4026,3149	0,023	76499,7577	19
ZUMARRAGA	RAWGRAV	[194:210]	16:11:55	3998,72995	0,00524	0,00127	3998,7217	3998,7374	0,0157	67978,4092	17
AZPEITIA	RAWGRAV	[216:233]	17:15:26	4060,03416	0,00613	0,00144	4060,0218	4060,0448	0,021	73080,6149	18
GETARIA	RAWGRAV	[245:261]	18:22:06	4080,9026	0,00216	4,49913E-4	4080,9045	4080,9104	0,0059	69275,4201	17
DONOSTI	RAWGRAV	[266:284]	19:24:09	4091,89671	0,00512	0,00117	4091,8875	4091,9065	0,019	77746,0374	19
DONOSTI	RAWGRAV	[11:38]	06:44:29	4091,92224	0,00788	0,00149	4091,9074	4091,936	0,0286	1144573,8226	28
DONOSTI-IGN	RAWGRAV	[46:70]	07:35:26	4093,42735	0,00457	9,3252E-4	4093,4173	4093,4373	0,02	9422,2564	24
DONOSTI	RAWGRAV	[73:95]	08:18:27	4091,92271	0,00654	0,00136	4091,9112	4091,9319	0,0199	94114,2223	23
BILLABONA	RAWGRAV	[103:117]	09:14:06	4064,55615	0,00418	0,00108	4064,5487	4065,5613	0,0126	60983,3422	15
IRUN	RAWGRAV	[124:150]	10:25:36	4104,28423	0,00466	8,96949E-4	4104,2729	4104,2929	0,02	110815,6714	27
IRUN	RAWGRAV	[158:177]	11:30:24	4104,28323	0,00659	0,0015	4104,2713	4104,2955	0,0242	82085,6647	20
BILLABONA	RAWGRAV	[181:189]	12:30:08	4065,50124	0,00463	0,00154	4065,4928	4065,5073	0,0145	36589,5112	9
DONOSTI	RAWGRAV	[225:240]	15:24:32	4091,91713	0,0046	0,00119	4091,9082	4091,9224	0,0145	61378,7569	15
MIRANDA	RAWGRAV	[241:259]	17:49:38	3906,14784	0,00934	0,00214	3906,1315	3906,1597	0,0282	74216,8089	19
ARANDA	RAWGRAV	[272:291]	20:29:22	3725,16692	0,00205	4,58618E-4	3725,1642	3725,1711	0,0069	74503,3383	20
MADRID	RAWGRAV	[304:326]	23:29:49	3619,47074	0,00274	5,71965E-4	3619,4667	3619,4758	0,0091	83247,827	23

Apéndice 2 – Resultados definitivos (Final results)

NUM	NOMBRE	LATITUD	LONGITUD	ALTITUD	GRAVEDAD	A. A. L.
9001	MADRID	40,450692	-3,724042	638,791	979965,328	-47,601
9002	ARANDA	41,668628	-3,696697	779,000	980071,101	-7,796
9003	MIRANDA	42,690406	-2,940947	463,000	980252,004	-16,372
3	DONOSTIA	43,320883	-1,982658	6,986	980437,497	-28,205
1	DEBA	43,294733	-2,353678	5,061	980435,099	-28,954
5	ELGETA	43,136908	-2,487506	467,706	980342,546	35,330
9	ZUMARRAGA	43,087917	-2,320289	354,955	980344,539	6,962
8	EZKORIATZA	43,015969	-2,529200	284,313	980346,780	-6,098
2	GETARIA	43,303119	-2,204436	28,207	980426,484	-31,138
6	AZPEITIA	43,185675	-2,261344	85,009	980405,826	-23,869
10	ORDIZIA	43,052664	-2,179103	146,433	980371,972	-26,626
7	BILLABONA	43,185283	-2,052658	57,446	980411,375	-26,789
1003	DONOSTI-IGN	43,317450	-1,977783	6,080	980439,297	-26,689
4	IRUN	43,337833	-1,788944	20,814	980450,012	-13,127

Para tener una idea del cambio de gravedad entre los valores de la Red Gravimétrica del IGN (con origen en el IGSN-71, sistema Potsdam 1971) y los de los mismos puntos referidos a la estación absoluta de IAG en Madrid, hemos calculado las diferencias para dos estaciones que se muestran en la Tabla 7.

Tabla 7 – Comparación de sistemas (Systems comparison)

Estación	Grav. IGN	Grav. IAG	Diferencia
Miranda	980251,62	980251,911	0,291
Getaria	980426,34	980426,601	0,261

## 10. REFERENCIAS

- CAMACHO, A.G. y R. VIEIRA (1990): Predicción de la corrección de marea en la península Ibérica. Física de la Tierra No. 2, U.C.M. pp. 111-148. Madrid.  
 LACOSTE&ROMBERG LLC (2002): *GRAVITON EG user's manual v1.8*. 53 pp. Austin (Texas - EEUU)  
 MAKINEN, J., R. VIEIRA, A. G. CAMACHO y M. J. SEVILLA (1990): Absolute Gravity Measurements in Madrid. *Bureau Gravimétrique International. Bulletin D'information* N° 67, pp. 168-172. Toulouse (Francia).  
 SEVILLA, M. J. (1994): Análisis de observaciones gravimétricas y cálculo de anomalías. *Publicaciones del Instituto de Astronomía y Geodesia*. N° 188, (64 páginas). Instituto de Astronomía y Geodesia (UCM.CSIC). Madrid.

## IBERGEO\_2006

### IBERGEO\_2006

Miguel J. Sevilla

Instituto de Astronomía y Geodesia. Facultad de Matemáticas. UCM Plaza de Ciencias 3. 28040 Madrid [sevilla@mat.ucm.es](mailto:sevilla@mat.ucm.es)

#### SUMMARY

*The Ibergeo95 geoid model was published in 1995, that was the first gravimetric geoid of the Iberian peninsula. From then on have appeared new geopotential models much more precise than those used then, I have also had a new digital terrain model, new and precise data of gravity anomalies of Spain and of Portugal and altimetry satellite data in the marine areas. With all these new resources has been proceeded to calculate a new geoid IBERGEO\_2006 with the same methodology used in 1995 that demonstrated to be extremely useful.*

*In this new geoid computation has been used the following data types: a) the Combined Gravity Field model EIGEN-CG03C complete to degree and order 360 from CHAMP, GRACE and surface gravity data, released on May 12, 2005 by GeoForschungsZentrum (GFZ) de Potsdam, b) a set of 209752 validated free air gravity anomalies covering the Iberian Peninsula and surrounding regions, c) a digital terrain model of mesh side 200x200 meters, d) altimetry satellite data, and e) GPS data in levelling points provided by the Geographical Institutes of Spain and Portugal.*

*The method used for the computations was the same of the Ibergeo95: Stokes' integral. After remove a Helmert correction, a collocation approach have been applied to obtain a reference surface for heights adjusted to GPS/Leveling points. The results have been compared with those obtained in 437 points resulting a standard deviation of 1.3 centimeters and a relative precision of 0.62 ppm.*

#### 1. INTRODUCCIÓN

En 1995 se publicó el geoid Ibergeo95 que fue el primer geoid gravimétrico de la península Ibérica. Desde entonces han aparecido nuevos modelos de geopotencial mucho más precisos que los utilizados entonces, también se ha dispuesto de un nuevo modelo digital del terreno, de nuevos y precisos datos de anomalías de la gravedad de España y de Portugal y de datos de altimetría de satélites en las zonas marinas. Con todos estos nuevos recursos se ha procedido a calcular un nuevo geoid IBERGEO\_2006 con la misma metodología empleada en 1995 que demostró ser extremadamente útil (Sevilla, 1995).

El método usado en los cálculos ha sido el mismo que en el Ibergeo95: la integral de Stokes. Después de eliminar una corrección de Helmert, se ha aplicado colocación para obtener una superficie de referencia de altitudes ajustada a puntos GPS/Nivelación. Los resultados se han comparado con los obtenidos en 437 puntos resultando una desviación típica de 13 milímetros y una precisión relativa de 0.62 ppm.

#### 2. ANTECEDENTES Y MEJORAS

El nuevo geoid que ahora se presenta es una actualización del geoid IBERGEO95 determinado en 1995. Los parámetros geodésicos de la zona de trabajo son: Sistema de referencia WGS84, un área de 10 grados en latitud de  $35 < \varphi < 45$  y 16 grados en longitud de  $-10.5 < \lambda < 5.5$ . En la zona central la longitud de un arco de meridiano de 1 grado es de 111.0346 Km. ( $10^\circ = 1110.346$  Km.) y la de un arco de paralelo de 1 grado 85.39385694 Km. ( $16^\circ = 1366.312$  Km.) con una relación entre arcos de 1.300264874. Los intervalos de las mallas resultantes son de 2.17 Km. x 2.67 Km. teniendo en total 262144 puntos de geoid.

Las mejoras del presente geoid han sido posibles por las siguientes razones:

- 1.- Disponer de un nuevo modelo de geopotencial, el CG03C que ha sido publicado en 2005 por el GeoForschungsZentrum (GFZ) de Potsdam.
- 2.- Disponer de valores absolutos de la gravedad (aunque de momento no se han utilizado).
- 3.- Disponer de nuevos datos gravimétricos en España y Portugal y nuevos datos marinos. 22.909 datos más que en 1995.
- 4.- Nuevo cálculo de anomalías aire libre a partir de gravedades medidas con los nuevos programas REDGRA con fórmulas precisas y todo referido al sistema WGS84.

6.- Nueva validación de anomalías con gráficos parciales y otros métodos avanzados.

7.- Utilizar un modelo digital del terreno más denso que el de 1995 sobre todo en zonas montañosas (MDT200).

8.- Utilizar para comparación anomalías obtenidas a partir de datos de satélites ERS1-2 y TOPEX/POSEIDON en zonas marinas.

9.- Obtener la malla de anomalías de cálculo con anomalías Bouguer completas y después pasar a anomalías Helmert añadiendo la corrección por lámina Bouguer tomando las altitudes de una malla previamente calculada.

10.- Disponer de una red de puntos de control GPS en el sistema ETRF89 y de nuevos parámetros de transformación de coordenadas del ED50 al WGS84 proporcionados por los Institutos Geográficos de España y Portugal, a quienes se agradece su colaboración

#### 3. MODELO DE GEOPOTENCIAL

El modelo de geopotencial utilizado es el EIGEN-CG03C publicado en 2005 por el GeoForschungsZentrum (GFZ) de Potsdam. Este modelo del campo de gravedad combinado es una mejora del EIGEN-CG01C. El modelo se basa en la misma misión CHAMP y en datos de superficie (0.5 x 0.5, gravimetría y altimetría), pero tiene en cuenta casi dos veces más datos que la misión GRACE. En vez de 200 días ahora se han utilizado 376 días de febrero a mayo de 2003, julio a diciembre de 2003 y febrero a julio de 2004.

