

S E C T I O N I I :

Aq (SYSTEME DE LOGIQUE QUANTIFICATIONNELLE DE PREMIER ORDRE)

Chapitre 1.- BASE DU SYSTEME

§1.- Aq est une extension de As où les variables sententielles ont pour substituts non seulement des phrases fermées mais aussi des phrases ouvertes. Le MP ou rinf 2 n'est donc pas limité aux seules phrases fermées (comme quoi il faudrait par après démontrer son applicabilité aux phrases ouvertes), mais est appliqué d'emblée aux unes et aux autres, lorsqu'elles sont assertées.

Outre les variables sententielles, précédées ou non d'un quantificateur, pour chaque variable sententielle et pour chaque formule contenant des variables plus des fonctars, il y a une suite infinie de pseudo-formules, qui s'écriront en plaçant un tréma, soit sur la formule (si elle est représentée par une seule variable sententielle), soit devant la formule enfermée entre parenthèses. La règle rinf 3 ne s'applique pas sans restrictions à ces pseudoformules. Dans chaque cas, une règle de substitution particulière peut être appliquée, qui dépend du théorème particulier d'où la pseudo-formule se trouve, en l'occurrence, faire partie; ces règles de substitution seront donc formulées cas par cas (les preuves étant donc des métapreuves, lorsqu'il y a des pseudo-formules). Dès lors, une grande partie des théorèmes présentés dans cette Section (et aussi une partie de ceux qui seront présentés dans la Section III de ce Livre) sont, à la vérité, des métathéorèmes, i.e. des schémas d'un nombre infini de théorèmes, dont chacun est formellement prouvable. Ceci pourrait créer une certaine ambiguïté des variables sententielles (dont les substituts sont tantôt des phrases, tantôt des schémas de phrases), mais le contexte dissipe toute possibilité de confusion.

On emploie aussi, dans l'exposé de Aq, la notation " p/\overline{x} " (où 'x' peut être remplacé par une autre variable), notation qui a pour substitut n'importe quelle fbf où 'x' soit libre (les notions de variable libre et variable liée sont ici exactement les mêmes que d'ordinaire dans les textes de logique classique). Une autre notation aussi utilisée est la suivante : " $p/\overline{x/y}$ ", qui a pour substitut n'importe quelle fbf résultant d'une fbf dans laquelle 'x' soit libre moyennant le remplacement de 'x' par 'y' dans toutes les occurrences libres de 'x' dans ladite formule.

§2.- Les règles de formation de Aq que nous expliciterons sont les quatre règles explicitées pour As, plus celle-ci :

5.- Si p est une fbf, " Uxp " est une fbf

(où 'x' peut être remplacé par n'importe quelle variable parmi : x, y, z, u, v, x', y', z', u', v', x''...).

Précisons que ces cinq règles de formation ne sont pas exclusives. Si chaque inscription écrite conformément à ces règles est une fbf de Aq, il peut y avoir des fbf de Aq qui ne soient prévues par aucune de ces règles.

§3.- Définitions

df q1 : /Exp/ eq /NUxNp/

df q2 : /Ux,x'...xⁿp/ eq /UxUx'...Uxⁿp/df q3 : /Ex,x'...xⁿp/ eq /ExEx'...Exⁿp/

df q4 : /Uxp/ eq /SUXp/

df q5 : /Exp/ eq /NUxNp/ df q6 : /Exp/ eq /NUxNp/

df q7 : /Uxp/ eq /NEXp/ df q8 : /Uxp/ eq /NEXp/

Il s'agit là, non pas de définitions proprement dites, mais bien de schémas définitionnels, car les variables individuelles qui y figurent peuvent être remplacées par d'autres variables individuelles quelconques.

Point n'est besoin de dire que 'Ux' est le quantificateur universel ordinaire; 'Ex', le quantificateur existentiel ordinaire; et 'Ux', le quantificateur flou ou oblique (ou encore : semi-affirmativo-universel et semi-négativo-existential). Quant à 'Ex', etc., ce sont des quantificateurs existentiels et universels non ordinaires (on pourrait en introduire un nombre fini quelconque, tous différents). 'Ex', p.ex. peut se lire comme 'il est très faux que toute chose x soit telle qu'il est très faux que...', ou bien comme 'il est très vrai qu'il est un peu vrai qu'il y a un x qui'.

§4.- REGLES D'INFERENCE

rinf q0 : p ::: q̄
(où q̄ est le résultat de remplacer, dans p, une fbf quelconque, ouverte ou fermée, par une quelconque de ses variables alphabétiques)

rinf q1 : p ::: q̄
(où q̄ est le résultat de substituer dans p à une variable individuelle libre une autre variable individuelle, -pas nécessairement distincte-, pourvu toute fois que cette dernière variable ne soit pas capturée par un quantificateur se trouvant dans p)

Les notions de capture de variables et variante alphabétique n'ont pas besoin d'être expliquées, puisqu'on en trouve de fort agréables explications et définitions rigoureuses dans d'autres traités de logique (cf., p.ex., C:6 et Q:1).

rinf q2 : p ::: q̄
(où q̄ est le résultat de préfixer p d'un nombre fini quelconque de quantificateurs universels, quelle que soit la variable de chacun de ces quantificateurs).

Une précision supplémentaire : les substitutions prévues par rinf q0 et rinf q1 doivent être uniformes (c-à-d substituer à chaque occurrence de la variable originellement donnée une occurrence de la variable qui doit lui être substituée).

Dans la pratique, ces trois règles d'inférence se ront appliquées, non seulement aux formules de Aq proprement dites, mais aussi aux notations syntaxiques avec tréma (pseudoformules ou lettres schématiques); dans ce cas, l'application de la règle rinf q0 et rinf q1 doit se faire sur les substituts possibles de la notation syntaxique, en fonction de la restriction métalinguistique qui l'accompagne, concernant précisément les substitutions possibles (autrement dit, concernant les restrictions dans l'application de rinf 3). L'application de rinf q1, p.ex., à un théorème qui contient =

- | | | |
|-----|-----------------|-------------------------|
| (3) | Ux^2 | (2), rinf q2 |
| (4) | $3D.7HUxpDUxHp$ | A1002 |
| (5) | $UxHpDHp$ | A1021 |
| (6) | $LUxHpDp$ | (5), As |
| (7) | $LUxHpDUxp$ | (6), rinf q2, A1002, As |
| (8) | $UxHpDHUxp$ | (7), As |
| | A1023 | (4), (8), As |

A1024 $Ux, x' \dots x^n pDp$ (Preuve : n applications de A1021+rinfq0)

A1025 $Ux(pDq)D.UxpDUxq$

Preuve :

- | | | |
|-----|----------------------|------------|
| (2) | $A1021D.7pDqD.UxpDq$ | As |
| (3) | $Ux(pDq)D.pDq$ | A1021 |
| (4) | $Ux(pDq)D.UxpDq$ | (2), (3) |
| (5) | $Ux(pDq)DUx(UxpDq)$ | (4), A1002 |
| | $D.UxpDUxq$ | A1002 |

rinf q2 bis $pDq :: pDq$

(où \bar{p} est le résultat de préfixer p de n quantificateurs universels, et \bar{q} est le résultat de préfixer q des mêmes quantificateurs)

Dérivation : par induction mathématique à partir de A1025 + rinf q2

A1026 $Ux(LpZq)D.UxpCUxq$

Preuve :

- | | | |
|-----|----------------------|-----------|
| (2) | $Ux(LpZq)D.UxLpZUxq$ | A1003, As |
| | $D.LUxpZUxq$ | A1022 |
| | A1026 | (2), As |

A1027 $\bar{p}DUx\bar{p}$ (pourvu que x ne soit pas libre en \bar{p})

Preuve :

- | | | |
|-----|-----------------------|----------------------|
| (2) | $Ux(\bar{p}D\bar{p})$ | As, rinf q2 |
| | A1027 | (2), hyp., A1002, As |

A1028 $\bar{p}IUx\bar{p}$ (Pourvu que x ne soit pas libre en \bar{p})

Preuve : A1027, A1021, As)

A1029 $Ux(pIq)D.UxpIUxq$

Preuve :

- | | | |
|-----|--------------------|------------------|
| (2) | $pIqD.pDq$ | As |
| (3) | $Ux(pIq)DUx(pDq)$ | (2), rinf q2 bis |
| | $D.UxpDUxq$ | A1025 |
| (4) | $Ux(pIq)D.UxqDUxp$ | pareillem. |
| | A1043 | (3), (4), As |

A1030 $Ux(LpZq..LqZp)D.Uxp=Uxq$

Preuve similaire (à partir de rinf q2 et A1026, au lieu de = rinf q2 bis et A1025) + A1022

A1031 $Ux(\bar{p}Zq)D.\bar{p}ZUxq$ (si x n'est pas libre dans \bar{p})

Preuve : A1003, A1028, As

A1032 $Ux(L\bar{p}Zq)D.\bar{p}CUxq$ (si x n'est pas libre dans \bar{p})

Preuve : A1031, As

A1033 $Ux, x' \dots x^n (\bar{p}Dq)D.\bar{p}DUx, x' \dots x^n q$ (si aucune des variables $x, x' \dots x^n$ n'est libre en \bar{p})

Preuve :

- | | | |
|-----|--|----------------|
| (2) | $Ux, x' \dots x^n (\bar{p}Dq)DUx' \dots x^n (\bar{p}Dq)$ | A1021, rinf q0 |
| | $DUx'' \dots x^n (\bar{p}Dq)$ | id |

⋮
 $DUx^n(\ddot{p}Dq)$ id
 $D.\ddot{p}DUx^nq$ A1002, rinf q0

(3) $Ux^{n-1}(2)$ (2), rinf q2
(4) $\sin 2DUx^{n-1}dext2$ (3); A1002, rinf q0
 $D.\ddot{p}DUx^{n-1}x^nq$ A1002, rinf q0

(La preuve se poursuit par n-2 applications successives de =
A1002 et rinf q0, rinf q2, similaires à (3) et (4)).

A1034 $Ux, x' \dots x^n(\ddot{p}Zq)D.\ddot{p}ZUx, x' \dots x^nq$ (si \ddot{p} ne contient aucune occurrence libre de $x, x', \dots x^n$)
Preuve similaire (par A1031, au lieu de A1002)

A1035 $Ux, x' \dots x^n(LpZq)D.\ddot{p}CUx, x' \dots x^nq$ (même cond. quant à \ddot{p} et x)
Preuve similaire (par A1032)

A1036 $Ux, ypIUy, xp$
Preuve :
(2) $Ux, ypDUyp$ A1021, As
 Dp A1021, rinf q0
(3) Ux^2 (2), rinf q2
(4) $3D.\sqrt{Ux, ypDUxp}$ A1002, As, rinf q0
(5) Uy^4 (4), rinf q2
(6) $5D.\sqrt{Ux, ypDUy, xp}$ A1002, rinf q0
(7) $Uy, xpDUx, yp$ pareillem.
A1036 (6), (7), As

A1037 $Ux\ddot{p}IUy\ddot{p}\sqrt{x/y}$ (si y n'est pas libre dans \ddot{p})
Preuve :
(2) $UxpIUxp$ As
A1037 (2), rinf q0

A1038 $Ux, x' \dots x^n(pIq)D.\ddot{p}'I\ddot{q}'$
(Pourvu que \ddot{p}' soit identique à \ddot{q}' hormis qu'il contienne une occurrence de p à un endroit où \ddot{q}' contient une occurrence de q , et pourvu, en outre, que ces deux conditions-ci sont remplies : 1°) il n'y a aucune variable individuelle en dehors de $x, x' \dots x^n$, par rapport à laquelle ces occurrences respectives de p et q dans \ddot{p}' et \ddot{q}' , respectivement, soient liées; 2°) ces occurrences respectives de p et q dans \ddot{p}' et \ddot{q}' ne sont affectées que par des foncteurs définis à partir de ' \grave{a} ', ' F ', ' N ', ' \cdot ', ' \wedge ', ' I ' ou par des quantificateurs.

Preuve: soient $\ddot{p}'_0, \ddot{p}'_1 \dots \ddot{p}'_m$ (m égal ou plus grand que 0), dans un ordre de longueur croissante, les sous-formules de \ddot{p}' qui contiennent l'occurrence en question de p ; soient $\ddot{q}'_0 \dots \ddot{q}'_m$ les occurrences respectives de \ddot{q}' . Nous démontrons que, si (2) est vrai, alors (3) est aussi vrai :

(2) $Ux, x' \dots x^n(pIq)D.\ddot{p}'_{i-1}I\ddot{q}'_{i-1}$

(3) $Ux, x' \dots x^n(pIq)D.\ddot{p}'_iI\ddot{q}'_i$

Il y a, en effet, deux possibilités : Premier cas : \ddot{p}'_{i-1} et \ddot{q}'_{i-1} ne sont affectés dans \ddot{p}'_i et \ddot{q}'_i que par des foncteurs du calcul sententiel définis à partir des foncteurs susmentionnés; alors le passage de (2) à (3) se fait immédiatement en vertu de As. Deuxième cas : \ddot{p}'_i est le résultat de préfixer \ddot{p}'_{i-1} d'un quantificateur universel (qui est aussi celui qui préfixant \ddot{q}'_{i-1} , transforme cette formule en \ddot{q}'_i). Si la variable du \ddot{p}'_{i-1} quantificateur n'est libre ni dans p ni dans q , alors (3) découle de (2) en vertu de As et A1028 + rinf q0;

si, au contraire, la variable du quantificateur est libre dans p ou dans q, elle devra figurer, p.hyp., parmi x, x', \dots, x^n ; elle sera donc libre dans le membre de gauche de (2). Dès lors, (à supposer que \ddot{r} soit le résultat de préfixer " $\ddot{p}'_{i-1} I \ddot{q}'_{i-1}$ " du quantificateur universel en question), nous aurons :

$$Ux, x' \dots x^n (p I q) D. \ddot{p}'_{i-1} I \ddot{q}'_{i-1} \quad (2)$$

\ddot{r} rinf q2, A1002

D. $\ddot{p}'_{i-1} I \ddot{q}'_{i-1}$ A1029

Ceci prouve que, dans n'importe quel cas, 2D3. Or, $\ddot{p}'_0 = p$ et $\ddot{q}'_0 = q$. Donc :

$$(4) \quad Ux, x' \dots x^n (p I q) D. \ddot{p}'_0 I \ddot{q}'_0 \quad A1024$$

D. $\ddot{p}'_1 I \ddot{q}'_1$ (2), (3) (i=1)

Par n-1 applications ultérieures de (4), on obtient A1038 (= (car $\ddot{p}'_m = \ddot{p}'$ et $\ddot{q}'_m = \ddot{q}'$)).

A1039 $Ux, x' \dots x^n (p I q) D. \ddot{p}' I \ddot{q}'$
(pourvu que \ddot{p}' soit le résultat de substituer dans \ddot{q}' , à m occurrences de q, m occurrences respectives de p, et qu'en outre ... -comme pour A1038-)

Preuve : soit $\ddot{q}'_0 = \ddot{p}'$, \ddot{q}'_1 différent de \ddot{q}'_0 seulement par la substitution de q à p dans la première des m places en question, et ainsi de suite (si bien que $\ddot{q}'_m = \ddot{q}'$). Alors \ddot{q}'_i est le résultat de remplacer, dans \ddot{q}'_{i-1} , une seule occurrence de p par une occurrence de q :

$$(2) \quad Ux, x' \dots x^n (p I q) D. \ddot{p}' I \ddot{q}'_1 \quad A1038$$

$$(3) \quad Ux, x' \dots x^n (p I q) D. \ddot{q}'_1 I \ddot{q}'_2 \quad A1038$$

⋮

$$(m+1) \quad Ux, x' \dots x^n (p I q) D. \ddot{q}'_{m-1} I \ddot{q}' \quad A1038$$

$$(m+2) \quad \sin 2D. \text{dext} 2. \text{dext} 3 \quad (2), (3), \text{As}$$

D. $\ddot{p}' I \ddot{q}'_2$ As

$$(m+3) \quad \sin 2D. \text{dext} (m+2). \text{dext} 4 \quad (m+2), (4), \text{As}$$

D. $\ddot{p}' I \ddot{q}'_3$ As

⋮

$$(m+m-1) \quad \sin 2D. \ddot{p}' I \ddot{q}' \quad (m+m-2), (m+1), \text{As}$$

A1039/2 $Ux(pCq)D.UxpCUxq$ (Preuve : A1026, A1039)

rinf q2 ter $pCq :: \ddot{p}C\ddot{q}$

(si \ddot{p} est le résultat de préfixer p de n quantificateurs universels; \ddot{q} est le résultat de préfixer q des mêmes quantificateurs)

Dérivation immédiate, par As, rinf q2 et A1039/2 (n applications)

rinf q3 $\ddot{p}Dq :: \ddot{p}DUx \dots x^n q$ (pourvu que $x \dots x^n$ ne soient pas libres dans \ddot{p})

Dérivation : par As, n applications de rinf q2 (+ rinf q0) + A1033

A1039/3 $Ux(p=q)D.Uxp=Uxq$ (Preuve : A1030, A1039)

A1039/4 $Ux(\ddot{p}Cq)D.\ddot{p}CUxq$ (si x n'est pas libre dans \ddot{p})

Preuve : A1032, A1039, As

A1039/5 $Ux \dots x^n (\ddot{p}Cq) D. \ddot{p}CUx \dots x^n q$ (si $x \dots x^n$ n'ont pas d'occurrences libres en \ddot{p})

Preuve: A1035, A1039, As

rinf q3 bis $\bar{p}Cq :: \bar{p}C Ux \dots x^n q$ (si $x \dots x^n$ ne sont pas libre en Dérivation : n applications de rinf q2 + A1039/5, As

A1040 $Ux \dots x^n (p=q) C. \bar{p}' = \bar{q}'$
(Pourvu que \bar{p}' soit le résultat de substituer dans \bar{q}' à une occurrence de q une occurrence de p et qu'en outre = les deux conditions que voici sont remplies: 1°) il n'y a aucune variable individuelle, en dehors de $x \dots x^n$ par rapport à laquelle ces occurrences de p et q soient liées dans \bar{p}' et dans \bar{q}' ; 2°) ces occurrences = respectives de p et de q ne sont affectées dans \bar{p}' et dans \bar{q}' par d'autres foncteurs de As que par ceux qui sont définissables exclusivement à partir de : $\hat{\ } , \dots , F, C, +, \&, K$)

La preuve est similaire à celle de A1038, par induction mathématique, As, A1039/5, A1039/3, rinf q0, rinf q2

A1041 $Ux \dots x^n (p=q) C. \bar{p}' = \bar{q}'$
(pourvu que \dots -comme pour A1040, hormis qu'ici il = peut y avoir un nombre n quelconque de remplacements de p par q dans \bar{q}' à partir de \bar{p}' -)

Preuve similaire à celle de A1039, à partir de A1040

A1042 $pIqD. \bar{p}' I \bar{q}'$ (pourvu que \dots -comme pour A1039; $x \dots x^n =$ étant en l'occurrence = 0, ceci veut dire = que les occurrences de p dans \bar{p}' et de q = dans \bar{q}' sont libres)

Preuve : A1039, prenant n=0

A1043 $p=q C. \bar{p}' = \bar{q}'$ (pourvu que \dots -comme pour A1041, n=0 et = par suite p et q étant, respectivement, li- bres dans \bar{p}' et dans \bar{q}')

Preuve : A1041, prenant n=0

rinf q4 $pIq :: \bar{p}' I \bar{q}'$ (pourvu que \bar{p}' soit le résultat de= substituer dans \bar{q}' à m places (m égal ou plus grand que 0) des occurrences de p à des occurrences de q)

Dérivation : A1039, As, rinf q2

REMARQUE : dans cette règle d'inférence , et d'autres simila- res, aussi bien de As que de Aq (et même de la théorie des en- sembles Am que nous exposerons dans la Section III de ce Livre), une restriction implicite doit être sous-entendue pour un rem- placement universel d'équivalents : ce remplacement est autorisé seulement pour les fbf du système qui sont engendrées par une règle de formation explicitement énon- cée du système. Or, comme on l'a vu ci-dessus, les systèmes= que nous proposons ne sont pas syntaxiquement fermés; en sus= donc des règles de formation explicitées, il se peut qu'il y = ait d'autres procédés qui permettent d'engendrer des fbf; i.e. il peut y avoir d'autres signes primitifs; à ces autres signes là les règles de remplaçabilité ne sont pas applicables. Ceci dit, nous nous considérerons déliés de l'obligation de le ré- pérer, dorénavant.

rinf q5 $p=q :: \bar{p}' = \bar{q}'$
(Pourvu que \bar{p}' soit le résultat de substituer dans \bar{q}' , à m occurrences de q , m occurrences respectives = de p , et qu'en outre ces occurrences respectives de p et q dans \bar{p}' et dans \bar{q}' ne soient affectées par = aucun foncteur de As si ce n'est par ceux qui sont = définissables à partir de $\hat{\ } , \dots , F, +, \&$ et K)

Dérivation : A1041, rinf q2

rinf q6 p , q :: q'

(où q' est formé à partir de q en remplaçant une sous formule de q du type "pCr", "p.r", "p=r", "p&r", "p^r" par r, à la condition toutefois que cette occurrence de r dans q' -et donc de "pCr", ou "p.r", ou "p=r", ou "p&r", ou "p^r", dans q- ne soit affectée par = aucun foncteur de As si ce n'est par ceux qui sont = définissables à partir de ^, ., F, +, K)

Dérivation : As, rinf q5

A1044 NUxpIExNp (Preuve : df q1, rinf q4)

A1045 NExpIUxNp (Preuve : As, df q1)

A1046 NExNpIUxp (Preuve : A1045, As, rinf q4)

A1047 HExpIExHp

Preuve :

- | | | |
|-----|---------------|-----------------------|
| (2) | UxLNpILUxNp | A1022 |
| (3) | NUxLNpINLUxNp | (2), As |
| (4) | ExNLNpINLNExp | (3), A1044, A1045, As |
| | A1047 | As, rinf q4 |

A1048 LExpIExLp (Preuve similaire, à partir de A1023)

A1049 FUxpIExFp

Preuve :

- | | | |
|-----|------------|-------------|
| (2) | LUxpIUxLp | A1022, As |
| (3) | FUxpINUxLp | (2), As |
| | IExNLp | A1044 |
| | IExFp | As, rinf q4 |

Les théorèmes A1050-A1056 que l'on trouvera dans = l'Annexe N° 2 de ce Livre ont des démonstrations immédiates à partir des résultats qui viennent d'être atteints.

A1057 NUx,x'...xⁿpIEx,x'...xⁿp

Preuve : n applications de A1044, rinf q0, rinf q4, As

A1058 NEx,x'...xⁿpIUx,x'...xⁿNp

Preuve : n applications de A1045, rinf q0, rinf q4, As

A1059 NUxEypIExUyNp (Preuve : A1044, A1045, rinf q0, rinf q4)

A1060 NExUypIUxEyNp (Preuve : A1044, A1045, rinf q0, rinf q4, As)

Les théorèmes A1061-A1065, énumérés dans l'Annexe N° = 2, ont des preuves similaires. La rinf q7 est dérivée de la = même façon, par induction mathématique.

A1066 p $\sqrt{x/y}$ DExp (Preuve : A1000, df q1)

A1067 pDExp (Preuve : A1066, rinf q1)

A1068 UxpDExp (Preuve : A1021, A1067)

A1069 p̄IExp̄ (si x n'est pas libre dans p̄)

Preuve : A1028, df q1, As

A1070 Ex,y pIEx,y xp (Preuve : As, rinf q7, A1036)

A1071 Ux(pDq)D.ExpDExq (Preuve : As, rinf q4, A1025, df q1)

A1072 ExUypDUyExp

Preuve : ExUypDExUyExp DUyExp A1067, rinf q2bis, rinf q2, A1071, As A1069, As

rinf q8 pDq ::: pDq̄ (si p̄ est le résultat de préfixer p de n quantificateurs existentiels, q̄ le résultat = de préfixer q des mêmes quantificateurs)

Dérivation : n applications de A1071, rinf q0, rinf q2, As

A1073 Uxp^UxqDUx(p^q)

Preuve :

(2) UxpDp..Uxq^q A1021, As
 (3) Uxp^UxqD.p^q (2), As
 DUx(p^q) rinf q3

A1074 Ux(p^q)I.Uxp^Uxq (Preuve : A1001, A1073, As)

A1074/2 Ex(p^q)I.Exp^Exq

Preuve : Ex(p^q)I.Ux(Np^Nq) As, df q1, rinf q4
 IN(UxNp^UxNq) A1074, As
 IN(NExp^NExq) A1045, As
 I.Exp^Exq As

A1075 Ux(pDq)I.pDUxq (si p̄ ne contient aucune occurrence ^{libre de x})

Preuve :

(2) pDUxqI.ExpDUxq A1069, hyp., As
 (3) dext2DUx(pDq) A1005
 (4) sin2Ddext3 (2), (3), As
 A1075 A1002, (4), As

A1076 Ex(pDq)D.pDExq (si x n'est pas libre en p̄)

Preuve : A1028, A1004, rinf q4

A1077 Ux(pDq)I.ExpDq̄ (si x n'est pas libre en q̄)

Preuve : A1075, As, rinf q4; df q1

A1077/2 Ux,x'...x^n(pDq)I.Ex,x'...x^n pDq̄ (si q̄ ne contient aucune occurrence libre de x, x'...x^n)

Preuve : n applications de A1077, rinf q0

A1078 Ex(pDq)D.UxpDq̄ (si x n'est pas libre dans q̄)

Preuve : A1076, A1046, As, rinf q4

A1078/2 Ex,x'...x^n(pDq)D.Ux,x'...x^n pDq̄ (si q̄ ne contient = aucune occurrence libre de x, x'...x^n)

A1080 Ux(pCq)D.ExpCExq (Preuve : A1079, As, A1048)

rinf q9 pCq ::: pCq̄ (où p̄ est le résultat de préfixer p de n quantificateurs existentiels, et q̄ le résultat de préfixer q des mêmes quantificateurs)

Dérivation : n applications de A1080, rinf q2, rinf q0, As

A1081 Ex(p+q)I.Exp+Exq

Preuve :

(2) ExpDEx(p+q) As, rinf q8
 (3) ExqDEx(p+q) id
 (4) Exp+ExqDEx(p+q) (2), (3), As
 (5) pDExp A1067
 (6) qDExq id
 (7) p+qD.Exp+Exq (5), (6), As
 (8) Ex(p+q)DEx(Exp+Exq) (7), rinf q8
 D.Exp+Exq A1069, As
 A1081 (4), (8), As

A1082 Ux(p.q)I.Uxp.Uxq (Preuve : A1080, As, A1044, rinf q4)

- A1083 $Ux(p \& q)I.Uxp \& Uxq$ (Preuve ; A1082, As, A1022, rinfq4)
- A1084 $Ex(pVq)I.ExpVExq$ (Preuve : A1081, As, A1047, rinfq4)
- A1085 $Ex(pZq)I.UxpZExq$ (Preuve : A1081, As, rinfq4, A1044)
- A1086 $Ex(pCq)I.UxpCExq$ (Preuve : similaire, à partir de A1084 au lieu de A1081)
- A1087 $Ex(p.q)D.Exp.Exq$
 Preuve :
 (2) $Ex(p.q)DExp$ As, rinf q9
 (3) $Ex(p.q)DExq$ id
 A1087 (2), (3), As
- A1088 $ExpZUxqDUx(pZq)$
 Preuve :
 (2) $Ex(p.Nq)D.Exp.Exq$ A1087
 (3) $Ndext2DNsin2$ (2), As
 (4) $NExp+NExNqDNsin2$ (3), As
 (5) $ExpZUxqDNsin2$ (4), As, df q1
 $DUxN(p.Nq)$ A1045
 $DUx(pZq)$ As, rinf q4
- A1089 $ExpCUxqDUx(pCq)$ (Preuve : A1088, As, A1048, rinf q4)
- A1090 $Ex(p \& q)D.Exp \& Exq$ (Preuve : A1087, As, rinfq4, A1048)
- A1091 $Uxp+UxqDUx(p+q)$ (Preuve : A1088, As, rinf q4)
- A1092 $UxpVUxqDUx(pVq)$ (Preuve : A1089, As, rinf q4)
- A1093 $Uxp.ExqDEx(p.q)$ (Preuve : A1003, As, rinfq4, dfq1)
- A1094 $Ux(p+q)D.Exp+Exq$ (Preuve : A1093, As, rinfq4, dfq1, A1046)
- A1095 $Ux(p+q)D.Uxp+Exq$ (Preuve : A1094, As, rinfq4)
- A1096 $Uxp \& ExqDEx(p \& q)$ (Preuve : A1093, A1022, As, rinf q4)
- A1097 $Ux(pVq)D.ExpVUxq$ (Preuve : à partir de A1096, comme A1094 à partir de A1093)
- A1098 $Ux(pVq)D.UxpVExq$ (Preuve : A1097, As, rinf q4, A1023)
- A1099 $Ux(p.q)D.Exp.Uxq$ (Preuve : A1082, A1068, As)
- A1101 $UxpZUxqDEx(pZq)$ (Preuve : A1100, As, A1046, A1044, rinfq4)
- A1102 $Ux(p \& q)D.Exp \& Uxq$ (Preuve : A1099, A1048, rinf q4)
- A1104 $UxpCUxqDEx(pCq)$ (Preuve : A1101, A1022, rinf q4, As)
- A1105 $Exp+UxqDEx(p+q)$ (Preuve : A1101, As, df q1, rinf q4)
- A1107 $ExpVUxqDEx(pVq)$ (Preuve : A1105, As, A1047, rinf q4)
- A1108 $ExpZExqDEx(pZq)$ (Preuve : As, A1045, A1106, rinf q4)
- A1109 $ExpCExqDEx(pCq)$ (Preuve à partir de A1107, comme d'elle de A1108 à partir de A1106)
- A1110 $Ux(\ddot{p}Zq)I.\ddot{p}ZUxq$ (si x n'est pas libre en \ddot{p})
 Preuve : A1069, A1088, A1031
- A1111 $Ex(\ddot{p}Zq)I.\ddot{p}ZExq$ (si x n'est pas libre en \ddot{p})
 Preuve : A1128, A1085, rinf q4
- A1112 $Ux(pZ\ddot{q})I.ExpZ\ddot{q}$ (si x n'est pas libre en \ddot{q})
 Preuve : A1110, As, df q1, rinf q4
- A1113 $Ex(pZ\ddot{q})I.UxpZ\ddot{q}$ (si x n'est pas libre en \ddot{q})
 Preuve : similaire (à partir de A1111 et A1046)
- A1114 $Ux(\ddot{p}Cq)I.\ddot{p}CUxq$ (si x n'est pas libre dans \ddot{p})
 Preuve : similaire à celle de A1110, à partir de A1089, au lieu de A1088)

- All15 $Ex(\ddot{p}Cq)I.\ddot{p}CEqx$ (si x n'est pas libre dans \ddot{p})
Preuve similaire à celle de All11, à partir de A1086
- All16 $Ux(pC\ddot{q})I.ExpC\ddot{q}$ (si x n'est pas libre dans \ddot{q})
Preuve : All12, As, rinf q4, A1048
- All17 $Ex(pC\ddot{q})I.UxpC\ddot{q}$ (si x n'est pas libre dans \ddot{q})
Preuve : All13, As, rinf q4, A1022
- All18 $Ux,x' \dots x^n(pC\ddot{q})I.Ex,x' \dots x^n pC\ddot{q}$ (si \ddot{q} ne contient aucune occurrence libre de $x \dots x^n$)
Preuve : All16, rinf q0 (n applications)

Les théorèmes All19-All31 se démontrent aisément, similairement, et à partir des précédents. Voici, pour clôturer ce chapitre, deux autres théorèmes, qui concernent la surconjonction :

- All32 $Ux(\ddot{p}^q)I.\ddot{p}^q Uxq$ (si x n'est pas libre dans \ddot{p})
Preuve : A1074, A1028, As

- All33 $Ex(p^q)D.Exp^q Exq$

Preuve :

- | | | |
|-----|-------------------|-------------------------|
| (2) | $pDEXp$ | A1067 |
| (3) | $qDEXq$ | id |
| (4) | $p^q D.Exp^q Exq$ | (2), (3), As |
| | All33 | (4), rinf q8, A1069, As |

Chapitre 3.- PORTEE DES QUANTIFICATEURS

Le but principal de ce chapitre c'est l'élucidation des rapports entre la portée des quantificateurs et celle d'un certain nombre de foncteurs monadiques du calcul sententiel As. Cette élucidation nous permettra aussi d'étudier les rapports entre les quantificateurs et certains foncteurs dyadiques que nous n'avons pas encore considérés dans cette Section II.

Nous commençons d'emblée par l'étude des théorèmes où figure le foncteur de semiaffirmation 'S' ("il n'est ni vrai ni faux que..." ou -ce qui revient au même- "il est vrai et faux que..."); par ce biais, nous étudierons le quantificateur oblique ou flou 'Ux'. A la différence de certains foncteurs monadiques, comme 'H' et 'L', le foncteur de semiaffirmation 'S' n'est pas librement déplaçable, ad libitum, à la gauche = ou à la droite d'un quantificateur. Mais certains déplacements peuvent être opérés. Voyons-les.

- All34 $UxSpDSUxp$

Preuve :

- | | | |
|-----|-------------------|--------------|
| (2) | $UxSpIUx(p.Np)$ | As, rinf q4 |
| | $I.Uxp.UxNp$ | A1082 |
| (3) | $dext2D.Uxp.ExNp$ | A1068, As |
| | $D.Uxp.NUxp$ | A1044 |
| | $DSUxp$ | As |
| | All34 | (2), (3), As |

- All34/2 $UxSpD\bar{U}xp$ (Preuve : All34, df q4)

Une instance de All34/2 est la suivante : tout le monde souhaite, sans le souhaiter, avoir une autre vie, pour autant seulement que tout le monde souhaite avoir une autre vie et que tout le monde ne souhaite pas l'avoir. Un autre exemple, peut-être plus frappant : Barnabé se souvient de tout et de rien de la mort de son père pour autant seulement qu'il y a et il n'y a pas quelque chose de la mort de son père dont il se souviennne.

