ANNEXE N° 2

UNE THEORIE CONTRADICTORIELLE DE LA VERITE PEUT-ELLE CONTRIBUER A RESOUDRE LES APORIES DU MOUVEMENT?

§1.- Parmi les problèmes du flou, il faut distinguer deux cas différents : le flou transitif et le flou non transitif. Si une chose x est en train de subir une modification au moment t qui la fait passer d'un état à un autre, alors, si le degré de possession de la propriété e par la chose est affecté par la dite modification, la valeur de vérité de 'xe en t' sera fonction, entre autres, de la vitesse de la modification au moment t, de la durée de la modification, de la valeur de 'xe' au début et à la fin du processus. Pour le flou statique ou non-transitif, de tels facteurs n'entrent pas en ligne de compte. Une personne x stablement semi-sourde sera telle que la valeur de vérité /x est sourd/ sera -p.hyp.- toujours la même et, dès lors, sera mesurée indépendamment d'un processus quelconque et de sa dynamique.

La différence n'est peut-être pas si absolue que ce qui précède pourrait faire croire; car, en quelque sens, tout état stationnaire est un moment ou un maillon d'un processus, temporel ou non, ne fût-ce que du processus de participation d'une propriété ou classes par ses membres -processus qui n'est pourtant pas nécessairement continu-. Toujours est-il qu'une ligne de démarcation -floue, sans doute- existe entre le flou transitif et le flou stationnaire. L'exemple du mouvement nous aidera à mieux saisir la différence. Soit un corps x en repos -relatif- à Naples, et admettons que Naples se trouve entre Constantinople et Barcelone. Alors 'x est à Constantinople' et 'x est à Barcelone' seront des phrases sans doute beaucoup moins vraies que 'x est à Naples', mais moins fausses que 'x est à Téhéran' et 'x est à Lisbonne'. Nous pouvons supposer que chaque phrase 'x est en e', où e est un endroit, aura une valeur de vérité plus ou moins grande selon la distance de e à la place où il est le plus vrai que x se trouve. Dans le cas du mouvement, outre cette distance d'autres facteurs doivent être considérés, comme nous l'avons dit ci-dessus.

Mais la ligne de démarcation est floue, car même sans mouvement il se peut que des facteurs plus compliqués entrent en jeu, telle l'affinité entre un endroit et un autre plus distant du premier qu'un troisième endroit qui en serait pourtant plus dissemblable.

§2.- Parmi les problèmes du flou transitif, celui du mouvement constitue un noeud de discussions singulièrement ardues. Ceci est dû, entre autres, à l'importance de ce problème dans la mathématique et la physique. R. Routley (cf. R:22) a signalé l'intérêt, pour le traitement de certains problèmes mathématiques, d'une logique dialectique (c-à-d, en fait, une logique contradictorielle relevante; mais rien ne semble indiquer que la relevance soit un trait pertinent à ce propos). Parmi ces problèmes figure une théorie dialectique des ensembles transfinis. (Il vaut la peine, en effet, de relever en passant l'intérêt d'une approche contradictorielle des transfinis. Comme chacun le sait, le paradoxe de Galilée en est un si l'on ajou te à la conception d'un ensemble infini quelconque le principe comme quoi la partie n'est pas aussi grande que le tout. Ce principe fut considéré comme auto-évident par les Scolastiques ainsi que par Leibniz et Kant. Entre les deux alternatives de rejeter ce principe et rejeter -comme le fit, entre autres, Poincaré- l'existence de l'infini actuel, une troisième possibilité est offerte par une logique contradictorielle). Mais Routley évoque aussi -ce que nous avons retenu particulièrement- :

> A dialectical theory of infinitesimals, of Zeno's paradoxes, and a dialectical calculus. Such a theory -an alternative to Robinson's ingenious but artificial non-standard analysis- could begin from the original calculus, based on infinitesimals, of Leibniz. The theory, again governed by a dialectical logic, would simply accept the contradictions that led to the abandonment of the intuitive theory of infinitesimals.

Dans R:7 (chap. 1), R. Routley, V. Routley et R.K. Meyer reviennent sur cette question :

> Other historical mathematical theories have also proved to be simply inconsistent, most conspicuously the theory of infinitesimals and the theories of calculus and analysis that this theory supported. It was not evident -it is still not obvious- that these theories were thereby trivialised -and under a dialectical formulation the theories may well turn out to be viable, as historically they were thought to be.

Ces éminents logiciens paraissent manquer quelque peu de fermeté, sur cette question particulière, car peu après -en parlant des contradictions que d'autres dialecticiens croient trouver dans le mouvement et le développement- ils affirment :

> None of these cases are however decisive, and even if the classicists do not have really convincing solutions, say to some of Zeno's paradoxes, they do have alternative classical resolutions which so far get by.

Mais, si ce que l'on cherche c'est une preuve décisive de la contradictorialité du réel -une preuve absolument irréfragable-, une pareille preuve n'existe pas. Chaque preuve présuppose quelque chose, que ce soit à propos de cette question ou de n'importe quel autre sujet. R. Routley, V. Routley et R.K. Meyer ont raison -du moins dans une large mesure- dans leur analyse des leçons à tirer des paradoxes sémantiques. Mais leurs arguments ne sont pas non plus décisifs. Les nôtres non plus. Aucun argument n'est décisif au sens fort.

Au demeurant, les solutions classiques laissent sans réponse le paradoxe de la flèche, à moins d'en fausser le sens en le ramenant à une variante de l'un des autres paradoxes. Le paradoxe de la flèche ne concerne pas une question géométrique ou mathématique, mais une question purement ontologique sur le <u>statut</u> mouvant ou en repos du mobile dans ses emplacements successifs. Enfin les seules solutions non contradictorielles satisfaisantes des autres paradoxes sont très récentes -l'analyse non standard de Robinson-, comme nous le verrons tout de suite. La position dialectique ou contradictorielle a précédé cette analyse de plus d'un siècle. Il vaudrait la peine d'essayer une synthèse de ces deux approches alternatives, toutes les deux intuitivement fondées, qui ne doivent pas être incompatibles.