EIGEN-CG03C es completo hasta grado y orden 360 en términos de coeficientes armónicos esféricos y resuelve longitudes de onda de la anomalía del geoid y de la gravedad de 110 kilómetros. Un método especial de combinación de banda limitada se ha aplicado para preservar la alta exactitud de los datos basados en los satélites en la banda de frecuencia más baja del geopotencial y formar una transición suave a la información de alta frecuencia que venía de los datos de superficie. Comparado con los modelos de gravedad de alta resolución globales pre-CHAMP/GRACE, la exactitud en longitud de onda de 400 kilómetros se podía mejorar en un orden de magnitud a 3 centímetros y 0.4 mgal en términos de alturas del geoid y anomalías de la gravedad, respectivamente. La exactitud total del modelo completo 360 a características espaciales de 100 kilómetros se estima en 30 centímetros y 8 mgal, respectivamente. La exactitud sobre los océanos es generalmente mejor que sobre los continentes que reflejan la calidad de los datos superficiales disponibles. (Förste et al. 2005) (Figuras 1 y 2)

EIGEN-CG03C Gravity Anomalies (mgal)

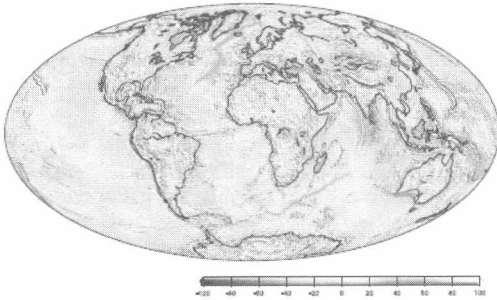


Figura 1 – Mapa de anomalías gravimétricas CG03C (CG03C gravity anomalies) (Förste et al. 2005)

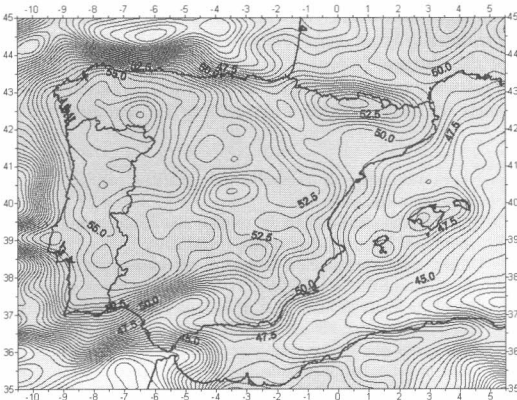


Figura 2 – Altitudes del geode modelo CG03C en la península Ibérica. (CG03C geoid undulations in the Iberian peninsula.)

Con este modelo se han calculado las siguientes cantidades: Anomalías modelo por

$$\Delta g_{\text{mod}}(r, \vartheta, \lambda) = \frac{GM}{r^2} \sum_{n=2}^{\infty} (n-1) \left(\frac{a}{r}\right)^n \sum_{m=0}^n (\Delta C_{nm} \cos m\lambda + \Delta S_{nm} \sin m\lambda) P_{nm}(\cos \vartheta)$$

Ondulaciones modelo por

$$N_{\text{mod}}(r, \vartheta, \lambda) = \frac{GM}{r\gamma} \sum_{n=2}^{\infty} \left(\frac{a}{r}\right)^n \sum_{m=0}^n (\Delta C_{nm} \cos m\lambda + \Delta S_{nm} \sin m\lambda) P_{nm}(\cos \vartheta)$$

#### 4. DATOS GRAVIMÉTRICOS

La zona de datos es la comprendida entre  $35 < \varphi < 45$  (10 grados en latitud) y  $-10.5 < \lambda < 5.5$  (16 grados en longitud) y el banco de datos gravimétricos para el cálculo del **IBERGEO\_2006** está constituido por: (Figura 3)

- 186.813 datos validados de 1995 corregidos en 1996 (puntos rojos),
- 3005 datos nuevos de Portugal hasta 1997 (puntos azules) y
- 19.934 datos nuevos obtenidos en 2002 al calcular el geode del norte de África (puntos verdes).
- En total se dispone de 209.752 datos

Como los diferentes datos iniciales estaban referidos a diferentes datums, en una primera etapa se realizaron las transformaciones de datums para estandarizar todos los datos. Los datos estandarizados se refieren al WGS84 para la gravedad teórica y a la IGSN71 para la

gravedad medida (queda pendiente transformar las gravedades medidas al sistema de gravedades absolutas pero eso lo dejaremos para cuando dispongamos de resultados definitivos de la IAGBN (International Absolute Gravity Basestation Network)). Se ha aplicado la corrección atmosférica.



Figura 3 – Distribución de datos gravimétricos en la península Ibérica. (Gravity data distribution in the Iberian peninsula.)

Todos los datos han sido cuidadosamente analizados para eliminar puntos repetidos y han sido validados para eliminar errores groseros, utilizando diferentes procedimientos. La validación es una de las operaciones más importantes en el tratamiento de datos gravimétricos, sobre todo cuando proceden de diversas fuentes y son de diferentes tipos. En validación se trata de detectar valores con errores groseros, es decir, valores erróneos debidos principalmente a equivocaciones en el manejo de números o en el cálculo de correcciones o en no haber realizado alguna de las correcciones necesarias en el proceso inicial de observación. Cuando se detecta un dato con error grosero no se elimina del fichero sino que se le asigna un valor 1 al índice de validación, es decir se pone IVA = 1. (Sevilla et al. 1997). Ver Tabla 1 y Figura 4.

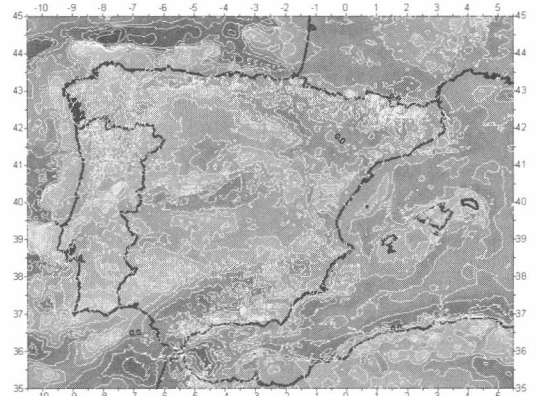


Figura 4 – Anomalías aire libre en la península Ibérica. (Free air anomalies in the Iberian peninsula.)

Tabla 1. Estadísticas de anomalías (mGal)

	Media	D.T.	Min	Max	Rango
ibg_2006	8.19	38.57	-179.97	189.33	369.30
ibg_cg03c	12.95	37.53	-150.95	127.60	278.55
ibg_2006-cg03c	-4.76	20.99	-153.11	182.70	335.81

**5. MODELOS DIGITALES DEL TERRENO**

Para las correcciones de terreno y efecto indirecto se ha construido un Modelo Digital del Terreno de la zona de trabajo a partir del MDT200 del Instituto Geográfico Nacional para España, de un modelo también a escala 1/200.000 de Portugal para Portugal, del modelo GLOBE para el resto del territorio y del modelo topo\_8.2 para la batimetría. Este modelo denominado IBHGEO200 (Figura 5) está dado en el sistema WGS84 en una malla continua de límites  $34 < \varphi < 45.5$   $-11 < \lambda < 6$ . Tiene 6390 filas y 7084 columnas orientadas de O a E y de N a S. Los intervalos de la malla son 6,48" (199,864 metros) en latitud y 8,64" (204,946 metros) en longitud. Tiene 45.266.760 puntos. (Sevilla, 2002)

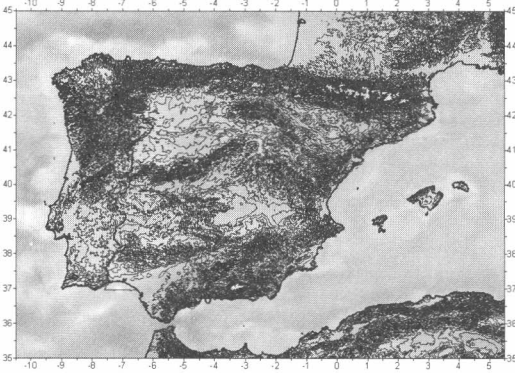


Figura 5- Modelo digital del terreno en la península Ibérica. (Digital terrain model in the Iberian peninsula.)

Con este MDT se han calculado las siguientes cantidades:  
Corrección de terreno

$$c_P = G\rho \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{z=h_P}^h \frac{z-h_P}{\left[ (x-x_P)^2 + (y-y_P)^2 + (z-h_P)^2 \right]^{3/2}} dx dy dz$$

Efecto indirecto

$$N_{ind} = -\frac{\pi G \rho}{\gamma} h^2(x_P, y_P) - \frac{G \rho}{6\gamma} \int_E \frac{h^3(x, y) - h^3(x_P, y_P)}{s^3} dx dy$$

También se ha calculado, con fines de validación, la corrección de terreno residual. Los parámetros estadísticos de estas correcciones se muestran en la Tabla 2

Tabla 2. Estadísticas de correcciones

	Media	D.T..	Min	Max
<b>c<sub>p</sub></b>	0.46	1.32	0	40.35
<b>r<sub>tm</sub></b>	-2.80	18.52	-126.57	153.40
<b>Validación</b>	-1.97	18.23	-154.77	199.46
<b>N<sub>ind</sub></b>	-0.02	0.03	-0.41	0

**6. ANOMALÍAS REDUCIDAS**

Las anomalías reducidas que van a entrar en la fórmula de Stokes se calculan en cada punto por medio de

$$\Delta g_{red} = \Delta g_{AL} - \Delta g_{MOD} - 2\pi G \rho h + c + \delta \Delta g$$

Es decir a las anomalías aire libre  $\Delta g_{AL}$  se le quitan las anomalías modelo  $\Delta g_{MOD}$ , se corrigen por lámina Bouguer  $-2\pi G \rho h$ , se

aplica la corrección de terreno  $c$  y se añade el segundo efecto indirecto sobre la gravedad.

$$\delta \Delta g = \frac{2\pi G \rho h^2}{R}$$

Con estas anomalías reducidas, que son muy suaves, se construye una malla por colocación y se obtiene

$$\Delta g_{red}^{gri}$$

En esta malla se restituye la lámina Bouguer y resultan las anomalías reducidas definitivas para el cálculo

$$\Delta g = g_{red}^{gri} + 2\pi G \rho h^{gri}$$

**7. LA FÓRMULA DE STOKES**

Las ondulaciones del geode han sido determinadas usando la técnica clásica del quita y pon. Las ondulaciones predichas se obtienen por la fórmula

$$N = N_{mod} + N_{ind} + N_{gra}$$

donde  $N_{mod}$  es la contribución del modelo CG03C,  $N_{ind}$  es la contribución de la reducción del terreno y  $N_{gra}$  es la contribución de las observaciones del campo de gravedad: anomalías aire libre corregidas de modelo y de topografía

El método utilizado para el cálculo de la contribución gravimétrica local al geode ha sido la fórmula de Stokes.

$$N_{gra} = \frac{R}{4\pi\gamma\sigma} \iint \Delta g(\varphi, \lambda) S(\psi) d\sigma$$

donde  $R$  es el radio medio terrestre,  $\gamma$  la gravedad normal,  $\sigma$  la esfera de integración,  $\Delta g$  las anomalías de la gravedad reducidas al geode y  $S(\psi)$  la función de Stokes dada por

$$S(\psi) = \frac{1}{t} - 4 - 6t + 10t^2 - (3 - 6t^2) \ln(t + t^2), \quad t = \sin \frac{\psi}{2}$$