A1135 **SUxpDExSp**

Preuve :

- (2) $SUxpI.Uxp.NUxp$ As
 $I.Uxp.ExNp$ A1044
 (3) $dext2DEx(p.Np)$ A1093
 $sin2DExSp$ (2), (3), As, rinf q4

A1135/2 $\bar{U}xpDExSp$ (Preuve : A1135, df q4)A1136 **SExpDExSp**

Preuve :

- $SExpI.Exp.NExp$ As
 $I.Exp.UxNp$ A1045
 $DEx(p.Np)$ A1093
 $DExSp$ As, rinf q4

A1137 **SExNpISUxp** (Preuve : As, A1044)A1137/2 **SExNpIUxp** (Preuve : A1137, df q4)A1138 **SUxNpISExp** (Preuve : As, A1045)A1138/2 $\bar{U}xNpISExp$ (Preuve : A1138, df q4)A1139 **UxSpDSExNp** (Preuve : A1134, A1137, As)A1140 **UxSpIUxSNp** (Preuve : As, rinf q4)A1141 **UxSpDSExp** (Preuve : A1139, A1140, As, rinf q4)A1142 **ExSpINUx(p+Np)** (Preuve : As, rinf q4, df q1) A1145, A1068A1143 **UxSpD.Uxp.UxNp.Exp.ExNp.ExSp** (Preuve: As, A1134, A1141, A1144,A1144 **ExSpDExp** (Preuve : As, rinf q8)A1145 **ExSpDExNp** (Preuve identique)A1146 **Uxp+UxNpDNExSp** (Preuve : A1144, A1145, df q1, A1044, As)A1147 **UxpDNExSp** (Preuve : A1146, As)A1148 **SUxSpIUxSp**

Preuve :

- (2) $SUxSpDUxSp$ As
 (3) $SpDNSp$ As
 (4) $UxSpDUxNSp$ (3), rinf q2 bis
 $DNExSp$ A1045
 $DNUxSp$ A1068, As
 (5) $UxSpD.UxSp.NUxSp$ (4), As
 $DSUxSp$ As
 A1148 (2), (5), As

A1148/2 $\bar{U}xSpIUxSp$ (Preuve : A1148, df q4)A1149 **Ux(pCSq)DUx(pCq)** (Preuve : As, rinf q2 ter)A1150 **Ex(p.Sq)DEx(q.p)** (Preuve : As, rinf q8)A1150/2 **Ux(pCSq)DNEx(p&q)** (Preuve : As, rinf q2 bis, A1045)A1151 **UxPpDPUxPp**

Preuve :

- (2) $Ux(\frac{1}{2}DPp+.PpDO)$ As, rinf q2
 (3) $Ux(\frac{1}{2}DPp)+Ex(PpDO)$ (2), A1095
 (4) $\frac{1}{2}DUxPp+.UxPpDO$ A1078, A1075, (3)
 (5) $PUxPp+FUxPp$ (4), As
 (6) $UxPpCPUxPp$ (5), As
 $C.PUxPpIUxPp$ As
 $C.UxPpDPUxPp$ As
 A1151 (6), As

A1151^R **UxPpIPUxp**

Preuve : A1021, As, rinf q2, rinf q2 bis, A1051

- All152 ExPpIPExp
 (2) pDExp A1067
 (3) PpDPExp (2), As
 (4) ExPpDExPExp (3), rinf q8
 DPExp A1069
 All152 (4), A1007, As
- All153 NPNExpIExNPNp (Preuve : All151/2, As, A1045, A1044)
- All154 NPNUxpIUxNPNp (Preuve : All152, As, A1045, A1044)
- All155 PUxpIUxPp
 Preuve :
 (2) PUxpI.PUxp.FPNUxp As
 I.UxPp.FPExNp All151, A1044
 (3) PUxpD.UxPp.FExPNp (2), All152, As
 D.UxPp.UxFPNp A1050
 D.Ux(Pp.FPNp) A1082
 DUxPp As, rinf q4
 (4) UxPpI.UxPp.UxFPNp As, A1082
 (5) UxPpI.UxPp.FExPNp (4), A1050
 D.PUxp.FPExNp As, All151, All152
 D.PUxp.FPNUxp A1044
 (6) UxPpDPPExp (5), As
 All155 (3), (6), As
- All156 PExpiExPp
 Preuve :
 (2) PExpi.PExp.FPNExp As
 I.ExPp.FPUxNp All152, A1045, As
 I.ExPp.FUXPNp All151, As
 I.ExPp.ExFPNp A1049
 (3) Ex(Pp.FPNp)D.ExPp.ExFPNp A1087
 DPExp (2), As
 (4) PpI.Pp.FPNp As
 (5) ExPpDPExp (3), (4), rinf q4, As
 All156 (5), A1007, As
- All157 NPNExpIExNPNp (Preuve : All155, As, A1045, A1044)
- All158 NPNUxpIUxNPNp (Preuve : All156, As, A1045, A1044)
- All159 UxXpIXUxp (Preuve : A1074, As, rinf q4)
- All160 ExXpIXExp
 Preuve :
 (2) Ex(p^p)D.Exp^Exp All133
 (3) ExXpDXExp (2), As, rinf q4
 All160 (3), A1007, As
- All161 UxKpIKUxp
 Preuve :
 (2) ExXNpIXExNp All160
 (3) NExXNpINXExNp (2), As
 (4) UxNXNpINXNUxp (3), A1045, A1044
 All161 (4), As, rinf q4
- All162 ExKpIKExp (Preuve similaire, à partir de All159, au lieu / de All160)
- All163 PUx(pCq)IUx(pCPq) (Preuve : All151/2, As, rinf q4)
- All164 PEx(pCq)IEx(pCPq) (Preuve similaire, par All152)
- All165 Ux(pQq)D.UxpQUxp (Preuve : As, rinf q4, A1039/2, All151/2)

- All166 $Ux(pQq)D.ExpQExq$ (Preuve : As, rinf q4, A1080, A1152)
 All167 $PUx(p.q)I.UxPp.UxPq$ (Preuve: As, A1151, A1082, rinf q4)
 All168 $PEx(p+q)I.ExPp+ExPq$ (Preuve : As, A1152, rinf q4, A1081)
 All169 $NPNEx(p+q)I.ExNPNp+ExNPNq$ (Preuve: A1167, As, rinf q4, A1044, A1045) /A1045)
 All170 $NPNUx(p.q)I.UxNPNp.UxNPNq$ (Preuve: A1168, As, rinf q4, A1044, A1045)
 All171 $PEx(p.q)D.ExPp.ExPq$ (Preuve: A1152, As, rinf q4, A1087)
 All172 $UxPp+UxPqDPUx(p+q)$ (Preuve : A1151, As, A1091)
 All173 $Ex(pQq)I.UxpQExq$ (Preuve: As, rinf q4, A1086, A1151, A1152)
 All174 $ExpQUxqDUx(pQq)$ (Preuve: As, A1151, A1152, A1089, rinf q4)
 All175 $UxpQUxqDEx(pQq)$ (Preuve : As, A1151, A1104, rinf q4)

Tous les théorèmes qui viennent d'être prouvés nous =
 montrent la mobilité réciproque des quantificateurs -aussi =
 bien universel qu'existentiel- et des foncteurs monadiques P,
 P, X et K, ainsi que les distributions des quantificateurs =
 vis-à-vis des foncteurs dyadiques définis à partir desdits =
 foncteurs monadiques. Il nous semble que tous ces théorèmes =
 possèdent une très vigoureuse base intuitive. Une instance =
 de All171 est, p.ex., celle-ci : il est plutôt vrai qu'il y a
 des gens qui sont gloutons et généreux dans la mesure seule--
 ment où il y a des gens plutôt gloutons et qu'il y a des gens
 plutôt généreux.

Un très grand nombre de théorèmes venant à la suite =
 de ceux qui ont fait l'objet de preuve jusqu'ici sont énumé =
 rés dans l'Annexe N° 2 de ce Livre, car nous ne voulons pas =
 nous attarder excessivement dans les démonstrations des théo =
 rèmes correspondant à cette Section afin d'aborder au plus =
 vite les problèmes, plus intéressants, de la théorie des en =
 sembles (Section III). Il nous reste cependant à prouver un =
 certain nombre de théorèmes, en %, $\hat{=}$, f, Y, B, J.

A1401 $Ex(p\%q)D.Uxp\%Exq$

Preuve :

- (2) $p\%qI.pDq.F(qDp)$ As
 (3) $Ex(p\%q)IEx(pDq.F(qDp))$ (2), rinf q4
 $D.Ex(pDq).ExF(qDp)$ A1087
 $D.UxpDExq..FUx(qDp)$ A1004, A1049, As
 $D.UxpDExq..F(ExqDUxp)$ A1005, As
 $D.Uxp\%Exq$ As

A1402 $Ex(\check{p}\%q)D.\check{p}\%Exq$ (si x n'est pas libre en \check{p})

Preuve : A1401, A1028

A1403 $Exp\%UxqDUx(p\%q)$

- Preuve : $Exp\%UxqD.ExpDUxq.F(UxqDExp)$ As
 $D.Ux(pDq).FEx(qDp)$ A1004, A1005, As
 $D.Ux(pDq).UxF(qDp)$ A1050
 $DUx(pDq.F(qDp))$ A1082
 $DUx(p\%q)$ As, rinf q4

A1404 $Ux(p\%q)D.Uxp\%Exq$ (Preuve : A1401, A1068)

A1405 $Exp\%UxqD.Uxp\%Exq$ (Preuve : A1403, A1404, As)

A1406 $Ex(p\%q)D.Uxp\%q$ (si x n'est pas libre dans \check{q})

Preuve : A1401, A1069, As

A1407 $Exp\%qDUx(p\%q)$ (si x n'est pas libre dans \check{q})

Preuve : A1403, A1028, As

A1408 $\check{p}\%UxqDUx(\check{p}\%q)$ (si x n'est pas libre dans \check{p})

Preuve : A1403, A1069, As

A1409 $\text{Exp}\% \text{ExqDEx}(p\%q)$

Preuve :

- | | | |
|-----|---|------------------------|
| (2) | $Ux(qDp)D.ExqDExp$ | A1071 |
| (3) | $F(ExqDExp)CF(qDp)$
$CExF(qDp)$ | (2), As
A1049 |
| (4) | $\text{Exp}\% \text{ExqCExF}(qDp)$
$CEx(p\%q)$ | As, (3)
As, rinf q5 |
| (5) | $Ex(\text{Exp}\% \text{ExqC}.p\%q)$ | (4), A1115 |
| (6) | $Ex(\text{Exp}\% \text{ExqD}.p\%q)$ | (5), As, rinf q5 |
| | A1409 | (6), A1076 |

A1410 $\text{Exp}\% \text{ExqD.Uxp}\% \text{Exq}$ (Preuve : A1409, A1401, As)

Nous abandonnons maintenant le terrain du foncteur = surimplicatif '%' pour aborder l'équivalence approximative '≐' et ses relations avec les quantificateurs.

A1451 $Ux(p\hat{=}q)D.Uxp\hat{=}Uxq$ (Preuve : df 29, A1082, A1025, As, A1159)

A1452 $Ex(p\hat{=}q)D.XUx(p.q)D.Exp.Exq$ (Preuve : df 29, A1087, A1004, As, A1082, A1159)

A1453 $Ux(p\hat{=}q)D.XUx(p+q)D.Uxp.Uxq$ (Preuve : As (A648), rinfq2bis, A1159, A1082)

A1454 $Ux(p\hat{=}q)D.UxXp\hat{=}UxXq$ (Preuve : As, A1451, rinf q2 bis)

A1456 $UxXp\hat{=}Uxp$ (Preuve : As, rinf q2, A1451)

A1458 $Ux(p\hat{=}q)D.Exp\hat{=}Exq$ (Preuve : As, rinf q4, A1082, A1071, /A1160)

A1459 $Ux(p\hat{=}q)D.ExXp\hat{=}ExXq$ (Preuve : As, rinf q2bis, A1458)

A1461 $ExXp\hat{=}Exp$ (Preuve : As, rinf q2, A1459)

A1463 $Ux(p\hat{=}q)D.FExpIFExq$ (Preuve : As, A1029, A1050)

A1464 $Ux(p\hat{=}q)D.FUxpIFUxq$ (Preuve : As, A1038, A1049)

A1065 $Ux(\check{p}\hat{=}q)D.\check{p}\hat{=}Uxq$ (si x n'est pas libre dans \check{p})

Preuve :

- | | | |
|-----|--|-----------------------|
| (2) | $Ux(\check{p}\hat{=}q)I.Ux(X\check{p}Dq).Ux(XqD\check{p})$ | df 29, rinf q4, A1082 |
| | $I.X\check{p}DUxq..ExXqD\check{p}$ | A1075, A1077 |
| (3) | $UxXqDExXq$ | A1068 |
| (4) | $3D.\check{p}ExXqD\check{p}D.UxXqD\check{p}$ | As |
| | $D.XUxqD\check{p}$ | A1159 |
| (5) | $dext2D.X\check{p}DUxq..XUxqD\check{p}$ | (4), As |
| | $D.\check{p}\hat{=}Uxq$ | As |
| | $\sin2Ddext5$ | (2), (5) |

A1466 $Ux(\check{p}\hat{=}q)D.\check{p}\hat{=}Exq$ (si x n'est pas libre dans \check{p})

Preuve : As, rinf q4, A1082, A1075, A1077, A1068, A1160, df 29

A1471 $fUxpDUxfp$

Preuve :

- | | | |
|-----|-------------|--------------|
| (2) | $UxpDp$ | A1021 |
| (3) | $fUxpDfp$ | (2), As |
| | $fUxpDUxfp$ | (3), rinf q3 |

A1472 $ExYNp+YUxp+.UxfpIfUxp$

Preuve :

- | | | |
|-----|----------------------|--------------|
| (2) | $UxfpDfp$ | A1021 |
| (3) | $NfNUxfpDNfNfp$ | (2), As |
| (4) | $YNfp+.NfNfpIfp$ | As |
| (5) | $dext4C.NfNUxfpDfp$ | (3), As |
| | Dp | As |
| (6) | $YNp+.NfNUxfpDp$ | (4), (5), As |
| (7) | $Ux(YNp+.NfNUxfpDp)$ | (6), rinf q2 |

- (8) $ExYNp+Ux(NfNUxfpDp)$ (7), A1094, As
 (9) $ExYNp+.NfNUxfpDUxp$ (8), A1075, As
 (10) $YUxp+.NfNUxfpDUxpD.UxfpDfUxp$ As
 A1472 (9), (10), As, A1471

A1473 ExfpIfExp

Preuve :

- (2) $fpDfExp$ A1067, As
 (3) $ExfpDfExp$ (2), rinf q2, A1077
 A1473 (3), A1007, As

A1474 ExtpDtExp

Preuve :

- (2) $fUxNpDUxfNp$ A1471
 (3) $NUxfNpDNfUxNp$ (2), As
 (4) $ExNfNpDNfUxNp$ (3), A1044, As
 $DNfNExp$ A1045, As
 A1474 (4), As, rinf q4

A1475 UxtpItUxp (Preuve : A1473, As, A1044, A1045, rinf q4)

A1476 YExpDExYp

Preuve :

- (2) $pDExp$ A1067
 (3) $YExpD.Fp+Yp$ (2), As
 (4) $YExpDUx(Fp+Yp)$ (3), rinf q3
 $D.UxFp+ExYp$ A1095
 (5) $YExpDUxYp+.YExpDExYp$ (4), As
 (6) $\sin 5D.YExpD.YExp.UxFp$ As
 $D.Exp.UxFp$ As
 $D.Exp.FExp$ A1050
 (7) $\sin 5DFYExp$ (6), As
 (8) $FYExp+.YExpDExYp$ (5), (7), As
 A1476 (8), As

A1476/2 ExYpIYExYp

Preuve :

- (2) $ExYpIExYYp$ As, rinf q4
 (3) $YExYpDExYYp$ A1476
 $DExYp$ (2)
 (4) $fExYpIExfYp$ A1473
 $IExO$ As, rinf q4
 IO A1069
 (5) $FfExYp$ (4), As
 (6) $FExYp+YExYp$ As, (5)
 (7) $ExYpCYExYp$ (6), As
 $C.ExYpIa$ As
 $C.YExYpIYa$ As
 Ia As
 $C.ExYpIYExYp$ As
 (8) $ExYpDYExYp$ (7), As
 A1476/2 (8), (3), As

A1476/3 UxpC.YExpDUxYp

Preuve :

- (2) $YExpD.Yp+Fp$ As, A1067
 (3) $YExpDUx(Yp+Fp)$ (2), rinf q3
 $DUx(pCYp)$ As, rinf q4
 $D.UxpCUxYp$ A1039/2
 A1473/3 (3), As (A323)

A1477 UxYpDYUxp

Preuve :

- | | | |
|-----|------------------------|-----------------|
| (2) | $YpD.YUxp+.FUxp$ | A1021, As |
| (3) | $Ex(YpD.YUxp+FUxp)$ | (2), A1067, As |
| (4) | $UxYpD.YUxp+FUxp$ | (3), A1078 |
| (5) | $UxYpDYUxp+.UxYpDFUxp$ | (4), As |
| | DFUxYp | As, rinf q2 bis |
| | A1477 | (5), As |

A1477/2 $YUxYpIUxYp$

Preuve :

- | | | |
|-----|---------------|--------------|
| (2) | $UxYYpIUxYp$ | As, rinf q4 |
| (3) | $UxYYpDYUxYp$ | A1477 |
| (4) | $UxYpDYUxYp$ | (2), (3), As |
| (5) | $YUxYpDUxYp$ | As |
| | A1477/2 | (5), (4), As |

A1477/3 $UxYpDYExp$

Preuve :

- | | | |
|-----|--------------|-----------------|
| (2) | $UxYpDUxFfp$ | As, rinf q2 bis |
| | DFfExp | A1021, A1473 |
| (3) | $UxYpDUxp$ | As, rinf q2 bis |
| | DExp | A1068 |
| | D.fExp+YExp | As |
| | A1477/3 | As, (2), (3) |

- A1478 $ExYpDFUxFp$ (Preuve : As, rinf q8, A1050)
- A1479 $ExYpDFfUxp$ (Preuve : As, rinf q2 bis, A1471, A1050)
- A1480 $YExtpDExYp$ (Preuve : A1476, As (A511/70), rinf q4)
- A1481 $UxYtpDYUxp$ (Preuve : A1477, A511/70, rinf q4)
- A1482 $UxYpDYNfExNp$ (Preuve : A1477, As, A1044)
- A1483 $NExfNYpDYUxp$ (Preuve : A1477, As (A511/75), rinf q, A1045)
- A1484 $Uxp=NfExNp$ (Preuve : As (A511/75), rinf q5, A1475, A1044)
- A1485 $HUxpD.FfExSp.FYExp$ (Preuve : As (A511/64), rinf q2 bis, A1082, A1050, A1473, A1476, A1023)
- A1486 $gExpIExgp$ (Preuve : As, A1121, rinf q4)
- A1487 $gUxpIUxgp$ (Preuve : As, A1120, rinf q4)
- A1488 $hExpIExhp$ (Preuve : As, A1122)
- A1489 $hUxpIUxhp$ (Preuve : As, A1123, rinf q4)
- A1490 $nExpIExnp$ (Preuve : As, rinf q4, A1133/3)
- A1491 $mExpIExmp$ (Preuve : As, A1133/4, rinf q4)
- A1492 $nUxpIUxnp$ (Preuve : As, rinf q4, A1132)
- A1493 $mUxpIUxmp$ (Preuve : As, rinf q4, A1135/2)

On trouvera dans l'Annexe N° 2 plusieurs théorèmes en 'j' et en 'b' dont nous omettons ici les démonstrations. Nous finirons ce Chapitre, donc cette Section, par la démonstration de quelques théorèmes en 'B' et en 'J'.

A1551 $UxBpIBUxp$

Preuve :

- | | | |
|-----|--------------|-----------------|
| (2) | $UxpDp$ | A1021 |
| (3) | $BUxpDBp$ | (2), As |
| (4) | $BUxpDUxBp$ | (3), rinf q3 |
| (5) | $BUxBpDBUxp$ | As, rinf q2 bis |
| (6) | $UxBpDBUxp$ | (5), A1006, As |
| | A1551 | (4), (6), As |

A1552 ExBpDBExp (Preuve : A1067, As(rinf 19), rinfq2, A1077)

A1553 JUxpDJUxJp

Preuve :

(2)	FBExFpDFExBFp	A1552, As
(3)	JFExFpDUxFBFp	(2), As, A1050
(4)	JUxFFpDUxJp	(3), A1050, rinf q4, As
(5)	JUxLpDUxJp	(4), As, rinf q4
(6)	JLUxpDUxJp	(5), A1022
	JUxpDUxJp	(6), As (A675)

A1554 ExJpIJExp

Preuve :

(2)	UxBFpIBUxFp	A1551
(3)	FUxBFpIFBUxFp	(2), As
(4)	ExFBFpIJFUxFp	(3), A1049, As (A676)
(5)	ExJpIJFFExp	(4), As, rinfq4, A1050
	IJExp	As

A1555 LExJpIJExp (Preuve : A1554, As(A674), rinf q4, A1048)

A1556 JExLpIExJp (Preuve : A1554, As(A675), rinf q4)

A1557 UxJBpIBLUxp (Preuve : As(A680), rinf q4, A1551, A1022)

A1558 BFExpDFExBp (Preuve : As(A690), A1552, As)

A1559 BFUxpDExFBp (Preuve : As(A690), A1551, As, A1049)

A1560 UxB(p.q)I.BUxp.BUxq (Preuve : As, A1551, A1082)

A1561 ExJ(p+q)I.JExp+JExq (Preuve : As, A1554, A1081)

A1562 UxBKpIKBUxp (Preuve : As(A702), rinf q4, A1161, A1551)

A1563 UxBXpIXBUxp (Preuve : As(A701), A1159, A1551)

A1564 ExBpIBExBp

Preuve :

(2)	ExBpIExBBp	As, rinf q4
(3)	ExBpDBExBp	A1552, (2), As
(4)	BExBpDExBp	As (A650)
	A1564	(3), (4), As

On trouvera dans l'Annexe N° 2 de ce Livre quelques autres théorèmes en 'B' et aussi 'n' 'k', que nous jugeons superflu de démontrer. A titre d'illustration, nous offrons cette instance de A1562 : il est vrai que chacun est, à tous les égards, tout au moins un peu égoïste dans la même mesure où il est tout au moins un peu vrai qu'à tous les égards tout le monde est égoïste.

On trouvera dans l'Annexe N° 2 des théorèmes en 'T' (et en 'W') dont la démonstration ne pose pas la moindre difficulté, puisqu'ils sont parallèles aux théorèmes respectifs en 'B' (et en 'J').

SECTION III

Am (T_H_E_O_R_I_E D_E_S E_N_S_E_M_B_L_E_S)

Chapitre 1.- BASE DU SYSTEME

§1.- Règles de formation.

Les fbf de Am comprennent, outre celles engendrées par les règles de formation explicitées pour Aq, celles qui sont engendrées par les deux règles de formation ci-dessous:

- 6.- Une variable individuelle (x, y, z, u, v, x', y', z', u', v', x'', y'', z''... x'''...) est une fbf.
- 7.- Si e et e' sont des fbf, alors ee' est une fbf.

Dans l'exposé effectif de Am on utilisera en partie des formules, en partie des pseudo-formules ou schémas (comme pour Aq; sur ce sujet, cf. l'explication au début de la Section II).

Am étant une extension de Aq, qui, à son tour, est une extension de As, tous les axiomes de Aq sont des axiomes de Am, et tous les théorèmes de Aq sont des théorèmes de Am.

§2.- Définitions

- df m1 /!p/ eq /Uz(Az.p/x/z]G.xIIz)&Bp/
- df m2 /E!xp/ eq /Ex(!p.Ax)/
- df m3 /x̂p/ eq /EyBUx(xyIà+(xyIp)+Hx&y)/ (si p, transcrit en notation atomique ne contient aucune occurrence de 'T')
- df m4 /x^y/ eq /z(zx+zy)/
- df m5 /x:y/ eq /z(zx.zy)/
- df m6 /xCy/ eq /Uz(zxCzy)/
- df m7 /xGy/ eq /Uz(zxGzy)/
- df m8 /xQy/ eq /Uz(zxQzy+Hz)/
- df m9 /xRy/ eq /Uz(zxRzy+Hz)/
- df m10 /xDy/ eq /Uz(zxDzy+Hz)/
- df m11 /xDDy/ eq /Uz(zxDDzy+Hz)/
- df m12 /ix/ eq /z(zIIx)/
- df m13 /x̄/ eq /zN(zx)/
- df m14 /nuclx/ eq /zP(zx)/
- df m15 /confx/ eq /zPN(zx)/
- df m16 /nat/ eq /xUy,z(Hy.HzC.yx=zxD.y=z)/
- df m17 /ord/ eq /xUy,z(Hy.HzC.yx=zxD.y=z)/
- df m18 /reg/ eq /nat:ord/
- df m19₁ /xaeqy/ eq /Uz(Hz+.zregRR.xz::yz)/

df m19₂ /xaeqy/ eq /Uz(Hz+.zregRR.xz:::yz)/
 df m19_n /xaeqy/ eq /Uz(Hz+.zregRR.xz:::yz)/
 df m20 /rus/ eq / $\hat{x}N(xx)$ / *df m20bis /neor/ eq / $\hat{x}N(xx+\Phi Px)$ /*
 df m21 /subx/ eq / $\hat{z}(z\overset{\circ}{Q}x)$ /
 df m21 bis /x $\overset{\circ}{Q}$ y/ eq / $x\overset{\circ}{Q}y.F(y\overset{\circ}{Q}x)$ /
 df m22 /scx/ eq / $\hat{z}F(zx)$ / *df m22bis / Φ / eq / $\hat{x}Fx$ /*
 df m23 /x;y/ eq /iix*i(ix*iy)/
 df m24 /x \hat{y} p/ eq / $\hat{z}Ex,y(\hat{H}x.\hat{H}y..z\text{II}x;y\&p)$ /
 df m25 /xprody/ eq / $\hat{u}\hat{v}(ux.vy)$ /
 df m26 /dyadz/ eq / $\hat{x}\hat{y}(x;yz)$ /
 df m27 /x|y/ eq / $\hat{z}Eu(\hat{H}u.uy.z;ux)$ /
 df m28 /ddomz/ eq / $\hat{x}Ey(\hat{H}y.y;xz.y)$ /
 df m29 /sdomz/ eq / $\hat{x}Ey(\hat{H}y.x;yz.y)$ /
 df m30 /sprojz/ eq / $\hat{u}Ev(\hat{H}v.u;vz)$ /
 df m31 /dprojz/ eq / $\hat{u}Ev(\hat{H}v.v;uz)$ /
 df m32 /zsrestru/ eq / $\hat{x}\hat{y}(x;yz.xu)$ /
 df m33 /zdrestru/ eq / $\hat{x}\hat{y}(x;yz.yu)$ /
 df m34 /zsrestru,drestrv/ eq / $\hat{x}\hat{y}(x;yzsrestru.yv)$ /
 df m35 /zdrestrv,srestru/ eq / $\hat{x}\hat{y}(x;yzdrestrv.xu)$ /
 df m36 /zrestru/ eq / $\hat{x}\hat{y}(x;yz.xu.yu)$ /
 df m37 /samplz/ eq / $\hat{x}\hat{y}(yz)$ /
 df m38 /damplz/ eq / $\hat{x}\hat{y}(xz)$ /
 df m39 /flac/ eq / $\hat{x}Ey(fS(yx).\hat{H}y)$ /
 df m40 /lax/ eq / $\hat{x}Uy(yxRS(yx)+\hat{H}y).xflac)$ /
 df m41 /supy/ eq / $\hat{x}Lf(xy)$ /
 df m42 /quidx/ eq / $\hat{y}(xy)$ /
 df m43 /spis/ eq / $\hat{z}Ex,x'(xz?x'z).Ux,x'Ey(x\hat{I}x'.(xz?x'z)D.xz?yz..yz?x'z))$ /
 df m44 /x $\overset{\circ}{y}$ / eq / $x\overset{\circ}{D}y.F(y\overset{\circ}{D}x)$ /
 df m45 /x $\overset{\circ}{I}$ y/ eq /Uz(zxIzy+Hz)/
 df m46 /x $\overset{\circ}{M}$ y/ eq /Uz(zxMzy+Hz)/
 df m47 /potx/ eq / $\hat{z}(z\overset{\circ}{D}x)$ /
 df m48 /èxp/ eq / $\hat{z}Ex(FE!xp.BYx+.!p\&zx)$ /

Avant de poursuivre, il nous faut faire une remarque sur la portée des opérations introduites. L'associativité vers la gauche est maintenue, si bien que 'xyzuv' équivaut à '((((x)y)z)u)v'; pour interrompre cette associativité vers la gauche, on se sert des parenthèses de la façon devenue habituelle : 'xy(zu)', p.ex., équivaut à '(((x)(y)

$((z)(u))'$. Toutefois la concaténation de deux fbf pour = constituer une autre fbf sera marquée par la présence de pa renthèses lorsqu'il y aura quelque risque d'ambiguïté à cause de la complexité de l'une d'entre elles (et c'est = alors la formule complexe, qu'elle soit à gauche ou à droi te, qui sera enfermée entre parenthèses). La concaténation liera toujours plus étroitement que n'importe quel fonc- teur du calcul sententiel. Les opérateurs d'union ('+') , d'intersection ('°') et d'autres similaires lient plus étroi tement non seulement que les foncteurs du calcul sententiel mais aussi que la concaténation, si bien que ' x^+yz ', p.ex., équivaut à ' $((x^+y)(z))'$ '; ces opérateurs lient aussi plus = étroitement que les opérateurs d'inclusion et d'inclusion= mutuelle, définis dans les définitions df m6 à df m11, df m21 bis et df m44 à df m46. Les opérateurs d'inclusion et d'inclusion mutuelle lient plus étroitement que n'importe= quel foncteur de As. Chaque opérateur monadique non rela- tionnel aura la plus petite portée possible, en sorte que 'nucl $x^{\circ}y$ ' équivaut, non point à 'nucl $(x^{\circ}y)$ ', mais bien à '(nucl $x)^{\circ}y$ ', et 'conf $x;y$ ' équivaut à '(conf $x);y$ '. Les opérateurs d'union et d'intersection lient moins étroite- ment que les opérateurs relationnels (comme l'opérateur = d'accouplage ';', les opérateurs 'dyad', 'ampl', 'restr', = etc.), si bien qu'à 'x^{\circ}ysrestru' équivaut non '(x^{\circ}y)srestru', mais bien 'x^{\circ}(ysrestru)'; de même, 'dyadx^{\circ}y' diffère de 'dyadx^{\circ}y' et équivaut à '(dyadx)^{\circ}y'. Les opérateurs relationnels= lient plus étroitement que les opérateurs d'inclusion et = d'inclusion mutuelle. Ils lient aussi plus étroitement que la concaténation ('xzsrestry' équivaut à 'x(zsrestry)', non pas à '(xz)srestry'). Les opérateurs relationnels lient = aussi, bien entendu, plus étroitement que les foncteurs du calcul sententiel. Les opérateurs monadiques relationnels ('dom', 'proj', 'I') lient moins étroitement que les opéra- teurs monadiques non relationnels (complément, confin, noyau, etc.), plus étroitement que l'union et que l'inter- section, plus étroitement que les opérateurs d'inclu- sion et d'inclusion mutuelle et plus étroitement aussi que les foncteurs de As.

Le procédé que nous suivons de marquer l'apparte- nance par la simple concaténation, sans epsilon, est emprun- té à Tarski (T:3, p. 8).

§3.- AXIOMES

Voici les axiomes et schémas axiomatiques que Am possède = outre ceux de Aq :

$$A2001 \quad U_{x,y}(xy)$$

$$A2002 \quad p \perp \perp p \dots \perp \perp p$$

$$A2003 \quad \underline{H}x+.xy+xz \perp \perp xy^{\circ}z \dots xy.zx \perp \perp xy^{\circ}z$$

$$A2004 \quad Ez(zx \perp \perp zy + \underline{H}zD.x \perp \perp y). Ez(zx \perp \perp zy + \underline{H}zD.x \perp \perp y)$$

$$A2005 \quad Ex(xD\check{p}) \underline{D}Ex(x \perp \perp \check{p}) \quad (\text{si } \check{p} \text{ ne contient aucune occurren} \\ \text{ce libre de } x)$$

$$A2006 \quad EyBUx(\underline{H}x+.xy \perp \perp \check{p}) \quad (\text{si } \check{p} \text{ ne contient aucune oc} \\ \text{currence de 'T'})$$

$$A2007 \quad Uz(\underline{H}z+.z \hat{x} pRR.z \hat{x} p \perp \perp \underline{x/z}) \quad (\text{si } p \text{ ne contient pas 'T'})$$

$$A2008 \quad Uy(\underline{H}y+.y \hat{x} \check{p} \perp \perp \underline{x/y}) + \underline{H}u + \underline{H}u' + \dots + \underline{H}u^n$$

(pourvu que soient remplies les conditions ci-dessous indiquées)

A2009 $Y(x\grave{a})$

Sch m1 $B\grave{p}C(\dots\grave{p}\text{---}II\grave{E}y(yII\grave{p}\&\dots y\text{---}))$ (pourvu que \grave{p} ne contienne aucune occurrence de T , aucune occurrence de y ou d'une variable qui soit capturée par un quantificateur dans "... " et aucun quantificateur qui capture une variable libre dans "... ---")

Sch m2 $xIIyC. \dots x\text{---}II\dots y\text{---}$ (pourvu que, dans "... x ---", x ne soit ni directement ni indirectement affectée par T)

Les restrictions pour l'axiome A2008 sont celles-ci: p ne contient aucune occurrence de T et aucune variable libre en dehors de $x, u, u^1 \dots u^n$; en outre p est une formule = abstractivement recevable, i.e. une formule d'un des trois types que voici :

- une formule sans aucune variable libre;
- la variable ' x ' précédée d'une suite d'occurrences de foncteurs de As parmi les suivants : $j, f, Y, g, B, F, S, N, b, m, P, \underline{P}, \bar{P}, \hat{P}, \hat{P}, \bar{P}, \underline{P}$;
- une formule stratifiée écrite en notation fine, c-à-d une formule p telle que : 1°, aucune variable individuelle n'est directement affectée dans p par un foncteur de As hormis ' \forall '; 2°, chaque variable individuelle est concaténée avec une autre variable individuelle, et jamais avec une autre fbf quelconque qui ne soit pas une variable individuelle; 3°, p satisfait le test de stratification de Quine; 4° chaque quantificateur existentiel ' $\exists y$ ' -quelle que soit y - est immédiatement suivi d'une sous-formule de la forme ' $\forall y.q$ ' -pour quelque q ', et chaque quantificateur universel ' $\forall y$ ' est immédiatement suivi d'une sous-formule de la forme ' $\exists yZq$ '.

(Sur les formules abstractivement recevables, cf. l'Annexe N° 0 de ce Livre, p. 244 de ce Livre).

Dans le reste de cette Section, de même que dans l'Annexe N° 2 de ce Livre, sera sous-entendue la proscription de formules contenant une occurrence de T comme substitués de " p " dans $df\ m3$ -plus toutes les définitions qui en dépendent-, ainsi que dans A2006 et A2007.