Comme ces épineuses questions revêtent une grande importance pour la motivation et l'élucidation d'une théorie contradictorielle de la vérité, nous voulons, dans les quelques pages qui suivent, en rappeler brièvement la teneur et quelques imbrications et indiquer succinctement une possible solution au paradoxe de la flèche, dans le cadre d'une extension de <u>Am</u>.

Nous passerons sous silence les discussions pré-contemporaines sur la question (mentionnons cependant A:22 où on trouvera des examens remarquables des paradoxes de Zénon par G.L. Owen et par G. Vlastos; vol. II, pp. 143-200). Au XIXe siècle, le plus notable traitement des apories zénoniennies fut fait par Hegel.

§3.- La longue discussion que Hegel consacre, dans ses <u>Leçons d'histoire de la philosophie</u>, aux apories de Zénon est pourtant loin d'être aussi éclairante que l'on pourrait espérer. En dépit du fait que Hegel tire des arguments de Zénon une preuve de la contradictorialité du réel, il faut s'aviser que cette preuve est, pour lui, secondaire, puisque la contradictorialité de l'espace, du temps et du mouvement ressortit, après tout, au hors-de-soi, i.e. à la nature qui est l'idée aliénée. La contradictorialité qu'il a le mieux saisie et prouvée concerne, d'un côté, les catégories purement ontologiques et supra-temporelles, d'autre part les manifestations de la vie spirituelle de l'homme. Mais ce qui galvaude la discussion des apories de Zénon dans l'oeuvre mentionnée c'est que cette discussion se trouve mêlée à une interprétation malheureuse d'Aristote, dont la philosophie est présentée par Hegel comme spéculative -i.e. précisément : contradictorielle-; la discussion enchevêtrée des raisonnements de Zénon, que Hegel veut présenter comme valides, et des réponses d'Aristote, que Hegel veut aussi montrer comme fondées et vraies -tout en les interprétant d'une manière singulièrement forcée et artificielle, comme une reconnaissance de la contradictorialité du réel- donne pour résultat (notamment en ce qui concerne l'argument de la dichotomie) des pages infructueuses, des explication diffuses et peu convaincantes. Mais on y trouve aussi, malgré tout, quelques remarques plus caractéristiques du génie de Hegel, p.ex. celle-ci sur l'aporie d'Achille (nous citons selon la traduction de P. Garniron, H:32, p. 148) :

> Si l'on admet au contraire que l'espace et le temps sont continus, de telle sorte que deux points temporels ou spatiaux se rapportent l'un à l'autre en tant que continus, alors de même qu'ils sont deux ils ne sont pas deux,- ils sont identiques. (...) Le limité au-delà duquel "selon Aristote" il faut aller et qu'il faut traverser c'est le temps; puisqu'il est continu, il y a lieu de dire pour la solution de la difficulté, que ce qui est distingué comme deux portions de temps doit être compris comme une seule, durant laquelle B va de a à b et de b à c. Dans le mouvement, deux temps en forment très bien un seul. Si nous parlons du mouvement en général, nous disons : le corps est dans un lieu, il va ensuite dans un autre lieu. En tant qu'il se meut, il n'est plus dans le premier, mais il n'est pas encore non plus dans le second; s'il est dans l'un des deux, il est au repos. Si l'on dit qu'il est entre les deux, cela n'avance à rien; car entre les deux il est aussi dans un lieu, nous retrouvons donc la même difficulté. Mais se mouvoir signifie : être en ce lieu, et en même temps n'y être pas; ceci est la continuité de l'espace et du temps, et c'est elle qui rend seulement possi-

ble le mouvement. Avec l'esprit conséquent qui le caractérise, Zénon a maintenu ces deux points dans une stricte distinction mutuelle. Nous réalisons aussi la discontinuité de l'espace et du temps; mais il faut qu'il leur soit également permis de transgresser la limite, c'est-à-dire de poser la limite comme n'en étant pas une, -de poser des temps divisés qui ne sont pas divisés.

Hegel résout de la même manière le paradoxe de la flèche (H: 32, p. 149) :

> Dans l'espace, un ici est aussi bien un ici que l'autre, il est aussi bien cet ici-ci et celui-ci et puis encore un autre, et ainsi de suite, et cependant l'ici est toujours le même ici, ils ne sont nullement différents les uns des autres.

On ne doit pas oublier que, pour Hegel (et ce depuis -au moins- qu'il écrivit la Phénoménologie) les termes que nous appellerions indexicaux (termes à référence changeante en vertu des changements dans le contexte d'élocution) sont les plus abstraits et les plus généraux de tous, et que leurs référents successifs, du fait qu'ils le sont, s'avèrent identiques les uns aux autres. (Puisque tout est un ceci, cet argument de Hegel tendrait à prouver qu'il y a quelque relation d'identité entre chaque chose et toute autre chose, ce qui est vrai selon Am; mais il y a -croyons-nous- des arguments moins douteux pour parvenir à cette même conclusion). Dans le cas des lieux, cependant, l'identité postulée par Hegel revêt une signification particulière et plus soutenable : les propriétés instanciées par un endroit sont celles de contenir ou de ne pas contenir des corps particuliers donnés ; deux endroits e et e' sont d'autant plus identiques que /x se trouve en e/, et /x se trouve en e'/ sont deux valeurs de vérité plus proches l'une de l'autre, et ce pour chaque x et chaque moment du temps. Si dans le mouvement il y a, pour Hegel, un passage d'un endroit à un autre qui lui est toutefois identique, c'est que l'ubication d'un corps dans chacun de ces deux endroits n'est possible que si, simultanément, le corps est aussi, dans une mesure proche, situé dans l'autre endroit.