Para evaluar la fórmula de Stokes se usa la técnica de la FFT 1D esférica que permite la evaluación de la integral esférica discreta de Stokes sin ninguna aproximación, paralelo por paralelo. En los cálculos se ha usado un espectro discreto de la función núcleo. Un orlado de ceros del 100 % fue añadido alrededor de la matriz señal para reducir la distorsión espectral y evitar efectos de convolución circular. La fórmula de evaluación puede escribirse en la forma

$$N_{\varphi, \varphi}(\lambda_r) = \frac{R \Delta \varphi X \lambda}{4\pi\gamma} F_r^{-1} \left\{ \sum_{\varphi=\varphi_1}^{\varphi_M} F_r \{ S_{\varphi, \varphi} \} F_r \{ \Delta g_{\varphi} \cos \varphi \} \right\}$$

$$\varphi_r = \varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_M$$

donde  $F_r$  y  $F_r^{-1}$  son los operadores transformada de Fourier y su inverso. Con esta fórmula obtenemos la ondulación del geode en todos los puntos de un paralelo. El resultado obtenido por este método es el mismo que el que se obtiene por integración numérica directa pero solo necesita tratar con una matriz compleja 1D cada vez, así resulta un considerable ahorro de memoria de ordenador comparada con otras técnicas. Ver Tabla 3. y Figura 6

Tabla 3. Estadísticas de modelos y geoides (m)

	Media	S.D.	Min	Max	Rango
<b>Modelo CG03C</b>	49.42	4.02	35.64	58.05	22.41
<b>Stokes</b>	0.08	0.30	-1.19	1.07	2.26
<b>IBERGEO_2006</b>	49.48	3.89	36.13	57.98	21.85

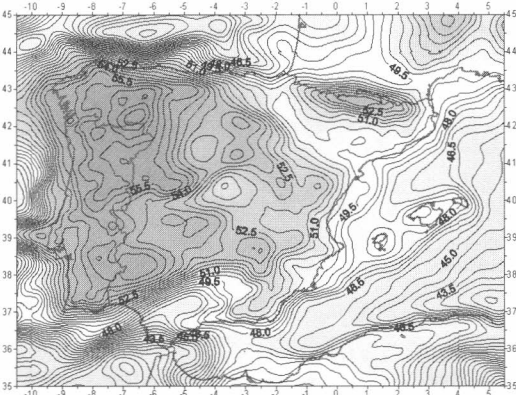


Figura 6 – IBERGEO\_2006 (IBERGEO\_2006 GEOID model)

## 8. PUNTOS GPS

La aplicación de la fórmula de Stokes a la determinación gravimétrica del geode no da la escala del geode, las ondulaciones resultantes ( $N_{GEO}$ ) se refieren a un elipsoide ideal que tiene las constantes del geode pero cuyas dimensiones no se conocen en términos de valores numéricos. Por consiguiente, el geode así determinado necesita de un control externo. Este control podemos establecerlo a partir de las ondulaciones calculadas con la fórmula

$$N_{GPS} = h_{GPS} - H$$

como las diferencias entre las altitudes elipsóidicas obtenidas por GPS ( $h_{GPS}$ ) y las altitudes ortométricas obtenidas por nivelación de precisión ( $H$ ).

Las altitudes ortométricas ( $H$ ) se refieren, en la práctica de la nivelación, al nivel medio del mar determinado por algún mareógrafo. Esta operación es independiente del geode, existiendo en general una diferencia casi constante desconocida entre el geode y la superficie de referencia de las altitudes ortométricas.

La comparación de  $N_{GPS}$  con  $N_{GEO}$  nos permite estudiar las diferencias entre ondulaciones del geode obtenidas con GPS, y ondulaciones obtenidas con el geode gravimétrico

$$\Delta N = N_{GPS} - N_{GEO}$$

En estas condiciones las altitudes elipsóidicas obtenidas con el geode gravimétrico  $h_{GEO} = H + N_{GEO}$  se refieren a un elipsoide desconocido mientras que las altitudes obtenidas por GPS ( $h_{GPS}$ ) se refieren a un elipsoide de referencia determinado (WGS84). Es pues necesario, o corregir  $N_{GEO}$  teóricamente o corregir  $N_{GEO}$  a través de las diferencias  $\Delta N$ . Si se corrige a través de las diferencias el geode resultante ya no será geocéntrico ni equipotencial, pero se ajustará bien al geode real en la zona.

Los datos necesarios para efectuar estos cálculos son un conjunto de puntos de la red de nivelación de precisión, o perfectamente enlazados con ella, en los que se conozcan las altitudes ortométricas junto a las coordenadas elipsóidicas obtenidas por GPS de alta precisión  $\varphi, \lambda, h$ . En estos puntos se calcularán las ondulaciones de un geode gravimétrico.

La red de nivelación de precisión del territorio está referida a algún datum definido por uno o varios mareógrafos, esto da valores de las altitudes ortométricas  $H$ .

Las diferencias entre el geode calculado con datos gravimétricos y la superficie de referencia de las altitudes obtenidas por nivelación pueden minimizarse ajustando ambas superficies, es decir mediante un cambio de datum. Mediante esta transformación se pasaría del geode gravimétrico a otro geode ajustado a la red de nivelación mediante las observaciones GPS.

En las diferencias  $N_{GPS} - N_{GEO}$  están incluidos, además del cambio de datum, los posibles errores tanto en coordenadas GPS como en ondulaciones del geode y los errores propios de la nivelación. Todos estos errores son absorbidos por un cambio de datum convencional mediante un modelo de Helmert de cuatro parámetros

$$N_{GPS} = N_{GEO} + c_1 + c_2 \cos \varphi \cos \lambda + c_3 \cos \varphi \sin \lambda + c_4 \sin \varphi$$

Una vez realizada esta transformación y suponiendo que las nuevas diferencias  $e'$  están afectadas de errores aleatorios se determina una nueva superficie correctora por colocación en los puntos de una malla.

$$\hat{e} = C_{st} (C_{tt} + C_{nn})^{-1} e'$$

Los puntos GPS/NIV utilizados se muestran en la Figura 7 y los resultados de estos ajustes en la Tabla 4.



Figura 7 – Puntos GPS/Niv de control del geode (GPS/Niv control points)

Tabla 4. Resultados del ajuste en puntos GPS/NIV

	Diferencias	Intervalos	Puntos	%
Media	0.001	> 2 sigma	12	2.7
D.T.	0.013	< 1 sigma	418	95.7
Max	0.131	>1y<2 sigma	7	1.6
Min	-0.184	TOTAL	437	100

El cálculo de altitudes ortométricas con datos GPS y datos de geode es la aplicación más corriente de una superficie de referencia de altitudes. Este cálculo consiste en aplicar la sencilla relación

$$H_1 = H_0 + (h_1 - h_0) - (N_1 - N_0)$$

donde  $H_0, h_0$  y  $N_0$  son las altitudes ortométrica y elipsóidica y la ondulación del geode en un punto inicial y  $H_1, h_1$  y  $N_1$  son las mismas cantidades en el punto de cálculo

## 1. REFERENCIAS

- FÖRSTE, C., F. FLECHTNER, R. SCHMIDT, U. MEYER, R. STUBENVOLL, F. BARTHELMES, R. KÖNIG, K.H. NEUMAYER, M. ROTHACHER, CH. REIGBER, R. BIANCALE, S. BRUINSMA, J.-M. LEMOINE, J.C. RAIMONDO (2005): A New High Resolution Global Gravity Field Model Derived From Combination of GRACE and CHAMP Mission and Altimetry/Gravimetry Surface Gravity Data. Poster [g004\\_EGU05-A-04561.pdf](#) (316 KB) presented at EGU General Assembly 2005, Vienna, Austria, 24-29, April 2005
- SEVILLA, M. J. (1995): A New gravimetric geoid in the Iberian Peninsula. *Bureau Gravimétrique International, BGI Bulletin D'information N° 77 and International Geoid Service, IGeS Bulletin N° 4* (IAG special issue "New Geoids in the World"), pp.163-180. Toulouse (Francia).
- SEVILLA, M. J., D. RAMÍREZ y F. SÁNCHEZ (1997): Metodología para la creación de bases de datos gravimétricos fiables. Métodos clásicos, gráficos y digitales (I). Topografía y Cartografía, Vol. XIV N° 79, pp. 2-19. y (II). Topografía y Cartografía, Vol. XIV N° 80, pp. 2-18.



## Estudio de las proyecciones cartográficas con la teoría de segundo orden

### Study of map projections with the second order theory

José A. Malpica Velasco<sup>(1)</sup> y Miguel J. Sevilla de Lerma<sup>(2)</sup>

<sup>(1)</sup>Departamento de Matemáticas, Universidad de Alcalá de Henares, Escuela Politécnica, E225, Campus Universitario, 28871 Alcalá de Henares, Madrid [josea.malpica@uah.es](mailto:josea.malpica@uah.es)

<sup>(2)</sup>Instituto de Astronomía y Geodesia Facultad de Ciencias Matemáticas, Universidad Complutense, 28040 Madrid, [sevilla@mat.ucm.es](mailto:sevilla@mat.ucm.es)

#### SUMMARY

*It is considered the isoparametric representation in the sense of O'keefe for the local transformation of one surface in another. Then one of the surfaces is considered being a plane, therefore only one metric tensor is necessary to represent the properties of the transformation or final projection of the surface into the plane. Using Chovitz development to the second order for the metric tensor a matrix is proposed summing up the more important properties of the cartographic projection. Then it is easy to generate a infinite number of cartographic projections provides a method for the synthesis and unification of the different projections.*

#### 1. INTRODUCCIÓN

Una variedad viene caracterizada por dos propiedades básicas: dimensión y curvatura. Sólo se consideraran superficies suaves, sin discontinuidades ni puntos donde se presenten picos, ni líneas de ruptura, de manera que la curvatura sea siempre continua. La teoría que expondremos será intrínseca, lo que significa que no va a ser necesario hacer referencias a una tercera dimensión. No va a existir distinción entre un plano, un cono o un cilindro, los tres tienen la misma dimensión y curvatura. El estudio que se realiza en esta ponencia es diferencial y no global, por tanto se van a utilizar como herramienta los métodos de geometría diferencial.

La primera forma fundamental viene dada por:

$$ds^2 = g_{ij} du^i du^j \quad (1)$$

Donde  $u^i = (u^1, u^2)$  forma un sistema de coordenadas y se utiliza el criterio de sumación de Einstein. A lo largo de este artículo se tendrá la oportunidad de ver que un sistema de coordenadas facilita la forma de expresar las propiedades matemáticas de las proyecciones cartográficas.