§4.- Règles d'inférence.- Am ne contient aucune règle d'inférence primitive, outre celles de As et Aq . Quant aux règles d'inférence primitives de As et Aq elles sont toutes des règles d'inférence de Am hormis $rinf\ 1\ bis$: aucun théorème de Am qui ne soit pas un théorème de Aq ne peut être une prémisse d'une application valide de ladite règle.

Chapitre 2.- PRINCIPAUX THEOREMES DE Am

A2020 $Ux(xx)$ (Preuve : A2001, Aq)

A2021 $III\grave{E}y(yIII\&y)$ (Preuve : Aq , Sch m1)

A2022 $ExHx$ (Preuve : Sch m1, Aq)

A2023 Eyy (Preuve : A2021, Aq)

A2025 By (Preuve : A2021, Sch m2, As , A2001)

A2026 $\grave{x}p$ (Preuve : A2025, A2006, Aq , $dfm3$)

A2027 $F\grave{E}x(xI0)$ (Preuve : A2025, Aq)

- A2028 $FpCFEx(xIp)$ (Preuve : A2027, As, Aq)
 A2029 $FpCFEx(xIIp)$ (Preuve : A2028, As, Aq)
 A2029/2 $\exists pCFEx(xIIp)$ (Preuve : A2028, As, Aq)
 A2030 $B\bar{p}=Ex(xII\bar{p})$ (si x n'est pas libre dans \bar{p})
 Preuve : A2029/2, Sch ml, As, Aq
 A2031 $\exists \bar{p}IUx(x\bar{p})$ (si x n'est pas libre dans \bar{p})
 Preuve : A2030, Aq
 A2032 $BxIIx$ (Preuve : A2025, Aq, As (A1))
 A2033 $B\bar{p}IIEx(xII\bar{p}\&x)$ (si x n'est pas libre dans \bar{p})
 Preuve : A2030, Aq; A2032 (de x)
 A2034 $Ey(yII\bar{x}p)$ (si p ne contient aucune occurrence libre
 Preuve : A2026, A2030, As
 A2035 $y\bar{x}p$ (Preuve : A2001, A2034, As, Aq, Sch ml)
 A2036 $\underline{H}Exx$ (Preuve : A2022, Aq)
 A2037 $ExxII$ (Preuve : A2036, As)
 A2038 $YUxx$
 Preuve :
 (2) Uxx A2024, Aq
 (3) $UxxDy$ Aq
 (4) $Ey(yIII\bar{a})$ A2030, As
 (5) $Ey(yIII\bar{a}..UxxDy)$ (4), (3), Aq
 (6) $Ey(yIII\bar{a}..UxxD\bar{a})$ (5), As, Aq
 (7) $UxxD\bar{a}$ (6), Aq
 $YUxx$ (7), (2), Aq
 A2039 $UxxI\bar{a}$ (Preuve : A2038, As)
 A2040 $ExNxI\bar{u}$ (Preuve : A2039, Aq, As)
 A2041 $ExNxIExx$ (Preuve : A2037, A2040, As)
 A2041/2 $ExNxIhExx$ (Preuve : A2040, A2037, As)
 A2042 $ExNxIExx$ (Preuve : A2040, A2037, As, Aq)
 A2043 $\exists y+.pyIIp..ypIIp$ (Preuve : As, A2002, Sch m2)
 A2044 $xIEy(yIIx\&y)$ (Preuve : As, Aq)
 A2045 $xIIEy(yIIx\&y)$ (Preuve : A2002, A2044, As)
 A2046 $xIIyDUz(zxIIzy..xzIIyz)$ (Preuve : Sch m2, Aq)
 A2047 $Ux(\underline{H}x+.pI\bar{q})D.x\bar{p}I\bar{x}\bar{q}$ (Preuve : A2004, As)
 A2048 $Ux(pI\bar{q})DUy(y\bar{x}pIy\bar{x}q+Hy)$ (Preuve : A2047, Aq)
 A2048/2 $xIIy\&p \underline{x} Dp \underline{x/y}$ (Preuve : Sch m2, As, Aq)
 A2048/3 $p \underline{x} IEy(yIIx\&p \underline{x/y})$ (As, Aq, A2048/2)
 A2048/4 $pIUy(yIIxCp \underline{x/y})$ (Preuve : A2048/3, Aq)
 A2049 $B\bar{q}\&Ux\bar{p} \underline{x} D\bar{p} \underline{x/\bar{q}}$ (si \bar{q} ne contient aucune occurren
 Preuve: Sch ml, Aq, ce libre de x ou d'une variable cap-
 turée par un quantificateur de \bar{p})
 A2049/2 $B\bar{q}C.Uxp \underline{x} Dp \underline{x/\bar{q}}$ (Preuve : A2049, As)
 A2049/3 $B\bar{q}C.p \underline{x/\bar{q}} DExp \underline{x}$ (Preuve : A2049/2, As, Aq)

Les restrictions pour A2049/2 et A2049/3 sont les mêmes que pour A2049. Dans les sept schémas théorématisés suivants, la restriction c'est que la variable x ne se trouve pas libre dans \bar{p} :

- A2049/4 $\lambda D\dot{p}CEx(xD\dot{p})$ (Preuve : A2049/3, As)
 A2049/5 $\dot{p}CEx(xD\dot{p})$ (Preuve : A2049/4, As)
 A2049/6 $\dot{p}CEx(xI\dot{p})$ (Preuve : A2049/5, A2005)
 A2049/7 $\dot{p}=Ex(xI\dot{p})$ (Preuve : A2049/6, A2028, As)
 A2049/8 $J\dot{p}IExJ(xI\dot{p})$ (A2049/7, As, Aq)
 A2049/9 $FEx(xIIF\dot{p})IExJ(xI\dot{p})$ (Preuve : A2049/8, A2031/2)
 A2049/10 $W\dot{p}DExW(xI\dot{p})$
 A2050 $Ux\dot{p} \boxed{x} D\dot{p} \boxed{x/\dot{x}\dot{p}}$ (si \dot{q} ne contient aucune occurrence libre d'une variable capturée dans \dot{p})
 Preuve : A2026, A2049/2, As
 A2050/2 $p \boxed{x/\dot{x}\dot{p}} DExp$ (mêmes restrictions)
 Preuve : A2050, As, Aq

NOTE.- Dans le Schéma axiomatique Sch ml, ainsi que dans les théorèmes prouvés à partir dudit schéma, notamment A2049, A2049/2, A2049/3, A2050, A2050/2, il faut sous-entendre une autre restriction, que nous n'avons par formulée mais que nous avons sous-entendue : la formule qui soit une instance de "p", dans le Schéma Sch ml, ne doit contenir aucun quantificateur qui capture une variable libre dans ...; de même, dans A2049ss, \dot{q} ne peut pas capturer une variable libre dans p; dans A2050 et A2050/2 \dot{q} ne peut pas contenir un quantificateur qui capture une variable libre dans p. Cette restriction, tout comme celles qui ont été explicitement mentionnées jusqu'ici, seront sous-entendues désormais, dans tous les schémas théorématiques prouvés à partir de ceux qui sont mentionnés dans cette Note.

- A2051 $Ux(pIIq)D.\dot{x}pII\dot{x}q$ (Preuve : A2048, As, Aq)
 A2054 $ExFfx$ (Preuve : A2030, As, Aq)
 A2055 λDx (Preuve : Aq, A2039)
 A2055/2 $xI.x+\dot{\lambda}$ (Preuve : A2055, As)
 A2056 $IIII\dot{x}$ (Preuve : A2002, A2008, A2004, Aq, A2055/3)
 A2057 $x\dot{x}IIx$ (Preuve : A2056, A2002, Sch m2, Aq)
 A2057/3 $H(II\dot{x})$ (Preuve : A2057/2, A2049/2, Aq) A2048/2
 A2058 $Ey(yIIx\&zy)IIzEy(yIIx\&y)$ (Preuve : A2044, As, A2048/3)
 A2059 $IIIIII$ (Preuve : A2002, A2049/2, As, Aq)
 A2060 $IIIIII$ (Preuve : As, A2059, A2049/2, A2002)
 A2061 $x(II)IIx$ (Preuve : A2059, Sch m2, A2043, As)
 A2062 $ExBfSx$ (Preuve : A2030, As, Aq)

rinf ml Bp, ---p... :: Ex(---x...) tique
 Dérivation : A2030, As, Aq, A2049/3, plus induction mathéma

A2063 $fSxCey(fSy..x\%y)$

Preuve :

- | | | |
|-----|-----------------------------|------------------|
| (2) | $fSxC.Kx.fSKx..x\%Kx$ | As |
| (3) | $fSxC.Ey(yIKx).fSKx..x\%Kx$ | (2), A2049/7, As |
| (4) | $fSxCey(yIKx.fSKx..x\%Kx)$ | (3), Aq |
| | $Cey(yIKx.fSy.x\%y)$ | Aq, As |
| | $Cey(fSy.x\%y)$ | Aq, As |

Les preuves de A2064-A2063/2 ss sont similaires.

- A2067 $fSx.fSyCEz(zI(x^y)..z\%x..z\%y)$
 Preuve : $fSx.fSyC.x^y..x^y\%x..x^y\%y$ As
 $CEz(zI(x^y)..x^y\%x..x^y\%y)$ A2049/7, As
 $CEz(zI(x^y)..z\%x..z\%y)$ As, Aq
- A2069 $Hx+.x\hat{x}fSxIIgSx$ (Preuve : A2008, As)
- A2070 $Hx+B(x\hat{p}Ip+.x\hat{p}I\hat{a})$ (Preuve:A2007,A2035, As, Aq)
- A2071 $Hx+B(x\hat{p}Ifp+.x\hat{p}I\hat{a})$ (Preuve:A2035,A2070,A2048,A2070)
- A2072 $Hx+.f(z\hat{p})Dfp/\underline{x}/\underline{z}$ (Preuve : A2007, As)
- A2072/2 $Hx+.FfpGY(x\hat{p})$ (Preuve : A2007, Aq, A2035)
- A2072/3 $Hx+.fpGpG.f(x\hat{p})DP(x\hat{p})$ (Preuve:A2071,As)
- A2073 $Ux(Hx+.f\hat{p}IIIf(x\hat{p}))$ (pourvu que \hat{p} soit abstractivement
 Preuve: A2008, Aq recevable)
- A2074 $III\hat{x}fx$ (Preuve : A2057, A2008, A2055/3, A2004)
- A2074/2 $H(1\hat{x}fx)$ (Preuve: A2074, Sch m2, A2060,As,A2049/2)
- A2075 $LxIII$ (Preuve : A2024, Aq, As)
- A2076 $yLxIIy$ (Preuve : A2075, A2002, As, Aq)
- A2077 $xLxIIx$ (Preuve : A2076, Aq)

Voici maintenant quelques succinctes considérations sur les théorèmes que nous venons de démontrer. Nous avons pu constater par le théorème A2020 que tout existe; par le théorème A2030 que, quel que soit p , il est vrai à tous les égards que p ssi il y a quelque chose de strictement identique à p ; par le théorème A2049/7 que quelque chose est vrai ssi il y a quelque chose qui lui soit identique. La force de ces deux théorèmes réside en ceci, qu'ils permettent d'identifier vérité et existence (cf. la Section III du Livre III de cette étude). De même, A2049/8 nous dit qu'une proposition est vraie à certains égards ssi il y a quelque chose qui, à certains égards, soit identique à cette chose-là. Nous avons vu, par le théorème A2036, qu'il est absolument vrai = qu'il y a quelque chose, et, par le théorème A2037, que le fait qu'il y ait du moins quelque chose est identique à la Vérité absolue (ou à l'être, puisque être=vérité). Nous avons vu aussi, par les théorèmes A2038 et A2039, que le fait que tout existe est seulement un rien vrai et que, dès lors, il s'identifie strictement à l'infinimentalment vrai; il en découle, par ricochet, que le fait que quelque chose du moins n'existe pas est, lui, seulement un rien faux, ce fait-là étant ainsi identique à l'infinimentalment faux (A2040). On a pu voir ensuite des théorèmes d'extensionnalité suffisamment transparents pour rendre oiseux tout commentaire. Le théorème A2049/2 nous dit qu'une proposition vraie à tous les égards est un individu, et qu'ainsi elle satisfait tout ce qui est vrai en général de tous les individus. Le théorème A2057 énonce d'une manière explicite l'identité stricte de l'être (c-à-d de la classe à laquelle chaque chose appartient pour autant qu'elle est ou existe) et de la Vérité. Que l'être est ou existe est un fait - nous dit le théorème A2059 - identique à l'être lui-même.

Le théorème A2062/2 et ceux qui viennent ensuite nous disent que le nombre des choses est infini ou, si l'on veut, multiplement infini, puisque, vu que -selon le théorème A2062- il y a des choses qui sont plus qu'un rien existantes et plus qu'un rien inexistantes, et que tout ce qui est tel possède la double propriété d'être plus réel que d'autres

choses qui sont, comme lui, à la fois plus qu'un rien existantes et plus qu'un rien inexistantes et d'être moins réel que d'autres choses douées de la même double caractéristique, on peut, à partir d'une chose pareille quelconque, remonter indéfiniment et descendre indéfiniment dans l'échelle de l'être, sans atteindre jamais ni l'infiniment existant ni, à l'autre bout, l'infiniment inexistant. L'ensemble des choses plus qu'un rien existantes et plus qu'un rien inexistantes est un ensemble dense -comme il découle du théorème A2067-. Nous avons vu enfin qu'un élément quelconque appartient plus qu'infiniment à la classe des choses qui p pour autant seulement qu'il est plus qu'un rien vrai de cette chose-là = qu'elle p.

Une des particularités les plus saillantes de Am = c'est que ce système identifie les termes et les phrases foncièrement vraies, comme il identifie les choses et les propositions foncièrement vraies, deux choses quelconques étant = strictement identiques -étant la même- ssi elles sont vraies -elles existent- dans la même mesure à tous les égards... Le théorème A2078 va nous dire qu'il y a quelque chose de strictement identique à l'appartenance de x à y, quels que soient x et y; ceci est dû au fait que -comme nous l'a dit A2001- chaque chose participe de n'importe quoi, c-à-d que deux choses= quelconques sont des ensembles qui s'appartiennent l'un à l'autre dans une mesure ou dans une autre.

A2078 $Ez(xyIz)$ (Preuve : A2001, As, Aq, A2030)

A2079 $n\frac{1}{2}IEx(x\% \frac{1}{2} \& x)$

Preuve :

(2)	$x\% \frac{1}{2} \& x D n \frac{1}{2}$	As
(3)	$Ex \sin 2 D dext 2$	(2), Aq
(3)	$n\frac{1}{2} DEz (n\frac{1}{2} Iz \& z)$	A2049/7, As, Aq
	$DEz (z\% \frac{1}{2} \cdot (n\frac{1}{2} Iz) \& z)$	As, Aq
	$DEz (z\% \frac{1}{2} \& z)$	
A2079		(3), (4), As

A2080 $x\% y C. (x D ny) + . my Iy$ (Preuve : As)

A2081 $fx + Yx$ (Preuve : As, A2024, Aq)

A2081/2 $fx = FYx$ (Preuves : A2081, As)

A2081/3 $Yx = Ffx$

A2082 $fx = Ey (y\% x)$

Preuve :

(2)	$fx = . \dot{a} \% x$	As
(3)	$Ey (fx = . y \% x)$	(2), rinf ml, Aq
(4)	$fx C Ey (y \% x)$	(3), Aq
(5)	$Yx C. x I U y y$	As, A2039, Aq
	$C. x Dy$	Aq, As
	$CF (y \% x)$	As
	$CF Ey (y \% x)$	Aq
(6)	$Ffx C Yx$	A2081, As
	$C dext 5$	(5), As
A2082		(4), (6), As

A2083 $y \% my. (ny \% y) C. ny I Ex (x \% y \& x)$

Preuve :

(2)	$y \% my C. x \% y \& x D ny$	As, A2080
(3)	$ny \% y \& ny D Ex (x \% y \& x)$	A2024, As, Aq, A2049/2
(4)	$ny \% y C. ny D Ex (x \% y \& x)$	(3), As
	$\sin 2. \sin 4 C. dext 2. dext 4$	(2), (4), As
	$C. ny I Ex (x \% y \& x)$	As, Aq

A2083/3 $Ez, y(z\%y.F(zIEx(x\%y&x)+.zIUx(z\%xCx))$

Preuve : rinf ml, A2083, A2083/2

A2084 $YNEx(fSx&x)$

Preuve :

- | | | |
|------|-------------------------------------|-----------------------------|
| (2) | $fSEx(fSx&x)CEz(fSz..Ex(fSx&x)\%z)$ | A2062/3, As, A2063, A2049/2 |
| | $CEz(fSz.F(zDEX(fSx&x))$ | Aq, As |
| (3) | $fSz&zDEX(fSx&x)$ | Aq |
| (4) | $fSzC.zDEX(fSx&x)$ | (3), As |
| (5) | $F(fSz.F(zDEX(fSx&x))$ | (4), As |
| (6) | $Fdext2$ | (5), Aq |
| (7) | $Fsin2$ | (2), (6), As |
| (8) | $fEx(fSx&x)$ | A2062/3 |
| (9) | $FfNEx(fSx&x)$ | (8), (7), As |
| (10) | $N(fSx&x)$ | As |
| (11) | $UxN(fSx&x)$ | (10), Aq |
| (12) | $NEx(fSx&x)$ | (11), Aq |
| | A2084 | (12), (9), As |

A2084/2 $YNEx(fSx&Nx)$ (Preuve similaire, par A2062/4 au lieu de A2062/3, et par A2063/2 au lieu de A2063)

A2085 $YUx(fxCx)$ (Preuve : A2084/2, As, Aq)

A2086 $FExY(fxCx)$ (Preuve : As, Aq)

A2087 $EyF(yIx)$ (Preuve : As, Aq, A2062/2, A2049/3)

A2088 $Ey(yIx)$ (Preuve : A2087, Aq)

A2090 $Hx+.xiyIIg(xIIy)$ (Preuve : A2008, df ml2, A2001)

A2091 $Hx+.f(xiy)II.xIIy$ (Preuve : A2090, As)

A2092 $H_y+BPS(yiy)$ (Preuve : As, A2090, df ml2)

A2093 $Y(xy)=Ff(xy)$ (Preuve : As, A2009, Aq)

A2094 $f(xy)=FY(xy)$ (Preuve : A2093, As)

A2095 $Hx+.F(xfpIp)GY(xfp)$ (Preuve: A2070, As, A2093, A2026, A2050)

A2100 $xII\hat{y}(yx)$ (Preuve : A2008, As, A2001, A2004, A2002, A2056)

On trouvera, comme à l'accoutumé, beaucoup d'autres théorèmes énumérés dans l'Annexe N° 2 de ce Livre.

Chapitre 3.- COMPLEMENT, SURCOMPLEMENT, CLASSE NULLE

Les notions de complément, de surcomplément et de = classe nulle présentent, dans \underline{Am} , des particularités marquantes en regard d'autres théories des ensembles. On peut dire, à une nuance près, qu'une chose quelconque appartient au complément d'un ensemble pour autant qu'elle n'appartient pas à l'ensemble en question; en revanche, il est faux qu'une chose appartienne au surcomplément d'une classe dans la mesure où elle n'appartient pas du tout à l'ensemble en question; au contraire : on peut démontrer qu'une chose appartient à un ensemble donné quelconque ssi elle appartient aussi au surcomplément = dudit ensemble, et à son complément, à savoir toujours. Le surcomplément d'une classe donnée quelconque est le même que celui d'une autre classe, quelle qu'elle soit. Le surcomplément du surcomplément d'une classe est identique au surcomplément de ladite classe (et non point à la classe originellement donnée). Le surcomplément d'une classe quelconque est identique à \emptyset , c-à-d à la classe nulle. La classe nulle est l'ensemble auquel toutes les choses appartiennent dans une mesure infini

tésimale; une classe à laquelle tout (voire même seulement quel que chose) n'appartiendrait pas du tout est -dans le cadre de Am- un pur absurde; ceci est en accord avec la résistance = qu'éprouve l'homme de la rue à accepter une classe absolument vide, c-à-d avec le principe intuitivement plausible que tout ensemble possède, dans une mesure ou dans une autre, au moins un membre.

- A2119 $\hat{N}xII\hat{N}(xI)$ (Preuve : A2002, As, A2051)
 A2120 $\hat{N}xIII$ (Preuve : df m13, As, A2049/2, A2119)
 A2121 $\underline{H}z+.z\bar{x}IIgN(zx)$ (Preuve : df m13, A2008, As, A2120)
 A2122 $\underline{H}x+N(x\hat{N}x)$ (Preuve : A2113, As, A2024)
 A2123 $\underline{H}x+S(x\hat{N}x)$ (Preuve : A2122, A2035, As, Aq)
 A2124 $\underline{H}z+.z\bar{x}IIh(zx)$ (Preuve : df m13, A2121, As, A2001)
 A2125 $\underline{H}z+.t(z\bar{x})IIIt(zx)$ (Preuve : A2124, As, A2001)
 A2127 $\underline{H}x+.xIx\bar{N}x$ (Preuve : A2121, A2117, A2055, As)
 A2118 $\underline{H}x+.txIIIt(x\bar{N}x)$ (Preuve : df m13, A2125, Aq)
 A2129 $\underline{H}x+.xIx\bar{I}$ (Preuve : A2128, A2125, Aq)
 A2130 $\underline{U}x(\underline{H}x+BY(x\emptyset))$ (A2008, A2024, Aq, As, df m42)
 A2131 $\emptyset II\hat{x}O$ (Preuve : A2008, A2052, A2130, Aq)
 A2132 $FpC.x\hat{x}pIx\emptyset+\underline{H}x$ (Preuve : A2070, A2035, As, Aq, A2130)
 A2133 $\underline{U}x(\underline{H}x+Fp)C.\hat{x}pII\emptyset$ (Preuve : A2132, As, Aq, A2004) A2004
 A2134 $\emptyset II\hat{s}cx$ (Preuve : A2070, df m22, A2050, A2001, As, Aq, A2130,
 A2135 $\emptyset II\hat{s}cl$ (Preuve : A2134, Aq, A2049/3, As)
 A2136 $\emptyset II\hat{s}c\emptyset$ (Preuve : A2134, Aq, A2050)
 A2139 $YpC.x\hat{x}pIx\emptyset+\underline{H}x$ (Preuve : A2070, As, Aq, A2130)
 A2140 $\underline{U}xBYpC.\hat{x}pII\emptyset$ (Preuve : A2139, As, Aq, A2004)
 A2142 $BUyY(yx)D.xII\emptyset$ (Preuve : A2130, As, Aq(notamment A1477/2)
 As(notamment A738))
 A2143 $FEy(\underline{H}y.Jf(yx))C.xII\emptyset$ (Preuve : As, Aq, A2142/2, A2093)

Chapitre 4.- D'AUTRES OPERATIONS ENSEMBLISTES : INTERSECTION UNION, INCLUSIONS, NOYAU, CONFIN

Dans le reste de cette Section, nous omettrons -hor mis une ou deux esquisses- les preuves des théorèmes, que l'on trouvera groupés dans l'Annexe N° 2 de ce Livre. Nous nous = bornerons ici à expliquer les principales notions introduites.

Dans une théorie classique des ensembles il n'y a = qu'une seule opération binaire d'intersection et une seule opé ration binaire d'union d'ensembles. Dans Am il y en a beau-- coup (on peut en introduire indéfiniment). En effet : As con tient une infinité de foncteurs de conjonction et aussi une in finité de foncteurs de disjonction, grâce auxquels on peut, = respectivement, définir dans Am autant d'opérateurs ensembli tes d'intersection et d'union.

Dans Am il y a aussi un nombre infini de relations = d'inclusion d'un ensemble dans un autre, dès lors que As con tient une infinité de foncteurs conditionnels. L'inclusion = stricte est définie par le biais du foncteur conditionnel 'DD',

c-à-d du foncteur d'implication stricte. Une classe est un = sous-ensemble, propre d'une autre (en notation symbolique : $x \subset y$) ssi la première est fortement incluse dans la seconde et que, par surcroît, il y a quelque élément dont l'appartenance à la première est moins vraie que l'appartenance à la seconde. (x est fortement inclus dans y si $x \subset y$).

Notons que chaque relation d'inclusion, définie dans Am, entre une classe x et une autre classe y est une relation entre l'appartenance de chaque élément à x et son appartenance à y ; autrement dit : x peut inclure -en quelque sens de 'inclusion' que ce soit- y , sans que pour autant l'appartenance de l'être (c-à-d du référent de 'l') à x et son appartenance à y soient assujetties à aucune loi découlant de ladite inclusion. La seule exception est constituée par le cas où il y a une inclusion stricte mutuelle entre deux ensembles, car alors, en vertu de A2004 -le principe d'extensionnalité et de substitua-bilité- ces deux ensembles sont le même, si bien que -en vertu de Sch m2, c-à-d du principe d'indiscernabilité des identiques- l'être, comme toute autre chose, appartient à l'un dans la même mesure où il appartient à l'autre.

On peut démontrer que chaque ensemble non vide (chaque ensemble -donc chaque chose- divers de la classe nulle \emptyset) possède, selon Am, un nombre infini de sous-ensembles stricts propres différents les uns des autres. Un ensemble est vide à un certain point de vue ssi, à ce point de vue-là, rien ne lui appartient si ce n'est dans une mesure infinitésimale (autrement dit ssi, à ce point de vue-là, chaque chose lui appartient infinitésimalement). Eh bien, si, à un certain point de vue, x est un ensemble non vide, il possède, à ce point de vue-là, une infinité de sous-ensembles propres. (Une classe x est un sous-ensemble strict propre d'une autre classe y ssi x est un sous-ensemble strict de y et que, à certains égards tout au moins, x est un sous-ensemble propre de y , selon la définition ci-dessus). La raison de l'existence d'un nombre infini de sous-ensembles propres de tout ensemble non vide réside dans le fait que, entre le référent de 'à' (c-à-d l'infinitésimalement vrai) et n'importe quelle autre valeur de vérité désignée, il y a -comme on le verra au Livre II- une infinité de valeurs de vérité intermédiaires.

Prenons comme exemple les singletons ou classes unitaires -classes à un seul membre-. Soit i_y l'ensemble dont le seul membre est y (entendons bien: dont tout élément divers de y n'est membre qu'infinitésimalement), et soit y un élément. Alors, parmi beaucoup d'autres, les ensembles suivants sont = des sous-ensembles stricts propres de i_y :

$\hat{x}X(x \mid i_y)$, $\hat{x}KX(x \mid i_y)$, $\hat{x}KXX(x \mid i_y)$, $\hat{x}KXK(x \mid i_y)$, $\hat{x}XXX(x \mid i_y)$, $\hat{x}XXXX(x \mid i_y)$, $\hat{x}XX(x \mid i_y)$, etc.

On peut démontrer formellement qu'une chaîne de ces sous-ensembles (à savoir, celle qui est constituée par $\hat{x}X(x \mid i_y)$, $\hat{x}XX(x \mid i_y)$, $\hat{x}XXX(x \mid i_y)$...) est telle que chacun de ses membres est divers de tous les autres.

S'il y a une infinité de sous-ensembles propres non vides de chaque ensemble non vide, il y a une infinité de surensembles d'un ensemble quelconque, vide ou non, à la seule exception de cet ensemble -ci : $\hat{x}l$, qui est le seul ensemble qui n'a pas de sur-ensemble. Plus concrètement : chaque ensemble -hormis les deux que l'on vient de mentionner- est tel qu'il y a une infinité de classes telles que l'intersection de deux d'entre elles, quelles qu'elles soient, constitue précisément ledit ensemble.

Il convient de relever ceci : dans \underline{Am} une classe = quelconque x est strictement identique à l'union de x et du singleton dont le seul membre est l'être (ou le Vrai). Dès lors, un singleton \underline{ix} quelconque est l'union de \underline{ix} et de \underline{il} (la classe dont le seul membre est l'être). Par conséquent, un couple ordonné -en suivant la définition de Kuratowski- = dont le second membre est l'être et dont le premier membre = est une chose quelconque x sera, selon \underline{Am} , strictement iden- = tique au couple ordonné dont le premier et le second membres = sont, tous les deux, strictement identiques à x . Autrement = dit : pour tout x , $x;l$ est strictement identique à $x;x$. Cer- = taines anomalies en découlent, avec une pléiade de résultats = surprenants et intéressants, décrits dans des théorèmes qui = figurent dans l'Annexe N° 2 de ce Livre.

Un de ces résultats c'est qu'on n'a pas, en général, que, pour tout x et tout y , le couple ordonné $x;y$ appartienne à la classe des couples ordonnés qui --- dans la même mesure où --- $\underline{[x \text{ et } y]}$. L'abstraction relationnelle, en vertu de = A2008, doit être restreinte aux seuls éléments. La classe = des couples ordonnés qui --- est donc seulement la classe de couples ordonnés formés exclusivement par des éléments -à = l'exclusion donc de l'être- qui ---. Les théorèmes A2433 ss permettent ainsi d'affirmer des résultats un petit peu plus = faibles que ne l'aurait voulu une théorie naïve des relations, certes, mais somme toute assez satisfaisants. La restriction aux éléments ne va pas sans rappeler, du reste, des restric- = tions en quelque sens similaires (bien que d'une nature di- = verse et possédant une motivation seulement pour une part = coïncidente) que l'on trouve dans ML de Quine et dans la théo- = rie des ensembles de von Neumann-Bernays.

Dans la théorie des ensembles \underline{Am}_j , que nous étudie- = rons au chapitre 6 du Livre II de cette étude, on peut avoir = des abstrauteurs relationnels non restreints aux seuls élé- = ments. On peut y définir, p.ex., l'abstracteur relationnel = comme suit : $\underline{/x\hat{y}p/ \text{ eq } /2Ex, y(Hx+\underline{H}y.p..x;y||z)/}$. Or toute rela- = tion -ainsi définie- ne sera pas un élément rangé, si bien = que certaines relations n'appartiendront à aucun ensemble si- = ce n'est infinitésimalement seulement. Notons que cette défi- = nition-là permettrait d'englober tous les couples ordonnés = sans exception; et que les seuls couples qui sont écar- = tés dans le cadre de \underline{Am} de la participation à une classe de couples sont les couples dont le premier membre existe absolu- = ment -i.e. dont le premier membre est l'être-..

Quant à la lecture des opérateurs relationnels (ce- = lui d'image -noté ' $\hat{\quad}$ '-, ceux de domaine gauche et domaine droit, ampliation gauche et ampliation droite, projection, restric- = tion, etc.), il nous semble que quiconque est familiarisé avec les théories classiques des ensembles trouvera aisément la = signification et le rôle de ces opérateurs. Ce qu'il faut ré- = lever c'est qu'une théorie des ensembles flous, comme \underline{Am} , per- = met de définir des notions beaucoup plus nuancées et variées = que celles qui interviennent dans les théories des ensembles = classiques (ou des "ensembles vulgaires", dans la terminologie d'A. Kaufmann, cf. K:3). Cela dit, nous remettons à une occa- = sion ultérieure un examen et surtout un exposé plus détaillé = du développement de la théorie des relations dans le cadre de \underline{Am} , comprenant une preuve de l'englobement de l'arithmétique élémentaire dans ce système.

Il faut mettre en relief un fait singulièrement im- = portant : dans une théorie des ensembles vulgaires une rela-

tion est purement et simplement transitive ou purement et simplement non transitive etc. En revanche, dans une théorie des ensembles flous, comme \underline{Am} , les propriétés de réflexivité, ir-réflexivité, symétrie, antisymétrie, asymétrie, transitivité, connexité, peuvent être définies de multiples manières alternatives, car il y a en vérité toutes sortes de nuances dans ces divers types de relations. On peut se demander, p.ex., si la relation d'amitié est transitive, autrement dit : s'il est vrai que l'ami de mon ami est mon ami. La formule :

$Uy, z (\underline{Hz} + \underline{Hy} + \underline{Ux} (\underline{Ax} \cdot y; \underline{xamic} \cdot x; \underline{zamic} \cdot Dy; \underline{zamic}))$

peut être considérée comme une formalisation de ce dicton. Et cette formalisation montre bien que ce dicton doit être interprété d'une manière plus souple. Peut-être cette autre formalisation traduirait-elle un fait vrai :

$Ux, y, z (\underline{Hz} + \underline{Hy} + \underline{Ax} \cdot y; \underline{xamic} \cdot x; \underline{zamic} \cdot Dy; \underline{zamic})$

ce qui peut se lire ainsi: à supposer que y et z soient des éléments, il y a un élément x qui soit un ami de z et dont y soit un ami presque pratiquement seulement pour autant que y et z sont des amis. Cette transitivité mitigée de la relation d'amitié (ou quelque chose de semblable) est, probablement, ce que le dicton populaire a voulu véhiculer. Bien entendu, le degré d'amitié de y et z peut être sensiblement moins grand que celui de x et y et que celui de x et z; du fait, p.ex., qu'il soit assez vrai que x est ami avec y et que y l'est avec z, il ne découlerait point que x soit assez ami avec z; il se peut même que x et z soient beaucoup plus des ennemis que des amis (ou qu'ils ne se connaissent pas), mais il y aura toujours un degré d'amitié entre eux déterminé précisément par le degré de leurs amitiés communes. La même relation d'amitié peut constituer un bon exemple de quasi-symétrie. Rien ne nous force à croire que x soit l'ami de y dans la même mesure où y est l'ami de x; mais peut-être la formule suivante est-elle valide :

$Ux, y (\underline{Hx} + \underline{Hy} + \underline{x} \cdot y; \underline{yamic} \cdot y; \underline{xamic})$.