C'est du moins la lecture que nous proposons de ce passage de l'Encyclopédie, qui traite aussi des arguments de Zénon (Zusatz du §261; H:14, tome 9, p. 58) :

> Ein Ort weist nur auf einen anderen hin, hebt so sich selbs auf und wird ein anderer; aber der Unterschied ist ebenso ein aufgehobener. Jeder Ort ist für sich nur dieser Ort, d.h. sie sind einander gleich; oder der Ort ist das schlecthin allgemeine Hier. Es nimmt etwas seinen Ort ein, es verändert ihn; es wird also ein anderer Ort, aber es nimmt vor wie nach seinen Ort ein und kommt nicht aus ihm heraus. Diese Dialektik, die der Ort an ihm hat, sprach Zenon aus, indem er die Unbeweglichkeit aufzeigte: Bewegen wäre nämlich, seinen Ort verändern, aber der Pfeil kommt nicht aus seinem Ort heraus. Diese Dialektik ist eben der unendlich Begriff, der das Hier ist, indem die Zeit an ihm selbs gesetzt ist. Es sind drei unterschiedene Orter: der jetzt ist, der nachher einzunehmende, und der verlassene; das Verschwinden der Dimensionen der Zeit ist paralysiert. Aber es ist zugleich nur ein Ort, ein Allgemeines jener Orter, ein Unverändertes in aller Veränderung; es ist die Dauer, wie sie unmittelbar nach ihrem Begriffe ist, und sie ist so die Bewegung.

Le Zusatz qui commence ainsi vise à étayer ce que Hegel venait de dire (au début du §261), à savoir qu'il y a disparition et auto-reproduction contradictoire de l'espace dans le temps et du temps dans l'espace, et que dans ce processus le temps apparaît spatialisé comme lieu ou endroit (Ort) et l'espace temporalisé comme mouvement. Aussi endroit et mouvement sont-ils les deux formes polarisées et provisoirement scindées d'une identité des divers. Le mouvement est privé d'ubication, tandis que l'endroit, immobilisé, est scindé des autres endroits -qui, comme nous venons de le voir, lui sont identiques-. Mais, en même temps, ces deux pôles sont identiques et chaque endroit, en manifestant dans le mouvement son identité à d'autres endroits (d'où le mobile provient ou qu'il atteint), apparaît pour un moment comme pleinement identifié au mouvement qui le réunit à soit-même (c-à-d à un autre endroit). Comme tout ce qui se passe dans la nature, cette union avec soi est imparfaite.

Si notre interprétation est bonne, tout ceci signifie que chaque endroit est une unité spatio-temporelle, et non purement spatiale; que, lorsqu'un mobile est en train de se déplacer d'un endroit à un autre, les deux deviennent identiques en quelque sorte, car ils sont en train d'instancier chaque propriété dans une mesure proche (qui n'est pas forcément une identité sans résidu, c-à-d une mêmeté totale, Hegel n'aimant guère les identités exhaustives qui excluraient toute différence). Par le truchement du mobile qui passe de l'un à l'autre, les deux endroits revêtent une identité plus marquée; et le mouvement qui les réunit, et qui est, lui aussi, une entité spatio-temporelle, est, à ce moment-là, plus ou moins indiscernable d'avec chacun de ces endroits. (Nous avons parlé de deux endroits, car, pour Hegel, l'intervalle intermédiaire est moins important et se parcourt, en quelque sorte, tout d'un coup, en une unité compacte d'espace-tempts). Pour mieux saisir le caractère contradictoire de cette unité d'espace-temps -c-à-d de cette identité des endroits divers-, il faut comprendre qu'il s'agit bien d'une unité temporelle; or le temps est pour Hegel (début du §258, ibid.) :

> das Sein, das, indem es ist, nicht is, und indem es nicht ist, ist;

Ce qui ne veut pas dire -précise le Zusatz du même parapgraphe- que ce soit le temps en tant que tel qui est contradictoire (au contraire, en tant que tel il est pure durée), mais bien les choses qui subissent l'écoulement du temps, parce qu'elles sont finies; or être fini c'est exister sans exister, avec une unité de ces deux déterminations où celle qui prévaut c'est l'inexistence.

Le mouvement est donc la caducité du fini, son être sans être ou -peut-être plus exactement- son non-être étant. Le mouvement n'est pas, pour Hegel, plus contradictoire qu'un autre aspect quelconque du réel, mais il l'est d'une manière frappante pour l'intuition sensible.

§4.- Nous ne parcourrons que très sommairement certains traitements postérieurs des apories de Zénon. En 1851 Renouvier soulève de nouveau le problème de ces apories dans son Essai de critique générale, Premier Essai : Traité de logique générale et de logique formelle (t. I, p. 23, pp. 42-9). Renouvier estime que les mathématiques ne peuvent pas résoudre le problème posé par Zénon, car leur caractère formel et artificiel leur interdit de trancher sur la question du rapport réel entre le continu et le discontinu. Le mathématicien ne se sou cie point du contenu réel des notions qu'il emploie. Qu'il opte pour le continu ou pour le discontinu, il s'agit pour lui d'une simple affaire de convenance. Mais, si le mathématicien n'offre aucune solution aux paradoxes zénoniens, aucune autre discipline ne saurait en offrir une. Dès lors, les arguments de Zénon sont irréfutables. Ces arguments vont deux par deux, constituant, de ce chef, des alternatives logiques bloquant toute échappatoire. Si le continu se compose de parties indéfiniment divisibles, on se bute aux paradoxes d'Achille et de la dichotomie; si, au contraire, le continu se compose de parties indivisibles, ce sont les paradoxes de la flèche et du stade qui surgissent.

Dans le premier volume de la Revue de Métaphysique et de morale (1893) divers auteurs expriment leurs points de vue rencontrés sur les apories de Zénon et le calcul infinitésimal. Brochard et Evelin soutiennent que les arguments de Zénon s'avèrent des paralogismes si l'on rejette la divisibilité illimitée de l'espace et du temps. Quand ce serait vrai -voudrions-nous répondre-, il demeurerait toujours que les sciences physiques postulent ladite divisibilité et que nos intuitions mathématiques se soulèvent contre toute limitation de la divisibilité de l'espace-temps.

L'année suivante, D. Milhaud publia un livre (M:13) qui, en vue de résoudre les apories de Zénon, critique les solutions que l'auteur estime discontinuistes, comme celle de Leibniz, et qui soutient que le mouvement est une donnée opaque, réfractaire à la connaissance humaine.