La elección de coordenadas no puede ser arbitraria, para evitar que pueda producir algún tipo de problema se exigirá que las coordenadas cumplan unas condiciones de regularidad: En general, es necesario que dado un punto P en la superficie S, y un sistema de coordenadas  $u^i$ , existan las curvas ( $u^1 = c^1$  y  $u^2 = c^2$ ) que pasan por P, de forma que las coordenadas en P son  $(c^1, c^2)$  y esta representación es única. De manera excepcional, esta condición no se exigirá en puntos singulares, como puede ser el caso de las coordenadas geográficas latitud y longitud para la esfera, los puntos singulares en este caso son los polos.

La matriz

$$g_{ij} = \begin{pmatrix} g_{11} & g_{12} \\ g_{12} & g_{22} \end{pmatrix} \quad (2)$$

se conoce como tensor métrico de la superficie.

Evidentemente,  $g_{ij}$  es una función del sistema de coordenadas  $u^i$  y de la superficie S. Si el sistema de coordenadas  $u^i$  en S cambia también lo va a hacer el tensor  $g_{ij}$ . De manera análoga, cuando se toma una superficie diferente con el mismo sistema de coordenadas implica un tensor diferente.

Como se dijo más arriba la elección del sistema de coordenadas en S no se puede realizar de manera arbitraria; existen dos restricciones fundamentales:

1.- Condición de regularidad

Regularidad significa que se trabaja con arcos de longitud real y positiva, es decir  $ds^2 > 0$ . En los tratados de geometría diferencial se puede ver que esto es equivalente a poner:

$$g, g_{11}, g_{22} > 0, \text{ donde } g = g_{11}g_{22} - (g_{12})^2 \quad (3)$$

2.- Condición de curvatura

Se están considerando sólo las propiedades intrínsecas de S, de hecho, su curvatura se puede representar por una función escalar de punto  $k=f(\text{punto})$ , que es independiente del sistema de coordenadas definido sobre la superficie.  $k$  es conocida como curvatura intrínseca o curvatura gaussiana.

Sean dos superficies S y T, y dos sistemas de coordenadas  $u^i$  y  $v^i$ , para cada uno de ellos respectivamente; que con símbolos se puede expresar así:

$$\text{En S } ds^2 = g_{ij} du^i du^j \quad (4)$$

$$\text{En T } dS^2 = G_{ij} dv^i dv^j$$

que verifican las condiciones de regularidad y curvatura.

Ahora es posible definir una aplicación entre S y T de la forma siguiente:

$$S \Leftrightarrow T : u^i = v^i \quad (5)$$

Esto se conoce como el método isoparamétrico y fue aplicado por primera vez a las proyecciones cartográficas por O'keefe. La base matemática se encuentra en Levi-Civita (1923), en el capítulo VIII discute la relación entre dos elementos lineales diferentes aplicados a la misma variedad; en una nota introductoria a dicho capítulo considera un mapa y la superficie de la Tierra como una variedad con diferentes métricas, una euclídea y la otra no euclídea, de manera que para todo par de valores,  $\phi$  (para la latitud),  $\lambda$  (para la longitud), se corresponden un punto en el mapa y un punto en la Tierra. Para O'Keefe las dos variedades son dos esferoides distintos. Llamó al método isoparamétrico por utilizarse el mismo parámetro sobre las dos variedades. El método isoparamétrico es sólo una forma de hacer corresponder dos superficies, y no se pierde generalidad; es más, presenta la ventaja de que toda representación de una superficie en otra queda expresada exclusivamente por el tensor métrico  $g_{ij}$ . Las condiciones de regularidad y curvatura son impuestas en  $g_{ij}$  para conseguir el tipo de representación de una superficie en otra que se desea.

A continuación se particulariza más la teoría de segundo orden, en concreto para lo que en esta ponencia interesa: las proyecciones cartográficas. Se supone que S es una superficie curva con curvatura  $k > 0$  (intuitivamente podríamos pensar en una esfera), y T es un plano, con  $k=0$ . Tomamos sobre T coordenadas  $v^i$  cartesianas  $v^1 = x$  y  $v^2 = y$ . De esta manera en T se tiene:

$$dS^2 = dx^2 + dy^2 \quad (6)$$

Se define una proyección cartográfica  $u^i$  de la superficie curva S en el plano T como la elección de un sistema de coordenadas sobre S

tal que  $u^i = u^i(x,y)$ , donde  $(x,y)$  es el sistema de coordenadas cartesianas rectangulares para el plano T. La teoría se podría desarrollar considerando la proyección de una superficie en otra, de una manera general, de hecho Chovitz (1956) obtiene las fórmulas para la proyección de un elipsoide en otro. En este artículo nos ocuparemos sólo de las proyecciones del elipsoide o de la esfera en el plano.

Por ejemplo, si se consideran las coordenadas  $u^1 = \phi$  y  $u^2 = \lambda$ , como las coordenadas geográficas latitud y longitud, respectivamente, una proyección cartográfica vendría dada por las expresiones:

$$\begin{aligned}\phi &= \phi(x,y) \\ \lambda &= \lambda(x,y).\end{aligned}\quad (7)$$

Si se elige

$$\begin{aligned}\phi &= x & \text{de } -\pi/2 \text{ a } \pi/2, \\ \lambda &= y & \text{de } -\pi \text{ a } \pi,\end{aligned}$$

el espacio entre los paralelos es constante y la escala verdadera; nos encontramos ante la proyección Plate Carrée, la más sencilla de todas las proyecciones. Eligiendo convenientemente las coordenadas tendremos el resto de las proyecciones, es decir, se puede conseguir una gran variedad de proyecciones cambiando el sistema de coordenadas  $u^i$  en S.

¿Cómo se interpreta el tensor métrico  $g_{ij}$  en el mapa? Para captar la idea intuitiva de lo que significa el tensor métrico hay que acudir al concepto de escala local con el que está relacionado de la siguiente forma: considérense las coordenadas cartesianas sobre la superficie S y sobre el plano T, y así se tiene el mismo sistema de coordenadas en ambas superficies, formalmente sería:

$$\begin{aligned}ds^2 &= g_{11}dx^2 + g_{12}dxdy + g_{22}dy^2 \\ dS^2 &= dx^2 + dy^2\end{aligned}$$

$$m = \frac{dS}{ds} = \frac{dx^2 + dy^2}{\left(g_{11}dx^2 + 2g_{12}dxdy + g_{22}dy^2\right)^{1/2}} = \left[ \frac{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2}{g_{11} + 2g_{12}\left(\frac{dy}{dx}\right) + g_{22}\left(\frac{dy}{dx}\right)^2} \right]^{1/2}$$

Sea Z la dirección de dS con respecto al eje de coordenadas X, entonces

$$Z = \tan^{-1} \frac{dy}{dx} \quad (8)$$

$$m = \left[ \frac{1 + \tan^2 Z}{g_{11} + 2g_{12} \tan Z + g_{22} \tan^2 Z} \right]^{1/2} \quad (9)$$

Los valores de Z y  $g_{ij}$  están determinados en el punto P donde se realizan los cálculos. Sin embargo, el punto P no determina de manera única el valor de m, porque m depende de la dirección de dS partiendo de P. La figura que resulta al considerar todos los valores de m es una elipse, que es la elipse de Tissot.

Hasta ahora se han introducido dos condiciones generales intrínsecas para  $g_{ij}$ , y por tanto en la elección de  $u^i$ : regularidad y curvatura. Ahora se introducirá una tercera condición de tipo práctico, en el sentido de simplificar los cálculos, ésta va a ser la isometría en un punto o una línea dada. Isometría significa perfecta correspondencia. En general en S sucede que  $\frac{\partial g_{ij}}{\partial u^i} \neq 0$ . Pero en un

punto privilegiado se puede forzar que:

$$\frac{\partial g_{ij}}{\partial u^i} = 0 \quad (10)$$

Esto significa que cada componente de  $g_{ij}$  sea una constante. El origen de coordenadas se suele tomar en el punto de isometría. Se puede mostrar también que el principio de isometría se puede aplicar para una línea. Con mayor precisión, se puede afirmar que para cualquier curva regular en S es posible encontrar un sistema de coordenadas  $u^i$  tal que sea isométrico en esa curva. Esto es un teorema de geometría diferencial conocido como el teorema de Fermi. Nos limitaremos aquí a sistemas de coordenadas con un punto o una línea recta de isometría.

## 2. DESARROLLO DE LA TEORÍA DE SEGUNDO ORDEN

La Teoría de Segundo Orden (TSO) ofrece un marco elegante para el estudio de las proyecciones cartográficas a costa de cierto sacrificio del detalle. Consideremos el desarrollo de  $g_{ij}$  en serie de Taylor en función de las coordenadas  $u^i$  en torno al origen  $(0,0)$ :

$$g_{ik} = a_{ik}^{00} + a_{ik}^{10}u^1 + a_{ik}^{20}(u^1)^2 + 2a_{ik}^{11}u^1u^2 + a_{ik}^{02}(u^2)^2 + \dots \quad (11)$$

$$a_{ik}^{ij} = \frac{1}{i!j!} \left[ \frac{\partial}{\partial u^i} \frac{\partial}{\partial u^j} g_{ik} \right]_{(0,0)}$$

donde  $a_{ik}^{ij}$  son los coeficientes del desarrollo en serie.

Dicho desarrollo es posible gracias a la suposición que se ha hecho referente a la suavidad de la superficie S y la regularidad de las coordenadas  $u^i$ . Este desarrollo demuestra una vez más que el tensor métrico es función de las coordenadas  $u^i$ . Pero, sin embargo, los coeficientes  $a_{ik}^{ij}$  no lo son. Debido a esta dependencia los coeficientes  $a_{ik}^{ij}$  resultan unos parámetros apropiados para el estudio de las propiedades de las proyecciones.

En forma matricial se puede poner:

$$(g_{ik}) = A_0 + A_1(u^1) + A_2(u^2)^2 + \dots$$

donde

$$A_m = (a_{ik}^{ij}) \quad m = i + j. \quad (12)$$

El subíndice de A indica el orden de los términos que contiene dicha matriz. El desarrollo en serie muestra cómo los  $g_{ij}$  son funciones de las  $u^i$ , y sin embargo no lo son los coeficientes  $a_{ik}^{ij}$ . Las matrices  $A_m$ , formadas por dichos coeficientes, van a resultar interesantes debido a su independencia. Además, puesto que dada una familia de coordenadas  $u^i$  el desarrollo de Taylor en un punto es único, las matrices  $A_m$  quedarán determinadas de manera única. La demostración de este punto está realizada en Chovitz (1952), en realidad es única salvo traslaciones y rotaciones.

El desarrollo en serie ofrece un número infinito de términos, por lo que es necesario truncar el desarrollo en alguna parte, en esta ponencia no se van a considerar los términos de orden tres y superiores, por tanto en la TSO todo el interés se centrará en  $A_2$  al limitar el desarrollo al segundo orden. Dadas las ecuaciones de una proyección cartográfica es posible calcular los coeficientes  $a_{ik}^{ij}$ , y si se especifica una dirección inicial es posible resolver el problema inverso, es decir, establecer las coordenadas  $u^i$  dada la matriz A.

A continuación se resumen las condiciones sobre los coeficientes que producen las cuatro condiciones impuestas:

Condición de Segundo Orden

$$(g_{ik}) = A_0 + A_1(u^1) + A_2(u^2)^2 \dots \quad (13)$$

Hay 13 coeficientes  $a_{ik}^{ij}$  a determinar.