Ces nuances nous permettent de préciser l'idée d'une algèbre floue. Une algèbre, en général, est un couple dont le premier membre est un ensemble et le second membre une loi de composition (ou bien un ensemble de lois de composition). Si l'ensemble est fermé au regard d'une de ces lois de composition, il s'agit d'un groupoïde. Mais la différence entre les lois de composition internes et les lois de composition externes n'est pas tranchée dans le cadre d'une logique floue contradictoire. On peut en fait définir un nombre illimité de nuances dans l'intériorité d'une loi de composition. Soit '\$' le signe d'une opération; alors on peut avoir, parmi beaucoup d'autres, les cas suivants (cet opérateur liant plus étroitement que l'appartenance : $Ux, y (xu \cdot yu \underline{Rx} \$ yu)$, $Ux, y (xu \cdot yu \underline{Dx} \$ yu)$, $Ux, y (xu \cdot yu \underline{Qx} \$ yu)$, $Ux, y (xu \cdot yu \underline{dx} \$ yu)$, $Ux, y (xu \cdot yu \underline{dx} \$ yu)$). Chacune de ces formules nous dit que u est un ensemble fermé vis-à-vis de l'opération indiquée par '\$'; chacune d'elles capture un sens de la fermeture. Et on pourrait trouver une infinité d'autres sens ou nuances de la fermeture. Il en va de même du reste pour ce qui est de la conjonction '.' qui apparaît dans les antécédents, laquelle pourrait être remplacée par '^', ou par d'autres conjonctions (comme '&', '!', '!', etc.). Un semigroupe est un groupoïde sur lequel on a défini une loi de composition interne (une opération) jouissant de la propriété d'associativité. Même sans tenir compte de toutes les nuances de la fermeture que nous venons d'évoquer (supposons qu'un ensemble x soit strictement fermé par rapport à une loi de composition indiquée par '\$') des nuances infiniment nombreuses de l'associativité peuvent être distinguées, p.ex.:

$Uu, y, z (ux.yx.zxQ.y \$(z\$u)Iy\$z\$u)$
 $Uu, y, z (yx.zx.uxR.y \$(z\$u)Iy\$z\$u)$
 $Uu, y, z (yx.zx.uxQ.y \$(z\$u)aeqy\$z\$u)$

etc.etc. En combinant une conjonction, un conditionnel et un biconditionnel (ou un signe d'identité), on peut préciser un type particulier d'associativité. Ajoutons que toutes ces lois devraient probablement être restreintes, quant à leur application, aux seuls éléments, à l'exclusion donc de l'être.

On peut en dire autant pour l'existence d'un élément neutre et son unicité (et partant pour la notion de monoïde ou de semi-groupe), pour l'existence d'éléments symétriques et pour leur unicité. On peut apercevoir par là l'immense complexification et enrichissement que la théorie des groupes = peut et doit subir dans le cadre de cette logique. La notion même de groupe devient ainsi multiples et infiniment ambiguë. Enfin, d'autres propriétés comme l'absorption, la distributivité, l'idempotence, etc. se trouvent exactement dans la même situation. C'est toute l'algèbre universelle qui, par ce biais, doit affronter un processus d'inexhaustible enrichissement. Certains de ces aspects ont été traités par Kaufmann = (cf. K:3, pp. 273ss); il faut noter cependant que les notions que cet auteur introduit, tout en présentant un intérêt certain et une grande originalité et profondeur, sont trop étroites, car elles ne font appel qu'à un seul et unique signe d'égalité et à un seul et unique conditionnel; or ces restrictions appauvrissent indûment la fécondité d'une théorie des ensembles flous comme source intarissable de complexification et de nuancement.

Pareillement la notion de fonctionnalité d'une relation présente une infinité de nuances et de degrés dans Am; = une relation z peut être fonctionnelle en bien des sens, p.ex. ceux-ci : $Ux, y, u (My.x;yz.u;yzQ.xIIu)$, $Ux, y, u (My.x;yz.u;yz R.xIIu)$, $Ux, y, u (Bf(My.x;yz.u;yz)C.xIIu)$, $Ux, y, u (My.x;yz.u;yz Q.xIIu)$, etc. etc. Les notions de 'injection', 'surjection', 'bijection', etc. apparaissent ainsi comme infiniment équivoques, une multiplicité illimitée de significations diverses, mais apparentées, pouvant être accordée à chacun de ces mots.

Chapitre 6.- DESCRIPTIONS DEFINIES, MEMETE, UNIEXISTENCE

Les théorèmes A2601 et suivants présentent une série de vérités de logique concernant l'existence d'une seule et = unique chose qui satisfait une certaine formule. A partir du théorème A2650 le descripteur entre en scène : 'exp' doit être lu 'le (seul et unique)étant qui p. Voici une simple ébauche de la preuve du premier membre conjonctif de A2651 :

A2651 $E!xpC(q/x/\exp/IIEx(!p&q.\forall x)..FE!xpC.q/x/\exp/IIq/x/a/$

(si p est abstractivement recevable et ne contient aucune variable libre s. ce n'est x)

Ebauche de preuve :

(2) $E!x p. C.p/x/y/C.yII\exists (Ex!p&zy.\forall x)$
 $C.yII\exists Ex(!p&p/x/y/&zy.\forall x)$
 $C.yII\exists Ex(!p&p/x/y/&(xIIy)&zy.\forall x)$
 $C.yII\exists xp$

(3) $E!x p C.pC.xII\exp$
 $C.p&od.xII\exp&q$
 $C.Ex(\forall p&q)DEx(xII\exp&q)$

- (4) $F!_y p \sqrt{x/y} \cdot (y \text{II} \text{èxp}) \& E!_x p D E!_x (F!_y p \sqrt{x/y} \cdot (y \text{II} \text{èxp}) \& !_x p)$
- (5) $\sin 4 D E!_x (x \text{I} y \& (Uz (Hz + . zy \text{II} E u \& !_y p \sqrt{x/u} \& zu \cdot \mathcal{H} u))) \& !_x p$
 $D E!_x (x \text{I} y \& Uz (Hz + . zy \text{II} E u (u \text{II} x \& zu))) \& !_x p$
 $D E!_x (x \text{I} y \& Uz (Hz + . zy \text{II} z x)) \& !_x p$
 $D E!_x (x \text{I} y \cdot \cdot y \text{II} x)$
 $D E!_x 0$
 $D 0$
- (6) $F \sin 4$
- (7) $E!_x p C \cdot y \text{II} \text{èxp} C!_y p \sqrt{x/y} \cdot \mathcal{H} y$
 $C \cdot y \text{II} \text{èxp} \& q \sqrt{x/y} D \cdot !_y p \sqrt{x/y} \& q \sqrt{x/y} \cdot \mathcal{H} y$
 $C \cdot E x (x \text{II} \text{èxp} \& q) D E x (!_x p \& q \cdot \mathcal{H} x)$
 $C \cdot q \sqrt{x} / \text{èxp} D E x (!_x p \& q \cdot \mathcal{H} x)$

(Ce qui précède, répétons-le, est une simple ébauche : nous avons télescopé souvent dans une seule ligne une = bonne demi-douzaine de pas déductifs).

L'unieexistence ou mêmeté parfaite (totale) entre = deux choses est la relation qui les lie lorsque, en substituant deux noms quelconques de ces choses-là à 'x' et 'y' dans la formule 'xIy', on obtient une phrase vraie. De cette identité parfaite (mêmeté totale ou unieexistence), il faut distinguer d'autres relations d'identité. Tout d'abord il faut mentionner la mêmeté tout court, ou identité stricte (laquelle peut être parfaite ou totale, mais peut aussi être imparfaite ou non totale) : x est strictement identique à y ssi la substitution d'un nom de x à 'z' et d'un nom de y à 'u' dans la formule 'zIIu' donne pour résultat une phrase vraie. Si deux choses sont parfaitement identiques (unieexistantes), elles sont strictement identiques (elles sont la même). La réciproque = n'est pas vraie dans tous les cas. (On dit aussi pour indiquer que deux choses x et y sont unieexistantes que x et y ne font qu'un).

A l'autre extrême on trouve une relation d'identité qui est la plus lâche de toutes : l'identité primaire ou indistinction. Dans Am chaque chose est indistincte par rapport à toute autre chose. L'indistinction ou identité primaire entre deux choses est caractérisée par le fait que l'une d'elles appartient à un ensemble, quel qu'il soit, ssi l'autre aussi appartient à cet ensemble-là; en notation symbolique : $Uz(xz=yz)$. Or cette formule est un théorème de Am. Si nous définissons formellement par le biais de cette formule la relation d'indistinction entre x et y (en notation symbolique = on pourrait écrire : $x \overset{\circ}{=} y$), on devra affirmer que, selon Am, = chaque chose est indistincte à chacune des autres choses.

Outre la mêmeté (qu'elle soit parfaite ou simplement stricte) et l'identité primaire ou indistinction, occupant = une place intermédiaire entre ces deux extrêmes, Am reconnaît toutes sortes de relations d'identité. L'égalité d'ordre n, = dont le signe est 'aeq', est la relation existant entre deux = choses lorsque, pour toute classe régulière u, l'appartenance à u d'une de ces deux choses est reliée par une semi-équivalence stricte d'ordre n à l'appartenance à u de l'autre. Pour = comprendre cette définition, il faut savoir ce qu'est une classe régulière et ce qu'est une semiéquivalence d'ordre n. Commençons par l'explication de cette dernière notion. La semi-équivalence est un ensemble de relations définies par une famille de foncteurs biconditionnels : '∴', '∴∴', '∴∴∴'... La pre-

mière de ces relations est une semi-équivalence d'ordre 1, la n-ème est une semi-équivalence d'ordre n. Une semi-équivalence d'ordre n+1 relie moins fortement qu'une semi-équivalence d'ordre n. Une semi-équivalence stricte d'ordre n est la relation qui est dénotée en préfixant la formule qui exprime une semi-équivalence simple d'ordre n du foncteur monadique 'B'. = '∴') est la relation qu'il y a entre deux propositions quelconques, p et q, lorsque les quatre formules suivantes sont vraies: il est très vrai que p pour autant seulement que q ($XpDq$); il est très vrai que q pour autant seulement que p ($XqDp$); il est vrai que p pour autant seulement qu'il est un peu vrai que q ($pDKq$); il est vrai que q pour autant seulement qu'il est un peu vrai que p ($qDKp$). Les classes régulières sont les classes auxquelles deux choses quelconques x et y n'appartiennent dans des degrés strictement semi-équivalents que dans la mesure où l'existence de x est strictement semi-équivalente à celle de y (et, comme chaque chose est son existence, la semi-équivalence des existences de x et y est la semi-équivalence entre x et y). L'idée philosophique qui sous-tend cette construction logico-ensembliste c'est celle qui fut défendue par le cardinal Nicolas de Cuse : deux choses quelconques possèdent une propriété donnée, quelle qu'elle soit, dans une mesure similaire pour autant seulement qu'elles sont foncièrement analogues; elles possèdent, en revanche, ladite propriété dans une mesure pas foncièrement similaire si elles ne sont pas foncièrement analogues. Ceci n'est bien entendu pas vrai pour toutes les propriétés, mais bien pour celles qui sont régulières. L'importance pratique de ces notions dépendra de l'extension que l'on accordera à la notion de classe régulière. A notre avis, doit être tenue pour régulière toute classe qui ne soit pas "construite" en termes ensemblistes, au moyen d'opérateurs de théorie des ensembles.

Pour conclure ce chapitre, il convient de relever = que, de même qu'on définit une pluralité de relations d'identité, on peut définir une pluralité de relations d'altérité. = Tout d'abord la distinction : deux choses quelconques x et y sont distinctes (en notation symbolique : $\text{dist}(x,y)$); nous dé= finissons, en effet, cette relation comme suit : $\text{dist}(x,y) / \text{eq} / \text{N}(xIy) /$. Qui plus est : deux choses quelconques, x et y, sont radicalement distinctes, car une distinction radicale en= tre x et y signifie que, en substituant un nom de x à 'z' et = un nom de y à 'u' dans la formule ' $\text{N}(zIIu)$ ', on obtient une = phrase vraie. Or aussi bien ' $\text{NEx,y}(xIy)$ ' que ' $\text{NEx,y}(xIIy)$ ' = sont des théorèmes de Am. La distinction radicale est une re= lation réflexive, symétrique, transitive et connexe, de même = que la distinction tout court.

Une relation d'altérité plus forte c'est la différen= ce; nous la définissons ainsi : $\text{diff}(x,y) / \text{eq} / \text{F}(xIy). \text{N}(xIIy) /$. Deux choses sont différentes ssi il est absolument faux qu'el= les ne fassent qu'un, c-à-d il n'est point vrai qu'elles soient unisexistantes. Deux choses peuvent être la même (strictement identiques) et cependant différentes (à la condition qu'elles ne soient pas absolument différentes, et à la condition aussi que leur mêmeté ne soit pas parfaite ou totale).

Enfin, deux choses x et y sont diverses ssi elles = sont absolument différentes, c-à-d telles que, en substituant = leurs noms respectifs aux variables 'z' et 'u' dans la formule ' $\text{Hdiff}(z,u)$ ', on obtient une phrase vraie; dire donc que x et y sont deux choses diverses c'est affirmer : ' xIy '. Deux cho= ses sont diverses ssi elles ne sont point la même chose.

SECTION IV

LE SYSTEME A ET LA LANGUE NATURELLE

PREAMBULE

Le système que nous présentons dans ce Livre n'est ni un simple jeu formel ni un pur exercice syntaxique. Comme on le verra dans le Livre III, le système A a pour mission de résoudre un certain nombre de problèmes philosophiques. D'où l'applicabilité de A à la formalisation d'un large fragment = du langage naturel (ou, plus exactement, de l'idiolecte parlé par l'auteur de ce travail, lequel comporte des déviations et uniformisations délibérées à partir du français littéraire == contemporain, tout en essayant de garder le maximum possible de la richesse propre au langage naturel, y compris son aspect poétique que le philosophe ne saurait pas négliger).

C'est pour montrer cette fécondité et pour mettre, = par ce biais, en évidence les liens qui unissent notre construction théorique au discours et au raisonnement effectif == dans notre vie de tous les jours et à leur expression linguistique, que nous avons entrepris l'enquête exposée dans cette section. Notre démarche étant celle d'un logicien, nous ne voudrions pas empiéter sur la linguistique au-delà de la mise en lumière de certains faits que nous jugeons d'une grande signification pour la logique de la langue naturelle.

Mais quel est exactement le plan où se situe notre enquête? Elle ne constitue pas une théorie d'usage pour une langue abstraite (dans la définition de Cresswell C:7, p.3), = car premièrement nous n'avons pas encore proposé une sémantique pour le système A (tâche que nous n'aborderons qu'au Livre II, partiellement du reste, car nous n'avons pas, pour == l'instant, de sémantique à proposer pour Am; nous proposerons seulement une sémantique pour Aq); et, deuxièmement, nous == abordons directement ici des fragments plus ou moins larges = des langues naturelles empiriques sans passer par la pleine = et plus poussée élaboration d'une langue abstraite; ultérieurement il faudra ajouter à A des axiomes supplémentaires ayant trait aux opérateurs épistémiques, modaux, temporels, déontiques etc. (Dans le Livre III nous proposerons une extension = doxastique, Ad, et, en annexe, une extension modale An). == C'est donc plutôt une théorie de la traduction ou de la formalisation des structures sous-jacentes d'un certain nombre de phrases de la langue naturelle, des phrases où n'interviennent pas des opérateurs des types que l'on vient de mentionner. En tout ceci notre approche est différente de celle de Montague = dans English as a Formal Language (M:2, pp.188-221), où la vérité logique intervient, dans la langue naturelle, non par le biais d'une traduction à une langue artificielle axiomatisée, mais par le seul biais de la validité sémantique. Dans Universal Grammar et P.T.Q., Montague présente un traitement différent, dans lequel la validité des inférences en langue naturelle est constatée via un homomorphisme traductionnel, de = cette langue vers une logique intensionnelle. Mais ceci ne == coïncide pas non plus avec notre approche, qui aspire -suivant les pas des sémanticiens générativistes-, du moins comme un idéal régulateur de la recherche, à saisir la forme syntaxique

sous-jacente des phrases, forme qui est censée exprimer le = contenu sémantique véhiculé. De toute façon, l'essentiel et la plupart de ce que nous voulons dire dans cette Section demeurerait valable, ce nous semble, si, jugeant hasardée l'idéité de structure profonde et forme logique, on devait préférer, parce que plus prudente, l'approche traductionnelle montaguéenne. Et, quoi qu'il en soit, ce que nous proposons dans cette Section n'a d'autre prétention que celle de constituer une simple suggestion, du point de vue du logicien, suggestion dont le bien-fondé du point de vue linguistique reste, naturellement, à établir par des recherches empiriques plus poussées.

Chapitre 1.- TRAITEMENT DES MODIFICATEURS ALÉTHIQUES ENCHASSÉS

§1.- Le système A est à même de formaliser une partie plus == large du discours que celle qui peut être traitée conformément à la logique bivalente -ou à des logiques multivalentes ne comportant que les foncteurs classiques pourvus de tables de vérité non classiques-, à savoir toutes les phrases comportant des modificateurs aléthiques. Un modificateur aléthique est, dans la terminologie de Montague, une adformule, i.e. une == fonction qui envoie des formules sur des formules, ou, plus exactement, qui prend pour arguments des dénотations possibles de formules et pour valeurs des dénотations possibles de formules (dans notre optique extensionnaliste, il s'agit toujours là de fonctions de vérité monadiques) (M:2, pp.192 ss). (Sur la différence entre les adverbes proprement dits et les adformules, cf. G:1, p.489; M:2, p.190, T:2; C:2, pp.303 ss).

Maria Luisa Rivero (R:3, p.108) souligne aussi == l'existence d'adverbes 'que funcionan en su origen como predicados de una oración que domina a la FV o a la que modifican'; et elle pose comme exemple 'probablement'. Dans la terminologie montaguéenne, ces adverbes sont des adformules. Il faut relever que, bien que toutes les adformules soient des modificateurs aléthiques, il se peut que toutes ne soient pas computables, à tout le moins par des procédés simples et récursifs. Comment compter, p.ex., 'heureusement' (en dépit du fait que 'Basile croit heureusement en Dieu' équivaut à 'il est heureusement vrai que Basile croit en Dieu')?

§2.- Une marque formelle des adformules ou modificateurs aléthiques c'est qu'ils peuvent être desenchassés, i.e. préfixés à la phrase en faisant alors partie de la locution 'id est := ... vrai que p', où aux points de suspension est substitué le modificateur aléthique en question. En revanche, les adverbes proprement dits ne permettent pas cette transformation. De ce que le bébé avale difficilement sa nourriture, il ne découle pas qu'il soit difficilement vrai que le bébé avale sa nourriture.

En appliquant le critère susmentionné, nous arrivons à une énumération non exhaustive de modificateurs aléthiques : 'tout à fait', 'ne...pas', 'ne...point', 'un tantinet', 'sans' (lorsque cette préposition est suivie de l'infinifitif du même == verbe que le verbe principal de la phrase), etc. (cf. la liste de nos lectures des foncteurs dans le chapitre 1 de la Section I).

§"- Un problème se pose : dans le discours quotidien ces modificateurs aléthiques sont encastés à l'intérieur de la == phrase, affectant le verbe ou l'attribut; c'est l'opération =

d'importation. Pour rétablir la structure logique il suffit, comme nous l'avons dit, de procéder à l'exportation, en transformant la phrase au moyen de la préfixation de l'expression "il est vrai que..." et en faisant tomber le poids du modificateur aléthique sur ce préfixe. (Lorsqu'on exporte une négation, on peut indifféremment lire : 'il n'est pas vrai que' ou 'il est faux que'). Cette technique est beaucoup plus simple que celle proposée par Zadeh (cf., p.ex., Z:1, 2.9 et 2.10), = car, à la différence de lui, nous soutenons que p et "il est vrai que p" sont des phrases synonymiques. De là que, tandis que pour nous "il est faux que p" est exactement identique à "il n'est pas vrai que p", pour Zadeh, en revanche, il y a == une distinction entre le sens de ces deux phrases. Considérons cette différence d'un peu plus près (cf., p.ex., B:2, pp. 118ss, 136ss). Bellman et Zadeh tiennent apparemment à sauvegarder une différence de sens entre "il est faux que p" et "il n'est pas vrai que p" (B:2, p.121). L'importation et l'exportation des modificateurs aléthiques sont soumises par ces auteurs à des règles compliquées; ce grave désavantage contre-carre la base intuitive discutable que l'on pourrait trouver à la non-équivalence entre 'il est faux que' et 'il n'est pas vrai que'. Notons cependant que pour certains modificateurs les règles d'importation articulées par la théorie de Zadeh coïncident avec celles que nous proposons, à la différence = toutefois que dans la traduction en langue naturelle il manque une expression du préfixe de phrase proposé par ladite théorie. Ainsi, p.ex., Zadeh (B:2, p.123) évalue la phrase = "x est très y" ainsi : /x est y/2, ce qui coïncide avec notre assignation de valeurs, que nous étudierons au Livre II. Mais quelle est la lecture directe en langue naturelle de cette == deuxième expression? Ce n'est pas, pour lui, "il est très == vrai que x est y", formule qui énonce des conditions de vérité différentes. C'est ce relais qui fait défaut et que, à notre avis, on ne peut retrouver qu'en identifiant p et "il est vrai que p".

Une double anomalie semble se présenter néanmoins = dans le traitement de Bellman et Zadeh : tandis que 'x est == très y' correspond pour ces auteurs, comme nous l'avons dit, à /x est y/2, sans qu'il y ait aucune traduction directe de ceci en langue naturelle, en revanche 'x est très, très y' est considéré (B:2, p.36) comme l'expression approximative en langue naturelle d'une fonction dont la lecture alternative serait = 'il est très vrai que x est y'. L'anomalie est double parce que, d'un côté on attendrait plutôt une uniformité réursive du modificateur 'très' et que cette attente est déçue; et parce que, en même temps, on comprend mal comment un seul 'très' affectant le préfixe 'il est vrai' pourrait équivaloir à deux 'très' concaténés affectant l'adjectif à l'intérieur de la = phrase. Nous croyons que l'approche plus simple que nous == avons proposée prévient de pareilles anomalies. Il faut dire pourtant, à la décharge de Bellman et Zadeh, qu'ils ne font qu'envisager ce type d'équivalences comme plausibles, sans == les proposer comme vraies; les auteurs eux-mêmes envisagent = par ailleurs une équivalence approximative de 'v(Paule is == tall)=verytrue' et 'v(Paule is tall)≅true' (B:2, p.139).

§4.- L'exportation n'est possible que lorsque le modificateur aléthique affecte -en surface-, comme nous l'avons dit, soit le verbe soit l'attribut (nous entendons par attribut seulement ce qu'on appelle communément un attribut du verbe 'être', et non point des "attributs" des verbes 'devenir', 'demeurer',

'être tenu pour', 'être considéré', 'paraître' etc.; nous verrons tout de suite pourquoi). Lorsque le verbe de la phrase est 'être', les modificateurs aléthiques, comme tous les compléments de la phrase, affectent en surface l'attribut: c'est là quelque chose de communément admis (cf. M:1, 4-45; à l'inverse de Martinet, nous ne considérons pourtant pas, comme == verbe copulatif tous les verbes correspondant à un état plutôt qu'à une action la notion même d'état nous paraissant par ailleurs suspecte). Voyons maintenant notre procédé à L'oeuvre.

- (1) Donatien est un tantinet cuistre
- (2) Il est un tantinet vrai que Donatien est cuistre
- (3) Walburge est considérablement furieuse
- (4) Il est considérablement vrai que Walburge est furieuse
- (5) La lecture des textes de Heidegger est très difficile
- (6) Il est très vrai que la lecture des textes de Heidegger est difficile

Dans cette liste d'exemples, il appert que le sens de (1) est équivalent à celui de (2); le sens de (3) à celui de (4); le sens de (5) enfin à celui de (6). Une remarque incidente: 'très' et 'beaucoup' (lorsque 'beaucoup' est un ad-verbe et non pas un pronom indéfini, donc lorsqu'il ne remplit pas la fonction de complément d'objet et qu'il n'est précédé d'aucune préposition) sont des allomorphes en distribution == complémentaire, si bien que lorsque 'très' affecte en surface, non un attribut, mais un verbe, il se mue en son allomorphe. = Les restrictions que nous avons, par parenthèse, formulées == sur l'applicabilité de cette règle au terme 'beaucoup' -en même temps allomorphe de 'très' et homonyme d'un pronom indéfini- permettent d'exclure des paraphrases erronées comme celle de 'Mathurin a beaucoup d'amis' 'il est très vrai que Mathurin a des amis'.

§5.- Si nous considérons les particules d'intensification (ou d'atténuation, comme 'plus ou moins', 'quelque peu', etc.) == comme des modificateurs aléthiques enchâssés, en va-t-il de même pour ce qui est des syntagmes mensuratifs (MP, dans la terminologie technique de Seuren, cf. S:1)? Car, à première vue, ils appartiennent aux mêmes paradigmes: 'ce tuyau est très long' et 'ce tuyau est long de deux mètres' sont deux == phrases où, en surface, le même adjectif est affecté par deux syntagmes différents et alternatifs; on peut en dire autant = de 'to some extent old' et 'three years old', en anglais. Eh bien! le parallélisme n'est qu'apparent. En effet, on ne peut pas paraphraser 'le tuyau est long de deux mètres' comme 'il est vrai de deux mètres que le tuyau est long'. C'est toute la différence entre un modificateur aléthique enchâssé et un syntagme adverbial qui est une expansion du seul syntagme verbal. La distinction n'est pas arbitraire: il y a deux marques formelles. 1) En français, les modificateurs aléthiques précèdent -ou peuvent précéder- l'adjectif, ce qui n'est pas le cas pour les syntagmes mensuratifs; on ne dira pas que le tuyau est de deux mètres long. 2) Une phrase où un modificateur aléthique affecte en surface l'adjectif peut être une réponse appropriée à une question du type 'dans quelle mesure?', mais une réponse inadéquate à une question du type 'de combien?', tandis qu'une phrase où un syntagme mensuratif affecte le syntagme verbal est une réponse adéquate à une question 'de combien?' et une réponse peu adéquate à une question 'dans

quelle mesure?' (ou, si l'on préfère, cette question est peu adéquate lorsqu'on s'attend à une réponse contenant un syntagme mesuratif). Encore que ce deuxième critère soit pragmatique, il peut néanmoins être utilisé, à titre indicatif, dans le domaine de la sémantique pure.

§6.- Passons à des difficultés plus considérables. Premièrement, que faire lorsque nous trouvons dans une phrase une pluralité de modificateurs aléthiques? Il faut, dans ce cas, == procéder à l'analyse syntaxique de la phrase et placer les préfixes devant le noyau de la phrase sans modificateurs, selon l'ordre inverse d'affectation du verbe ou de l'attribut = par les modificateurs en question. On peut, par la suite, == par importation, insérer le modificateur de chaque préfixe == dans le préfixe qui le suit, afin de réduire la longueur de la phrase. P.ex., lorsqu'il y a une négation, plus un autre-modificateur aléthique, il faut naturellement voir lequel des deux tombe sous la portée de l'autre, et exporter tout d'abord celui-ci. En vertu de cette règle, (7) se lira comme (8) :

(7) Blaise ne se réjouit pas un peu de son succès

(8) Il n'est pas vrai qu'il soit un peu vrai que Blaise se réjouit de son succès

Bien entendu, on peut dans ce cas procéder à l'importation du premier modificateur aléthique (la négation) dans le deuxième préfixe, et obtenir ainsi la phrase équivalente(9):

(9) Il n'est pas un peu vrai que Blaise se réjouisse de son succès

En revanche, de la phrase (10) nous ne pouvons pas = obtenir comme résultat (9), car (10) est équivalent à (11); or non seulement (11) n'est pas équivalent à (7), mais, très précisément, la différence entre (7) et (11) réside dans l'ordre des modificateurs aléthiques, qui est inverse dans l'une par rapport à l'autre :

(10) Il est un peu vrai qu'il n'est pas vrai que Blaise se réjouisse de son succès

(11) Il est un peu vrai que Blaise ne se réjouit pas de son succès

(11) peut, à son tour, être paraphrasé comme (12), = qui lui est équivalent :

(12) Il est un peu faux que Blaise se réjouisse de son succès

L'équivalence de (10)-(11)-(12), d'un côté, et de (7)-(8)-(9), de l'autre, montre bien quelques uns des traits-particulièrement saillants de l'enchevêtrement des modificateurs aléthiques : 1) on doit, parmi plusieurs modificateurs aléthiques non préfixés, exporter d'abord la négation -s'il y en a-, qui à son tour pourra être importée dans le deuxième = préfixe; 2) un modificateur ne peut pas être importé dans un préfixe du type 'il n'est pas vrai que'; 3) un modificateur = peut être importé dans un préfixe du type 'il est faux que'; = dès lors 4) 'il est ... faux que' n'équivaut point à 'il n'est pas ... vrai que', car ceci est une abréviation de 'il n'est pas vrai qu'il soit ... vrai que', tandis que le premier syntagme est une abréviation de 'il est ... vrai qu'il n'est pas vrai que'; dès lors 5) un préfixe du type 'il est ... faux = que' doit, par exportation, donner lieu à une suite de préfixes où les modificateurs aléthiques de 'faux' dans le préfixe donné initialement précèdent le préfixe 'il est faux que' ou son équivalent 'il n'est pas vrai que'.

§7.- Il nous faut aussi considérer le cas où la négation n'est pas 'ne ... pas', mais 'ne ... point' ou 'ne ... guère'. C'est un gain particulièrement important que d'être à même de traiter systématiquement et vérifonctionnellement ce type de négation qui dans la langue naturelle ne se confond pas du tout == avec la négation non qualifiée. La négation 'ne ... guère' = est appelée par Tesnière un restrictif :

Le restrictif est exprimé par le mot guère : je ne suis guère riche. L'inadéquation avec la richesse exprimée == par le discordantiel ne, au lieu de résoudre à zéro, comme dans je ne suis pas riche, se résout ici à une quantité infiniment petite mais néanmoins positive (T:1, p.228)

Nous partageons entièrement le point de vue de Tesnière sur le restrictif, mais non pas son opinion sur la négation 'ne ... pas', car la discordance totale est le propre de 'ne ... point'; or Tesnière estime -à tort, ce nous semble - que le forclusif 'point' est un simple allomorphe, en distribution libre, de 'pas' (cf. T:1, p.227). (Notre avis, remarquons-le, est celui des grammairiens classiques Vaugelas et Richelet; vid. Le Grand Larousse de langue Française, art. '2. point', Remarque I, qui toutefois est d'un avis différent du nôtre; Le Bidois, en revanche -cf. L:4, II, §1777- est d'accord avec les grammairiens classiques).

Eh bien! Peut-on appliquer les règles ci-dessus à = la négation restrictive 'ne ... guère' et à la négation forclusive 'ne ... point'? Oui, elles s'appliquent toutes, mais == peut-être vaut-il mieux procéder dans les opérations d'exportation et d'importation à une relecture de 'ne ... guère' comme 'il est presque tout à fait faux que...' et de 'ne ... point' comme 'il est tout à fait vrai qu'il n'est pas vrai que...'.

Il est indéniable toutefois que dans de nombreux == cas l'ordre des préfixes peut être sujet à caution.

§8.- Venons-en néanmoins à une difficulté majeure qui se dresse face à notre tentative de formalisation. Nous avons dit = que notre traitement n'est applicable tel quel qu'aux modificateurs qui, par importation, affectent -en surface- le verbe ou l'attribut, le terme 'attribut' désignant un adjectif (ou substantif, car il ne fait pas de doute que dans 'il est un peu sorcier', 'sorcier' est un attribut) relié au sujet par le = truchement du verbe 'être' seulement. Pourquoi cette restriction? Parce qu'à notre avis le verbe être (non existentiel) = est purement un syncatégorème, un élément structurel et non sémantique. On connaît bien les très nombreux cas de langues où cette copule est absente ou facultative, la structure copulative y étant marquée par l'ordre des mots, la longueur des pauses ou pas du tout (si l'on veut, par un monème zéro) (cf. R:4, pp.284-5, T:1, pp.156ss). Tesnière affirme même (T:1, p.157):

Cette tournure [attributive] sans verbe être semble être la tournure normale ou tout au moins la plus fréquente == dans les langues. Elle n'est d'ailleurs pas complètement exclue du français (...)