Bergson pense, pour sa part, que les arguments de Zénon sont irréfutables pour l'intelligence et que, pour les surmonter, il faut se placer au point de vue de l'intuition. Le mouvement et le continu sont des données purement qualitatives, ressortissant à la durée vécue. L'importance de ces méditations dans la pensée bergsonienne a été étudiée par J. Milet (cf. M:12). La signification que Bergson accorde aux apories de Zénon ne saurait être surestimée. Dans B:11 (p.8) nous lisons :

> La métaphysique date du jour où Zénon d'Elée signale les contradictions inhérentes au mouvement et au changement , tels que se les représente notre intelligence.

Bergson pense que les contradictions et les difficultés soulevées autour de la question du mouvement tombent d'elles-mêmes lorsqu'on considère le mouvement comme quelque chose de simple, renonçant par là à le reconstruire (cf. son article "L'évolution de l'intelligence géométrique", RMM, 1908). Pour Bergson l'intérêt majeur des apories de Zénon consiste à montrer que le continu temporel n'est pas une ligne constituée par des points ou instants. Pareillement, James et Whitehead furent amenés par les arguments de Zénon à rejeter la densité du temps et du mouvement (cf. G:6, p. 38).

Pour Beigbeder, le mouvement est incompréhensible si l'on n'admet pas la contradictorialité du réel (B:7,p.546) :

> Fait contradictoire [le fait qu'il y a à la fois -plus ou moins- discontinuités et continuités], irrémédiablement déroutant pour la logique d'identité, dont seul peut rendre compte une logique du contradictoire - en y trouvant, en même temps, une preuve de plus de son bien-fondé. Tout ce que pouvait objecter, à un Zénon d'Elée et à ses successeurs, la logique d'identité, c'est que le mouvement est, en avouant son impuissance à expliquer pourquoi il est,

contrairement à elle-même (il semble bien d'ailleurs que c'était pour obtenir cet aveu, cette contradiction de la non-contradiction, que Zénon a formulé ses "paradoxes"). Avec une logique du contradictoire, ce qui serait inexplicable, c'est que le mouvement ne soit pas, et partout, et en tout - comme, de facto, en est venu à le reconnaître la physique. Et rappelons-le, la logique du contradictoire -ou plutôt déjà sa métaphysique- n'a pas besoin comme Descartes, d'un recul à l'infini, d'un coup de pouce de l'éternel - dont les successeurs scientistes, ne croyant plus à l'éternel, demeuraient bien embarrassés. C'est de l'exclusion initiale que jaillit un dynamisme qui, par définition, ne saurait s'arrêter, en toutes ses formes adverses, que si elle-même cessait d'exister.

Parmi les philosophes qui, sans nullement admettre la contradictorialité du réel, ont récemment défendu la validité -du moins partielle- des arguments de Zénon, nous pouvons citer Max Black (cf. B:5, pp. 99-100), P. W. Bridgman (B:6) et surtout Whitrow (cf. W:2, pp. 148, 157, 160, 165 et passim), qui pense -avec Bergson, James et Whitehead- que l'application du principe de la divisibilité infinie du du temps est associée à une violation de la loi de contradiction, car ce principe enveloppe des auto-contradictions ou fictions logiques (ibid. p. 152). Whitrow affirme aussi que, pour qu'un corps se déplace dans un temps et un espace infiniment divisibles, il doit exécuter une infinité d'actes successifs avec une rapidité infinie, ce qui entraîne des contradictions (sur les contradictions entraînées par le concept de vitesse infinie cf. C:9). Toutefois, Whitrow estime que -en dépit de son caractère contradictoire- le concept de la divisibilité infinie est un expédient fort utile ('a mathematical device which is employed simply as an aid to calculation'). Mais ce fictionnalisme n'est guère rassurant. Mieux vaudrait, si vraiment on ne peut pas se passer d'expédients contradictoires, d'adopter une logique paraconsistante et affirmer la contradictorialité du réel.

§5.- Le problème de savoir si les arguments de Zénon montrent quelque nécessité d'adopter une logique non classique a été soulevé par le philosophe russe A. Zinov'ev (Z:4; et Z:5 p. 115), dont nous avons déjà parlé dans l'Annexe N° 1 de ce même livre. La solution de Zinov'ev consiste à dire que le principe logique de non-contradiction interdit que dans un seul et même instant à durée zéro une chose possède et ne possède pas une propriété, tandis que ce que prouverait Zénon c'est que, dans un laps de temps, une chose doit posséder et ne pas posséder une propriété, si tant est qu'elle bouge. Il y aurait donc deux sens distincts de l'expression 'en même temps': la logique prend le temps comme la limite de deux intervalles, tandis que ceux qui argumentent comme Zénon prennent des intervalles temporellement étendus auxquels appartiennent les deux instant limites, et ce n'est que par le fait d'interpréter ainsi le temps que la contradiction apparaît. Comme le contrôle pratique de ce qui se passe dans un instant à durée zéro est impossible, on peut faire comme s'il y avait en fait trois valeurs de vérité ('It is therefore possible to consider the situation here from the point of view of three values'). Les explications de l'auteur sont suffisamment bredouillantes et cursives pour que le lecteur reste abasourdi devant la naïveté de cette prétendue solution.

Si la logique parle du réel, de tout le réel, et qu'elle vise seulement ce qui se passe dans des instants à durée zéro, alors, puisque, lorsqu'on substitue aux instants des laps à durée positive, des antinomies apparaissent, et que, d'après l'auteur, la logique classique est la seule vraie, la conclusion évidente, par modus tollens, c'est qu'il n'y a pas d'intervalles dans le réel. Pourquoi alors cette chimère des intervalles et des trois valeurs de vérité? Que le contrôle pratique des instants à durée zéro soit impossible ne sera sans doute pas accordé à Zinov'ev par d'autres zélateurs, plus conséquents, des idées et attitudes reçues (d'un mot, du RC). Si, en revanche, ce point devait être accordé, alors on aurait prouvé que tout ce que nous pouvons, pratiquement, expérimenter dans le mouvement ce sont des intervalles où des entorses à la loi de contradiction ont (ou, si l'ont veut, semblent avoir) lieu. Mais alors les instants à durée zéro sont postulés par l'esprit. Le sont-ils avec un fondement suffisant ou bien gratuitement? Ici certains représentants d'une logique contradictoire pourront affirmer qu'une semblable postulation est gratuite (étant peut-être des partisans du rasoir d'Occam car ils pourraient dire que les intervalles, seules entités temporelles qui tombent sous notre contrôle, doivent suffire). Et, si l'on n'admet pas ce principe de parcimonie ontologique, on pourra alors dire que les instants existent tout comme les intervalles, si bien que la non-contradiction seule est applicable aux premiers, et la contradiction (ou, tout à la fois, la contradiction et la non-contradiction) l'est aux derniers. En tout cas, et quoi qu'il en soit, le RC -donc l'attitude de se confiner à la seule logique classique- aura été ébranlé et détrôné. Prétendre, comme Zinov'ev, que la logique classique est suffisante et vraie -la seule vraie- mais qu'elle ne s'applique qu'aux instants (sans préciser s'ils existent ou non, ni si les intervalles existent) c'est réduire arbitrairement la logique à un triste rôle, comme une constitution tombée en désuétude et que l'on garde intégralement pour la forme, tout en l'enfreignant en fait.