Condición de Isometría:

$$\frac{\partial g_{ij}}{\partial u^i} = 0 \text{ en } (0,0) \text{ lo que significa que } a_{ik}^{ij} = 0 \text{ para } i+j = 1. \quad (14)$$

Después de aplicar esta condición quedan 9 coeficientes  $a_{ik}^{ij}$ .

Si se supone la restricción a coordenadas cartesianas la condición de regularidad no añadiría nada a los coeficientes:

$$a_{11}^{00} a_{22}^{00} - (a_{12}^{00})^2 > 0 \quad a_{11}^{00}, a_{22}^{00} > 0, \quad (15)$$

pues  $a_{ik}^{00} = \delta_k^i$ . Siendo  $\delta_k^i$  la delta de Kronecker.

Condición de Curvatura:

Si  $k_0$  es la curvatura intrínseca en el origen, en términos de  $a_{ik}^{ij}$ ,

$$k_0 = 2a_{12}^{11} - a_{11}^{02} - a_{22}^{20}. \quad (16)$$

Esta última condición hace que los grados de libertad de los coeficientes  $a_{ik}^{ij}$  se reduzcan a 8.



**3. PROPIEDADES CARTOGRÁFICAS**

El problema directo consiste en elegir los 8 coeficientes  $a_{kh}^{ij}$  de manera que la proyección cumpla ciertas propiedades deseadas.

**Simetría axial**

Esta propiedad la poseen la mayor parte de las proyecciones cartográficas, es decir, poseer las mismas propiedades a ambos lados de los ejes coordenados. Esto se consigue imponiendo que:

$$a_{kh}^{ij} = 0 \text{ para } i+j=2$$

luego la matriz A quedaría:

$$\begin{pmatrix} \otimes & 0 & \otimes \\ 0 & \otimes & 0 \\ \otimes & 0 & \otimes \end{pmatrix}$$

**Ortogonalidad**

La condición en este caso sería  $a_{12}^{ij} = 0$  ya que implica que  $g_{12} = 0$

$$\begin{pmatrix} \otimes & \otimes & \otimes \\ \otimes & 0 & \otimes \\ \otimes & \otimes & \otimes \end{pmatrix}$$

**Conformidad**

Esta propiedad significa que el módulo de deformación lineal es independiente de la dirección

$$m = \left[ \frac{1 + \tan^2 Z}{g_{11} + 2g_{12} \tan Z + g_{22} \tan^2 Z} \right]^{\frac{1}{2}},$$

para que  $m$  sea independiente de  $Z$ , es necesario que  $g_{11} = g_{22}$  y que  $g_{12} = 0$ , que en términos de  $a_{kh}^{ij}$  será:

$$a_{11}^{ij} = a_{22}^{ij}; \quad a_{12}^{ij} = 0$$

Al ser  $a_{12}^{ij} = 0$  la conformidad implica la ortogonalidad.

$$\begin{pmatrix} \otimes & \otimes & \otimes \\ 0 & 0 & 0 \\ \otimes & \otimes & \otimes \end{pmatrix}$$

**Equivalencia**

Un elemento de área en la esfera viene dado por  $dA_s = \sqrt{g} du^1 du^2$  y en el plano por  $dA_r = du^1 du^2$ . Para que se conserven las áreas debe suceder que  $g$  sea igual a la unidad. Ya que

$$g = 1 + (a_{11}^{20} + a_{22}^{20})(u^1)^2 + 2(a_{11}^{11} + a_{22}^{11})u^1 u^2 + (a_{11}^{02} + a_{22}^{02})(u^2)^2,$$

la condición en los coeficientes será

$$a_{11}^{ij} = -a_{22}^{ij}$$

$$\begin{pmatrix} a & b & c \\ \otimes & \otimes & \otimes \\ -a & -b & -c \end{pmatrix}$$

Al contrario de lo que sucedía con la condición de conformidad, la de equivalencia no implica la ortogonalidad. Ejemplos de proyecciones equivalentes que no son ortogonales son la proyección de Bonne y la Acimutal Equivalente.

**Equidistancia**

Esta propiedad significa que se mantienen las distancias a lo largo de alguno de los ejes de coordenadas. Si se desea que se mantenga la distancia a lo largo de líneas paralelas al eje  $u^1$  ( $u^2=C$  o  $du^2=0$ ),  $a_{11}^{ij} = 0$ ,

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ \otimes & \otimes & \otimes \\ \otimes & \otimes & \otimes \end{pmatrix}$$

De manera análoga para las líneas paralelas al eje  $u^2$  ( $u^1=C$  o  $du^1=0$ ),  $a_{22}^{ij} = 0$ .

$$\begin{pmatrix} \otimes & \otimes & \otimes \\ \otimes & \otimes & \otimes \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

**Simetría radial**

Esta propiedad es más complicada de estudiar. Si se realiza la siguiente transformación:

$$u^1 = r \cos Z$$

$$u^2 = r \sin Z,$$

entonces

$$ds^2 = (1 + Ar^2)dr^2 + 2Br^2 dr dZ + (1 + Cr^2)r^2 dZ^2,$$

donde A, B y C son expresiones que contienen  $a_{kh}^{ij}$  y Z.

La propiedad de simetría radial implica que  $ds^2$ , y por tanto A, B y C, deben ser independientes de Z. No se debe confundir con la conformidad que dice que  $m$  es independiente de Z.

Esto se consigue eligiendo los coeficientes  $a_{kh}^{ij}$  de la forma siguiente:

$$a_{11}^{20} = a_{22}^{02}; \quad a_{22}^{20} = a_{11}^{02}; \quad a_{11}^{02} + 2a_{12}^{11} = a_{11}^{20}$$

$$a_{11}^{22} = a_{12}^{20}; \quad a_{11}^{11} = a_{12}^{02}; \quad a_{11}^{11} + a_{12}^{11} = 0$$

La demostración se encuentra en Chovitz (1952). La simetría radial no implica necesariamente la simetría axial. Sin embargo, si se supone la simetría axial la segunda línea de las condiciones no es necesaria ya que daría 0.

$$\begin{pmatrix} a & b & c \\ -b & \frac{1}{2}(a-c) & b \\ c & -b & a \end{pmatrix}$$

**4. CONSTRUCCIÓN DE PROYECCIONES**

Una proyección concreta se obtiene especificando completamente los coeficientes  $a_{kh}^{ij}$ . Estos se eligen en función de las condiciones que se han presentado hasta ahora: curvatura, isometría, segundo orden, además de las propiedades que se desea que satisfaga el mapa: ortogonalidad, equidistancia, etc.

La condición de curvatura viene dada por (Chovitz, 1979)

$$k_0 = 2a_{12}^{11} - a_{11}^{02} - a_{22}^{20}$$

Las dimensiones de  $a_{kh}^{ij}$  vienen dadas por  $k_0$ . Para simplificar es posible normalizar dividiendo todo por  $k_0$ , y considerar la ecuación como:

$$1 = 2a_{12}^{11} - a_{11}^{02} - a_{22}^{20}$$

Se elegirá siempre el punto (0,0) como origen del desarrollo de la serie de Taylor. Este puede en principio estar situado en cualquier punto que no sea singular. Por ejemplo, no sería posible elegir el Polo como origen en una proyección de Mercator. Por otra parte en ocasiones el origen vendrá dado por la propia proyección que se quiera representar, por ejemplo en la Plate Carrée tendrá que ser un punto del ecuador. También es necesario elegir una dirección inicial para el eje  $u^1$ . Aquí se tomará según el Norte.

En adelante se van a considerar sólo las proyecciones con simetría radial. Un ejemplo de proyección que no tiene simetría axila es cualquiera de las proyecciones oblicuas. La TSO puede tratar perfectamente todo tipo de proyección, esta particularización se hace aquí con el único propósito de simplificar. Con esta restricción de los nueve  $a_{kh}^{ij}$ , cuatro se convierten en cero, y sólo es necesario elegir cinco  $a_{kh}^{ij}$ . Que teniendo en cuenta la condición de curvatura sólo habrá que elegir cuatro.

1) Si se desea conservar la longitud a lo largo de ambos conjuntos de coordenadas hay que imponer en los coeficientes lo siguientes:

$$a_{11}^{20} = a_{11}^{02} = a_{22}^{20} = a_{22}^{02} = 0$$

Por la condición de curvatura  $a_{12}^{11} = 1/2$ , y la proyección queda especificada completamente. Se trata de la proyección de Bonne. En el caso particular en que el origen se encuentra en el ecuador se trata de la proyección Sanson-Flamsteed. Obsérvese que es equivalente pero no ortogonal.

2) Se busca una proyección ortogonal ( $a_{12}^{11} = 0$ ) y que conserve la distancia a lo largo de las líneas  $u^2$  ( $a_{22}^{20} = a_{22}^{02} = 0$ ). Por la condición de curvatura  $a_{11}^{02} = -1$ . Si se toma de manera arbitraria  $a_{11}^{20} = 0$  se tiene la proyección Policónica Americana y Cassini-Soldner, que son idénticas hasta el segundo orden.

3) Si se mantiene la ortogonalidad pero se exige que se conserve la distancia a lo largo de las líneas  $u^1$  en lugar de las  $u^2$  como en el párrafo anterior se obtiene la proyección Cónica Simple o Cónica Equidistante, y si se elige el origen en el ecuador nos encontramos ante la proyección Plate Carrée.  $g_{22}$  es una función solo de  $u^1$ .

4) Considerando ahora la clase de las proyecciones conformes  $a_{11}^{20} = 0$ , que junto a la condición de curvatura hacen que los coeficientes tomen los valores siguientes:  $a_{11}^{02} = a_{22}^{02} = -1$ ,  $a_{22}^{20} = a_{11}^{20} = 0$ . La proyección ahora definida por estos coeficientes es la Transversa Mercator.

5) La única forma de que una proyección fuera conforme y equivalente a la vez es que los coeficientes valieran todos  $a_{ij}^{ij} = 0$ , pero eso es imposible por la condición de curvatura.

6) Sustituyendo la propiedad de conformidad en la proyección Lambert por la de equivalencia se tienen los coeficientes siguientes:

$$a_{11}^{20} = -a_{22}^{20}, \quad a_{11}^{02} = -a_{22}^{02}, \quad a_{11}^{11} = 0$$

el tensor métrico es sólo función de  $u^1$ , y  $u^2$  resulta automecoco. Esta es la proyección de Albers.

7) Imponiendo la propiedad de simetría radial, ya que sólo se están considerando las que tiene simetría axial. Si además se impone que sea conforme se tiene que aplicando la condición de curvatura

$$a_{11}^{20} = a_{11}^{02} = a_{22}^{20} = a_{22}^{02} = -1/2$$

Resulta la proyección Estereográfica, que es la única que tiene simetría radial y es conforme.

8) Imponiendo, de manera similar a como se hizo en el apartado anterior, la propiedad de equivalencia se obtiene la proyección Acimutal Equivalente. Esta proyección no es ortogonal.