Ceci tient au caractère du verbe 'être' comme 'dummy verb' (cf. L:5, 7.6.3). Une explication de ce fait est = fournie par Tesnière (T:1, p.159) : 'l'attribut faisant ici fonction de verbe est structurellement à la même place que le verbe substantif et celui-ci, loin d'unir le substantif prime actant et l'attribut, fait corps avec l'attribut dont il sert à marquer le rôle verbal'. Lyons (loc cit.) signale que, à

l'opposé du verbe 'être', d'autres verbes à construction dite attributive sont des termes 'marqués'. A notre avis ceci est dû au fait que tous les autres verbes régissant un attribut= servent à constituer des phrases elliptiques où le verbe 'être' est toujours sous-entendu (ellipsé). Ainsi : 'ceci paraît bi zarre' équivaudrait à 'ceci paraît être bizarre'. On voit de la sorte qu'il ne s'agit pas d'une phrase atomique, mais d'une phrase moléculaire comportant une clause subordonnée en mode infinitif. La preuve en est que les modificateurs aléthiques enchâssés doivent affecter la phrase subordonnée, non la phra se principale. Ainsi (13) n'est pas équivalent à (14) :

(13) Le léman paraît plutôt pollué

(14) Il est plutôt vrai que le Léman paraît pollué

En effet : il se peut qu'il soit vrai (mais pas plu tôt vrai, vrai seulement dans une faible mesure ou moins qu'à moitié) que le Léman paraît pollué; mais qu'il soit aussi quel que peu vrai que le Léman paraît plutôt pollué. Ceci serait= le cas, p.ex., si le Léman paraissait plutôt pollué aux genevois, sans que les autres riverains du lac ou les touristes = n'eussent aucun avis à ce propos. Dans ce cas probablement = (13) serait vrai, mais (14) pourrait être tout à fait faux. = Pourquoi? Parce que, selon un principe de délétion ou de re tranchement (que nous utiliserons très profusément tout au = long de ce travail), si une phrase est vraie, elle le demeure (pas nécessairement dans le même mesure) lorsqu'on en retran che une expansion. Ainsi de 'le Léman paraît aux genevois == être très pollué' il découle que le Léman paraît être très == pollué', absolument parlant; comme de 'Hedwige est mère de Ca lixte' il découle 'Hedwige est mère'. Mais pour appliquer le principe de délétion, il faut préalablement procéder à l'im portation des modificateurs aléthiques. Autrement, tout ce que l'on peut faire c'est laisser purement et simplement tom ber la suite des préfixes 't₁...t_n' lorsque chaque 't_i' est = tel que de "t_ip" découle p (ce qui n'est pas le cas pour tous, puisqu'il y a aussi, bien entendu, les négations et les séminé gations). On voit par ce biais que le seul résultat d'appli quer le principe de retranchement ou de délétion à (15) donne rait, tout d'abord, (16) et enfin (17) :

(15) Il est plutôt vrai que le Léman paraît pollué aux genevois

(16) Le léman paraît pollué aux genevois

(17) Le Léman paraît pollué

Dès lors, même si (15) est équivalent à (18), cette équivalence tient au sens particulier des mots employés, non à la structure générale de la phrase ou aux propriétés des == foncteurs :

(18) Le Léman paraît plutôt pollué aux genevois

Dans le cas des verbes 'devenir', 'demeurer', les paraphrases que nous proposerions seraient 'commencer à être', 'continuer à être'. Ainsi (19) équivaudrait, non pas à (20), mais à (21), ce qui à son tour équivaut à (22) :

(19) Philogone demeure assez méchant

(20) Il est assez vrai que Philogone demeure méchant

(21) Il continue à être le cas que Philogone est plutôt méchant

(22) Il continue à être plutôt vrai que Philogone est méchant

Dans ce cas particulier il est possible, cependant= qu'une équivalence logique entre (20) d'un côté et (19)-(21)-

(22) de l'autre puisse être décelée; il faudrait pour cela un axiome particulier de logique temporelle qui annulerait certaines différences de portée; faute de ce développement ultérieur -que nous réservons pour une occasion postérieure-, == l'équivalence en question ne saurait point être avancée. Une difficulté peut se poser à cet égard concernant la différence en espagnol entre 'ser' et 'estar'. A notre avis, dans cette opposition paradigmatique 'ser' est neutre, tandis que 'estar' est marqué : 'estar' c'est un 'être-maintenant'; de là qu'une phrase comme (23) puisse être traduite comme (24), non comme (25):

(23) Dario está bastante molesto

(24) Il est vrai maintenant qu'il est assez vrai que Dario == est froissé

(25) Il est assez vrai que Dario est froissé (maintenant)

Si donc la plupart des verbes à construction dite attributive ne sont pas, à l'opposé du verbe 'être', des verbes attributifs purs (de simple copules), il y a, en revanche, des constructions avec le verbe 'avoir', qui peuvent, en réalité, être tenus pour authentiquement attributives (sur la parenté entre 'être' et 'avoir' cf. B:3, pp.194ss); à savoir == les phrases où le pseudo-complément de 'avoir' est ou peut == être affecté, en surface, par un modificateur aléthique importé. Il faut relever que l'affectation doit porter sur tout le pseudo-complément, non sur une partie. Ainsi dans (26) == 'avoir' n'est pas attributif, mais il l'est bien dans (27) :

(26) La Lybie a de très belles ruines romaines

(27) Mathilde a (très) chaud

Il en va de même pour 'avoir froid', 'avoir soif', 'avoir honte', 'avoir peur', 'avoir faim', 'avoir tant d'années', 'avoir tort' (Voltaire dit, en effet, 'avoir très tort') etc. Ainsi (28) équivaut à (29) :

(28) Berthe n'a guère plus de trente ans

(29) Il n'est guère vrai que Berthe ait plus de trente ans

§9.- Jusqu'ici nous n'avons envisagé que des cas où un modificateur aléthique importé affecte, dans la structure de surface, soit le verbe soit un attribut. Pourquoi ne pouvons-nous pas élargir ce traitement à d'autres cas? Nous ne le pouvons que moyennant des paraphrases plus compliquées, à l'aide aussi bien de foncteurs de vérité computables (car ces phrases = sont toujours moléculaires, jamais atomiques) que du calcul = des prédicats. Voyons quelques exemples qui le prouvent. Considérons tout d'abord un cas où le modificateur aléthique affecte en surface un complément d'objet direct :

(30) Eleuthère mange un mets assez savoureux

(31) Il est assez vrai qu'Eleuthère mange un mets savoureux

Pouvons-nous identifier (30) à (31)? Non, car supposons qu'Eleuthère ne fait que grignoter, tout en étant assez vrai que le mets qu'il grignote est savoureux : alors (30) serait vrai, tandis que (31) serait tout à fait faux (si nous supposons que, lorsque quelqu'un grignote, il n'est pas du == tout assez vrai qu'il mange). Voyons maintenant une autre == possibilité : le modificateur aléthique importé affecte un ad verbe :

(32) Les Fidji se développent assez rapidement

(33) Il est assez vrai que les Fidji se développent rapidement

(32) n'est pas équivalent à (33). Il se peut, p.ex qu'il soit moins qu'à moitié vrai que les Fidji se développent (car on construit quelques installations, bien que d'une utilité assez limitée pour l'ensemble de la population, surtout à longue échéance), et que, dans la mesure où elles se développent, elles le font assez rapidement. Alors (32) serait moins qu'à moitié vrai, mais (33) serait tout à fait faux.

Nous jugeons superflu de multiplier les exemples.= Toutefois, pour que l'on puisse voir plus clairement l'impossibilité d'une pure et simple exportation des modificateurs = aléthiques lorsqu'ils affectent d'autres constituants que le verbe ou l'attribut (au sens strict), considérons un cas où il y aurait plusieurs modificateurs aléthiques affectant divers= constituants de la phrase : (34) équivaut sans doute à (35), mais pas du tout à (36), (37) ou (38) :

(34) Alphonse aime véritablement la mer un peu bleu indigo de = Sardaigne

(35) Il est véritablement vrai qu'Alphonse aime la mer un peu bleu indigo de Sardaigne

(36) Il est véritablement (vrai qu'il est) un peut vrai qu'Alphonse aime la mer bleu indigo de Sardaigne

(37) Il est un peu vrai qu'Alphonse aime véritablement la mer bleu indigo de Sardaigne

(38) Il est un peu (vrai qu'il est) véritablement vrai qu'Alphonse aime la mer bleu indigo de Sardaigne

L'impossibilité de procéder de manière simple, sans introduire des paraphrasés qui montrent le caractère non atomique des phrases en question, est encore plus manifeste pour ce qui est des clauses d'infinitif ou participe, qui sont == d'authentiques phrases subordonnées et doivent être traitées= comme telles. Un exemple le montre bien :

(39) Eulalie écoutait, sans écouter, les plaintes d'un homme tout à fait courroucé du fait d'être en quelque sorte = contraint d'habiter dans une maison passablement sale

(40) Il est vrai sans l'être qu'il est tout à fait vrai qu'il est en quelque sorte vrai qu'il est passablement vrai = qu'Eulalie écoutait les plaintes d'un homme courroucé = du fait d'être contraint d'habiter dans une maison sale

Il est obvie que (39) \neq (40), entre autres parce == que (39) est une phrase sensée et que (40) est une absurdité (il est absolument impossible, en effet, qu'il soit vrai et faux en même temps qu'il est tout à fait vrai que p, quel que soit le substitut de p); et toute autre préfixation linéaire= nous donnerait un résultat qui ne serait pas impliqué par (39) et ne l'impliquerait pas non plus. La façon de paraphraser = un certain nombre de ces phrases sera effleurée par la suite.

Chapitre 2.- SUR LE TRAITEMENT DES COMPARATIFS (PREMIERE APPROCHE)

§1.- Un foncteur dyadique exprime une fonction à deux places= qui envoie un couple ordonné de valeurs de vérité sur une valeur de vérité. La logique classique ne peut formaliser qu'un

nombre exigü de foncteurs dyadiques. Les comparatifs lui == échappent, parmi beaucoup d'autres. Au surplus, l'étude des comparatifs pose des difficultés graves à toute approche (cf. C:4, chap.IV,2.2et, surtout, note 36 dudit chapitre).

Notre point de vue c'est que tous les comparatifs = sont engendrés à partir de deux phrases sous-jacentes distinctes (ceux qui, en français, demandent un échantil ou complément en 'que', à la différence de ceux qui demandent un complément en 'de', comme 'plus de trois livres'; en anglais cette marque n'existe pas). Ceci a été néanmoins contesté (cf.C:1, référence que nous empruntons à Maria Luisa Rivero, R:3, p. 118). Si les arguments de Campbell et Wales devaient être retenus, notre approche concernerait seulement ceux des comparatifs pour lesquels une dualité des phrases sous-jacentes doit être postulée. En tout cas, il nous semble que les comparatifs sont pour la plupart des foncteurs vérifonctionnels == dyadiques (ou contiennent comme un élément ces foncteurs) et méritent dès lors un traitement logique adéquat.

§2.- Commençons par les comparatifs d'égalité. Le traitement de ceux-ci est facile lorsqu'on compare deux phrases telles = que le verbe est, dans chacune, être, et ce indépendamment du fait qu'elles aient en commun ou non d'autres constituants. = Ainsi, p.ex., (41) se lira comme (42) :

(41) Rémi est aussi lesté que Rombaut est emprunté

(42) rem lest I romb empr

Dans ce cas on peut formuler une règle de transformation simple : 'il est aussi vrai que x est y que (que) u == est z' devient en surface : 'x est aussi y que u est z'. Si le sujet ou l'attribut sont communs, la copule peut être ellipsée.

Les choses se compliquent pourtant considérablement dès que nous envisageons des comparatifs d'égalité où la comparaison porte, en surface, sur d'autres constituants de la = phrase. On ne peut pas attribuer à une phrase comme (43) la = forme logique (44) :

(43) Gordien chante d'une voix aussi chevrotante que (le fait) Emilien

(44) Il est aussi vrai que Gordien chante d'une voix chevrotante (qu'il l'est) qu'Emilien chante d'une voix chevrotante

(44) n'est pas équivalent à (43), car il se peut que, même si le chevrotement de leurs voix est pareil, il soit == moins vrai qu'Emilien chante que non pas que Gordien chante, = Emilien ne faisant que fredonner. Il y a enfin un type de = construction quasi-comparatives d'égalité avec la conjonction 'comme'. Ces problèmes seront abordés dans le chapitre 11.

§3.- Un problème se pose pourtant : si l'on formalise les comparatifs d'égalité à l'aide du foncteur d'équivalence, alors = de (45) ne paraît pas découler (46) :

(45) Gilles est aussi goguenard que Bertin

(46) Gilles est goguenard

Or, on pourrait soutenir que (45) implique (46). == Mais d'un autre côté, on peut penser qu'il n'y a point d'impli- cation pareille. Supposons que Gilles ne soit guère goguenard et Bertin non plus. Est-ce que, dans ce cas, (45) est vrai? = Nous le pensons bien, car certainement la négation de (45) est (47):

(47) Gilles n'est pas aussi goguenard que Bertin

ce qui veut dire que Bertin est plus (ou moins) goguenard que Gilles, ce que, ex hypothesi, est tout à fait faux. Dès lors, par application du principe de tiers exclu (45) est vrai. On peut essayer d'y parer par le rejet du principe de tiers exclu, ou par des approches présuppositionnelles selon le goût de Strawson. Quant à nous, nous tenons trop fermement au principe 'no truth-functional gaps' (qui, en l'occurrence, n'est qu'une simple application de la loi de trichotomie) pour soutenir la non-assertabilité de (45) dans le cas supposé. Il faut relever toutefois qu'il se peut que ni (45) ni (47) ne soient assertables, mais ceci serait dû à une autre raison, à savoir qu'à certains égards Gilles fût plus, ou moins, goguenard que Bertin, tandis qu'à d'autres égards ils seraient aussi goguenards l'un que l'autre. Mais ceci est un problème entièrement différent. Enfin, un argument supplémentaire pour la thèse que nous défendons est le fait que l'on dit, p.ex., = 'Quentin est aussi bricoleur qu'un cheval' lorsqu'on croit == que ni Quentin ni un cheval ne sont guère bricoleurs. Cette phrase serait alors vraie, et elle ne serait pas ironique, au sens propre (même si on l'énonce avec une intention de gouaillerie). Mais s'il n'y a pas d'implication de (45) vers (46), cette dernière phrase étant une vérité de logique dans Am == -comme nous le verrons tout de suite-, elle découle a fortiori de (45), si bien que la croyance intuitive en l'implication, tout en relevant d'une confusion, n'est pas sans motifs. Enfin, le traitement proposé identifie (45) avec (48) :

(48) Bertin est aussi goguenard que Gilles

Dès lors, (47) équivaut à (49) :

(49) Bertin n'est pas aussi goguenard que Gilles

Toutefois on pourrait interpréter (48) comme disant que Bertin est moins goguenard que Gilles. Ceci tient au == fait que dans certains contextes 'autant que...' (ou son allo morphe en distribution complémentaire 'aussi...que...') sont employés avec une restriction 'au moins' implicite, sous-entendue en vertu du contexte. Comme nous n'étudions que des fragments du discours où des servitudes contextuelles ne se font pas sentir, les équivalences (45)=(48) et (47)=(49) sont parfaitement valides.

§4.- Venons-en aux comparatifs d'inégalité (assertée ou admise comme -épistémiquement- possible). Précisons, pour commencer, que nous considérerons comme expressions parfaitement == équivalentes -ne différant donc qu'en surface- celles-ci : 'x est moins y que z n'est u' et 'z est plus u que x n'est y' = (et si $y=u$, alors l'équivalence relie 'x est moins u que z' et 'z est plus u que y'). Naturellement, des règles de transformation appropriées doivent être trouvées pour expliquer la == différente forme superficielle, mais nous laissons cette tâche aux linguistes, plus compétents que nous.

Un tournure comparative d'inégalité quelconque peut être paraphrasée comme une simple abréviation d'une fonction-de vérité de deux phrases, en utilisant le foncteur '% ' lorsque l'inégalité est assertée, et le foncteur 'D' lorsqu'elle est admise comme épistémiquement possible (ce qu'on peut appeler des comparatifs d'égalité atténuée, ceux où 'aussi... que ...' doit être lu, en fonction du contexte, comme 'au moins = aussi ... que...'). (50) est équivalent à (51) :

- (50) Le pouvoir angevin en Sicile était au moins aussi précaire que l'indépendance des villes lombardes
- (51) Il est au moins aussi vrai que le pouvoir angevin en Sicile était précaire (que) que l'indépendance des villes lombardes était précaire

Pareillement (52) équivaut à (53) :

- (52) Marivaux a excellé dans la comédie moins que Racine dans la tragédie
- (53) Il est moins vrai que Marivaux ait excellé dans la comédie (que l'est) que Racine ait excellé dans la tragédie

Voici un exemple où la comparaison porte sur toute la phrase (pas d'élément commun). (54) aurait la forme logique (55) :

- (54) César est plus résolu que Pompée n'est prudent
- (55) pomp prud % caes resol

Un autre exemple où, en revanche, il y a un élément commun, mais celui-ci n'est pas, comme il arrive en (50)-(51), le syntagme attributif, mais le sujet, c'est (56) et son équivalent (57) :

- (56) Le transcendentalisme est moins une philosophie qu'une manière de vivre
- (57) Il est moins vrai que le transcendentalisme est une philosophie (que) que le transcendentalisme est une manière de vivre

Il se peut que ce soit tout le syntagme verbal qui soit affecté par le comparatif. Dans ce cas, même si le verbe est autre que 'être' et si, dès lors, ce que l'on compare n'est pas l'attribut, le traitement brossé nous permet de rendre bien compte des constructions comparatives visées. Soit, p.ex., cette phrase de Pascal :

- (58) Il n' y a rien que je déteste davantage que de blesser = tant soit peu la vérité

Dans (58) le quantificateur ne pose aucun problème, car il ne tombe pas sous la portée du comparatif. Pour les besoins de la cause nous remplacerons 'je' par 'Pascal' et nous proposerons (59) comme forme logique sous-jacente de (58) :

- (59) NEx(pasc(det(transL(pasc(bles(trans(uer))))))
%pasc(det(trans(x))))

L'élucidation de (59) sera effectuée dans le chapitre 4, où la constante 'trans' sera introduite et justifiée.

§5.- Mais de nouveau des embûches surgissent lorsque le comparatif porte, non sur toute la phrase, ni sur le syntagme verbal ou attributif -le sujet étant alors commun-, ni sur le sujet -le syntagme verbal ou attributif étant alors commun-, == mais sur un autre constituant de la phrase. Ainsi (60) soulève la difficulté suivante : si nous traduisons (60) par (61), il se peut que nous commettions une lourde méprise, car (60) = n'implique pas (61) ni réciproquement :

- (60) Pancrace écrit le grec avec au moins autant d'élégance = que Justin le latin
- (61) Il est au moins aussi vrai que Pancrace écrit le grec == avec élégance que (que) Justin écrit le latin avec élé-
gance

Supposons en effet que l'élégance soit la même, mais que de nombreux détails soient différents. Première possibilité : Justin doit consulter beaucoup le dictionnaire et en outre ne se livre à ces exercices que deux ou trois fois par an, tandis que Pancrace traduit souvent et sans consulter le dictionnaire. Alors (60) est vrai mais (61) est sans doute = entièrement faux. Inversement, même si le style de Justin == est moins élégant, il se peut qu'il ait beaucoup plus de fluidité et d'habileté que Pancrace dans ses exercices, si bien que dans ce cas (61) pourrait être vrai, tandis que (60) serait entièrement faux.

La raison de cet échec gît dans le fait que (61) == est équivalent à (62) :

(62) Il est au moins aussi vrai que Pancrace écrit le grec et qu'il le fait avec élégance (que) que Justin écrit le latin et qu'il le fait avec élégance

En réalité une traduction appropriée de (60) serait (63):

(63) Il est au moins aussi vrai que la façon qu'a Pancrace == d'écrire le grec est élégante (que) que la façon qu'a == Justin d'écrire le latin est élégante

Or, comment formaliser (63) à l'aide de fonctions = de vérité computables? On pourrait espérer atteindre ce but au moyen d'une traduction comme (64) :

(64) Il est au moins aussi vrai que Pancrace écrit le grec et Justin écrit le latin et Pancrace écrit le grec avec élégance (que) que Pancrace écrit le grec et Justin écrit le latin et Justin écrit le latin avec élégance

Mais il n'en est rien. Car s'il peut arriver qu'une phrase possède une valeur de vérité plus élevée que la phrase obtenue lorsqu'on affecte le verbe de la phrase originale d'un adverbe quelconque, alors il n'est pas logiquement vrai que 'Justin écrit le latin avec élégance' doive être au plus aussi vrai que 'Justin écrit le latin'. Dans ce cas, nous pourrions avoir (64) vrai et (60) et (63) tout à fait faux. Les compléments et souplesses supplémentaires du calcul des prédicats = et de la théorie des ensembles peuvent seules nous tirer d'embaras, comme nous le verrons ci-après.

Chapitre 3.- ENSEMBLES FLOUS ET SENS DES PHRASES ATOMIQUES DE

Am

§1.- Am est une théorie formelle axiomatisée des ensembles == flous. Dans cette théorie tout ensemble est flou, i.e.: pour tout ensemble il y a au moins une chose x telle que x appartient à l'ensemble en question dans une mesure intermédiaire = entre (0,0,0...) et (1,1,1...). Qui plus est, chaque chose = appartient à chaque ensemble dans une mesure ou dans une autre, ne fût-ce qu'infinitésimalement. Naturellement, il y a aussi des choses qui appartiennent à certains ensembles dans un degré absolu, i.e. que pour certains x et y il est tout à fait vrai à tous les égards que x appartient à y. Mais il n'y a aucun ensemble auquel, à tous les égards, toutes les choses appartiennent dans une mesure de cent pour cent.

Parmi les idées qui sont formalisées dans cette théorie des ensembles, les unes sont sans doute plus intuitives =

que les autres. Peu d'idées sont en principe aussi intuitives que l'existence d'ensembles flous et pourtant, à cause de la plus grande complexité de leur traitement au regard de celui des ensembles non flous ou vulgaires (terminologie de A. Kaufmann) -ou, plus exactement, d'après nous, du traitement = des ensembles flous comme s'ils ne l'étaient pas-, la notion du flou a attendu longtemps avant de commencer à être prise = en compte en logique et en mathématique il y a moins de quinze ans. La notion d'ensemble flou est intimement liée à celle de degré de vérité. Dans la conversation de tous les jours, nous admettons qu'à la plupart des questions on peut répondre plus exactement que par oui ou par non, par des nuances diverses d'affirmation ou de négation, et souvent par des 'oui et non, mais plutôt oui', 'oui et non, mais plus non que oui', et beaucoup d'autres qui, prises au pied de la lettre (comme nous croyons qu'il faut le faire) auraient scandalisé bien des logiciens du passé, enfermés dans un rigide dualisme qui, heureusement, commence -encore trop faiblement- à être tenu pour périmé.

A ce propos, nous nous rangeons inconditionnellement à cette remarque pénétrante de Zadeh (préface de K:3, p.VI) :

We have been slow in coming to the realization that much, perhaps most, of human cognition and interaction with the outside world involves constructs which are not sets, in the classical sense, but rather "fuzzy sets" (or subsets), that is, classes with unsharp boundaries in which the transition from membership to non-membership is gradual rather than abrupt.

Nous allons, dans la défense de la nécessité d'une théorie des ensembles flous, bien plus loin que d'autres mathématiciens ayant présenté des apports approfondis à cette théorie. C'est le cas de A. Kaufmann, pour qui (K:3, p.X) le flou se situe dans notre pensée humaine subjective, dans notre manipulation ou reflet du réel, non dans le réel lui-même, 'le référentiel étant toujours un ensemble vulgaire, c'est-à-dire tel qu'on le définit intuitivement en mathématique moderne, c'est-à-dire une collection d'objets bien spécifiés et = tous distincts' (ibid. p.XII). Il s'agit là d'une thèse méta physique respectable, mais que nous jugeons erronée pour des raisons qui seront exposées dans le Livre III. Le point de vue que nous critiquons revient à cantonner le flou à un simple expédient commode de manipulation, en reconnaissant la == possibilité de se passer de la théorie des ensembles flous. = Kaufmann dit en effet que 'ce qui peut être décrit ou expliqué par la théorie des sous-ensembles flous peut l'être sans cette théorie, avec d'autres concepts' (K:3, p.1). Certes, on peut "traduire" en quelque sorte toute logique multivalente = et toute théorie des ensembles flous dans une logique et théorie des ensembles bivalente ou vulgaire. Mais on peut aussi traduire toute la logique bivalente et les théories cantorienne des ensembles dans une logique et une théorie des ensembles comme le système A. Les deux traductions inverses ne sont pas équivalentes, car les thèses de A_m ainsi "traduites" dans une logique bivalente ne sont pas valides, tandis que toutes les thèses de la logique bivalente et des théories des ensembles vulgaires traduites vers ou dans le système A sont et demeurent valides. Or seule est une traduction adéquate -à notre avis-, une fonction qui envoie des formules valides d'un système vers des formules d'un autre système. Par ailleurs, = il y a une raison pour préférer, du point de vue logico-philosophique, un métalangage multivalent et flou, à savoir la pos

sibilité d'éviter par ce biais les paradoxes sans tomber dans des procédés de dénivellation, qui ne font que reculer les difficultés, sans les résoudre.

§2.- D'un autre côté, néanmoins, on pourrait reprocher à notre théorie des ensembles d'incorporer des idées beaucoup trop hardies et telles, surtout, que, quelle qu'en soit la valeur de vérité intrinsèque, sont déconcertantes pour le locuteur moyen d'une langue, si bien que la prétention que nous manifestons ici de capturer la logique sous-jacente de la langue naturelle trouverait par là le contredit le plus accablant, car, non seulement le locuteur de la langue ignorerait que, quel que soit x et quel que soit y , x est membre de y , ou que tout ensemble est flou, mais penserait même le contraire.

A cela nous devons opposer ce qui suit : un système de logique (a fortiori lorsqu'il est appliqué à l'étude de la langue naturelle) essaye de capturer des raisonnements intuitivement sentis comme valides par le locuteur d'une langue. Mais deux points méritent à cet égard de retenir notre attention : 1) tous les locuteurs n'ont pas les mêmes intuitions; 2) la plupart des vérités logiques qui découlent des principes capables de formaliser ces raisonnements ne possèdent aucun caractère intuitif; beaucoup d'entre elles sont contre-intuitives. L'arithmétique, p.ex., est sans doute incorporée aux structures d'une langue naturelle où il y ait des nombres naturels (et cette restriction probablement n'en est pas une). Mais qui prétendrait que, dès lors, toute vérité arithmétique est intuitive ou qu'il n'y a pas de vérités arithmétiques contre-intuitives (p.ex. sur les factorielles)? Or le logicien ne pose pas nécessairement en axiome ce qui apparaît comme intuitivement plus clair; il peut, pour l'élégance du système, poser en axiomes des vérités qui apparaissent contre-intuitives à beaucoup de gens, s'il s'avère qu'elles sont suffisamment fécondes et que, par surcroît, elles découlent d'autres vérités intuitivement admises. Mais des considérations aussi bien logiques (les antinomies) que purement ontologiques (fondées toutefois aussi sur des vérités admises, du moins comme intuitivement très plausibles par un locuteur spontané et naïf) - considérations que nous examinerons dans le Livre III de cette étude - nous ont poussé à admettre dans notre théorie des ensembles les vérités en question.

§3.- Une autre caractéristique de Am c'est qu'une formule atomique de ce système est constituée, ou bien par une variable ou une constante individuelle (phrases uniterminales), ou bien par la concaténation de deux formules atomiques (phrases bitérminales); dans ce dernier cas, chacune des deux formules constitutantes est, à son tour, soit une variable ou une constante individuelle, soit la concaténation de deux formules atomiques; et ainsi de suite. Cette définition récursive des formules atomiques est due au fait qu'une formule atomique de Am peut avoir une énorme complexité. Ainsi, p.ex. :

$$xyzu(v(x'z'u')y'z'')u''x''(x'''(y''u'''v'))$$

est une formule atomique, car aucun foncteur et aucun quantificateur n'est intervenu.

Comment interpréter une formule atomique de Am? Si l'on veut, on peut supposer, dans le cas où il y a deux termes, un prédicat, dont le signifiant serait la simple concaténation, et dont les deux arguments seraient les deux termes. On peut aussi, si l'on veut, considérer que dans ces phrases le

premier terme est sujet et le second prédicat (ou encore on peut penser que lorsqu'un terme agit en prédicat il est métamorphosé en quelque sorte par une affixation à signifiant zé-ro, et qu'il s'agit dès lors d'une expression différente). == Nous aborderons dans le chapitre suivant l'étude de ces questions. Quoi qu'il en soit, il y a plusieurs lectures possibles des phrases biterminales de Am : aa' (où 'a' et 'a'' sont deux termes) peut être lu, en effet, de n'importe laquelle == des manières suivantes :

- a existe (est vrai) en tant que (participant de) a'
- a en tant que (participant de) a' existe (est vrai)
- a est membre de a'
- a participe de a'
- a appartient à a'

Lorsqu'une formule biterminale est le sujet ou premier constituant d'une autre formule biterminale, la première formule se lit, dans la structure de surface d'une langue naturelle, comme une nominalisation de la phrase, i.e. : nominalisation du verbe ou attribut et remplacement du sujet par un complément de nom, avec la préposition 'de' ("génératif subjectif"). Ainsi 'xyz' sera lu : 'la y-tion de x est z', ou, plus en détail : 'l'appartenance de x à y appartient à z'.

§4.- Mais, à côté des phrases biterminales, Am admet des phrases à un terme (uniterminales). Ces phrases sont identiques à leur sujet. On peut dire cependant que dans ces phrases il faut, à la vérité, sous-entendre un prédicat non exprimé, si bien que la phrase serait constituée par un sujet exprimé et un prédicat inexprimé. Fort bien!, mais ce qui est intéressant c'est que la phrase uniterminale et son sujet sont indiscernables dans le système, l'identité stricte de deux choses se définissant par leur équivalence vérifonctionnelle stricte.

Quel est le sens d'une phrase uniterminale? Celui que communément nous exprimons par '... existe' où les points de suspension sont remplacés par le nom propre d'une chose. = Ceci revient à identifier :

- 1) l'existence d'une chose avec cette chose; chaque chose est son être;
- 2) l'acte d'affirmer et l'acte de nommer : affirmer l'existence d'une chose équivaut à la nommer (ou à en nommer l'existence, car $x = \text{l'existence de } x$);
- 3) vérité et existence : chaque chose est ainsi non seulement une existence, mais une valeur de vérité;

Bien entendu, ces trois identifications ont besoin d'une justification philosophique qui sera fournie dans la Section II du Livre III. Pour l'instant bornons-nous à quelques succinctes remarques logiques et grammaticales. Nous concluons ce chapitre en exposant les considérations logiques et laisserons pour le chapitre suivant les considérations grammaticales.

Premièrement, ce procédé est conforme à la sémantique fonctionnelle d'inspiration frégréenne, où il n'y a que == des objets des fonctions envoyant des objets vers des objets. = Deuxièmement, il permet d'entériner un autre principe frégréen, celui de l'universalité du domaine de définition de chaque == fonction (il s'agit, en d'autres termes, d'un principe d'exhaustivité combinatoire). Troisièmement, ce faisant, il permet d'éviter l'identification devant l'assertion des objets = autres que le Vrai avec le Faux, comme il arrive dans la logique de Frege. A propos de tout ceci, il est intéressant de lire ces considérations d'Alonzo Church (C:6, p.175) :

Since the individual and functional variables have values as variables, it might therefore be thought more natural = to consider them wffs when standing alone and to provide = semantical rules giving them values as forms ... Also a similar remark might be thought to apply to individual == and functional constants in an applied functional calculu-- lus of first order.

Toutefois, il est difficile de faire ceci dans une logique bivalente, car il faudrait identifier chaque chose = soit avec le Vrai, soit avec le Faux, n'y ayant pas d'autres = valeurs ou degrés de vérité; il serait aussi difficile de le faire dans une logique finivalente quelconque, car il faudrait tout réduire à un nombre fini de valeurs de vérité. Et il ne serait pas non plus tout à fait satisfaisant de le faire dans une logique infinivalente scalaire (A deviendrait une logique scalaire si l'on ajoutait l'axiome : "pDDq=.qDDp", qui, bien entendu, n'en est pas une formule valide).

Chapitre 4.- PROBLEMES D'ANALYSE GRAMMATICALE CONCERNANT LES PHRASES UNITERMINALES

§1.- Signalons tout d'abord que l'on trouve à foison des exemples de phrases non verbales dans de très nombreuses langues = (cf. R:4, pp.305ss, p.336; T:1, pp.156ss, pp.177ss). Tesnière et Agradós montrent la primauté de ces constructions non verbales, leur énorme généralité, leur caractère envahissant dans la littérature contemporaine, leur place dans le journalisme, avec des exemples en particulier d'Alphonse Daudet et de M:A. Asturias. Il faut souligner que pour Tesnière (comme pour = nous), dans une phrase substantive formée par un nom propre = -ou un nom commun accompagné d'un article- plus des adjectifs et d'autres éléments subordonnés (éventuellement aussi des = phrases verbales subordonnées), ces adjectifs et éléments su = bordonnés ne doivent pas être considérés comme des attributs. Sans doute, dans certaines langues ce rôle est indéniable et marqué par l'ordre des mots, p.ex., mais en français ou en es = pagnol ou en anglais, il paraît gratuit de postuler quelque = chose de semblable. Ainsi cette phrase de Tartarin de Taras con : 'partout, un encombrement prodigieux de marchandises de toute espèce' n'équivaut point à : 'partout, un encombrement = de marchandises de toutes espèce est prodigieux', mais bien à 'partout, il y a un encombrement prodigieux de marchandises = de toute espèce', c'est-à-dire à : 'partout un encombrement = prodigieux de marchandises de toute espèce existe'.

A propos de la phrase nominale, Benveniste dit (B:3 p.156) :

il n'est pas nécessaire, pour la constitution d'un énoncé assertif à un seul terme, que ce terme coïncide, ... avec une forme de nature verbale. En d'autres langues il pour = ra coïncider avec une forme nominale. (...) Ici aussi = l'énoncé assertif minimum coïncide avec un élément synta = xique qui, au point de vue morphologique, est de la clas = se des noms. Une forme caractérisée comme nominale mor = phologiquement assume une fonction syntaxiquement verbale.

Les auteurs cités soutiennent tous qu'en grec pré-- classique et en indoeuropéen le verbe être n'était pas ou guè = re employé comme copule, mais comme verbe existentiel. Un point de vue opposé est celui de Charles H. Hahn (H:1, p.15ss)

pour qui, au contraire, le sens existentiel de 'être' dérive= du sens copulatif, par le truchement du sens locatif; dire 'x existe' équivaudrait à dire 'x est quelque chose'. Quoi qu'il en soit, l'équivalence de 'x existe' et de 'x est quelque chose' n'est point vraie dans notre système, et on ne pourrait pas la retenir, à tout le moins pour ce qui est de la structure profonde de la langue, car si (65) équivaut à (66) :

(65) x existe

(66) x

en revanche, 'x est quelque chose' (i.e. (67)) n'équivaut point à (66), bien que (66) implique (67) sans être impliqué par lui :

(67) Ey(xy)

§2.- On pourrait faire valoir que tous les exemples cités par Adrados, Benveniste et Tesnière ne corroborent pas une grammaire comme celle que nous forgeons où -comme on vient de l'indiquer- 'cet homme' équivaudrait à 'cet homme existe', plutôt qu'à 'ceci est un homme', p.ex. (ce dernier type d'équivalence, traductionnelle à tout le moins, étant fréquent). Mais, premièrement, les phrases que Tesnière appelle substantives,= si courantes dans nos langues, sont bien du type que nous proposons (cf. la phrase empruntée à Daudet ci-dessus); deuxièmement, ce que nous voulons surtout prouver par ces exemples == n'est pas du tout l'existence quelque part d'une langue constituée exactement comme celle que nous concevons et proposons (qui peut être notre français quotidien quelque peu remanié), mais l'existence très large de constructions non verbales, == ayant des sens différents selon les diverses langues, donc == l'existence de phrases possédant un sujet mais non pas un prédicat. Bien sûr, on peut postuler un prédicat dans la structure profonde de ces constructions-là; ou on peut -selon une approche qui serait plus dans le goût de l'école fonctionnaliste- considérer que ces adjectifs ou noms sont à la vérité des prédicats, des prédicats non verbaux (cf. M:1, 4.24ss). La première approche nous semble récusable, car s'il est -comme nous le démontrons- logiquement suffisant et satisfaisant d'admettre des phrases sans prédicat ni verbe, à quoi bon postuler gratuitement une structure profonde comportant des complications superfétatoires? L'approche de Martinet, en revanche,= nous paraît mériter un commentaire plus nuancé : Martinet définit le syntagme prédicatif (ibid.) comme le segment d'une = phrase qui peut par lui-même constituer le message (il vaudrait mieux dire : le segment susceptible de constituer un message= qui doit être -dans une mesure ou dans une autre- vrai si le message original est -dans une mesure ou dans une autre- vrai; car 'Sabin déteste les huîtres' et 'Sabin déteste' ne constituent sans doute pas un seul et même message). Or, qu'est-ce qui, à l'intérieur du syntagme prédicatif, individue le sujet d'une part, le prédicat de l'autre? Ici deux critères se superposent et se confondent dans l'exposé de Martinet : d'un = côté le sujet est 'le monème qui a le plus de chances de figurer également parmi les compléments (M:1, 4.26); de l'autre,= le terme (ou syntagme, bien sûr) qui 'désigne un participant,= actif ou passif, dont le rôle est ainsi, en principe, mis en valeur, tandis que, par contraste, le prédicat est le terme = qui 'désigne normalement un état de choses ou un événement == sur lequel on attire l'attention'. Ce dernier critère est == confus et il fait appel à des notions vaguement catégorielles. Le premier critère est formel et recevable, mais il n'est guère précis. Ainsi, dans l'exemple de Martinet 'les chiens' est

sujet de 'les chiens mangent' parce qu'il peut devenir complé-
ment dans les 'les chinois mangent les chiens'. Fort bien, =
mais dans 'je veux qu'ils mangent' 'mangent', affecté de l'ac-
tualisation 'ils' et du monème fonctionnel 'que' (en français,
dans d'autres langues l'un ou l'autre de ces monèmes peut ==
s'omettre) est complément. Le critère n'est donc pas très ==
précis, car comment mesurer le plus ou le moins de chances? =
Martinet, en tout cas, nous donne une autre définition du pré-
dicat (ou, plus exactement, du monème prédicatif) : c'est ==
l'élément autour duquel s'organise la phrase et par rapport
auquel les autres éléments constituants marquent leur fonction!
Mais pourquoi ce noyau ou élément central ne serait-il pas ce
qu'on considère communément comme le sujet? N'est-ce pas plu-
tôt autour de 'Hilde' dans 'Hilde adore son petit neveu' que
la phrase s'organise ('adore son petit neveu' étant une expan-
sion et 'adore' constituant le noyau de cette expansion)? Car,
après tout, dans la plupart des cas -et, en ceci, nous rejoii-
gnons aussi bien les analyses les plus traditionnelles que les
traitements de Chomsky et Montague- c'est tout le reste de la
phrase qui est prédiqué du sujet.