Après s'être ainsi débarrassé des problèmes suscités par le traitement logique du mouvement, Zinov'ev ajoute (Z:5, p.118) :

> Besides cases of the type of Zeno's 'paradox', other examples which seem to diverge from logic can also be given, but as a matter of fact they also create this illusion by confusing concepts, obscuring them, ignoring necessary distinctions, etc.

Ceci équivaut à une insinuation cavalière comme quoi les paradoxes de Zénon et les tentatives de les résoudre du point de vue logico-formel dépendraient aussi de confusions et obscurcissements de concepts et d'une ignorance de distinctions nécessaires (c'est bien ce que semble exprimer le mot 'again' dans ce contexte). Or ceci nous paraît franchement inacceptable. Des auteurs plus soucieux de rigueur qui pourtant pensent que la mathématique et la physique contemporaines peuvent -tout en s'astreignant au respect scrupuleux de la logique classique, donc au RC- résoudre les difficultés soulevées par Zénon estiment néanmoins que ces difficultés constituent toujours un problème digne d'intérêt. Adolf Grünbaum, p.ex. (G:6 p.4) soutient que les questions suscitées par les arguments de Zénon ne sont pas des problèmes obsolètes :

> The issues posed by Zeno cannot all be dismissed nowadays as mere mathematical anachronisms. Concern with one or another of them has been perennial among modern thin

kers whose mathematical literacy is beyond question. Thus after noting that there are "elements in Zeno's paradoxes which are the product of inadequate mathematical knowledge", A.N. Whitehead declared "But I agree that a valid argument remains after the removal of the invalid parts. And currently there is a resurgence of interest in the paradoxes of motion...

Pour sa part, Wesley C. Salmon, de l'Université d'Arizona -qui a aussi édité un volume sur la question : S:5- écrit à ce propos (S:4, p. 253) :

> In the 5th century B.C., Zeno of Elea argued that motion is impossible. Although few philosophers have accepted Zeno's conclusion -the most notable exception being F.H. Bradley- it must be conceded, I believe, that Zeno did raise some profound questions. Subsequent discussions of these foundational problems habe substantially deepened our understanding of space, time and motion.

La position de Zinov'ev paraît être celle d'une simple récusation des arguments de Zénon comme relevant d'un sophisme d'équivocité. Plus nuancée mais encore insuffisante est la position de nombre de mathématiciens et philosophes, pour lesquels il s'agirait là d'erreurs mathématiques que seul le calcul infinitésimal permettrait d'écarter. Ce qui surprend à cet égard c'est que certains philosophes -et des plus éminents- croient tout bonnement que le calcul infinitésimal résout tous les paradoxes de Zénon, tout en rejetant l'interprétation naïve réaliste de ce calcul et en le réinterprétant comme une simple façon de parler. C'est le cas de Quine, qui affirme (Q:3, p. 9) :

> Conversely, the falsidical paradoxes of Zeno must have been, in his day, genuine antinomies. We in our latter day smugness point to a fallacy : the notion that an infinite succession of intervals must add up to an infinite interval. But surely this was part and parcel of the conceptual scheme of Zeno's day. Our recognition of convergent series, in which an infinite number of segments add up to a finite segment, is from Zeno's vantage point an artificiality comparable to our new subscripts on truth locutions.

Or, si le calcul doit résoudre les apories de Zénon (remarquons, en passant, que celle d'Achille, à laquelle fait allusion Quine, n'est pas la plus intéressante philosophiquement), alors le calcul doit avoir un sens ontologique. Mais, si nous lisons ce que dit Quine dans le § 51 de Q:2, nous serons déçus : Quine y adhère à la reconstruction de Weierstrass. Le procédé est inattaquable techniquement, mais philosophiquement nous restons sur notre faim; car, si tout ce qu'on peut dire à ce propos c'est que nous autres sujets nous pouvons prendre, pour chaque nombre positif x, un laps de temps s pendant lequel la distance parcourue sera intermédiaire entre 10s-x et 10s+x, ceci veut dire qu'en vérité il n'y a point d'infinitièmes, et tout discours sur les additions infinies est une pure fiction. Dans ce cas, non seulement l'aporie de la flèche, mais toutes les apories de Zénon demeureraient sans solution.

§6.- Saisissant l'insoutenabilité de ces attitudes (qui se ramènent à un haussement d'épaules), certains mathématiciens s'emploient à élaborer une théorie non contradictoire des infinitièmes (cf. R:17, p. 278, où l'on trouvera les références appropriées). Enfin, dans la foulée des travaux pionniers de Skolem, d'autres mathématiciens, surtout Robinson, ont développé l'analyse non-standard qui, comme l'indique Routley, est le concurrent le plus respectable d'une approche contradictorielle de cette question. Robinson explique ainsi pourquoi, avec sa théorie, les contradictions de l'analyse leibnizienne et newtonienne ne surgissent plus (R:17, p. 266) :

> In Non-standard Analysis, the inconsistency does not arise, since two numbers a and b which differ only by an infinitesimal quantity are equivalent, a∼b, but not necessarily equal. It is true that this leads to a formalism which is in some wayes more complicated than that introduced by Leibniz... However, this is a small price to pay for the removal of an inconsistency.