9) Una proyección que tiene simetría radial, tal que  $g_{11}$  es función sólo de  $u^2$  y  $g_{22}$  es una función sólo de  $u^1$  se obtiene haciendo  $a_{11}^{20} = 0$ . Esta es la proyección Acimutal Equidistante.

La TSO permite estudiar de manera rápida las propiedades de las proyecciones, pero no sólo eso, también permite establecer fórmulas generales en términos de los coeficientes.

### 5. ESTUDIO DE LAS DEFORMACIONES

#### Deformación lineal

Sustituyendo la expresión para el tensor métrico (11) en la fórmula que da el módulo de deformación lineal (9) y realizando operaciones se tiene:

$$m = 1 - \frac{1}{2} (a_{11}^{20} \cos^2 Z + a_{22}^{20} \sin^2 Z) (u^1)^2 - 2a_{12}^{11} \sin Z \cos Z u^1 u^2 - \frac{1}{2} (a_{11}^{02} \cos^2 Z + a_{22}^{02} \sin^2 Z) (u^2)^2$$

En Chovitz (1954), se encuentra el cálculo de los semiejes de la indicatriz de Tissot, que vienen dados por:

$$m_{extremos} = 1 - \frac{1}{4} (a_{11}^{20} + a_{22}^{20}) (u^1)^2 - \frac{1}{4} (a_{11}^{02} + a_{22}^{02}) (u^2)^2 \pm R$$

donde

$$R = \sqrt{\frac{1}{4} (a_{11}^{20} - a_{22}^{20}) (u^1)^2 + \frac{1}{4} (a_{11}^{02} - a_{22}^{02}) (u^2)^2} + (a_{12}^{11} u^1 u^2)^2$$

Aunque el radical parece muy complicado, para las proyecciones más conocidas resulta un cuadrado perfecto y  $m$  resulta para estos casos un polinomio de segundo orden. En el caso de ortogonalidad la expresión para  $m$  también resulta simple. Si la proyección es conforme entonces  $R=0$  como se puede comprobar fácilmente.

#### Deformación angular.

Se define el ángulo  $Z$  como el ángulo que se forman en el plano T en el punto P( $u^1, u^2$ ) la tangente a  $dS$  y las líneas  $u^2 = cte.$  y  $z$  se define de manera análoga pero en la esfera S. En Chovitz (1954) se encuentra el desarrollo para el cálculo de la fórmula que da la deformación en los ángulos:

$$z - Z = \sin z \cos z \left[ \frac{1}{2} (a_{22}^{20} + a_{11}^{20}) (u^1)^2 - \frac{1}{2} (a_{22}^{02} + a_{11}^{02}) (u^2)^2 - 2a_{12}^{11} u^1 u^2 \operatorname{tg} z \right]$$

Se ve inmediatamente que en las proyecciones conforme  $z-Z=0$ . Los valores extremos son:

$$(z-Z)_{\min} = 0$$

$$(z-Z)_{\max} = -a_{12}^{11} u^1 u^2 \pm R,$$

donde R es el mismo radical del apartado anterior

Estas fórmulas permiten un cálculo muy sencillo de las deformaciones dada la tabla de coeficientes para las proyecciones de interés. Obsérvese que la deformación angular para las proyecciones con simetría radial difiere sólo en una constante. Siendo cero para la proyección estereográfica.

Se ha realizado un programa en C++ que permite estudiar de manera muy intuitiva las deformaciones gracias a esta teoría que simplifica notablemente los cálculos. La simplificación que introduce el segundo orden no es de importancia cuando lo que se construye es un método de visualización. Como conclusión podríamos decir que la matriz A permite construir un método de visualización para el tensor métrico y a partir de él de las propiedades de las proyecciones cartográficas que están asociadas a las deformaciones lineales y angulares. En la figura 1 pueden verse las deformaciones para una proyección con matriz

$$\begin{pmatrix} -1 & 0 & -5 \\ 0 & 5 & 0 \\ -5 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

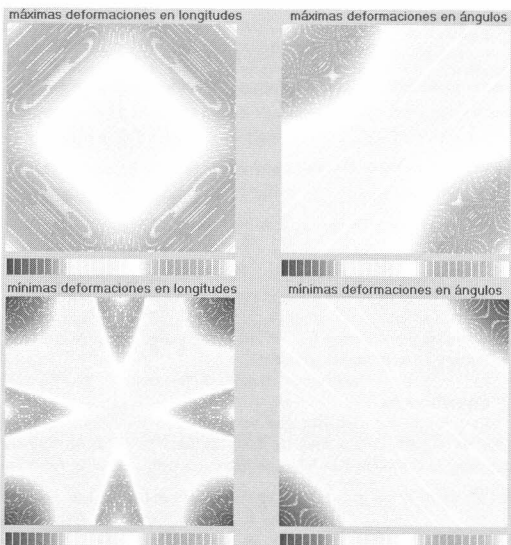


Figura 1 – Deformaciones de una proyección ejemplo con una escala normalizada, verde representa cero deformación. (Deformations in an arbitrary example projection with a normalize scale, green colour represents zero deformation.)

PUBLICACIONES DEL INSTITUTO DE ASTRONOMIA Y GEODESIA  
DE LA UNIVERSIDAD COMPLUTENSE — MADRID

(Antes Seminario de Astronomía y Geodesia)

- 1.—Efemérides de 63 Asteroides para la oposición de 1950 (1949).
- 2.—E. PAJARES: Sobre el cálculo gráfico de valores medios (1949).
- 3.—J. PENSADO: Órbita del sistema visual  $\sigma^2$  U Maj (1950).
- 4.—Efemérides de 79 Asteroides para la oposición de 1951 (1950).
- 5.—J. M. TORROJA: Corrección de la órbita del Asteroide 1395 "Aribeda" (1950).
- 6.—R. CARRASCO y J. M. TORROJA: Rectificación de la órbita del Asteroide 1371 "Resi" (1971).
- 7.—J. M. TORROJA y R. CARRASCO: Rectificación de la órbita del Asteroide 1560 (1942 XB) y efemérides para la oposición de 1951 (1951).
- 8.—M. L. SIEGRIST: Órbita provisional del sistema visual  $\Sigma$  728-32 Orionis (1951).
- 9.—Efemérides de 79 Asteroides para la oposición de 1952 (1951).
- 10.—J. PENSADO: Órbita provisional de  $\Sigma$  1883 (1951).
- 11.—M. L. SIEGRIST: Órbita provisional del sistema visual  $\Sigma$  2052 (1952).
- 12.—Efemérides de 88 Asteroides para la oposición de 1953 (1952).
- 13.—J. PENSADO: Órbita de ADS 9380 =  $\Sigma$  1879 (1952).
- 14.—F. ALCÁZAR: Aplicaciones del Radar a la Geodesia (1952).
- 15.—J. PENSADO: Órbita de ADS 11897 =  $\Sigma$  2438 (1952).
- 16.—B. RODRÍGUEZ-SALINAS: Sobre varias formas de proceder en la determinación de períodos de las marcas y predicción de las mismas en un cierto lugar (1952).
- 17.—R. CARRASCO y M. PASCUAL: Rectificación de la órbita del Asteroide 1528 "Conrada" (1953).
- 18.—J. M. GONZÁLEZ-ABOIN: Órbita de ADS 1709 =  $\Sigma$  228 (1953).
- 19.—J. BALTÁ: Recientes progresos en Radioastronomía. Radiación solar hiperfrecuente (1953).
- 20.—J. M. TORROJA y A. VÉLEZ: Corrección de la órbita del Asteroide 1452 (1938 DZ<sub>1</sub>) (1953).
- 21.—J. M. TORROJA: Cálculo con Cracovianos (1953).
- 22.—S. AREND: Los polinomios ortogonales y su aplicación en la representación matemática de fenómenos experimentales (1953).
- 23.—J. M. TORROJA y V. BONGERA: Determinación de los instantes de los contactos en el eclipse total de Sol de 25 de febrero de 1952 en Cogo (Guinea Española) (1954).
- 24.—J. PENSADO: Órbita de la estrella doble  $\Sigma$  2 (1954).
- 25.—J. M. TORROJA: Nueva órbita del Asteroide 1420 "Radcliffe" (1954).
- 26.—J. M. TORROJA: Nueva órbita del Asteroide 1557 (1942 AD) (1954).
- 27.—R. CARRASCO y M. L. SIEGRIST: Rectificación de la órbita del Asteroide 1290 "Albertine" (1954).
- 28.—J. PENSADO: Distribución de los períodos y excentricidades y relación período-excentricidad en las binarias visuales (1955).
- 29.—J. M. GONZÁLEZ-ABOIN: Nueva órbita del Asteroide 1372 "Haremari" (1955).
- 30.—M. DE PASCUAL: Rectificación de la órbita del Asteroide 1547 (1929 CZ) (1955).
- 31.—J. M. TORROJA: Órbita del Asteroide 1554 "Yugoslavia" (1955).
- 32.—J. PENSADO: Nueva órbita del Asteroide 1401 "Lavonne" (1956).
- 33.—J. M. TORROJA: Nuevos métodos astronómicos en el estudio de la figura de la Tierra (1956).
- 34.—D. CALVO: Rectificación de la órbita del Asteroide 1466 "Mündleira" (1956).
- 35.—M. L. SIEGRIST: Rectificación de la órbita del Asteroide 1238 "Predappia" (1956).