Notre approche, purement tentative, de cette ques-
tion pourrait être résumée ainsi :

1) Nous préférons une analyse en notions fonctionnelles =
plutôt que catégorielles (sur la différence entre les unes et
les autres cf. C:4, chap.2,2.2; L:6,p.118). Les analyses ca-
tégorielles, en effet, indiquent des restrictions, propres à
chaque langue, concernant les latitudes combinatoires ou dis-
tributionnelles (cf.B:4, 12.6 et 12.13). Or ces limitations=
ne sont, à notre avis, fondées sémantiquement; elles obéissent
à des motifs d'économie; et même à l'intérieur des langues on
peut, heureusement, se permettre, à tout le moins dans le sty-
le poétique, de très nombreuses entorses à ces règles (surtout
en anglais, où pratiquement tout nom est susceptible, dans un
style déviant, d'être traité en verbe, et réciproquement). ==
Dès lors, dans notre analyse il n'y a qu'une seule partie du
discours catégorématique (plus des syncatégorèmes -particules,
parenthèses, intonation, ordre des mots-). Remarquons que, =
sur ce point, notre approche (en ce qui concerne le rejet des
catégories telles que les "parties du discours") s'apparente=
à celle de E. Bach, qui, cependant, emploie une structure lo-
gique sous-jacente très différente, car il admet une pluralité
de constantes prédicatives à n places, tandis que nous n'ad-
mettons qu'un seul prédicat, au demeurant à deux places -ni==
plus ni moins-, à savoir l'appartenance. De là que (cf.B:l,p.
121) Bach soit neutre sur la question du traitement des noms=
propres comme des constantes indéfinies, ou bien de leur défi-
nition quinéenne, tandis que notre approche demande l'existen-
ce de noms propres indéfinis.

2) Nous considérons que chaque phrase est, soit unitermi-
nale, soit biterminale.

3) Parmi les deux constituants immédiats d'une phrase bi-
terminale le "sujet" (ou, plus exactement, le premier consti-
tuant) est celui qui, lorsqu'on transforme la phrase en une =
phrase de la forme 'il est vrai de ... qu'il (elle) ---' occu-
pe la place des points de suspension. A ceci on peut opposer
qu'une phrase comme (68) donne comme résultat, moyennant la
transformation en question, aussi bien (69) que (70) :

(68) Léonard aime Alice

(69) Il est vrai de Léonard qu'il aime Alice

(70) Il est vrai d'Alice qu'elle est aimée par Léonard

Or, nous soutenons que (68) est synonyme de (69), = tandis que (70) n'est synonyme ni de (68) ni de (69). (Nous reviendrons tantôt sur cette question de la voix passive).

§3.- A la différence de l'approche de Martinet, notre analyse exclut l'existence dans une phrase biterminale d'élément indépendant. Le 'monème prédicatif' n'est pas pour nous un == constituant indépendant, par rapport auquel le reste devrait == marquer la fonction et qui, à son tour, ne serait pas tenu de marquer sa propre fonction. Dans notre analyse les deux cons tituants immédiats de la phrase sont réciproquement dépendants et ils marquent leur fonction respective de premier consti--- tuant et deuxième constituant, soit par leur place (comme dans le système Am), soit à l'aide de monèmes fonctionnels. Remar quons néanmoins que si dans notre analyse chacun des deux == constituants immédiats d'une phrase biterminale quelconque == est exocentrique, au sens de Martinet, la construction obte-- nue n'est pas exocentrique, au sens de Bloomfield (B:4, 12.10), car l'expression résultante (phrase) appartient à la classe = syntaxique à laquelle appartient au moins une des expressions de départ (ou, en l'occurrence, les deux), car toute phrase = est un nom et tout nom est une phrase.

§4.- Une possible objection contre cette analyse pourrait se fonder sur l'existence de certaines constructions en basque = (peut-être aussi de l'indoeuropéen, cf. R:4,I,p.287) : dans cette langue le sujet d'un verbe intransitif se trouve au no minatif, mais, en revanche, le sujet d'un verbe transitif se met à l'ergatif, le nominatif étant alors destiné au complé-- ment d'objet direct. Mais cette analyse est contestable : il vaudrait mieux de dire qu'en basque toutes les phrases sont, = ou bien intransitives, ou bien passives. Or, c'est une mépri se que de croire qu'une phrase passive et la phrase active == correspondante sont synonymes. Il se peut fort bien que la tour penchée de Pise soit contemplée par Patrice dans une me sure plus faible que celle où il est vrai que Patrice contem ple la tour penchée de Pise, car la tour penchée de Pise, en tant que contemplée par Patrice, existe moins que Patrice en tant que contemplateur de la tour (il est plus foncièrement, = plus nucléairement, affecté, supposons, par son acte de con templer, que la tour par son acte d'être contemplée). Cet ar gument est purement philosophique, mais il y a aussi des argu ments linguistiques qui étayaient la non équivalence d'une phra se à la voix active et de la phrase correspondante à la voix= passive. Examinons la différence qu'il y a entre le sens de (71) et celui de (72) :

(71) Athènes perd, lors de la guerre du Péloponèse, l'hégémo nie en Grèce

(72) L'hégémonie en Grèce est perdue, lors de la guerre du Pé loponèse, par Athènes

Nous avons choisi cet exemple et pas d'autres, car ici la différence n'est pas pragmatique (comme l'est bien cel le qu'il y a entre 'il prépare le repas' et 'le repas est pré paré par lui') ni présuppositionnelle (comme c'est le cas, ap paremment du moins, entre 'le tremblement de terre n'a pas == provoqué l'effondrement du pont!' et 'l'effondrement du pont. = n'a pas été provoqué par le tremblement de terre' -exemple em prunté à Leech, cf. L:3,p.314-) ni de portée des foncteurs. = On peut attribuer la différence sémantique entre (71) et (72) à une ambiguïté sur la portée de la locution adverbiale 'lors

de la guerre du Péloponèse' (s'il s'agit d'un adverbe ou d'une adformule); mais, pourvu qu'elle soit uniformément interprétée en (71) et (72) ceci ne devrait créer aucun problème si vraiment la transformation passive d'une phrase donne pour résultat une phrase équivalente.

Tout ceci soulève, certes, le problème de la traduisibilité, et on pourra évoquer, face à notre interprétation = de la structure du basque et d'autres langues similaires, le principe d'effabilité (cf. K:1,2.2, pp.18ss). Nous ne voulons pas nous engager ici dans la polémique autour du humboldtisme et le néohumboldtisme linguistique, mais nous préférierions == garder une position équidistante entre une affirmation trop = générale du principe d'effabilité (tout pensée est exprimable dans toute langue) et les théories de Humboldt, Sapir et Whorf, qui condamnent le locuteur d'une langue à être enfermé dans = une vision du monde propre et intraduisible. Notre point de vue se rapproche donc beaucoup de celui de Mounin (cf. M:4).

Chapitre 5.- SUR L'EXISTENCE DE PHRASES A PLUS DE DEUX CONSTITUANTS IMMEDIATS

§1.- Une autre difficulté se dresse devant nous : notre approche, tout en rejetant la généralité de la structure sujet-prédicat, car elle admet des phrases consistant d'un sujet seul, sans verbe, s'apparente toutefois à la conception traditionnelle en ce que, lorsqu'il y a dans une phrase plus d'un constituant, il y a forcément, d'après nous, une structure à deux termes. Bien entendu, on peut -comme il a été dit plus haut- considérer ces deux termes comme deux arguments d'un prédicat inexprimé; mais on pourrait aussi -et c'est peut-être plus naturel- considérer le premier terme comme sujet et le deuxième comme prédicat. Pour demeurer neutre dans cette question, = nous avons convenu de dire que chaque phrase non uniterminale possède une structure duale ou binaire, étant composée de deux et deux seuls, constituants : le premier constituant et le second constituant. Or, la généralité de la structure binaire = ou duale a été assaillie de deux côtés.

1) La première limitation que l'on peut signaler à la généralité de la structure duale c'est l'existence de constructions prädicatives complexes, où, dans une phrase, on trouve un prädicatif affectant simultanément le sujet et le verbe, = comme en grec classique apéreka makhómenos. L'espagnol utilise à foison ce type d'expressions, comme p.ex., (73) :

(73) Lucho camina raudo

Tesnière (T:1, pp.166ss) les appelle constructions 'd'adjectif en apposition'. En français, moins fréquentes, ces expressions sont aussi utilisées, p.ex. (74) :

(74) Le gardien s'éloigna furieux

Cette construction est désignée par le Grand Larousse de la Langue Française (vol.II, p.1695) -à tort, nous semble-t-il- = du terme d'«épithète détachée». Dans la phrase (73) on voit bien que 'raudo' s'applique, non pas à 'Lucho' tel quel, ni à 'camina' : ce n'est ni un adverbe ni une épithète, mais un == élément qui affecte le sujet en tant que réalisant l'acte désigné par le verbe. On peut faire valoir toutefois la non-équivalence de (73) et de 'Lucho camina raudamente'. Soit. = Si équivalence il y a, c'est probablement le fait, non de la

construction syntaxique, mais du sens particulier des mots employés (ceci est bien visible dans le cas de (74), point équivalent à 'le gardien s'éloigna furieusement'). Mais une structure profonde postulable dans certains de ces cas c'est celle-ci : le prédicatif est le prédicat, et le verbe apparent est une expansion du prédicat. (73) équivaldrait ainsi à (75) :

(75) Lucho es (està) raudo en caminar

Il ne semble donc pas que ce type de constructions pose une difficulté insurmontable à des analyses grammaticales permettant de traduire chaque phrase de chaque langue naturelle en une phrase d'une extension de Am, qui consisterait dans Am == plus un nombre de constantes individuelles, et dans laquelle -étant donné les règles de formation de Am- chaque phrase possède au plus deux constituants.

2) La deuxième attaque est bien plus redoutable. A côté de phrases où le deuxième constituant est une fonction à un argument (phrases de sujet-prédicat), il y a les phrases dont le deuxième constituant est une fonction à plusieurs arguments (relations). Ceci a été signalé d'un côté par Peirce et surtout par Russell, de l'autre par Tesnière. L'examen des thèses logiques de Russell sur les relations excède notre étude actuelle (nous le reportons à plus tard). Nous nous bornerons ici à un commentaire extrêmement bref : la réduction, selon les formules de Wiener-Kuratowski, des relations ou ensembles de n-tuples ordonnés à des unions de singletons -ou classes à un seul élément- et d'unions de singletons permet de nouveau de revenir à une structure à deux constituants de toute phrase, dans le cadre de la théorie des ensembles, sans perdre le gain de la logique de relations. Si la logique pré-symbolique était incapable de formaliser les relations, comme il est bien connu, c'est qu'elle ne traitait que des liens d'inclusion entre des classes, non de l'appartenance d'un membre à une classe (et, sans appartenance, pas de singletons!, donc == pas de relations!). C'est pourquoi nous nous limiterons à considérer ici la thèse grammaticale de Tesnière.

§2.- Tesnière accuse les grammairiens qui depuis l'Antiquité ont pratiqué l'analyse linguistique en deux constituants == d'être férés de logique. Il préfère -en se rapprochant étonnamment des analyses logiques de Russell- préconiser une structure où le verbe, lorsqu'il est présent, est le constituant principal et où chaque verbe possède une certaine adicité donnée, entraînant un nombre de termes-arguments qu'il appelle 'actants'; le sujet devient, par ce biais, simplement le premier actant. Ainsi la structure résultante est : premier composant, le verbe; deuxièmement, le ou les actants; troisièmement, les circonstants. Tesnière soutient sa thèse au moyen de plusieurs arguments dont les principaux sont :

1) 'L'enchevêtrement des éléments du sujet et du prédicat s'accorde mal avec l'opposition de ces deux notions, tandis qu'il ne fait aucune difficulté dans l'hypothèse du noeud verbal comme noeud central'. Tesnière se rapporte au fait que, selon l'analyse en sujet-prédicat, dans la phrase 'filius amat patrem' le signifiant discontinu du sujet serait 'filius ... t' et le signifiant discontinu du prédicat serait 'ama ... patrem'. A ceci on pourrait répondre, non sans fondement, d'un côté == que cet enchevêtrement est un phénomène de surface, de même == que l'amalgame. Mais on pourrait aussi proposer plusieurs == analyses alternatives; p.ex., on pourrait considérer '...us... t...' comme un syncatégorème jouant le même rôle que dans Am

joue la concaténation plus l'ordre des termes; 'fili' serait le premier constituant; et 'ama...patrem' le second constituant.

2) (...) 'il est difficile de mettre sur un pied d'égalité le sujet, qui ne contient souvent qu'un seul mot, et qui peut même n'être pas pleinement exprimé, avec le prédicat (...) == avec des éléments beaucoup plus nombreux que ceux du sujet'. Or, ce n'est pas le nombre d'éléments ou la longueur de la chaîne qu'ils forment qui importe, mais la fonction.

3) (...) 'le prédicat peut comporter des éléments dont la nature et la structure sont entièrement comparables à celles du sujet'. En effet, car le second constituant n'est pas intrinsèquement second constituant; il l'est seulement de par la fonction qu'en l'occurrence il joue, et qui est marquée selon les langues par des syncatégorèmes fonctionnels et/ou par l'ordre des mots.

On trouve des variantes du même argument chez Tesnière manifestant une confusion entre la structure interne du second constituant et son rôle ou fonction. Il n'est pas fondé de croire que la fonction doive se répercuter forcément dans la structure interne, car ce serait supposer qu'un second constituant ne peut qu'être, partout et toujours, second constituant, ce qui est erroné.

§3.- Un certain nombre de linguistes transformationalistes ont repris récemment les thèses de Tesnière. G. Harman (H:3, p.30) relie explicitement cette thèse, qu'il partage, aux conceptions logiques de Russell, devenues classiques, sur les relations :

For logic, the important distinction became many years ago that between a predicate and its arguments. It is interesting to observe that what holds for logic holds for deep structure as well.

Nous ne voulons pas entrer ici dans la discussion des arguments de Harman, qui nous ont paru extrêmement peu convaincants; outre qu'il suppose sans preuves une identité des structures les plus profondes des phrases actives et passives correspondantes, il s'appuie principalement sur des latitudes et des interdictions de "backwards pronominalization" propres à un dialecte de l'anglais, et qui peuvent être considérées des phénomènes de surface d'un idiome particulier.

§4.- Face à la thèse de Tesnière, nous pouvons quant à nous alléguer deux points :

1) Le principe de délétion : une phrase vraie comportant plusieurs actants et circonstants demeure vraie (dans une certaine mesure du moins) lorsqu'on retranche tout sauf le noyau du second constituant et le premier constituant. Il faut donc considérer le reste comme une expansion (soit -selon nous- du second constituant, soit -selon Martinet- du tout formé par les deux constituants principaux). C'est précisément -notons-le en passant- un des avantages de Am que de rendre compte de ce principe de délétion. Martinet a parfaitement raison de mettre très en relief (M:1,4.26) la possibilité d'éliminer en français le complément d'objet direct -et, bien entendu, tous les autres- (possibilité, il aurait fallu préciser, de le faire sans que le message cesse d'être vrai, mais non possibilité de le faire sans diminution de la valeur de vérité du message, ce qui est très différent). Lyons (L:5 §.2.9) aborde cette même question distinguant soigneusement ce retranchement d'avec le double sens, actif et moyen- ou 'in

transitif'-, de la plupart des verbes anglais, ce qui constitue une toute autre question. On pourrait essayer de réfuter ce principe avec des exemples du type suivant :

(76) Hyacinthe boit du lait

On peut affirmer, en effet, que (76) n'entraîne pas (77) :

(77) Hyacinthe boit

De la même façon, (78) n'impliquerait pas (79) :

(78) Aubin va à la pêche lorsqu'il est en vacances

(79) Aubin va à la pêche

Or, le non-entraînement de (77) par (76) tient, de toute évidence, à une homonymie du mot 'boire'. En ce qui concerne le rapport entre (78) et (79), sans doute n'y a-t-il pas d'implication proprement dite (en 'D') entre eux, mais, d'après nous, il y a bel et bien un découlement, i.e. : un conditionnel valide qui va de (78), comme antécédent, à (79) comme conséquent (probablement d'ailleurs il s'agit là d'un conditionnel plus fort que 'C'; peut-être 'R', peut-être 'Q'. On peut aussi arguer qu'en turc (cf. L:5) cette possibilité de délétion n'existe pas sans substituer au complément d'objet direct un dummy object, ce qui prouverait que la délétion est un trait propre à certaines langues seulement. Mais ce dummy object, précisé ment parce qu'il est dummy, ne constitue pas un complément == d'objet direct proprement dit et peut-être ne constitue-t-il qu'un phénomène de surface. A notre avis, s'il faut adresser à Am un reproche à cet égard c'est plutôt celui de n'autoriser qu'un conditionnel trop faible envoyant une phrase dont le syntagme verbal est un verbe suivi d'un complément d'objet direct vers une autre phrase identique à l'antérieure, à ceci près que le complément d'objet direct a été retranché; et aussi bien une phrase où l'on affirme d'un sujet x qu'il est le (ou un) y de z vers une autre où l'on dit simplement que x == est y -tout court-. Notre traitement autorise bien ces inférences, mais ne permet que des conditionnels trop faibles (en 'C'). C'est trop peu, sans doute. Néanmoins, il nous semble qu'il faut éviter un autre extrême, à savoir l'admission d'une implication. C'est ce qui arrive pourtant si l'on accepte le principe de projection de Bellman et Zadeh (B:2,p.148), selon lequel 'Isaac est père' équivaudrait à 'il y a au moins une chose dont Isaac est (le) père'. Ces auteurs affirment (ibid):

Thus, by employing the projection principle, we are, in effect, finding the largest restriction on the variables of interest which is consistent with the restrictions of the variables which enter into the premises.

Mais, pourquoi prendre précisément la restriction = la plus grande -ou la moins restrictive, si l'on veut? Si les contre-exemples des adversaires du principe de délétion prouvent quelque chose c'est, croyons-nous, l'implausibilité du principe de projection, beaucoup plus fort et partant moins vraisemblable.

2) Il est purement arbitraire de distinguer actants et circonstants (Tesnière reconnaît ce fait à demi). Un complément circonstanciel quelconque pourrait ainsi être considéré comme un actant, et nous pourrions avoir des phrases tentaculaires, à plusieurs millions d'actants; l'ajout d'un nouvel actant == produirait une phrase qui, loin d'être une expansion de la phrase donnée (ou, plus exactement, une phrase obtenue à partir de celle donnée par une expansion de son second constituant),

en serait indépendante. A ce propos, Montague (M:2;p.191) == pense que dans une langue où la flexion joue un grand rôle, = comme le latin, l'adacité maximale des verbes pourrait être = le nombre de cas dans la langue en question qui ont des em- = plois associés au verbe. C'est ignorer, d'un côté l'utilisa- = tion extrêmement fréquente, même dans ces langues, de complé- = ments circonstanciels formés à l'aide de prépositions, et de l'autre la complémentarité des divers cas profonds revêtant = le même signifiant en surface (le syncrétisme; p.ex.: 'illo = tempore tota prouincia metu mortis serui magna uoce ueniam == eros precabantur'). Ces deux faits nous renforcent dans notre conviction -conforme, par ailleurs, à la grammaire des == constituants immédiats et aussi à la plupart des analyses == transformationnelles- sur la structure duale de toute phrase à plus d'un constituant.

Chapitre 6.- L'EXPANSION

§1.- Jusqu'ici nous n'avons tenu compte que des deux consti- = tuants immédiats de la phrase (non uniterlinale). Mais com- = ment analyser les expansions? Signalons tout d'abord que la chaîne formée des deux constituants immédiats de la phrase (i.e. la phrase même) ne peut pas subir d'expansion sans per- = dre son indépendance et donc aussi son caractère de phrase, = devenant par là un terme d'une autre phrase. L'expansion pro- = prement dite se fait donc toujours à l'intérieur de chaque constituant, et l'expansion ne peut connaître que trois procé- = dés : la concaténation, l'introduction de foncteurs et l'intro- = duction de quantificateurs. A l'aide de ces procédés nous de- = vons rendre raison de toutes les structures des énoncés com- = portant des compléments et des adverbes. Nous ne tenterons = pas ici l'étude exhaustive de cette question, naturellement. = Contentons-nous de quelques sommaires considérations.

§2.- Une possible formalisation des phrases ayant un complé- = ment d'objet direct (et peut-être aussi d'autres compléments) serait de les interpréter comme des relations. Ainsi (80) == pourrait se lire comme (81) (où 'a' désigne Ismael; 'a'' Ezé- = chiel; et 'a''' la classe des dimanches) :

(80) Ismael visite Ezéchiél chaque dimanche

(81) $Ux(xa''Qa;a';a''a''''')$

(où 'a''' ' serait la classe des trios tels que le premier élé- = ment du trio visite le deuxième dans le troisième). Or ceci = est une traduction plutôt qu'une lecture de la langue naturel- = le, tout comme pour traduire au basque une phrase transitive = nous la tournons à la voix passive, ou comme pour traduire le dual grec en français nous le remplaçons par le pluriel. Au- = trement dit, en français (80) peut être paraphrasé : 'pour == tout x, si x est un dimanche, alors le trio formé d'Ismael, = Ezéchiél et x appartient à la classe des trios tels que le == premier élément du trio visite le deuxième dans le troisième'; cette paraphrase peut se faire, mais ceci ne prouve pas l'iden- = tité stricte des valeurs de vérité des deux phrases (peut-être y a-t-il seulement une très grande proximité).

D'un autre côté on a essayé de réduire les construc- = tions transitives à des constructions intransitives. Lyons = (L:5,8.2) conclut une très profonde et minutieuse analyse, = dans laquelle nous ne pouvons pas entrer, sur les notions de

transitivité et d'ergativité, en affirmant (ibid.8.2.14,début) que les constructions à deux places peuvent être dérivées de celles à une place, moyennant la notion de causativité. Toutefois, il y a deux remarques à faire à cette réduction :

1) De très nombreux cas d'une telle réduction sont malheureux, à tout le moins plus que contestables, comme les célèbres réductions de 'tuer x' à 'faire que x meure', celle de 'mouvoir x' à 'faire que x bouge', etc. Outre des problèmes de portée des compléments et adverbess, ces réductions sont discutables en ce qu'on peut bien se demander si tuer quelqu'un et en causer la mort sont strictement équivalents; autrement dit, s'il est vrai pour tout x et tout y que x fait que y meure dans la mesure, et seulement dans la mesure, où il le tue. Nous avons ici un exemple typique d'ensemble (ou propriété) flou pluridimensionnel. Non seulement il y a des degrés différents de l'acte de tuer, mais, au surplus, il y en a des dimensions multiples. Le professeur Marcus Cunliffe (C:8, p. 222), commentant le grand roman de Théodore Dreiser An American Tragedy expose comment le héros, Clyde Griffiths, 'is executed for a murder that he committed and yet did not commit, since the girl's death was in part accidental'. Dans le même sens, Hospers (H:22,p.75) met en évidence le caractère vague de la relation de tuer :

Killing is taking a life -but when exactky is a life being taken? When you leave a person to die of exposure, not shooting or poisoning him but just letting him lie there as you found him, can you be said to have killed him? If you drive you wife to suicide, is that killing?

Notre avis c'est que ce type d'exemples prouve que dans de nombreux cas il est plus ou moins vrai de dire qu'une personne a fait mourir une autre qu'il ne l'est de dire que = la première a tué la deuxième (autrement dit, affirmer ceci = est plus faux qu'il ne l'est d'affirmer cela).

Mais supposons qu'Aldegonde, en se faisant écraser par une voiture, provoque, par le truchement d'une crise cardiaque, la mort de son mari; alors, en un sens, il peut être assez vrai qu'elle a tué son mari, et en un autre sens assez faux, car nous pouvons avoir une fonction d'appartenance tensorielle et non scalaire, à la classe des femmes qui tuent = leur mari. Nous pourrions donc avoir :

$J\mathbb{P}(\text{ald}(\text{occ}(\text{trans}\mathbb{x}(\text{ald};\text{xconub}))))\cdot J\mathbb{N}(\text{ald}(\text{occ}(\text{trans}\mathbb{x}(\text{ald};\text{xconub}))))$

(où 'trans' est une constante de transitivité, dont le rôle et le sens exact seront examinés quelques lignes plus bas). = Dans le cas mentionné il serait pourtant -par hypothèse- assez vrai qu'à tous les égards Aldégonde fait que son mari meure. = (Il en va de même, soit dit en passant, pour les verbes français simples et complexes à trois places. Lyons répute équivalents 'Jean appelle le docteur' et 'Jean fait venir le docteur' nous n'y voyons pas de synonymie, mais une simple paronymie).

2) La postulation d'une constante sous-jacente -et universelle de transitivité nous paraît plus fondée sur les données de surface, et aussi plus économique, que celle de processus compliqués d'engendrement au moyen de causatifs impliquant = très souvent des relexicalisations (en anglais, il est vrai, = celles-ci ne s'avèrent pas nécessaires dans de nombreux cas, = soigneusement étudiés par Lyons; mais même dans cette langue il n'y a pas de correspondance systématique formellement déduisible entre le lexème verbal transitif et le lexème verbal in

transitif censé lui correspondre). Quoi qu'il en soit, puisque ce qui constitue le thème central de notre étude actuelle c'est l'affectation en surface des constituants autres que la phrase par des modificateurs aléthiques -et des fonctions dyadiques-, cette théorie de Lyons pourrait être admise sans que pour autant notre analyse se trouvât sensiblement modifiée. = Néanmoins, dans la suite nous ignorerons cette possibilité.

Dès lors, ainsi qu'il vient d'être dit, nous postulons, pour les compléments d'objet direct, une constante == 'trans', telle que : a(trans a') serait : a en tant que : transitif-vers en tant que a'. On pourrait ensuite définir :
/copuly/ eq /x̂z(x(y(transz)))/

et nous pourrions ainsi, définitionnellement, traiter les === constructions transitives comme des relations, sans pour autant imposer une structure profonde qui nous paraît artificielle.

Dans le cas des compléments indirects, rien n'indique une différence fondamentale d'avec les directs, sinon que la constante 'trans' doit être remplacée par une autre. Les compléments circonstanciels, quant à eux, amènent le remplacement de 'trans' par un nombre de constantes alternatives capables d'exprimer les différents cas. Néanmoins, le cas de == l'instrumental -comme nous le verrons plus loin- soulève une difficulté supplémentaire. Négligeons-la cependant pour l'instant.

§3.- Or, que faire : 1°, avec la juxtaposition de plusieurs = compléments hétérofonctionnels? Commençons par l'existence = de plusieurs compléments homofonctionnels. La première solution consiste à lire une phrase comme (82) comme une conjonction de deux phrases, i.e. comme (83) :

(82) Ismael visite Ezéchiél et Cornélie

(83) ism(vis(trans(ez))).ism(vis(trans(corn)))

où l'on peut remplacer '.' par d'autres conjonctions ('&', '^', '!', '_') selon le sens que l'on donne dans chaque cas au 'et'. On pourrait aussi interpréter (82) comme (84) :

(84) ism(vis(trans(ez.corn))).

Que s'oppose à (84) comme lecture de (82)? Apparemment il y a une dose d'ambiguïté dans ce type de phrase dans les structures de surface. Dans de nombreux cas, on ne pourrait pas == avoir recours à des paraphrases comme celle de (83) mais plutôt comme celle de (84). Ainsi 'Hugues a promis de venir et de ne point venir' n'équivaut certainement pas à 'Hugues a == promis de venir et Hugues a promis de ne point venir. Mais ce n'est pas seulement avec des verbes dits intensionaux que ce genre de non-équivalence a lieu. Après tout, (84) nous paraît trait plus précis que (83) -donc pas forcément équivalent à (83)- au cas où Ezéchiél et Cornélie vivraient ensemble et == que la visite s'adresserait à eux deux conjointement (cf. sur tout ceci L:2, pp.252ss).

§4.- Venons-en au deuxième cas : l'existence de plusieurs compléments hétérofonctionnels. Nous supposons qu'ils ne sont pas subordonnés entre eux, mais qu'ils se rapportent tous au noyau du second constituant de la phrase (dont la place est = occupée dans nos langues par un verbe ou un attribut). Il se peut pourtant qu'ils se rapportent à ce noyau directement, ou bien comme affectés par d'autres compléments. Nous pourrions interpréter (85) comme (86) (où 'instr' est une constante d'instrumentalité):

(85) Euphrasie potasse le swahili avec acharnement

(86) eup(pot(trans(swa))instr(ach))

Le problème avec (86) c'est qu'on ne voit pas très bien pourquoi on peut déduire de (85) (87) :

(87) Euphrasie potasse avec acharnement

Bien sûr, on peut soutenir que la dérivation de (87) à partir de (85) est moins directe, moins incontestable, que celle de (88) à partir de (85) :

(88) Euphrasie potasse le swahili

On peut dire qu'Euphrasie potasse le swahili avec acharnement, mais qu'elle ne potasse pas avec acharnement tout court; mais de toute façon, nous croyons que (87) résulte aussi de (85); = la différence c'est que le conditionnel qui envoie (85) vers (87) peut être plus faible que celui qui envoie (85) vers (88); il se peut que le premier soit 'R', le second 'd', p.ex. Or, quand même nous lirions (85) comme (86), nous pourrions obtenir (87), pourvu que nous ajoutions un axiome, p.ex. : $x(y(\text{trans}z)u)dx(yu)$

axiome qui paraît très approprié, et intuitivement plausible.

§5.- Une remarque doit être faite : il va sans dire que l'utilité de l'introduction de constantes telles que 'trans' et 'instr' doit être accompagnée de celle d'axiomes logiques les concernant. Mais l'étude de ces axiomes déborde, par sa complexité, le modeste cadre qui est ici le nôtre.

§6.- Nous ne voulons pas mettre fin à ce chapitre sans mentionner un point de vue diamétralement opposé à celui que nous défendons ici, à savoir celui qui a été avancé par N.L. Wilson (cf. W:1). Pour lui 'Socrate est dyspepsique' n'est pas une fb_f et ne le devient qu'en lui ajoutant un complément circonstanciel de temps. Pour parer à l'objection comme quoi, si ceci était vrai, alors il faudrait ajouter des compléments circonstanciels de lieu, etc., il soutient qu'un complément circonstanciel de lieu ne modifie pas la phrase initialement donnée -du moins pas celle dont il est question-, mais lui ajoute une autre, conjonctivement unie à la première et dont le sujet serait le même (et le complément circonstanciel de temps serait aussi commun). Ainsi 'Socrate est dyspepsique à trois heures de l'après-midi dans l'agora' doit être reconstruit comme 'Socrate est dyspepsique à trois heures de l'après midi... et Socrate est dans l'agora à trois heures de l'après midi...'

Mais cette paraphrase est invraisemblable. Ce que nous affirmons en disant que Socrate est dyspepsique tel jour à telle heure, dans l'agora, ce n'est pas du tout la même chose que la paraphrase proposée par Wilson. La valeur de vérité peut ne pas être la même. La phrase originale aura comme valeur de vérité le fait que dans l'agora Socrate est dyspepsique tel jour à telle heure; la paraphrase aura comme valeur de vérité celle-ci : minimim(/Socrate est dans l'agora tel == jour à telle heure/). Or, il se peut que chacune de ces deux phrases atomiques soit considérablement vraie, sans qu'il soit considérablement vrai que Socrate est dyspepsique tel jour à telle heure dans l'agora (i.e. sans qu'il soit considérablement vrai que le fait que Socrate est dyspepsique tel jour à telle heure a lieu dans l'agora, l'affectation locative pouvant être plus centrale, donc plus vraie, pour Socrate que = pour sa dyspepsie).

D'ailleurs, il y a une troisième lecture de la phrase : elle affirmerait, non pas que le fait que Socrate est == dyspepsique tel jour à telle heure se passe dans l'agora, mais qu'il est vrai de Socrate qu'il est dyspepsique tel jour à telle heure dans l'agora (et il y a encore d'autres lectures possibles; il suffit d'intervertir l'ordre des constituants). Chacune de ces lectures est diverse des autres et cette diversité ne devrait pas être obliérée. Dans la formalisation == que nous proposons, aucune de ces lectures ne se confond avec les autres. Certes, une logique plus détaillée des compléments circonstanciels de temps et de lieu pourrait révéler == certains liens de dépendance mutuelle des valeurs de vérité respectives; mais pas du tout une mêmeté.

Pour défendre son point de vue, Wilson conteste que 'Socrate est dyspepsique tel jour à telle heure dans l'agora' soit bien formé comme une forme sententielle primitive. Car, d'après lui, nous aurions l'intuition que cette phrase implique strictement (entails) : 'Socrate est dans l'agora tel jour à telle heure'. L'implication inverse n'étant pas vraie, il y aurait un surplus dans la première de ces deux phrases, et ce surplus ne peut être que ce qui est exprimé par la phrase: 'Socrate est dyspepsique tel jour à telle heure'. Nous croyons que Wilson a tort de postuler ces implications strictes : un certain découlement ou entraînement serait sans doute acceptable, mais pas du tout une implication stricte. Certes, Wilson veut prouver que 'Socrate est dyspepsique tel jour à telle == heure' est une fbf. Et sur ce point nous lui donnons raison. Mais il échoue complètement dans sa tentative de prouver que 'Socrate est dyspepsique tel jour à telle heure dans l'agora' est mal-formé, tel qu'il est exprimé. Or Wilson a besoin == d'établir une frontière absolue entre circonstanciels locatifs retranchables, et circonstanciels temporels, prétendument irrétranchables -pour certains prédicats-. Son argument pour établir cette frontière tourne en rond. Après tout on peut tout aussi bien dire que 'Socrate est dyspepsique tel jour à telle heure' est une conjonction de 'Socrate est dyspepsique' et 'Socrate est tel jour à telle heure', puisque chacun de ces deux membres conjonctifs découle de la phrase en question, sans == que l'inverse soit vrai, si bien qu'à chacune de ces deux phrases atomiques il faudrait adjoindre un surplus, constitué en l'occurrence par l'autre membre conjonctif, pour obtenir un équivalent de la phrase initiale. Nous ne sommes point en train de défendre une thèse parsille, car nous respectons la spécificité et irréductibilité de chacune de ces phrases == (quand même elles seraient reliées par des conditionnels ou biconditionnels plus forts que le simple biconditionnel fort). Nous nous bornons à montrer l'inconséquence dans l'argumentation de Wilson.