L'intérêt majeur de cette approche c'est qu'elle renonce, une fois pour toutes et d'une manière résolue, à tout fictionalisme commode et désinvolte -cette tentation devant laquelle succombent d'autres mathématiciens-. Robinson affirme (R:17, p. 282) :

> ... it appears to us today that the infinitely small and the infinite large numbers of a non-standard model of Analysis are neither more nor less real than, for example, the standard irrational numbers. This is obvious if we introduce such numbers axiomatically; while in the genetic approach both standard irrational numbers and non-standard numbers are introduced by certain infinitary processes. This remark is equally true if we approach the problem from the point of view of the empirical scientist. For all measurements are recorded in terms of integers or rational numbers, and if our theoretical framework goes beyond this then there is no compelling reason why we should stay within an Archimedean number system.

L'intérêt de l'analyse non-standard de Robinson est tel qu'une théorie contradictorielle des infinitièmes ne devrait pas, à notre avis, être conçue comme rivale de cette analyse, mais comme son développement, de même qu'on a développé un calcul intégral flou qui est aussi un développement du calcul intégral classique.

Or, quand bien même tous les problèmes de calcul qui découlent des paradoxes de Zénon pourraient être résolus par le calcul infinitésimal, il resterait un problème majeur : celui de la nature des entités nécessaires pour que le calcul ait un sens réel. Les analyses non-standard n'ont pas pour tâche de répondre à cette question. Elles se bornent à faire voir -à fort juste titre du reste- la nécessité d'entités, de nombres infinis et infinitésimaux. Mais l'élucidation de la nature de ces nombres et, encore plus manifestement, des choses physiques mesurables par eux est une tâche dévolue à la philosophie.

Et le problème est toujours posé : peut-on proposer un traitement adéquat de ces entités mathématiques et physiques sans renoncer au RC? Et, à supposer que la réponse fût oui, doit-on le faire ou gagne-t-on quelque chose en les considérant comme des entités contradictoires?

§7.- Nous devons aussi faire état des solutions discontinuistes qui, encore de nos jours, continuent à être proposées. Dans un livre récent (Z:6), P.J. Zwart, après avoir évoqué les solutions -insatisfaisantes, à son avis- de Max Black, feu

Gilbert Ryle, Wisdom et d'autres, propose sa propre solution, consistant à admettre une théorie quantique -donc discrète- du temps et de l'espace.

Il faut noter, à cet égard, que déjà Hilbert et Bernays (H:19), après avoir exposé les solutions usuelles des apories zénoniennes par le biais des séries convergentes, indiquaient qu'une autre solution serait celle de ne pas tenir la représentation spatio-temporelle mathématique du mouvement pour une image fidèle de la réalité physique en ce qui concerne des intervalles suffisamment petits.

Mais ces solutions discontinuistes ne paraissent mener nulle part, car les difficultés de la discontinuité semblent être encore plus graves. Grünbaum a montré que, au cas où la discontinuité de l'espace-temps dût être admise, l'aporie du stade serait insurmontable. L'idée d'étants étendus indivisibles ne paraît d'ailleurs pas pouvoir échapper à la contradictorialité, car l'extension implique la possession de parties qui ne se chevauchent pas. Les intervalles infinitésimaux que nous postulons sont effectivement contradictoires ou simplement inconsistants, car ils sont étendus et possèdent donc des parties non superposées, mais, comme leur étendue est infiniment petite, ils ne possèdent qu'une seule partie, si bien que leurs parties sont superposées : ils sont étendus et tout à la fois ne sont pas étendus. Quelles que soient les contradictions qui en découlent, elles sont inoffensives pour la cohérence ou non-saturation du système, pourvu qu'il s'agisse de contradictions simples et non pas de surcontradictions ou absurdités. Mais ladite situation n'entraîne point le surgissement de surcontradictions.

§8.- Il y a des difficultés pour affirmer que tous les paradoxes de Zénon se résolvent adéquatement par une application du calcul infinitésimal et par une élucidation ontologique suffisante de la nature des infinitièmes. L'argument philosophiquement le plus important, parmi les quatre paradoxes de Zénon est, à notre avis, celui de la flèche. Or cet argument a été souvent abâtardi ou émoussé. Russell (R:6), après avoir reconnu le sérieux de la difficulté ('the more the difficulty is meditated the more real it becomes') soutint que, si l'on songe qu'à chaque moment du vol de la flèche aucun moment ne correspond comme son suivant, la difficulté disparaît. Mais la force de l'argument de la flèche réside en ce qu'il ne constitue pas -à l'inverse des trois autres- un argument de type géometrique, mais il soulève une question uniquement philosophique, à savoir : un corps en mouvement ne bouge pas là où il est; il ne bouge pas non plus là où il n'est pas (car là où il n'est pas il ne fait rien). D'aucuns (p.ex. Theodor Gomperz dans sa volumineuse étude <u>Griechische Denker</u>, Leipzig, 1896-1909) ont répondu que le corps en mouvement n'est dans aucune des places qu'il traverse. <u>Etre-dans</u> un endroit et le traverser seraient deux relations diverses et mutuellement incompatibles entre un corps et un endroit. C'est aussi l'avis de la néo-scolastique suarezienne, dont l'un des représentants, Hellin, affirme (H:16, p. 145) :

> Nego suppositum maioris [scil. quod sagitta tendens ad scopum motu continuo aut moveretur ubi non est aut ubi est] : nam sagitta in motu nullibi est, sed solum transit seu acquirit succesive ubicationes. Difficultas valeret si diceremus sagittam moveri, et tamen motum constare ex indivisibilibus.