- 36.—J. PENSADO: Distribución de las inclinaciones y de los polos de las órbitas de las estrellas dobles visuales (1956).
- 37.—J. M. TORROJA y V. BONGERA: Resultados de la observación del eclipse total de Sol de 30 de junio de 1954 en Sydkoster (Suecia) (1957).
- 38.—ST. WIERZBINSKI: Solution des équations normales par l'algorithme des cracoviens (1958).
- 39.—J. M. GONZÁLEZ-ABOIN: Rectificación de la órbita del Asteroide 1192 "Prisma" (1958).
- 40.—M. LÓPEZ ARROYO: Sobre la distribución en longitud heliográfica de las manchas solares (1958).
- 41.—F. MÚGICA: Sobre la ecuación de Laplace (1958).
- 42.—F. MARTÍN ASÍN: Un estudio estadístico sobre las coordenadas de los vértices de la triangulación de primer orden española (1958).
- 43.—ST. WIERZBINSKI: Orbite améliorée de h 4530 =  $\gamma$  Cen = Cpd  $-48^\circ$ , 4965 (1958).
- 44.—D. CALVO BARRENA: Rectificación de la órbita del Asteroide 1164 "Kobolda" (1958).
- 45.—M. LÓPEZ ARROYO: El ciclo largo de la actividad solar (1959).
- 46.—F. MÚGICA: Un nuevo método para la determinación de la latitud (1959).
- 47.—J. M. TORROJA: La observación del eclipse de 2 de octubre de 1959 desde El Aaiun (Sahara) (1960).
- 48.—J. M. TORROJA, P. JIMÉNEZ-LANDI y M. SOLÍS: Estudio de la polarización de la luz de la corona solar durante el eclipse total de Sol del día 2 de octubre de 1959 (1960).
- 49.—E. PAJARES: Sobre el mecanismo diferencial de un celóstato (1960).
- 50.—J. M. GONZÁLEZ-ABOIN: Sobre la diferencia entre los radios vectores del elipsoide internacional y el esferoide de nivel (1960).
- 51.—J. M. TORROJA: Resultado de las observaciones del paso de Mercurio por delante del disco solar del 7 de noviembre de 1960 efectuadas en los observatorios españoles (1961).
- 52.—F. MÚGICA: Determinación de la latitud por el método de los verticales simétricos (1961).
- 53.—M. LÓPEZ ARROYO: La evolución del área de las manchas solares (1962).
- 54.—F. MÚGICA: Determinación simultánea e independiente de la latitud y longitud mediante verticales simétricos (1962).
- 55.—P. DíEZ-PICAZO: Elementos de la órbita de la variable eclipsante V 499 Scorpionis (1964).
- 56.—J. M. TORROJA: Los Observatorios Astronómicos en la era espacial (1965).
- 57.—F. MARTÍN ASÍN: Nueva aportación al estudio de la red geodésica de primer orden española y su comparación con la red compensada del sistema europeo (1966).
- 58.—F. SÁNCHEZ MARTÍNEZ: La Luz Zodiacal. Luz del espacio interplanetario (1966).
- 59.—J. M. GONZÁLEZ-ABOIN: Variaciones de las coordenadas geodésicas de los vértices de una red, por cambio de elipsoide de referencia (1966).
- 60.—F. SÁNCHEZ MARTÍNEZ y R. DUMONT: Fotometría absoluta de la raya verde y del continuo atmosférico en el Observatorio Astronómico del Teide (Tenerife), de enero de 1964 a julio de 1965 (1967).
- 61.—M. REGO: Estudio del espectro de la estrella 31 Aql. en la región  $\lambda\lambda$  4000-6600 A (1969).
- 62.—C. MACHÍN: Mareas terrestres (1969).
- 63.—J. M. TORROJA: La estación para la observación de satélites geodésicos de la Facultad de Ciencias de la Universidad de Madrid (1969).
- 64.—M. J. SEVILLA: Reducción automática de posiciones de estrellas (1970).
- 65.—J. M. TORROJA: Memoria de las actividades del Seminario de Astronomía y Geodesia de la Facultad de Ciencias de la Universidad de Madrid en 1969 (1970).
- 66.—M. J. SEVILLA: Los cálculos de estación en triangulación espacial (1970).
- 67.—MANUEL E. REGO: Determinación de las abundancias de los elementos en la atmósfera de la estrella de alta velocidad 31 Aql. (1970).
- 68.—M. J. FERNÁNDEZ-FIGUEROA: Análisis cualitativo del espectro de la estrella peculiar HD 18474 (1971).
- 69.—J. M. TORROJA: Memoria de las actividades del Seminario de Astronomía y Geodesia de la Universidad Complutense de Madrid en 1970 (1971).

- 70.—R. VIEIRA y R. ORTIZ: Descripción de un aparato para medida de coordenadas (1971).
- 71.—J. M. TORROJA: Memoria de las actividades del Seminario de Astronomía y Geodesia de la Universidad Complutense de Madrid en 1971 (1972).
- 72.—M. J. FERNÁNDEZ-FIGUEROA: Observación y estudio teórico del espectro de la estrella peculiar HD 18474 (1972).
- 73.—M. J. SEVILLA: Cálculo de las constantes de distorsión y parámetros del disco obturador para cámaras balísticas (1973).
- 74.—R. PARRA y M. J. SEVILLA: Cálculo de efemérides y previsiones de pasos de satélites geodésicos (1973).
- 75.—M. REGO y M. J. FERNÁNDEZ-FIGUEROA: Resultado de las observaciones de  $\alpha$  Peg efectuadas desde el satélite europeo TDI (1973).
- 76.—E. SIMONNEAU: Problemas en la determinación de abundancias de elementos en las estrellas en condiciones de equilibrio termodinámico local y alejadas del equilibrio termodinámico local (1974).
- 77.—J. ARANDA: Construcción de modelos de estructura interna para estrellas en la secuencia principal inicial (1974).
- 78.—R. ORTIZ, M. J. SEVILLA y R. VIEIRA: Estudio de la calibración, técnica de medida y automatización de datos en un comparador para medidas de placas estelares (1974).
- 79.—M. J. SEVILLA: Método autocorrector para el cálculo de direcciones de satélites geodésicos y análisis de los errores en la restitución de un arco de órbita (1974).
- 80.—M. A. ACOSTA, R. ORTIZ y R. VIEIRA: Diseño y construcción de un fotómetro fotoeléctrico para la observación de ocultaciones de estrellas por la Luna (1974).
- 81.—T. J. VIVES, C. MORALES, J. GARCÍA-PELAYO y J. BARBERO: Fotometría fotográfica UBV del cúmulo galáctico King 19 (1974).
- 82.—R. ORTIZ y R. VIEIRA: Control automático en posición y tiempo de los sistemas de obturación de las cámaras de observación de satélites geodésicos (1974).
- 83.—J. M. TORROJA: Memoria de las actividades del Seminario de Astronomía y Geodesia de la Universidad Complutense de Madrid en 1972 y 1973 (1974).
- 84.—M. J. FERNÁNDEZ-FIGUEROA y M. REGO:  $\alpha$  CrB en el ultravioleta lejano (1975).
- 85.—J. M. TORROJA, R. VIEIRA, R. ORTIZ y M. J. SEVILLA: Estudio de mareas terrestres en España (1975).
- 86.—M. J. SEVILLA y R. PARRA: Levantamiento gravimétrico de Lanzarote (1975).
- 87.—P. KUNDANMAL SUKHWANI: Modelos teóricos de curvas de luz. Su aplicación al sistema  $\beta$  Lyrae (1975).
- 88.—M. J. SEVILLA: Coordenadas astronómicas y geodésicas. Desviación relativa de la vertical (1975).
- 89.—C. TEJEDOR: Fotometría fotoeléctrica R. G. U. del cúmulo galáctico IC 2581 (1976).
- 90.—M. J. SEVILLA: Nuevos coeficientes para la reducción automática de posiciones de estrellas (1976).
- 91.—M. REGO: Técnicas observacionales en espectroscopía astrofísica (1976).
- 92.—M. J. SEVILLA: Determinación de la latitud por distancias cenitales de la polar, método de Littrow (1976).
- 93.—T. J. VIVES: Determinación fotométrica del tipo espectral de la componente desconocida de una estrella binaria eclipsante (1976).
- 94.—M. REGO y M. J. FERNÁNDEZ-FIGUEROA: Contraste y determinación por métodos astrofísicos de fuerzas de oscilador (1977).
- 95.—M. J. SEVILLA y R. CHUECA: Determinación de acimutes por observación de la Polar. Método micrométrico (1977).
- 96.—JOSÉ M. GARCÍA-PELAYO: Fotometría R G U en un campo del anticentro galáctico, cerca del NGC 581 (1977).
- 97.—JOSÉ M. GARCÍA-PELAYO: Datos fotométricos de 2.445 estrellas estudiadas en la región de Casiopea, entre los cúmulos abiertos Trumpler 1 y NGC 581 (1977).
- 98.—PREM K. SUKHWANI y RICARDO VIEIRA: Spectral Analysis of Earth Tides (1977).
- 99.—JOSÉ M. TORROJA y RICARDO VIEIRA: Earth Tides in Spain. Preliminary results (1977).
- 100.—PREM K. SUKHWANI y RICARDO VIEIRA: Three different methods for taking in account the gaps in spectral analysis of Earth Tides records (1978).

- 101.—R. VIEIRA: Mareas terrestres (1978).
- 102.—M. J. SEVILLA y A. NÚÑEZ: Determinación de la longitud por el método de Mayer. Programas de cálculo automático (1979).
- 103.—M. J. SEVILLA y A. NÚÑEZ: Determinación de la latitud por el método de Sterneck. Programas de cálculo automático (1979).
- 104.—M. J. SEVILLA: Determinación de la latitud y la longitud por el método de alturas iguales. Programas de cálculo automático (1979).
- 105.—P. K. SUKHWANI y A. GIMÉNEZ: Corrección de efectos atmosféricos para imágenes tomadas desde satélites Landsat (1979).
- 106.—M. J. SEVILLA: Inversión de Matrices Simétricas en el método de mínimos cuadrados (1979).
- 107.—A. GIMÉNEZ: Análisis de la curva de luz del sistema binario eclipsante S Velorum (1979).
- 108.—M. J. SEVILLA: Determinación del acimut de una referencia por observación de la estrella polar. Programa de cálculo automático (1979).
- 109.—M. J. SEVILLA: El sistema IAU (1976) de constantes astronómicas y su repercusión en la reducción de posiciones de estrellas (Primera parte) (1980).
- 110.—M. J. SEVILLA y R. PARRA: Determinación de la latitud por el método de Horrebow-Talcott. Programas de Cálculo Automático (1980).
- 111.—M. J. SEVILLA: Determinación de la latitud y la longitud por fotografías cenitales de estrellas (1980).
- 112.—R. VIEIRA y M. OREJANA: Comunicaciones presentadas en las XLI y XLII Jornadas del Grupo de Trabajo de Geodinámica del Consejo de Europa. Luxemburgo (1979-80).
- 113.—M. J. SEVILLA: Sobre un método de cálculo para la resolución de los problemas geodésicos directo e inverso (1981).
- 114.—R. VIEIRA, J. M. TORROJA, C. TORO, F. LAMBAS, M. OREJANA y P. K. SUKHWANI: Comunicaciones presentadas en el IX Symposium Internacional de Mareas Terrestres. Nueva York (1981).
- 115.—M. A. MONTULL, M. J. SEVILLA y A. GONZÁLEZ-CAMACHO: Aplicación de la V. L. B. 1. al estudio del movimiento del Polo (1981).
- 116.—A. GONZÁLEZ-CAMACHO y M. J. SEVILLA: Algunas relaciones entre diferentes ejes que se consideran en la rotación de la Tierra (1981).
- 117.—R. VIEIRA, F. LAMBAS y E. GIMÉNEZ: Modificaciones realizadas en un gravímetro LaCoste Romberg mod. G para su utilización en registro continuo de la gravedad (1981).
- 118.—R. VIEIRA: La microrred de mareas gravimétricas del Sistema Central (1981).
- 119.—J. M. TORROJA y R. VIEIRA: Informe sobre el desarrollo del programa de investigación sobre mareas terrestres en el último bienio (1981).
- 120.—F. LAMBAS y R. VIEIRA: Descripción, estudio de la precisión y aplicaciones geodésicas y geofísicas de los nuevos niveles de lectura electrónica (1981).
- 121.—M. J. SEVILLA: Programación del método de la cuerda (1981).
- 122.—J. M. TORROJA: Historia de la Ciencia Árabe. Los Sistemas Astronómicos (1981).
- 123.—M. J. SEVILLA y R. VIEIRA: Comunicaciones presentadas en la Sesión Científica de la Real Academia de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales, celebrada el día 13 de enero de 1982 (1982).
- 124.—M. J. SEVILLA y P. ROMERO: Aplicación del método de colocación a la reducción de placas fotográficas de estrellas (1982).
- 125.—M. J. SEVILLA y A. G. CAMACHO: Deformación rotacional de una tierra elástica (1982).
- 126.—M. J. SEVILLA y P. ROMERO: Obtención de las medidas de la precisión en la determinación de la latitud y la longitud por fotografías cenitales de estrellas (1982).
- 127.—M. J. SEVILLA, A. G. CAMACHO y P. ROMERO: Comunicaciones presentadas en la IV Asamblea Nacional de Astronomía y Astrofísica. Santiago de Compostela (1983).
- 128.—M. J. SEVILLA: El sistema IAU (1976) de constantes astronómicas y su repercusión en la reducción de posiciones de estrellas (Segunda parte) (1983).
- 129.—M. J. SEVILLA: Geodesia por satélites y navegación (1983).
- 130.—L. GARCÍA ASENSIO, A. G. CAMACHO, P. ROMERO y M. J. SEVILLA: Comunicaciones presentadas en la V Asamblea Nacional de Geodesia y Geofísica (1983).