La conclusion de Wilson c'est que chaque prédicat a une adicité fixe; 'rouge' et 'dyspepsique' seraient des prédicats à deux places, des relations entre des choses et des moments. Or, la conclusion étant implausible -on peut affirmer dans l'absolu et sans référence à aucune détermination temporelle, qu'une chose est rouge-, il faudrait à Wilson des arguments autrement plus forts et convaincants que ceux qu'il == avance pour qu'ils puissent avoir le dessus sur l'expérience linguistique quotidienne qui montre l'existence de verbes à = adicité variable.

Chapitre 7.- UNE THEORIE DES CAS

§1.- A la lumière de ce qui précède, nous pourrions esquisser une théorie des cas comme suit : un constituant d'une phrase atomique peut se trouver dans un des cas suivants :

1) Nominatif : se trouve au nominatif le premier (ou unique) = constituant du premier (ou unique) constituant du premier (ou unique) constituant ... d'un constituant quelconque d'une phrase.

2) Verbatif : se trouve au verbatif le premier (ou unique) = constituant du premier (ou unique) constituant ... du second = constituant d'un constituant quelconque d'une phrase atomique biterminale quelconque.

3) Accusatif : se trouve à l'accusatif le second constituant = du second constituant du premier (ou unique) constituant du premier (ou unique) constituant du premier (ou unique) constituant ... d'un constituant quelconque t d'une phrase atomique lorsque le premier constituant du second constituant du premier (ou unique) constituant du premier (ou unique) constituant du premier (ou unique) constituant ... du second constituant = de t est la constante 'trans'.

4) Instrumental : se trouve à l'instrumental le second constituant du second constituant du premier (ou unique) constituant du premier (ou unique) constituant du premier (ou unique) constituant ... d'un constituant quelconque t d'une phrase atomique lorsque le premier constituant du second constituant du premier (ou unique) constituant du premier (ou unique) constituant du premier (ou unique) constituant ... du second constituant de t est la constante 'instr'.

Cette liste de cas n'est pas fermée. D'autres peuvent s'ajouter, en nombre fini ou infini dénombrable, selon = les différentes constantes que l'on introduise et en fonction de leurs combinaisons possibles avec chacune des autres constantes. Mais on peut aussi introduire un cas résiduel, fouillis où seraient classés les constituants d'une phrase atomique ne se trouvant dans aucun des autres cas. Considérons très = brièvement quelque critique que l'on pourrait adresser à une théorie pareille.

§2.- On pourrait nous reprocher un prétendu caractère syncretique des cas nominatif, accusatif et instrumental, qui englobent une pluralité de fonctions différentes sous un seul intitulé. On a remarqué, en effet, que sous la dénomination de sujet (et de cas nominatif) se groupent des fonctions différentes : agentif, nominatif de patient, nominatif de bénéficiaire, nominatif de personne affectée et nominatif éthique = (cf. F:1,p.6); qu'il y a au moins un accusatif d'affectation = différent de l'accusatif d'effectuation (ibid., p.4; H:2,p.147 L:5,p.439). Ainsi, on a fait remarquer que la différence entre l'accusatif d'affectation et l'accusatif d'effectuation = réside en ce que le premier, mais non pas le second, suppose = l'existence préalable et indépendante du référent du terme en accusatif. On a signalé à cet égard que (89) n'entraîne pas (90):

(89) Athaülf prépare une conférence

(90) Il y a une conférence qu'Athaülf prépare

Or, de nouveau il s'agit ici d'une thèse métaphysique défendable mais qui ne va pas de soi. A notre avis c'est même le contraire qui arrive : (91) est contradictoire (pas

nécessairement incohérent cependant) :

(91) Athaülf prépare une conférence et il n'y a rien qu'Athaülf prépare

Certes, la conférence ne préexiste pas, c'est certain. Mais d'un autre côté il est vrai aussi qu'elle préexiste (autrement ni Athaülf ni personne ne pourrait la préparer). Dès lors, = elle préexiste sans préexister (elle a un degré quelconque de préexistence, ne fût-ce qu'infinitésimal). Une logique contradictoire paraît mieux équipée pour faire face à ce problème et traiter uniformément des constructions comme celles d'accusatif que la langue naturelle traite uniformément. Et quand bien même certaines constructions où il y a, apparemment, des compléments d'objet direct (des constructions d'accusatif) ne pourraient pas être expliquées sans le secours d'opérateurs modaux, p.ex. (des cas comme 'Tancrede veut acheter une machine durable' et tant d'autres, largement débattus dans la littérature sur cette question), le fait est que les cas comme 'préparer une conférence' ne demandent aucun traitement modal ou autre traitement particulier, si l'on admet la contradiction. A notre avis, les seuls cas qui posent un problème == quant aux constructions de compléments d'objet direct sont des cas de clauses subordonnées (ou amalgames verbaux comme 'devoir' au sens de 'avoir l'obligation de donner'), dans lesquels existent des possibilités diverses de portée : différence entre le fait qu'il y ait un suédois qu'Isabelle veut épouser = et le fait qu'Isabelle veuille qu'il y ait un suédois qu'elle épouse; la différence entre le fait qu'il y ait une récompense qu'Ignace a l'obligation de donner à son neveu et le fait qu'Ignace ait l'obligation de ce qu'il y ait une récompense = qu'il donne à son neveu. Dans le cas des accusatifs dits == d'effectuation rien de pareil ne se produit.

On a affirmé par ailleurs que l'instrumental est == lui aussi divisible, à tout le moins, en instrumental proprement dit et modal (répondant, respectivement, aux questions : 'par quel biais?' et 'comment?'). On peut ensuite faire voir que ces distinctions possèdent des marques formelles (pas nécessairement visibles à première vue, mais décelables par des possibilités diverses de transformation) dans telle ou telle langue. Il se peut qu'il en soit ainsi. Mais chacune de ces subdivisions pourra, à son tour, être divisée de nouveau, et ainsi à l'infini. Et on pourra trouver toujours une langue = qui distingue formellement des fonctions qu'une autre langue confond. Du point de vue d'une logique générale de la langue naturelle (perspective qui est la nôtre dans ces quelques pages), il paraît raisonnable de réduire les fonctions à un minimum dont on soit à peu près sûr qu'elles se distinguent == (soit comme fonctions individuées, soit comme ensembles de == fonctions) dans les différentes langues, pour autant qu'il == s'agit de langues possédant un minimum de richesse et de subtilité, et reléguer ces distinctions ultérieures à la lexicologie.

Par ailleurs, certaines de distinctions ci-dessus = mentionnées nous semblent contestables, car elles reposent == trop lourdement sur des notions sémantiques catégorielles naïves (en tout cas, peu contrôlées et que l'on tient pour assurées sans aucun procédé de raffinement et d'épuration). Qui plus est, les marques formelles alléguées pour certaines de == ces distinctions nous semblent se fonder sur la confusion (si fréquente, hélas!, dans ce type d'analyses) entre des phrases ou inférences inhabituelles (ou, si l'on veut, inusitées) et

les phrases et inférences bannies par la structure de la langue.

§3.- Une critique, différente mais du même type, formulée contre les notions de transitivité et d'instrumentalité sur lesquelles se base notre approche c'est qu'elles sont confuses = et que leur véritable rayon d'application sémantiquement fondé est beaucoup plus étroit que celui que leur accorde la syntaxe traditionnelle. Ainsi, p.ex., les auteurs de la Grammaire Larousse du Français contemporain (C:3, p.70) affirment, à propos de "la construction transitive", :

Dès l'Antiquité, les grammairiens avaient noté qu'el le [la définition sémantique de la transitivité, selon laquelle une construction est transitive lorsque le groupe verbal est accompagné d'un complément sur lequel passe l'action verbale] ne s'appliquait à certains cas qu'au prix de raisonnements sophistiqués. En quoi peut-on dire que l'action passe sur rose ou coup dans : Elle respire = une rose. Il reçoit des coups?

Eh bien! on peut répondre que l'action de respirer= passe sur la rose dans la première des phrases, en ce que la rose subit ladite action, est respirée et ainsi, de par l'action de celui ou celle qui la respire, acquiert une nouvelle propriété. Si l'on veut réfuter ceci, on peut le faire, à la condition toutefois que l'on se fonde ouvertement et avec des arguments métaphysiques appropriés, sur une métaphysique physicaliste. Ce physicalisme peut être très respectable, mais il n'est pas obvie, et, à coup sûr, il n'est pas incorporé == aux présuppositions ontologico-sémantiques de la langue naturelle.

§4.- Pour mettre fin à ce chapitre, il est intéressant de == comparer notre théorie des cas à celles qui ont été élaborées par C.J. Fillmore et W.L.Chafe. Nous ne pouvons qu'être d'accord avec Fillmore (F:1, p.20) pour affirmer :

if there are recognizable intra sentence relationships = of the types discussed in studies of cas systems (whether they are reflected in case affixes or not), that if these same relationships can be shown to be comparable across = languages, and that there is some predictive or explanatory use to which assumptions concerning the universality = of these relations can be put, then surely there can be = no meaningful objection to using the word case, in a clearly understood deep-structure sense, to identify these relationships.

Les deux points de divergence entre la théorie de Fillmore et la nôtre sont les suivants : premièrement, Fillmore, manifestant son accord avec la thèse de Tesnière que nous avons critiquée, soutient que la structure de base de chaque phrase consiste dans un verbe et un ou plusieurs syntagmes nominaux, chacun d'eux associé au verbe dans une relation casuelle particulière. Nous ne reviendrons pas sur tout ce qui a été dit plus haut sur la thèse de Tesnière. Cependant il y a un point sur lequel nous voulons insister à ce propos : Fillmore tire de cette thèse la conclusion que la relation de sujet == est un simple phénomène de surface; il en veut pour preuve == que, bien que l'on puisse dire aussi bien que 'John broke the window' et que 'a hammer broke the window', on ne peut pas dire (92) :

(92) John and a hammer broke the window

ce qui prouverait bien qu'il s'agit là de deux fonctions dif-

férentes, et c'est pourquoi on ne peut pas les subsumer en == une seule au moyen de la conjonction. Mais nous estimons que (92) est simplement une phrase non fréquente, pas une phrase = mal formée ou inconsistante, ni même nécessairement contradic = toire. La non-fréquence peut être due à des motifs sémanti = ques particuliers indépendants de la structure syntaxique. == Fillmore reconnaît qu'il y a des interprétations qui rendraient (92) acceptable, mais soutient que ce ne sont pas des 'face = value' interpretations. A notre avis, une pareille attitude = amène à s'égarer dans un inextricable dédale d'interprétations directes et indirectes, à tout le moins tant qu'on ne soutient pas cette différence par des critères formels; car s'il s'agit de recourir à l'introspection, quelle que soit l'interpréta = tion choisie, nous tenons personnellement (92) pour une phra = se intelligible et qui peut être parfaitement vraie. La dif = férence résiderait en ceci que le sujet apparent de 'John bro = ke the window' serait un agentif et celui de 'a hammer broke = the window' serait un instrumental. La différence serait aus = si marquée par le fait que, bien que l'on puisse dire (93), on ne peut pas dire (94) :

(93) The car broke the window with its fender

(94) The car broke the window with a fender

('the car' serait à l'instrumental dans (93)). Nous contes = tons aussi l'impossibilité d'affirmer (94). Au contraire, == nous croyons que par la règle de généralisation existentielle (EG) (93) implique strictement (94). Un autre argument de = Fillmore, pour montrer que derrière la relation superficielle de sujet est sous-jacente une relation profonde d'instrument = dans bien des cas, est le suivant : les phrases (95) et (96) = posséderaient la même structure profonde :

(95) Your speech impressed us with its brevity

(96) The brevity of your speech impressed us

Nous devons exprimer derechef notre désaccord avec cette pré = tendue équivalence. Certes, il y a entre (95) et (96) une so = lidarité aléthique, mais quel est le degré de cette solidari = té c'est difficile à dire. En tout cas, il ne s'agit pas né = cessairement de l'équivalence, puisque (95) pourrait être plus vrai que (96) et vice versa.

Deuxièmement, bien que la théorie de Fillmore soit un pas en avant vers une grammaire fonctionnaliste et transfor = mationnelle en même temps, Fillmore reste trop attaché à des considérations catégorielles et il lie chaque fonction à la possession par le référent d'un syntagme nominal quelconque, = d'un trait ontique particulier ('typically animate + instiga = tor', 'inanimate', 'animate affected by the state or action' = etc.). Notre approche se veut, elle, purement fonctionnelle = et aussi dépouillée que possible de considérations catégoriel = les. Les raisons de ce choix sont deux : 1°, les classifica = tions catégorielles sont fragiles et contestables (et, au == surplus, très souvent telles que rien ne permet d'en affirmer la présence dans l'esprit de tous les être pensants); 2°, il n'est pas vrai que la fonction que joue un syntagme dans une phrase dépende toujours de la catégorie du syntagme (donc de certaines propriétés du référent du syntagme). Si nous accep = tons un locatif, pourquoi ne pourrait-on pas mettre au locatif des expressions qui ne désignent pas des lieux? Peut-être == les phrases où des expressions ne désignant pas des lieux ap = paraissent au locatif sont-elles nécessairement fausses, mais

non point nécessairement mal formées. Pourquoi ne peut-on == pas, semblablement, mettre à l'instrumental des substantifs = désignant des personnes? N'est-il pas arbitraire d'avoir recours, pour rendre raison de la masse énorme de phrases, non= seulement bien formées, mais vraies, où de telles soi-disant= entorses catégorielles ont effectivement lieu, à la distinc-- tion de sens primaire et sens secondaire?

Le défaut que nous critiquons peut être aperçu dans le travail de Chafe. Cet auteur, tout comme Fillmore, distin-- gue, à l'intérieur, p.ex., de ce qui superficiellement appa-- rait comme sujet, des fonctions différentes selon la catégorie mais il insiste autant sur la catégorie du verbe que sur celle du substantif, ce qui pourrait permettre, dans une certaine = mesure, une alternance fonctionnelle de substantifs apparte-- nant à la même catégorie. Ceci constitue, à notre avis, un progrès, mais insuffisant. Ainsi, p.ex., parlant de phrases= comme 'John found the tickets' ou 'Tom acquired the converti-- ble' (C:2, p.149), Chafe affirme :

Here ... something happened : an event took place. The event was not, however, an action; Tom did not do some--- thing. It was simply a process, a change in the disposi-- tion of the patient (tickets, convertible). The process= clearly seems to have been a benefactive one, with Tom = again as the beneficiary.

Quand bien même nous accepterions que toute trou-- vaille ou acquisition est profitable ou bénéfique (on peut == aussi vider le mot 'bénéfice' d'une partie de sa charge séman-- tique, mais alors l'intérêt de l'approche catégorielle devient douteux), il demeurerait tout à fait contestable que Tom n'ait rien fait dans de tels cas; il a effectué l'action de trouver ou d'acquérir. Que cette action soit le fruit d'un effort ou le résultat d'une coïncidence, cela ne change rien à l'affaire.

Chapitre 8.- TRAITEMENT DES ADVERBES

§1.- Nous sommes maintenant à pied d'oeuvre pour attaquer le problème des adverbes et syntagmes instrumentaux. Voyons == l'exemple suivant :

(97) Rigobert chante doucement

(98) Rigobert chante avec douceur

(97) peut se lire comme (98). Le problème aussi bien avec == (97) qu'avec (98) c'est que l'introduction des intensifica--- teurs ou restricteurs (i.e. : les modificateurs aléthiques) = qui intervient si souvent dans le cas des compléments instru-- mentaux, bien que possible dans cette lecture, soulève un pro-- blème de computation. En effet, (99) peut donner lieu, par application d'un intensificateur, à (100) :

(99) rig(can(instr(dulc)))

(100) rig(can(instr(Pdulc)))

Mais, est-il certain que (100) équivaut à (101)?

(101) Rigobert chante plutôt doucement

Le problème avec l'instrumental c'est que, normalement, il == semble y avoir un quantificateur larvé, comme on le voit par (102):

(102) Rigobert chante d'une manière douce

Il ne fait aucun doute que (102) est équivalent (strictement) aussi bien à (98) qu'à (97). De même (103) est équivalent à (101) :

(103) Rigobert chante d'une manière plutôt douce

Nous voyons donc que, dans le cas des compléments instrumen--
taux (y compris les adverbes de manière), il faut postuler ==
dans la structure profonde un quantificateur. Une formalisa-
tion adéquate de (102) (donc aussi de (97) ne pourrait pas ==
être (104), car (104) veut dire que Rigobert chante avec quel-
que chose de doux, ce qui découle sans doute de (102) mais
n'implique pas (102); ce n'est pas seulement avec quelque cho-
se de doux, mais avec (de) une manière douce que Rigobert ==
chante. Mais (105), i.e. (106) ferait l'affaire :

(104) Ex(xdulc.rig(can(instrx)))

(105) Ex(xman.xdulc.rig(can(instrx)))

(106) Il y a quelque chose qui est une manière et qui est
doux et avec quoi Rigobert chante

L'application d'un modificateur aléthique à (106) ==
et à ses équivalents (102) et (97) est désormais plus plausi-
ble. P.ex. : (101) est bien équivalent à (108), i.e. (107) :

(107) Ex(xman.P(xdulc).rig(can(instrx)))

(108) Rigobert chante de (avec) une manière plutôt douce

L'existence de quantificateurs enchassés dans la ==
structure profonde des adverbes de manière explique pourquoi==
des problèmes de portée se posent lorsque ces adverbes côtoient
d'autres quantificateurs. Lakoff (L:1, p.628ss) a étudié la
différence entre (109) et (110) et a montré qu'à l'inverse de
(110), (109) implique la négation de (111):

(109) Sam sliced all the bagels carefully

(110) Sam carefully sliced all the bagels

(111) Sam sliced some of the bagels carelessly

Cette différence s'explique fort bien avec notre approche, ==
car -en omettant les temporalisations du verbe- nous pouvons
formaliser (109) comme (112), et (110) comme (113) :

(112) Ex(xman.xcura.Uz(zbagelRsam(sli(transz)(instrx))))

(113) Ex(xman.xcura.Uz(zbagelRsam(sli(transz)))(instrx))

On voit bien que (112) mais non pas (113) implique la négation
de (111), pourvu que nous ajoutions un schéma axiomatique fort
plausible, aux termes duquel il y a une manière x telle que
 p/\underline{x} et que cette manière possède la propriété z pour autant-
seulement qu'il n'y a aucune manière x' qui possède la proprié-
té complémentaire de z et telle que $p/\underline{x}/\underline{x}$:

Ex(xman.xy.p/x)DNEx(xman.xy.p/x)

La conclusion que tire Lakoff comme quoi 'manner adverbs such
as 'carefully' are not to be represented in logical form as
operators mapping predicates into predicates' nous paraît donc
non fondée, car notre approche regarde bien les adverbes de
cette façon-là et pourtant rend compte de la différence qu'il
signale à juste titre.

Une analyse attentive de certains problèmes d'ambi-
guïté structurelle de surface de phrases contenant des adver-
bes ou locutions adverbiales se trouve aussi chez Fodor (cf.
spécialement F:2, pp.57 et 59 et note 7 à la p.67). Ce que
nous avons déjà dit permettra au lecteur de ce travail d'uti-

liser notre traitement pour déceler les différentes structures profondes de ces phrases et expliquer par ce biais leur différent budget inférentiel.

Naturellement, l'ordre d'application des compléments au noyau du second constituant de la phrase peut être sujet à caution dans de très nombreux cas. (114) peut s'analyser comme (115) ou comme (116) :

(114) Macaire connaît profondément Fichte

(115) Ex(xman.xprof.mac(cogn(trans(fichte))(instrx)))

(116) Ex(xman.xprof.mac(cogn(instrx)(trans(fichte))))

Il est vrai que (115) paraît plus naturel, mais rien n'exclut (116), voulant dire que Macaire réalise l'acte de profondément connaître Fichte, plutôt que que Macaire réalise, profondément, l'acte de connaître Fichte.

§2.- Il nous faut aussi élucider le problème de la présence de plusieurs adverbes dans une même phrase. Parsons (P:1, p. 131) signale que (117) n'équivaut pas à (118) :

(117) John wrote painstakingly and John wrote illegibly

(118) John wrote painstakingly and illegibly

C'est indéniable. Et notre traitement ne les confond point. Négligeant la temporalisation, (117) s'écrira (119); et (118) s'écrira (120) :

(119) Ex(xman.xdol.johan(scrib(instrx))).Ex(xman.xilleg.johan(scrib(instrx)))

(120) Ex,y(xman.yman.xdol.yilleg.johan(scrib(instrx.instry)))

Il se pourrait que l'on pût, dans des cas particuliers, remplacer la variable 'x' dans (120) par des occurrences de 'y'; alors on serait en train de dire que Jean écrit d'une manière pénible et illisible en même temps, ce qui implique bien (120), mais n'est pas impliqué par lui, car (120) veut dire = que Jean écrit en même temps d'une manière pénible et d'une manière illisible. N'importe laquelle de ces deux paraphrases rend bien compte de la possibilité que Jean eût écrit assez péniblement mais pas du tout assez illiblement. C'est manifeste dans le cas de (120), car il y a bien deux manières différentes. Mais, même si l'on uniformise les deux variables = dans (120), rien n'empêcherait la seule manière en présence = d'appartenir dans une mesure supérieure à cinquante pour cent à la classe des choses pénibles, mais seulement dans une mesure égale ou inférieure à cinquante pour cent à la classe des choses illisibles. Parsons signale qu'outre la distinction = entre (117) et (118) on doit aussi tenir compte de la distinction entre ces deux phrases d'un côté, et (121), de l'autre :

(121) John painstakingly wrote illegibly

et dit, à ce propos, que le traitement de Reichenbach (R:1, = sect.53) est impuissant à rendre cette différence. Mais sur ce point notre système est mieux armé. En effet, (121) s'écrira (122), qui, bien entendu, ne se confond nullement ni avec (119) ni avec (120) :

(122) Ex,y(xman.yman.xdol.yilleg.johan(scrib(instry)(instrx)))

D'autres exemples plus compliqués ont été étudiés = par Lakoff (L:2,p.266); p.ex., la différence entre 'John evidently had quickly sliced the bagel carefully' et 'John evi-

dently had carefully sliced the bagel quickly' ne soulève aucune difficulté de par l'approche que nous avons proposée; la formalisation de ces exemples -tenant compte, comme il sied = de le faire, des différences sémantiques signalées par Lakoff- est à portée de la main.

§3.- Un autre point qu'il faut élucider c'est le rapport entre le traitement que nous proposons et celui qui fut proposé par Reichenbach (et auquel nous venons de faire allusion, en parlant de Parsons), car il y a une certaine affinité entre = eux. Reichenbach développe son traitement à l'intérieur d'un calcul des prédicats du deuxième ordre, tandis que le nôtre = prend sa racine dans une théorie des ensembles. Nous n'avons pas besoin de paraphrases telles que celle de 'x bouge' comme 'il y a une propriété qui est motionnelle et que x possède'. = Notre paraphrase d'une phrase pareille est des plus simples : 'x bouge' = 'x participe du bouger' ou 'x appartient à [la classe des choses/ bouge/antes/], où 'le bouger' ou, alternativement 'bouge' est un nom propre. Malgré cette divergence, = notre approche, tout comme celle de Reichenbach, permet de = conclure (124) à partir de (123) ci-dessous :

(123) Nicanor souffre terriblement

(124) Nicanor souffre

La possibilité d'une dérivation pareille a été critiquée (cf. P:1, p.130, M:2, V:1). Parsons désigne du terme de 'nonstandard modifiers' les adverbess et adjectifs pour lesquels le = principe de délétion n'est pas valide (cf. sur ce sujet le == chapitre suivant de cette section). Remarquons néanmoins que si le principe de délétion s'applique pour nous à tous les ad = verbes, une implication de la phrase élaguée par la phrase en = tière ou donnée n'est pas valide (car il faut toujours distin = guer l'implication du simple découlement ou conditionnel vali = de). (125), en effet, n'est pas une thèse de Am :

(125) $Ex(xman.xu.y(z(\underline{instrx})))Dyz$

§4.- Une autre approche qui, tout en différant de la nôtre, coïncide avec elle sur deux points essentiels (elle postule = une structure profonde des adverbess qui : 1) contient un quan = tificateur existentiel; et 2) est une phrase conjonctive) == c'est celle de Davidson (D:1 et D:2). Avant de la considérer succinctement (ce que nous ferons au §5), voyons cependant une critique adressée par Fodor (F:2, pp.62-63) à ce type d'appro = ches en général, dans le cadre précisément d'une réfutation = du traitement davidsonien. Si cette critique est pour nous = tout particulièrement intéressante c'est que Fodor envisage = une paraphrase concevable des adverbess demanière qui ressemble de près à la structure profonde que nous postulons. Il consi = dère, en effet, une paraphrase de (126) comme (127) :

(126) John spoke clearly

(127) $Ex,y(\text{Spoke}(\text{John},x)\&(y \text{ is a manner})\&(y \text{ es john's})\&(y \text{ is clearly}))$

Fodor ensuite formule plusieurs critiques à l'encontre de cette paraphrase. Plusieurs d'entre elles nous semblent absolument justes et pertinentes, mais elles ne concernent pas la paraphrase que nous proposons. P.ex. : (127) 'strains the genitive, perhaps beyond bearing, in the third conjunct. Can a manner have the property of being John's? Nous croyons qu'el le le peut, mais, dans notre traitement en tout cas, aucun gé

nitif, aucun 'de', ne relie la manière dont l'acte se réalise au sujet de la phrase (en l'occurrence à 'John'). En outre, = ajoute Fodor, 'what (7) [i.e. notre (126)] says is clear is John's speaking. But what (38) [i.e. notre (127)] says is clear is John's manner'. Que (126) dise que le parler de John = est (ou était, ou fut) clair, c'est quelque chose qui est sujet à caution (vide infra). Mais en tout cas il est vrai que la clarté se rapporte, directement ou indirectement, au parler non à John. Mais notre traitement n'établit aucun lien direct entre John et la manière, si ce n'est à travers précisément = l'action de parler. Enfin, Fodor signale que dans (126) la manière est une manière de parler, tandis que (127) serait == vrai s'il y avait un événement où John parlât et que John == écrivait clairement. Très juste! Mais, bien entendu, cela ne s'applique point à notre traitement.

Voici néanmoins une critique de Fodor qui atteint de plein fouet notre approche (F:2, p.63) :

[this formulation] abandons all hope of ontological parsimony, since we are now committed to quantifying, not just over events, but also over manners. It might be agreed = indeed that (38) [i.e. (127)] is not merely ontologically imparsimonious, but also ontologically disreputable. What are the identity conditions for manners?

Qu'avons-nous à répondre? Primo, nous ne connaissons aucun argument qui ne soit pas une petitio principii qui permette d'étayer le principe de parcimonie. Nous préférons le principe d'abondance ou de munificence; mais ceci est sans importance ici. Secundo, il est faux qu'il faille en (127) = -ou dans notre paraphrase à nous- quantifier sur de manières: il suffit de quantifier sur des individus et de dire qu'un de ces individus est une manière (ceci s'exprime en (127) par = une constante prédicative, et dans notre approche par un nom propre de l'ensemble des manières, à savoir 'man'; la différence est ici de peu d'importance); les tenants de la parcimonie n'ont donc pas à s'alarmer; au contraire : ce traitement = évite le recours à des entités foncièrement hétérogènes, introduites éventuellement par le biais d'une logique à plusieurs = sortes de variables. Enfin, les manières étant des individus comme les autres, leurs conditions d'identité sont les mêmes = que celles de n'importe quoi; à savoir : deux manières x et y sont absolument identiques ssi elles partagent au même degré = toutes leurs propriétés (et elles sont la même, avec une même = té d'ordre n, ssi, pour toute classe régulière z, une quasi- = équivalence d'ordre n relie l'appartenance respective de x à z et de y à z). L'application de ce critère soulève des difficultés, de même qu'il est par ailleurs difficile de déterminer l'identité et la différence des dynasties, des états, des régions, de certains organismes animaux ou végétaux, etc. (sur tout parce qu'il y a une infinité de relations de même = té graduées, intermédiaires entre l'unicité et la différence).

§5.- Venons-en à l'approche de Davidson. Celui-ci analyse = une phrase comme 'Jones walks slowly' comme 'there is an event that is walking and which is of (by) Jones and which is slow'. Cette analyse soulève certains problèmes philosophiques touchant l'identité d'actions qui tombent sous des descriptions = différentes, problèmes que nous n'aborderons pas dans cette = étude. Pour l'instant, contentons-nous de signaler la différence entre (128) et (129)

(128) Nicanor frappe la porte furieusement

(129) Le frapement de la porte par Nicanor est furieux

Or, dans l'approche de Davidson, (128) et (129) se confondent, tandis que, dans notre approche à nous, (128)=(130)≠(131) et (129)=(131)≠(130) :

(130) Ex(xman.xfur.nic(puls(trans(ian)(instrx))

(131) nic(puls(trans(ian))fur

Or, même si (128) et (129) (respectivement (130) et (131)) ne sont pas équivalents, on pourrait dire que, si (128) est vrai, (129) ne peut pas être tout à fait faux, et réciproquement. = Ceci est encore le cas dans notre système, où on peut très aisément démontrer que (130)≡(131), mais, bien entendu, pas du tout que (130)I(131). Cependant, on pourrait demander ici un lien plus étroit entre (128) et (129) que le biconditionnel = fort. D'une manière générale, toutefois, entre (132) et (133) les relations pourraient être plus fortes que le biconditionnel fort :

(132) x y-t z-ment

(où '-t' est une désinence de troisième personne du singulier du présent d'indicatif; 'y' un radical verbal; 'z' un radical adjectival; et 'x' un nom propre)

(133) la y-tion de x est z

(où '-tion' est un suffixe nominalisateur, et 'de' exprime un "génitif subjectif")

Il n'y a peut-être pas entre (132) et (133) une nécessaire implication, ni dans un sens ni dans l'autre; mais il doit y = avoir quelque chose qui ressemble plus à l'implication qui va de (132) à (133), mais non réciproquement. Peut-être une formule comme (134) pourrait-elle être tenue pour valide :

(134) U $\hat{x}, y, z(x(y(\underline{instrz})).z\text{mand}xyz)$

Peut-être y a-t-il aussi un conditionnel plus fort que 'C', = mais moins fort que 'J', qui va de (133) à (132), mais nous = n'essayerons pas ici de le trouver.

Bien entendu, on pourrait trouver une solution alternative (car d'aucuns considéreront que le simple ajout == d'axiomes est un procédé ad hoc), en rapprochant davantage le traitement des adverbes de celui des adformules. Si un adverbe ne modifie que le verbe, et non la formule, on voit mal == pourquoi au résultat de pronominaliser le verbe plus ses compléments et de transformer le sujet en un complément de nom = du syntagme substantival ainsi obtenu on peut -et, apparemment du moins, on doit- attribuer l'adjectif correspondant à l'adverbe que l'on a retranché du syntagme verbal. (Une solution a été cherchée par Chafe, qui indique -C:2,p.308- que le fait de rendre raison de pareilles implications constitue un avantage de son traitement des adverbes. Toutefois, ceci n'apparaît pas très clairement dans les analyses proposées par l'auteur, cf. règle S18-2 et arbre (25), p."01).

§6.- Tout différent est le cas de l'analyse proposée par Leech. Un adverbe est, pour cet auteur soit une downgraded underlying predication, soit une 'main predication in which verb phrase etc., is embedded' (cf. L:3,ppl51ss). Dans les deux cas cependant l'adverbe affecte l'ensemble de la phrase (autrement = dit : dans aucun des deux cas il n'affecte exclusivement le verbe et son expansion -l'expansion du verbe étant d'ailleurs analysée comme des arguments du verbe, au même titre que le sujet-). Or, si cette analyse explique bien le type d'infé--rences en question, elle ne permet pas de distinguer les ad-

verbes des adformules ce qui est assez malencontreux.

§6.- Ce type de difficultés ont conduit Van Fraassen à rejeter toute tentative de réduire les adverbes à des paraphrases == sous-jacentes plus compliquées. Van Fraassen (V:1, pp.107 ss) soutient que les adverbes sont des modificateurs de prédicat ayant pour référents des opérateurs qui envoient des référents de prédicats sur des référents de prédicats. Sans doute tout ceci est très largement admis, mais il faut rendre raison des inférences et des conditionnels ressentis comme valides par la plupart des locuteurs. Au lieu de chercher le pourquoi de ces inférences dans une analyse de la structure de la phrase adverbiale sous-jacente, Van Fraassen préfère proposer des règles d'inférence primitives et des axiomes concernant, non = tous les adverbes, mais les seuls modificateurs aspectuels. = Cette restriction est peut-être de peu d'importance. Nous n'avons d'ailleurs rien à objecter à ce procédé qui nous semble parfaitement légitime. Toutefois, l'examen de ces axiomes et règles (ibid. appendice II, pp.127ss) révèle plusieurs difficultés. Premièrement, il y en a six en tout, ce qui paraît un peu excessif -une économie serait obtenue par un traitement différent-. Deuxièmement, la première règle permet de retrancher purement et simplement l'adverbe. Or, dans un système = où un seul foncteur conditionnel est admis et où l'on peut, par le truchement du théorème de la déduction, obtenir le conditionnel valide qui relie l'antécédent au conséquent d'une = déduction, on obtiendrait, par cette règle, le résultat paradoxal qui sert précisément à Van Fraassen pour rejeter le traitement de Davidson, à savoir (134) :

(134) Si Waudru conduit imaginaiement une voiture, alors Waudru conduit une voiture

Notons que, si (134) est vrai selon notre traitement, il y a de très nombreux conditionnels, à commencer par l'implication, qui substitués au simple 'si ... alors' dans (134) donneraient pour résultat des phrases non valides; or ceci n'est pas le cas dans le système logique préconisé par Van Fraassen, qui, craignant les grimoires, veut que l'on se cantonne aux seuls foncteurs traditionnellement reçus (cf. V:2, p.69).