Mais cette réponse n'est pas convaincante. Car, si traverser un endroit n'entraîne pas du tout y être, i.e. n'entraîne pas une présence dans l'endroit traversé, alors un corps absent d'un endroit peut le traverser pendant qu'il en est absent, ce qui est invraisemblable. (Et, si l'on prend au sérieux l'acquisition d'ubications par un corps qui, cependant, n'arriverait pas à avoir ces ubications qu'il acquerrait, le sens de 'acquérir' devrait être expliqué, car, à coup sûr, ce n'est pas le sens usuel du mot). Le corps en mouvement, selon cette réponse, n'est nulle part pendant qu'il bouge. Mais cela veut dire qu'il est possible pour un corps de n'être dans aucun endroit, i.e. de ne pas être repérable par des coordonnées spatiales. L'ubicabilité cesserait ainsi d'être une propriété nécessaire des corps. Entre le fait de se trouver dans un endroit et celui de se trouver ailleurs il y aurait un tertium quid, celui d'être en mouvement et partant de ne se trouver nulle part.

Tout cela n'est pas contradictoire, mais entraîne la négation de certains principes communément admis en géométrie comme en physique, voire dans les ontologies des auteurs qui prônent cette solution (p.ex. dans la métaphysique aristotélico-scolastique, pour laquelle chaque substance physique a un ubi; or un corps qui ne s'arrêterait jamais n'aurait jamais d'ubi). Une solution contradictoire consiste à admettre qu'un corps en mouvement est simultanément dans une pluralité d'endroits différents (mais pas nécessairement dans la même mesure dans tous). Signalons que ce paradoxe n'est pas clairement résolu non plus par la postulation d'infinitièmes d'espace auxquels correspondraient des infinitièmes de temps (dans chaque laps infinitésimal de temps le corps en mouvement se trouverait dans l'intervalle infinitésimal d'espace correspondant), car ce serait reproduire, pour des intervalles infinitésimaux, la même situation préalablement mise en cause pour les points non étendus, à savoir que le mouvement serait une suite infinie de situations de repos. Il en va tout autrement, bien sûr, si l'on postule des infinitièmes de temps et que l'on affirme simultanément que dans chaque infinitième de temps le corps mouvant parcourt un espace (un intervalle spatial infinitésimal) constitué par un nombre infini de sous-intervalles (c-à-d d'intervalles infinitésimaux d'ordre inférieur), et ce de telle façon que, pendant le laps considéré, le corps se trouve et ne se trouve pas dans chacun de ces sous-intervalles.

Ce problème philosophique cesse peut-être d'exister si l'on renonce à la réalité du devenir et que l'on soutient avec Grünbaum que le devenir n'existe que pour ou par l'esprit ('becoming is mind-dependent'). A proprement parler il n'y aurait point de mouvement, mais de simples fonctions envoyant le couple ordonné formé par un objet physique et un moment du temps sur un emplacement spatial. Naturellement, ceux qui cherchent à expliquer le mouvement réel (parce qu'ils y croient) -c-à-d le transit ou passage effectif d'un endroit à un autre- ne trouveront pas satisfaisantes les solutions mathématiques proposées par Grünbaum.

§9.- Dans la même ligne des solutions classiques considérées dans le paragraphe précédent, il nous faut mentionner la tentative de solution du paradoxe de la flèche effectuée par Ajdukiewicz dans A:4 (cf. S:16, pp. 218-9; nous empruntons à ce livre la référence et l'exposé de l'argument d'Ajdukiewicz). En vérité, la solution d'Ajdukiewicz n'est rien moins qu'originale: la flèche ne serait dans aucun point pendant son parcours; elle se bornerait à passer par ces points, à les traverser. Nous venons de voir quelles conséquences invraisemblables découlent de l'admission de deux relations mutuellement irréductibles entre les corps et les lieux : celle d'être-dans, et celle de passer-par.

Un autre argument mis en avant par Ajdukiewicz contre le paradoxe de la flèche c'est qu'il y aurait là une équivocité du mot 'moment' : en disant que la flèche se trouve à un moment dans un endroit, 'moment' signifie un point, un accent du temps; lorsqu'on dit que la flèche en mouvement quitte un endroit et, par conséquent, au moment où elle le quitte elle ne s'y trouve pas, le mot 'moment' signifierait un laps de temps. Nous avons déjà vu la réponse que cette argutie nous inspire. Au demeurant, un contradictorialiste peut nier l'existence d'instants intemporels : on sera alors forcé de dire que, si pendant un moment la flèche quitte un endroit c'est pendant le même moment qu'elle a atteint l'endroit, puisqu'à chaque moment -si petit soit-il- la flèche occupera plusieurs endroits et, en occupant l'un d'eux, elle n'occupera pas les autres. (On peut, bien sûr!, déclarer derechef que la flèche traverse simplement ces endroits; mais, indépendamment même des difficultés déjà énoncées, est-ce qu'une chose peut traverser plusieurs endroits en même temps? Or, si l'on rejette les instants, à chaque moment la flèche traversera, non pas un, mais plusieurs endroits, et ce si petit que soit le laps de temps choisi comme "moment". Remarquons que cette difficulté paraît se présenter même si nous acceptons en même temps les instants et les laps).

§10.- Peut-être toutes ces difficultés peuvent-elles être résolues sans renoncer au RC, mais cela nous paraît extrêmement improbable. En tout cas, il faudrait prouver qu'une solution non contradictoire est meilleure qu'une solution contradictorielle. Notre avis c'est qu'une solution contradictorielle, outre qu'elle est manifestement possible -ce qui est loin d'être le cas pour des solutions non contradictorielles- s'inscrit dans la perspective d'une révolution en logique formelle qui amène, dans son sillage, la solution simultanée de beaucoup d'autres problèmes logiques et philosophiques (comme les apories de la théorie des ensembles; les paradoxes sur la nature relationnelle de l'identité, sur la substituabilité des identiques et sur le flux du temps; la sauvegarde du réalisme naïf -ou, plus exactement, de l'image du monde qui lui est propre-; l'énonciation d'une théorie adéquate de la fiction, et tous les autres problèmes que nous avons traités tout au long de ce Livre). C'est pourquoi une solution contradictorielle nous paraît plus satisfaisante (à supposer même qu'une solution non contradictorielle du paradoxe de la flèche pût être trouvée, affranchie des inconvénients que constituent la subjectivisation du mouvement et la postulation de deux relations entre les corps et les endroits mutuellement irréductibles).