- 131.—M. J. SEVILLA: Anomalías de la gravedad basadas en el sistema geodésico de referencia 1980 (1983).
- 132.—J. M. TORROJA: Historia de la Física hasta el siglo XIX. La Mecánica Celeste (1983).
- 133.—A. G. CAMACHO y M. J. SEVILLA: The Molodensky Problem for an homogeneous liquid core (1984).
- 134.—J. M. TORROJA: La obra astronómica de Alfonso X El Sabio (1984).
- 135.—H. MORITZ: Sistemas de referencia en Geodesia (1984).
- 136.—H. MORITZ: Rotación de la Tierra (1984).
- 137.—A. G. CAMACHO y M. J. SEVILLA: Autofrecuencias del movimiento del Polo para un modelo de Tierra de tipo Jeffreys Molodensky (1984).
- 138.—J. M. TORROJA: Nuevas definiciones en el problema de la medida del tiempo (1984).
- 139.—M. J. SEVILLA: Astronomía Geodésica (1984).
- 140.—M. J. SEVILLA y M. D. MARTÍN: Diseño de una Microrred en la Caldera del Teide para el estudio de deformaciones de la corteza en la zona (1986).
- 141.—R. VIEIRA, C. DE TORO y V. ARAÑA: Estudio Microgravimétrico en la Caldera del Teide (1986).
- 142.—M. J. SEVILLA, M. D. MARTÍN y A. G. CAMACHO: Análisis de Datos y Compensación de la primera campaña de observaciones en la Caldera del Teide (1986).
- 143.—M. J. SEVILLA y P. ROMERO: Hamiltonian Formulation of the polar motion for an elastic earth's model (1986).
- 144.—P. ROMERO y M. J. SEVILLA: The Sasao-Okubo-Saito equations by Hamilton Theory. First Results (1986).
- 145.—R. VIEIRA, M. J. SEVILLA, A. G. CAMACHO y M. D. MARTÍN: Geodesia de precisión aplicada al control de movimientos y deformaciones en la Caldera del Teide (1986).
- 146.—R. VIEIRA, J. M. TORROJA, C. DE TORO, B. DUCARME, J. KAARIAINEN, E. MEGÍAS y J. FERNÁNDEZ: Comunicaciones presentadas en el X Symposium Internacional de Mareas Terrestres. Madrid, 1985 (1986).
- 147.—M. J. SEVILLA, A. G. CAMACHO y P. ROMERO: Comunicaciones presentadas en el X Symposium Internacional de Mareas Terrestres. Madrid, 1985 (1986).
- 148.—M. J. SEVILLA: Formulación de modelos matemáticos en la compensación de redes Geodésicas: III Curso de Geodesia Superior (1986).
- 149.—H. LINKWITZ: Compensación de grandes redes geodésicas: III Curso de Geodesia Superior (1986).
- 150.—H. HENNEBERG: Redes geodésicas de alta precisión: III Curso de Geodesia Superior (1986).
- 151.—M. J. SEVILLA: Cartografía Matemática (1986).
- 152.—P. ROMERO y M. J. SEVILLA: Tratamiento Canónico del problema de Poincare. Movimiento del Polo. (1986)
- 153.—A. G. CAMACHO y M. D. MARTÍN: Constreñimientos internos en la compensación de Estaciones. (1986)
- 154.—J. OTERO: An Approach to the Scalar Boundary Value Problem of Physical Geodesy by Means of Nash-Hörmander Theorem. (1987)
- 155.—M. J. SEVILLA: Introducción al Problema Clásico de Molodensky. (1987)
- 156.—F. SANSÓ: Problemas de Contorno de la Geodesia Física. (1987)
- 157.—M. J. SEVILLA: Colocación mínimos cuadrados. (1987)
- 158.—L. MUSSIO: Estrategias del Método de colocación. Ejemplos de aplicación. (1987)
- 159.—M. J. SEVILLA, P. MUÑOZ, J. VELASCO y P. ROMERO: Calibración de un Distanciómetro de infrarrojos en una Base Interferométrica (1987).
- 160.—A. RIUS, J. RODRÍGUEZ, M. J. SEVILLA, R. VIEIRA, J. FERNÁNDEZ, C. DE TORO, A. G. CAMACHO y V. ARAÑA: Comunicaciones presentadas en la Sesión Científica de la Real Academia de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales, celebrada el día 4 de mayo de 1988 (1988).
- 161.—R. VIEIRA, A. G. CAMACHO y C. DE TORO: Cálculo de la Corrección de Marea en la Península Ibérica (1988).

*(continúa en la cuarta de cubierta)*

- 162.—A. G. CAMACHO, R. VIEIRA, C. DE TORO y J. FERNÁNDEZ: Estudio Gravimétrico de la Caldera del Teide (1988).
- 163.—A. J. GIL, M. J. SEVILLA, G. RODRÍGUEZ y J. OTERO: Aplicaciones de la colocación y Estudios del Geoide (1988).
- 164.—R. VIEIRA, J. FERNÁNDEZ, C. DE TORO, A. G. CAMACHO y M. V. RUYMBEKE: Investigaciones Geodinámicas en la Isla de Lanzarote (1988).
- 165.—M. J. SEVILLA, P. ROMERO, A. NÚÑEZ y B. BADA: Compensaciones y resultados (1988).
- 166.—R. VIEIRA, C. DE TORO y A. G. CAMACHO: Investigaciones en mareas (1988).
- 167.—A. NÚÑEZ, M. J. SEVILLA y J. M. AGRIA: Determinación Astrogeodésica del Geoide en Portugal (1988).
- 168.—M. J. SEVILLA y P. ROMERO: Pre-Processing Geodetic Data of the Volcanic area of Teide to monitoring deformations (1988).
- 169.—M. J. SEVILLA y A. J. GIL: Fórmulas diferenciales para los problemas Geodésicos directo e inverso en el método de la cuerda (1988).
- 170.—Zd. SIMÓN, V. STANCHEV, C. DE TORO, A. P. VENEDIKOV y R. VIEIRA: Relation between earth tide observations and some other data (1988).
- 171.—J. OTERO: On the Global Solvability of the fixed gravimetric boundary value problem (1989).
- 172.—R. VIEIRA, J. FERNÁNDEZ, C. DE TORO y A. G. CAMACHO: Comunicaciones presentadas en el XI International Symposium on earth tides. Helsinki (1989).
- 173.—A. RIUS y C. JACOBS: Precise V.L.B.I. surveying at the Madrid DSCC (1989).
- 174.—J. OTERO y M. J. SEVILLA: Modelo matemático para el ajuste simultáneo mínimos cuadrados de un bloque fotogramétrico (1989).
- 175.—F. SACERDOTE: I Problemi sopradeterminati in Geodesia Fisica e II Problema dell'Altimetria-Gravimetria (1989).
- 176.—M. J. SEVILLA: Soluciones progresivas en el método de Mínimos Cuadrados (1989).
- 177.—M. J. SEVILLA y P. ROMERO: Compensación de Redes de Nivelación Trigonométrica (1989).
- 178.—J. OTERO y M. J. SEVILLA: On the optimal choice of the standard parallels for a conformal conical projection (1990).
- 179.—R. VIEIRA, J. FERNÁNDEZ, M. VAN RUYMBEKE, A. G. CAMACHO, J. ARNOSO y C. TORO: Geodynamic Research in Lanzarote (Canary Islands) (1990).
- 180.—M. J. SEVILLA, A. GIL y P. ROMERO: Adjustment of the first order gravity net in the Iberian Peninsula (1990).
- 181.—R. VIEIRA, J. MAKINEN, A. G. CAMACHO y M. J. SEVILLA: Observaciones absolutas de la gravedad en España (1991).
- 182.—M. J. SEVILLA: Criterios de precisión cartográfica (1991).
- 183.—A. P. VENEDIKOV, R. VIEIRA y C. DE TORO: A new method for earth tide analysis (1992).
- 184.—M. J. SEVILLA: Mare Nostrum. Geomed Report-2 (1992).
- 185.—E. SARDON, A. RIUS y N. ZARRADA: GPS Inospheric Delays (1993).
- 186.—M. J. SEVILLA: Teoría de Errores de observación (1993).
- 187.—C. DE TORO, A. P. VENEDIKOV y R. VIEIRA: A New Method for Earth Tide Data Analysis (1993).
- 188.—M. J. SEVILLA: Análisis de Observaciones Gravimétricas y Calculo de Anomalías (1994)
- 189.—A. P. VENEDIKOV, R. VIEIRA, C. DE TORO y J. ARNOSO: A New Program Developed in Madrid for Tidal Data Processing (1995).
- 190.—J. L. VALBUENA, M.<sup>a</sup> DOLORES VARA, M.<sup>a</sup> LUISA SORIANO, GUADALUPE RODRIGUEZ y M. J. SEVILLA: Instrumentación y Metodología empleadas en las Técnicas Altimétricas Clásicas (1996).
- 191.—JOSÉ FERNÁNDEZ, TING-TO YU, AND JOHN B. RUNDLE: Displacement and Gravity Changes due to Different Sources in Layered Media (1997).
- 192.—J. OTERO: Generalized Inverse Matrices and the Gauss-Markov Theorem (1998).
- 193.—MIGUEL J. SEVILLA DE LERMA: Introducción Histórica a la Geodesia (1999).
- 194.—C. DE TORO y LLACA: Astronomía, Historia y Calendario (1999).
- 195.—A. I. GÓMEZ DE CASTRO: La Astronomía en el Siglo XX (2000).
- 196.—M. J. SEVILLA DE LERMA: Museo de Astronomía y Geodesia (2001).
- 197.—J. OTERO: Detección de errores groseros en redes GPS vectoriales (2002).
- 198.—M. J. SEVILLA: Ajustes con constreñimientos (2003).
- 199.—VICENTE BONGERA: Triángulos rectángulos de lados enteros y primos entre sí (2004).
- 200.—M. J. SEVILLA: Ajuste de redes libres. Modelos matemáticos singulares (2005).
- 201.—R. VIEIRA y E. VÉLEZ: Guía del Laboratorio de Geodinámica de Lanzarote (2006).