Une solution possible au paradoxe de la flèche peut être offerte par une logique temporelle et topologique qui soit une extension de Am. Cette logique pourrait prendre deux types particuliers de variables dont les champs de variation seraient constitués, respectivement, par des intervalles infinitésimaux de temps et d'espace. Pour simplifier, et comme un premier pas, supposons que tous les infinitièmes sont égaux, que la cardinalité de leur ensemble est aleph-1 et qu'ils ne se chevauchent pas. Alors on pourrait affirmer qu'à chaque infinitième de temps le mobile se trouve et ne se trouve pas dans chacun des intervalles infinitésimaux d'espace qui, en nombre infini, constituent la ligne de son déplacement, mais pas dans la même mesure dans tous. On peut ensuite établir une bijection entre l'ensemble infini des intervalles infinitésimaux de temps et celui des points de la ligne; aussi peut on formuler une fonction caractéristique de la position du mobile sur chacun de ces intervalles. Cette fonction prendra comme argument le couple ordonné formé par le mobile et un intervalle infinitésimal de temps, et comme valeur une fonction prenant comme arguments des points associés aux intervalles infinitésimaux d'espace et comme valeurs des tenseurs aléthiques (on pourrait exclure des items de ces tenseurs tout nombre aléthique non réel; probablement toutes ces fonctions doivent être continues et dérivables et, par surcroît, elles dépendront de la vitesse du mobile, la durée du laps total, la longueur de la ligne de deplacement, etc.).

Dire qu'au moment (i.e. pendant le laps infinitésimal) t le corps x parcourt la distance d pourrait être réduit à dire qu'il y a un intervalle d' de longueur d tel que pour chaque sous-intervalle i de d' 'x se trouve en i en t' a une valeur de vérité égale ou supérieure à une certaine valeur fixée d'avance -supposons que ce soit $\frac{1}{2}$-, tandis que pour chaque i' qui n'est pas un sous-intervalle de d', 'x se trouve en i' en t' aurait une valeur de vérité inférieure à cette valeur fixée d'avance. Peut-être pourrait-on ajouter une condition supplémentaire d'écart maximal possible entre la plus haute valeur de vérité de 'x est en i en t', pour quelque i dans d' que ce soit, et celle de 'x est en i' en t', pour un autre i' quelconque aussi en d'. Mais ces complications techniques appartiennent à un développement qui dépasse les limites de notre actuelle enquête, laquelle vise seulement à établir en principe la possibilité et l'intérêt d'un traitement de ces difficultés à la lumière de *Am* et de la théorie contradictorielle de la vérité qui sous-tend *Am*.

Pourquoi une solution pareille est-elle possible dans le cadre de *Am* sans l'être dans le cadre d'aucune autre logique élaborée jusqu'ici? Parce que *Am* est la seule logique en même temps floue et contradictorielle (ou simplement inconsistante; à ce propos, la différence n'est pas pertinente). Les autres logiques floues que nous connaissons ne sont pas contradictorielles, si bien que lorsque la valeur de vérité d'une phrase est intermédiaire, la phrase n'est ni assertable ni niable. Les autres logiques inconsistantes ne sont pas floues, en sorte qu'on pourrait, dans leur cadre, admettre que le mobile est, dans chaque laps infinitésimal d'espace dans chaque intervalle infinitésimal appartenant à la ligne totale du déplacement (et que, simultanément, il n'y est pas), mais cela nous donnerait une situation d'indifférence parfaite à l'égard de tous les intervalles spatiaux, ce qui est invraisemblable.

En revanche, avec la solution que nous proposons il n'y aurait point d'indifférence : grâce à l'existence d'une infinité de foncteurs monadiques d'assertion, on pourra affirmer la présence du mobile dans un intervalle infinitésimal d'espace pendant un laps infinitésimal *dans une mesure plus élevée* que la présence du mobile pendant le même laps dans un autre intervalle où, pourtant, il est aussi présent (mais *moins* présent).

Signalons que cette construction peut être conservée pour l'essentiel si l'on substitue aux intervalles infinitésimaux des points et des instants. Une difficulté cependant est posée par des mouvement interrompus : quelle sera la valeur de vérité de 'x se trouve en e en t' si la trajectoire de x est arrêtée brusquement? La réponse à ce problème demande une élaboration détaillée à laquelle nous ne nous livrerons pas = ici.

Un autre fait doit être relevé : on peut assigner = une valeur de vérité non seulement à la présence du mobile = dans chaque laps infinitésimal de temps et dans chaque intervalle infinitésimal d'espace, mais à la présence du mobile = dans chaque laps de temps dans chaque intervalle d'espace, même pour les laps et les intervalles qui se chevauchent. Seulement, il faudrait, bien entendu, exclure un principe imaginable (ou, plus exactement, énonçable) de transitivité, aux termes duquel, si pendant le laps t un corps se trouve dans un intervalle i dans une mesure m, alors ce corps se trouve pendant t dans la mesure m dans chaque sousintervalle i' de i.

L'inclusion des grands laps dans le champ de variation des variables d'une logique temporelle est possible et intéressante, en dehors du problème qui nous occupe, et peut constituer une base solide pour une logique temporelle = contradictorielle fructueuse. On pourrait, par ce biais, assigner à une phrase comme 'l'Empire Romain est puissant' une valeur de vérité pour chaque intervalle de temps, grand ou petit. On pourrait dire que ladite phrase est, au VI^e^ siècle, assez vraie; au II^e^ siècle, remarquablement vraie; au XIV^e^ siècle extrêmement fausse. Il faudrait certes chercher un lien fonctionnel reliant la valeur de vérité d'un énoncé pendant un intervalle et celle qu'il a pendant un sous-intervalle quel-conque dudit intervalle; ce lien dépendrait, entre autres, de ce que le sous-intervalle constituât une fraction plus ou moins grande de l'intervalle donné. On imagine quel intérêt peut = revêtir pour les sciences historiques une pareille entreprise, car l'historien ne peut pas se passer des intervalles, ne peut pas toujours réduire son discours à propos d'intervalles à un= discours à propos de points ou instants.

Nous clôturerons cette Annexe en suggérant une étude comparative -que nous n'avons pas eu le temps de mener à bout- entre les solutions que nous venons d'esquisser et la topologie floue, telle qu'elle est exposée, p.ex., par C.K. = Wong dans W:10.