Troisièmement, les règles de Van Fraassen ne permettent pas d'introduire les différences d'ordre et de portée signalées par Lakoff (cf. ci-dessus), car, selon la règle II, on peut impunément intervertir deux adverbes quelconques. Quatrièmement, la règle III et les équivalences V et VI sont difficiles à admettre, car des résultats aporétiques en découlent, comme (135), (136) et (137) :

(135) Si Pantaléon visite son neveu les jeudis et qu'il visite son neveu les dimanches, alors les jeudis Pantaléon= visite son neveu les dimanches.

(136) (Evariste écrit péniblement et Evariste écrit illisiblement) dans la même mesure où (Evariste écrit péniblement et illisiblement)

(137) (Frument, les dimanches, va au bal ou bien va au cinéma) dans la même mesure où (Frument, les dimanches, va au bal, ou bien Frument, les dimanches, va au cinéma)

En (136) nous avons repris l'exemple de Parsons cité précédemment. (137) peut être contesté (encore que Van Fraassen traite les compléments circonstanciels de temps comme des modificateurs aspectuels, car ils répondent à une des questions aux quelles ces modificateurs doivent répondre, 'when?'). En tout

cas, et pour nous borner aux adverbes de manière, (186) serait aussi un contre-exemple si l'on remplace la conjonction par la disjonction. Pour toutes ces raisons, le traitement de == Van Fraassen nous semble inadéquat.

Chapitre 9.- TRAITEMENT DES ADJECTIFS EPITHETES

§1.- Il faut distinguer trois fonctions différentes rassem-
blées dans ce qu'on appelle couramment les 'adjectifs épithètes' : une fonction restrictive, une fonction modificative et une fonction assignative. Ces trois fonctions ont des budgets inférentiels divers. Soit $p = 'x \text{ est un } yz'$ une phrase dans laquelle 'z' est un adjectif en fonction restrictive. Alors nous aurons ces deux implications vraies : " $p \supset x \text{ est un } y$ " et " $p \supset x \text{ est un } z$ ". Supposons qu'en revanche l'occurrence de 'z' dans p est en fonction modificative; alors il se peut qu'aucune de ces deux implications ne soit vraie. Enfin, si l'occurrence de 'z' dans p est en fonction assignative, la première des deux implications sera forcément vraie mais la deuxième pourra être fausse.

Y a-t-il, outre la validité de ces implications, == quelque marque formelle par laquelle la langue naturelle (le français notamment) distinguerait chacune de ces trois fonctions d'avec les deux autres? On a très souvent signalé que le français tend à antéposer les épithètes en fonction modificative, mais comme il s'agit là tout au plus d'une tendance, ce n'est pas un critère formel. Par ailleurs, l'opposition entre antéposition et postposition sert aussi d'autres fins (comme l'alternance : 'les méchants voisins'/'les voisins méchants', où 'méchants' se trouve dans les deux cas en fonction restrictive, mais par interaction avec l'article -i.e. le quantificateur profond- exprime deux fonctions aléthiques différentes; vide sur ce problème l'article 'épithète' dans le Grand Larousse de la Langue Française). Mais il y a une marque pour distinguer la fonction restrictive des deux autres : la possibilité de transformer la phrase au moyen d'une clause subordonnée de relatif construite comme suit : 1°, un relatif-sujet 'qui' ayant pour antécédent le nom affecté -en surface- par l'adjectif; 2°, le verbe être (au singulier ou au pluriel, selon que le nom se trouve au singulier ou au pluriel), au présent d'indicatif; 3°, un attribut, à savoir 'une chose...' (où les points de suspension sont remplacés par l'adjectif en question). Il est vrai que ce type de paraphrase soulève une difficulté, comme l'a bien constaté M. Gross (G:5, p.124-5) : le processus de paraphrase n'est pas strictement interne au syntagme substantival, mais le temps et le mode de la clause de relatif dont il s'agit dépendent du verbe principal et de la fonction que joue le syntagme substantival; il en ressort la nécessité d'un grand nombre de règles de paraphrase, différentes les unes des autres selon les modes et les temps du verbe, le type de verbe et la fonction que joue le syntagme substantival. Nous avouons l'existence de cette difficulté, mais le petit fragment que nous traitons dans cette étude n'englobe que des énoncés tels que la clause de relatif paraphrasant un adjectif de la phrase donnée peut se mettre au présent d'indicatif, si bien que de semblables complications demeurent une question ouverte. (Remarquons que, lorsque le subjonctif de la clause de relatif est demandé par le verbe, ceci est dû au fait que le verbe en question est l'expression patente d'une structure modale sous-jacente, avec des fonc-

teurs, voire des quantificateurs, superficiellement effacés). Voyons quelques exemples :

- (138) (a) Un soi-disant prophète fanatise le peuple
 (b) Un prophète qui est une chose soi-disant(e) fanatise le peuple
- (139) (a) Le Pequod a capturé une petite baleine
 (b) le Pequod a capturé une baleine qui est une chose = petite
- (140) (a) Cristophe est un véritable moine
 (b) Cristophe est un moine qui est une chose véritable
- (141) (a) Léka est un roi déposé
 (b) Léka est un roi qui est une chose déposée.
- (142) (a) Les écoliers ont une attitude outrecuidante
 (b) Les écoliers ont une attitude qui est une chose outrecuidante

Que la différence entre la fonction restrictive et les fonctions non restrictives est une différence structurale-grammaticale et non simplement de l'existence, pour certains adjectifs, de postulats de signification, ceci a été mis en évidence par le professeur Paul Gochet, qui signale :

Qu'il y ait une différence grammaticale \surd entre 'maison == rouge', 'musicien excellent' et 'assassin présumé/cela ne fait pas de doute. L'expression 'musicien excellent' signifie "excellemment musicien" et la phrase "Jean est un meurtrier présumé" est une transformée de "On présume que Jean est un meurtrier (G:3, p.22)

Il faut relever toutefois que nous analysons et distinguons des fonctions, non des catégories. Aussi bien n'est-ce pas en distinguant des classes d'adjectifs imprédictifs = (ou syncatégorématiques comme les appelait Quine dans une analyse devenue classique et assez éloignée de la nôtre, cf. Q:2 §§22,26) de classes d'adjectifs prédicatifs que nous proposons de résoudre cette épineuse question. Car, bien qu'on ne dise pas 'un prophète qui est une chose soi-disant(e)', == rien n'empêche un remaniement de la syntaxe française permettant de le dire. Ce qui changerait alors serait seulement le rang des fonctions admises de l'adjectif 'soi-disant', non le sens de ce mot. Pour revenir aux exemples ci-dessus, (138)b = est proscrit par l'actuelle syntaxe du français, car 'soi-disant' est un mot que l'on emploie seulement dans une fonction modificative. (139)b est possible, mais n'est pas impliqué = par (139)a, car, dans son emploi normal, (139)a est construit en exploitant la fonction assignative, non la fonction restrictive, de 'petit'. (140)b n'est pas impliqué par (140)a, car, dans son emploi courant, 'véritable' est utilisé en exploitant la seule fonction modificative. On peut estimer que (141)a = n'implique pas (141)b car normalement on emploie 'déposé' avec la seule fonction modificative, à l'exclusion des deux autres (bien que rien n'empêche l'existence d'autres emplois, déviants si l'on veut, mais bien formés). Enfin, on estime normalement que (142)a équivaut à (142)b, parce que, comme la plupart des adjectifs, 'outrecuidant' est couramment employé dans une fonction restrictive.

§2.- Il y a donc un critère formel de distinction de la fonction restrictive d'avec les deux autres fonctions de l'épithète. Dans sa fonction restrictive, nous formalisons les épithètes ainsi :

(143) Benoît possède une belle maison

(144) Ex(xdom.xbel.ben(poss(transx)))

(143) se lira comme (144); alternativement -ceci est une question ouverte- on pourrait employer, au lieu de '.', d'autres foncteurs de conjonction, surconjonction, semiconjonction ou juxtaposition : '^', '&', '^-', ' _'.

De la même façon, nous pouvons établir un critère semblable pour distinguer la fonction assignative de la fonction modificative. Est en fonction assignative un adjectif 'z' dans une phrase du type p='xest un y z' si on peut paraphraser p comme 'x est un y et x est z pour être un y'. Est, en revanche, en fonction modificative toute occurrence d'une épithète qui ne se trouve ni en fonction assignative ni en fonction restrictive. (Cela permet de voir la différence entre les fonctions dans lesquelles on emploie le plus couramment les adjectifs 'petit' et 'outrecuidant'; cf. (139) vs (142)).

La formalisation des adjectifs épithètes en fonction modificative est celle-ci : (145), dans son emploi le plus usuel, sera formalisé comme (146) :

(145) Caracalla est un bon empereur

(146) carc(bon.imper)

Etre un bon charcutier (dans l'emploi modificatif de 'bon', le plus fréquent dans ce contexte) c'est posséder la conjonction de la bonté et de la "carocotalité". Il va de soi que posséder la conjonction de deux propriétés n'implique pas posséder chacune de ces propriétés, ni l'une d'entre elles. On abrège normalement, il est vrai, 'Ferdinand est intelligent et Ferdinand est courageux' comme 'Ferdinand est intelligent et courageux'; mais c'est que 'Ferdinand est intelligent et courageux' n'équivaut point à 'Ferdinand possède la conjonction de l'intelligence et du courage', ce qui peut s'abrèger comme : 'Ferdinand est un intelligent courageux', dans la fonction modificative de l'adjectif 'courageux'.

§3.- Une difficulté paraît se présenter lorsqu'on pense que, selon le traitement des adjectifs en fonction modificative == que l'on vient de proposer, être un bon cordonnier n'implique pas être un cordonnier. Cela peut paraître satisfaisant dans d'autres cas (être un prétendu bienfaiteur n'implique pas être un bienfaiteur), mais précisément pas dans ce cas-ci. Et pourtant, dans son emploi habituel (bon cordonnier' ou 'bon psychiatre' sont des syntagmes où 'bon' figure en fonction modificative (il est évident qu'il ne s'agit pas d'une fonction restrictive, car être un bon cordonnier n'implique pas être bon; il ne s'agit pas non plus d'une fonction assignative, car être un bon cordonnier n'équivaut pas à être bon pour un cordonnier. Peut-être voudrait-on voir ici une quatrième fonction, différente des trois que nous avons répertoriées. C'est possible. Mais il se peut aussi que la possibilité d'implications dans ce cas tienne, non pas à la structure syntaxique, mais à une particularité propre aux lexèmes choisis. (Alternativement on pourrait penser que cette hypothétique quatrième fonction serait une conjonction d'appartenances : 'x est un bon charcutier' serait équivalent à 'x est un charcutier et x est un bon charcutier').

Une autre difficulté paraît surgir : elle concerne les cas où l'adjectif épithète affecte le sujet de la phrase: Dire 'le malheureux comte d'Egmont' est-ce la même chose que

dire : 'le comte d'Egmont'? On peut, suivant Brentano et == peut-être Aristote, considérer que 'le malheureux comte d'Egmont existe' est synonymique de 'le comte d'Egmont est malheureux'.

Mais dans 'le malheureux == comte d'Egmont fut tué par la royauté espagnole' la nécessité de recourir à des paraphrases différentes est-elle due à d'autres raisons, en sus de contraintes catégorielles qui pèsent sur la structure de surface de la langue naturelle? Pourrait-on concevoir que ce qui fut tué par la royauté espagnole fut le fait que le comte d'Egmont fût malheureux? Non, nous ne le pensons pas, même si ce qui fut tué par Philippe II ce fut le fait que le comte d'Egmont existât (car, pour tout x, x=le fait que x existe). Par conséquent ce n'est pas seulement la structure de surface qui empêche, dans une phrase où il y a un deuxième constituant différent de l'épithète, que le sujet de la phrase soit la phrase dont le premier constituant est le nom ou descripteur affecté par l'épithète et le second constituant l'épithète même.

A notre avis, l'article défini indique bien, en français, qu'il s'agit là d'une description définie : 'le malheureux comte d'Egmont' = 'le x tel que x est malheureux et x=le comte d'Egmont'; l'abject Condé' = 'le x tel que x est abject et x=Condé', etc. (Il est vrai que d'autres idiomes, tel l'anglais, n'introduisent pas l'article dans cette position : 'Honest John Adams'; mais, dans la mesure où il ne s'agit pas == d'un sobriquet devenu nom propre, on peut sous-entendre l'article dans la structure profonde).

§4.- Nous abordons enfin le troisième cas : la formalisation des adjectifs en fonction assignative. Pour cela nous introduisons la notion de moyenne logique ($\text{med}(u,v)$):

$\text{/med}(u,v)\text{/} \text{ eq } \text{/Ex}(x\text{supu}^?v) \text{ } \neg \text{Ux}(x\text{supu}Zxv)$

L'expression ' $\text{med}(u,v)$ ' désigne la moyenne logique de l'appartenance des membres du support de u à la classe v. Ainsi (147a) est formalisé comme (147b) :

(147a) Alaric est un barbare civilisé

(147b) $\text{alar}(\text{barb}).\text{med}(\text{barb},\text{hum})\text{Dalar}(\text{hum})$

Autrement dit : (147a) équivaut à 'Alaric est un barbare qui n'est pas moins civilisé que le sont, en moyenne, les barbares.

§5.- Voyons maintenant, dans ce cadre, comment interpréter la présence de modificateurs aléthiques affectant, en surface, = une épithète. Si l'épithète se trouve en fonction restrictive, alors la chose est simple : (148a) se lira (148b) :

(148a) Benoît possède une assez belle maison

(148b) $\text{Ex}(\text{ben}(\text{poss}(\text{trans}(x)))\text{.xdom}.\text{P}(\text{xbel}))$

Si l'épithète est en fonction modificative, la lecture est == sans doute moins obvie, mais nous croyons que (149 se lira == comme (150) :

(149) Metellus est un assez bon consul

(150) $\text{met}(\text{cons}.\text{P}\text{bon})$

(où $\text{/P}x\text{/} \text{ eq } \text{/}\hat{P}(zx)\text{/}$). Enfin, pour ce qui est des épithètes = en fonction assignative, (151) équivaudrait à (152):

(151) Antioche est une grande ville

(152) antioch(urb).med(urb, Pmagn)DantiochPmagn

Il faut relever cependant que le conditionnel fort qui va de (150) à (153) est valide :

(153) met(Pbon)

bien que l'implication de (153) par (150) ne le soit point. = De même, la formule conditionnelle forte prenant pour protase (151) et par apodose (154a) est valide, mais l'implication de (154a) par (151) ne l'est point. Notons que (154a) est formalisé comme (154b):

(154a) Antioche est une chose assez grande

(154b) antiochPmagn

On pourrait néanmoins penser que même le simple conditionnel = 'C' est, en ce qui concerne l'entraînement de (153) par (150) -c-à-d en ce qui concerne les adjectifs en fonction modificative- beaucoup trop fort, car -pour reprendre des exemples de Montague, M:2, p.211- un faux ami n'est pas un ami du tout; un soi-disant allié n'est nullement un allié; un meurtrier == supposé n'est point -nécessairement du moins- un meurtrier, et un président possible n'est point un président. Notre avis est contraire, et c'est là précisément une des raisons qui nous ont poussé à rendre toute formule atomique de Am une thèse valide, puisque, en effet, de chaque x on peut dire qu'il est, soit un concevable possible y, soit un concevable possible faux y, et, si l'on applique le principe (platonicien == dans sa rigueur) de déléation, on doit conclure que x est y, à tout le moins infinitésimalement. Montague indique (M:2, p. 212) qu'il n'est pas inconsistant de soutenir, à la fois, que 'Dupont trouve une grande mouche' et que 'aucune mouche n'est grande'. (Dans ce cas, il s'agit, certes, d'un adjectif dans son emploi usuel- rn fonction assignative; mais Montague n'introduit aucune différence de fonctions adjectivales). Ce n'est point absurde, ou absolument inconsistant, il est vrai; mais c'est contradictoire, ce qui s'explique par le fait que la == classe des formules absurdes est un sous-ensemble propre de = celle des formules contradictoires; car si Dupont trouve une grande mouche c'est bien qu'il y a des grandes mouches, et s'il est tant soit peu vrai qu'il y a des grandes mouches, == alors il est -ne fût-ce qu'un rien- vrai qu'il y a des choses qui sont des mouches et grandes. Par ce biais, nous rendons = a fortiori logiquement vrai qu'une mouche grande est une mouche, que chaque brebis égarée est égarée et que chaque brebis égarée est une brebis, toutes phrases non logiquement-valides dans la structure globale de l'approche montaguéenne, et telles donc que, pour les rendre analytiques, on a besoin de postulats de signification ad hoc, procédé contestable, à notre avis (cf. la Section II du Livre III de cette étude). Qui plus est, nous obtenons ces résultats sans compliquer un schéma catégoriel du réel par l'introduction de nouvelles catégories = ou sous-catégories ontologiques, ce que Montague redoute avec = raison; au contraire, jusqu'ici nous ne sommes contraint d'admettre qu'une seule et unique catégorie d'étants, au lieu des huit catégories de la sémantique montaguéenne.

Un avantage majeur de notre traitement c'est qu'il admet une fonction restrictive de chaque adjectif et, dès lors, permet de comprendre les résultats des retranchements de substantifs, sans devoir recourir à des expédients contextualistes, don on voudrait pouvoir se passer autant qu'il en soit possible -car ils constituent autant d'hypothèques pour un =

traitement ensembliste fonctionnel rigoureux de la langue naturelle-. Creswell (C:7, p.184), avec son approche catégorielle, étant aux prises avec une phrase comme 'Arabella is large', l'interprète comme elliptique, le contexte devant se charger d'ajouter soit ('child', soit 'woman', soit 'person'. Or il reconnaît que ce traitement soulève des difficultés, car il y a 'predicates which admit of degrees but can apply in so widely diverse areas that it is better to let it apply quite generally' (dans les traitements catégoriels ce sont les adjectifs, non leurs emplois particuliers qui sont restrictifs ou modificatifs -dans la terminologie de Creswell, attributif et prédicatif respectivement (la fonction assignative étant généralement ignorée), ce qui, pour le problème qui nous occupe, revient plus ou moins au même-). Si nous admettons une fonction restrictive de 'grand' dans (145) -i.e. dans une lecture de cette phrase- alors on comprend que (155) résultera de (145):

(155) Caracalla est bon

dans cette lecture, par retranchement, si bien que (155) pourra être une phrase non assujettie au contexte d'élocution (non elliptique), ayant une valeur de vérité donnée (pas nécessairement uniforme à tous les égards, bien entendu), même si, comme il est normal d'espérer, cette valeur est bien plus réduite que la valeur de vérité de 'Catherine de Sienne est bonne'.

On pourra rétorquer que, si notre traitement permet de donner une lecture non elliptique (donc indépendante du == contexte) de (155), elle paie le prix de traiter comme ambigu (145). C'est vrai, mais cette ambiguïté est plus inoffensive, car aucun recours à l'ellipse n'est nécessaire. En outre, selon notre traitement (145) admet trois seules lectures, tandis que (155) en admettrait un nombre peut-être infini selon le traitement catégoriel ('...bon empereur', '...bon souverain', 'bon homme d'Etat, 'bon politicien', 'bon patricien de l'Antiquité', 'bon homme', bon individu', et que sais-je!).

§6.- Il faut noter que notre traitement de la fonction assignative des épithètes ressemble à d'autres traitements qui considèrent ce qu'on appelle communément les "adjectifs attributifs" (puisque dans les approches catégorielles ce sont les lexèmes qui sont classés, non pas leurs fonctions; un "adjectif attributif" -dans la terminologie de Geach, tout au moins- est à peu près un adjectif qui ne peut pas figurer en fonction restrictive). Cette similarité tient au caractère implicitement comparatif de ce type d'emplois. Mais nous ne réduisons pas toute occurrence d'un adjectif, quel qu'il soit, à une == construction implicitement comparative; au contraire : nous expliquerons les comparatifs à partir d'occurrences non comparatives (donc restrictives ou modificatives) des adjectifs. Et, en fait, notre traitement de la fonction assignative pré-suppose le traitement préalable de la fonction restrictive == qui possède une primauté sur la fonction assignative, puisque celle-ci est une construction plus compliquée.

§7.- D'avoir mis en évidence l'existence de trois fonctions = de chaque adjectif épithète nous permet de comprendre la plurivocité des syntagmes où apparaissent des adjectifs, ce qui est patent dans le cas de certains adjectifs employés tantôt dans une fonction tantôt dans une autre (alors que d'autres = adjectifs sont couramment employés uniquement dans une seule fonction). Ainsi, p.ex., toute la discussion récente sur le caractère implicitement comparatif de 'bon' (cf; R:28) nous

paraît tenir d'une absence d'explicitation de cette pluralité de fonctions (et donc de significations des syntagmes où figure un adjectif épithète). Dans son emploi le plus courant, il est vrai, 'bon' ne figure pas en fonction assignative, et par suite n'est pas implicitement comparatif. Qu'Irène soit un bon écrivain n'implique pas qu'elle soit au moins aussi bonne que ne le sont, en moyenne, les écrivains. Rohr (ibid. pp. = 495ss) présente des arguments en ce sens; ce fait n'entraîne pas non plus qu'Irène soit au moins un aussi bon écrivain que le sont, en moyenne, les écrivains. (Bien que certains arguments modaux de Rohr nous semblent contestables, car il tombe dans l'erreur des philosophes contingentistes d'opposer trop rudement le nécessaire et le contingent, il y a du vrai dans les raisons qu'il avance; en partie, du reste, les défauts == qui découlent de la conception comparative de 'bon' ne découleraient pas de notre traitement, quand bien même on ajouterait une règle interdisant d'utiliser 'bon' en une fonction = autre qu'assignative, car, de par notre traitement, le comparatif implicite n'est pas de supériorité, si bien qu'au cas où toutes les voitures fussent pareillement rapides, elles se raient toutes des voitures rapides même dans la fonction assignative de 'rapide').

§8.- Une autre remarque nécessaire c'est que 'Lilou est un serin et il est grand' n'équivaut pas, pour nous, à 'Lilou est un grand serin', si dans cette dernière phrase 'grand' est employé en fonction assignative -comme il l'est souvent- (de même que 'Léka est un roi déposé' n'équivaut pas à 'Léka est un roi et il est déposé'). Pourtant on a prétendu que ces deux phrases-là sont équivalentes et que, dans la première, il y = aurait une ellipse de 'un ... serin'. Il se peut qu'il en == soit ainsi dans tel ou tel cas particulier, mais cela tient = au contexte d'élocution; au point de vue de la sémantique pure, rien n'autorise à postuler une telle équivalence. De ce que quelqu'un soit un artiste et qu'il soit grand ne découle point qu'il soit un grand artiste, car il peut mesurer deux = mètres et être un piètre artiste. Cela aura des répercussions intéressantes à l'heure de traiter les comparatifs.

§9.- Avant de mettre fin à ce chapitre, signalons l'existence d'une autre fonction de l'adjectif, irréductible aux trois == fonctions de l'épithète : l'adjectif prédicatif du complément d'objet direct. Chez M. Gross (G:5, pp. 115ss) on trouve une belle analyse de ce type de phrases (comme 'boire chaud son = chocolat', 'rendre folle sa maîtresse', etc.). Il y a cependant une différence à marquer ici entre des constructions où, le prédicatif retranché, la phrase demeure avec un sens plein et des constructions où ce retranchement donne pour résultat = une phrase défailante.

(156) Barnabé prend chaud son chocolat

(157) Barnabé prend son chocolat

(158) Creauerunt Antonium consulem

(159) Creauerunt Antonium

(156) implique bel et bien (157); en revanche (158) implique-t-il (159)? (Un autre exemple : est-ce que 'Achille rend folle sa maîtresse' implique : 'Achille rend sa maîtresse?'). == Ces dernières implications sont plus que contestables. On peut facilement supposer que 'rendre fou', 'créer consul', etc., = sont à interpréter soit comme des tous indécomposables, soit

comme des factitifs plus clause complétive subordonnée (cf. = l'analyse par Lyons des compléments d'objet direct). Mais aucune de ces analyses ne semble appropriée pour (156), qui répond à une question 'comment?' (ce qui n'est pas le cas pour (158)). Or, dans des constructions comme (156), on peut trouver parfaitement le modificateur aléthique enchassé; p.ex. == (160) n'est pas équivalent à (161) (tou comme (156) n'est pas équivalent à : 'Barnabé prend son chocolat et celui-ci est = chaud') :

(160) Canut mange la viande plutôt saignante

(161) Canut mange la viande et elle est plutôt saignante

La formalisation de ces fonctions paraît demander la présence d'opérateurs de temps, et c'est pourquoi nous l'cmettrons ici, tout en reconnaissant ce trou dans notre traitement.

Chapitre 10.- PROBLEMES DE PORTEE DES MODIFICATEURS ALETHIQUES

§1.- La portée des foncteurs monadiques soulève, comme on le sait, des problèmes difficiles. On a étudié surtout la portée de la négation (cf., p.ex., K:5, pp303ss), car c'est le seul = foncteur dont tiennent compte les analyses traditionnelles. = C'est, entre autres, pour résoudre des problèmes de portée == des modificateurs aléthiques ou foncteurs monadiques -ne l'ou blions pas!- que nous avons entrepris cette étude.

Les foncteurs de négation peuvent, comme les autres modificateurs aléthiques, subir des transformations en vertu desquelles ils affectent, en surface, non des formules, mais d'autres constituants. Examinons à l'oeuvre la redistribution des négations par deux exemples :

(162) Léonce écrit un livre pas mauvais

(163) Il y a quelque chose qui est un livre, qui n'est pas == mauvais et que Léonce écrit

(164a) Ex(xliber.N(xmal).leon(scrib(transx)))

(164b) Ex(xliber.x(mal).leon(scrib(transx)))

(165) Eleuthère mange une baguette non moulée et pas très cuite

(166) Il y a quelque chose qui est une baguette, pas moulée, = et pas très cuite, qu'Eleuthère mange

(167a) Ex(xbag.N(xmodul).NX(xcoct).eleuth(ed(transx)))

(167b) Ex(xbag.x(modul).x(Xcoct).eleuth(ed(transx)))

(où 'Xy' eq 'X(z)') . On ne contestera pas, croyons-nous, = que (163) (i.e. (164a) ou (164b)) est strictement équivalent = à (162, tout comme (166) (i.e. (167a) ou (167b)) est équivalent à (165). A la différence d'autres langues (espagnol et anglais p.ex.), les problèmes de portée en français sont plus simples, car la négation, lorsque (en surface) elle n'affecte qu'un = constituant de la phrase, prend une forme différente. En espagnol, p.ex., l'alternance de 'ne...pas'/'pas' ('non') n'exis te pas; il faut avoir recours à d'autres marques formelles = pour savoir qu'une phrase comme 'este compartimento está reser vado a los no fumadores' n'est pas équivalent à 'este comparti mento no está reservado a los fumadores'.

Toutefois il y a bien une ambiguïté que le français partage avec d'autres langues, et que l'alternance 'non'/'ne...

pas' ne sert pas à dissiper : l'ambiguïté entre les constructions de dicto et les constructions de re, en un sens technique très précis que nous introduirons, à savoir : une formule de dicto p est le résultat de préfixer une phrase atomique ou quasi-atomique (xy, p.ex.) d'un nombre de foncteurs monadiques, tandis qu'une formule de re correspondant à p est la = phrase quasi-atomique : xfp. Cette ambiguïté se reflète dans l'alternance (164a) vs (164b), et (167a) vs (167b). Nous ne connaissons aucune marque formelle permettant de dissiper, == systématiquement cette ambiguïté. (Nous reviendrons plus loin sur cette question). Une marque existe bien, mais il est douteux qu'elle soit systématique : la prolèpse. Ainsi 'Hécate = est très séduisante', qui se formalise normalement 'X(hec(sed))' donne un transformé de re, par prolèpse, à savoir : 'Hécate = est telle qu'elle est très séduisante', c-à-d 'hecXsed'. Un allomorphe en distribution libre de ce signifiant de la formule de re, dans la structure de surface du français, c'est : 'il est vrai d'Hécate qu'elle est très séduisante'. Toutefois il faut admettre que l'exploitation de ces deux procédés de prolèpse ne paraît pas constituer une véritable marque formelle des constructions de re.

§2.- En français il est rare, à l'opposé de ce qui arrive en anglais, qu'une négation affecte le verbe sans affecter la = phrase tout entière; il faut, pour exprimer ce que dans d'autres langues est signifié par ce procédé, avoir recours à des périphrases. On trouve difficilement en français quelque chose de comparable à cet exemple de Leech : 'I deliberately == didn't hit him'. Dans notre traitement, l'analyse de ces phrases anglaises peut se faire de la manière la plus aisée, mettant bien en évidence la distinction entre (168) et (169) :

(168) I deliberately did not hit him

(169) I did not hit him deliberately

Précisons à cet égard qu'à notre avis est erroné le point de vue défendu à propos des phrases comme (168) et (169) par Thomason, selon qui la langue naturelle ne tolère pas d'adverbe = dans une phrase négative, si bien que 'deliberately' dans des phrases comme (168) ou (169) serait une adformule. Il n'en est rien, car : 1°, dans ce cas (168) équivaldrait à (169), ce qui n'est pas le cas; 2°, on pourrait alors paraphraser (168) ou (169) comme (170) :

.(170) It is deliberately true that I did not hit him

phrase qui, quel qu'en puisse être le sens, est toute différente. Quelle est alors la raison de la non-fréquence des phrases comme (168), même en anglais? Le souhait d'éviter des mécompréhensions dues à la portée respective de la négation = et de l'adverbe. Point n'est donc besoin ni de recourir à = cet égard, comme Thomason, à une non-correspondance de la syntaxe et de la sémantique, ni de postuler, comme Van Fraassen, que la langue naturelle contient des primitifs atomiques sémantiques, dont l'existence fonderait la distinction sémantique entre affirmation et négation.

Pour ce qui est du français, s'il est vrai que l'on trouve des phrases comme 'Gustave, délibérément, ne soigna == pas sa blessure', elles sont ambiguës (ce qui n'est pas le cas pour (168), nettement distinct de (169)) et, partant, peu usitées. Encore moins peut-il se produire en français un cas == comme celui que Creswell (C:7,p.141) indique pour l'anglais = où la phrase 'Arabella loves no one tenderly' peut recevoir

une lecture, non naturelle il est vrai, équivalente à 'Arabel la tenderly loves noone'. Néanmoins, il y a certains cas où la règle de portée maximale de la négation ne s'applique pas en français : p.ex., lorsqu'il y a dans la phrase certains == compléments de temps ('je n'ai pas étudié le provençal pendant les deux derniers mois' n'équivaut pas à 'il n'est pas vrai = que pendant les deux derniers mois j'aie étudié le provençal', mais bien à 'pendant les deux derniers mois il est faux que j'aie étudié le provençal', car la deuxième de ces phrases-contrairement à la première et à la troisième- serait vraie si, = pas tout au long des deux derniers mois, mais bien à plusieurs reprises à l'intérieur du laps de temps qu'ils constituent == j'ai étudié le provençal), associés à certains temps du verbe, comme il s'agit là d'un problème de logique temporelle, nous préférons ne pas le traiter ici. Une autre exception à la quasi-règle de portée maximale est, bien entendu, constituée par les autres modificateurs aléthiques, lorsqu'ils sont détachés, par une pause ou virgule, et placés au début ou à la fin de la phrase. Ainsi (171) n'équivaut pas à (172) :

(171) Manifestement, Geoffroi n'est pas un fasciste

(172) Geoffroi n'est pas un fasciste manifestement

'Manifestement' est dans (171) une adformule (donc un modificateur aléthique, même si sa computation vérifonctionnelle est malaisée), dont la portée englobe le reste de la phrase, y compris la négation, comme on le voit par le fait que (171) = équivaut à (173) :

(173) Il est manifestement vrai que Geoffroy n'est pas un fasciste

Toutefois, une ambiguïté est parfois engendrée du fait que des adformules ou modificateurs aléthiques peuvent, = même lorsqu'elles précèdent la phrase et en sont séparées par une virgule, tomber sous la portée de la négation qui, en surface, affecte le verbe. Si (173) est sans équivoque équivalent à (174), i.e. (175), et non point à (176), il en va malheureusement tout autrement pour (177), que l'on peut ressentir, non pas comme (178), i.e. (179), mais bien comme (180) :

(173) Dans une grande mesure, Anaclette n'aspire pas au pouvoir

(174) Il est vrai, dans une grande mesure, qu'Anaclette n'aspire pas au pouvoir

(175) Il est faux dans une grande mesure qu'Anaclette aspire au pouvoir

(176) Il est faux que dans une grande mesure Anaclette aspire au pouvoir

(177) Véritablement, Anaclette n'aspire pas au pouvoir

(178) Il est véritablement faux qu'Anaclette aspire au pouvoir

(179) Il est véritablement vrai qu'Anaclette n'aspire pas au pouvoir

(180) Il est faux qu'Anaclette aspire véritablement au pouvoir

Les causes de cette prolèpse en surface nous sont inconnues. = Des études ultérieures seront nécessaires pour les déceler et déterminer quels sont exactement les modificateurs aléthiques qui pâtissent de cette anomalie.

Si tout ce que nous avons dit sur la portée de la négation en français est valide pour la négation simple ou naturelle 'ne...pas', on pourrait se demander si c'est encore

vrai pour d'autres négations, telles que 'pas très' ('N'), 'même pas un peu' (N), 'pas du tout' ou 'ne point' ('F'), 'guère' = ('j'), 'pas tout à fait' ('-'), etc. C'est aussi valide car, pour que ces négations affectent en surface le verbe, il faut les placer après celui-ci affecté de la particule 'ne'.

§3.- Bien entendu, tout ce qui a été dit sur la négation ne concerne que le français littéraire. Dans le parler populaire contemporain, où la double négation n'a pas laissé de traces, il faut avoir recours, pour désambiguër, à d'autres types de règles (semblables, peu-être, en partie à l'espagnol = plus qu'à l'anglais), règles qui probablement sont redondantes en français littéraire, avec la présence de la particule 'ne' (d'où l'économie obtenue par l'élimination de celle-ci). Remarquons que là où il peut y avoir une ambiguïté dans ces phrases du parler populaire, elle est normalement inoffensive. Ainsi, doit-on interpréter (181) comme (182) ou comme (183)?

(181) Gérard est pas sage

(182) N(ger(sap))

(183) ger(sap)

Nous savons que (182) n'équivaut pas à (183), mais (en vertu de A2121), (184) est une vérité de logique :

(184) ger(sap)IgN(ger(sap))

Or, de (184) il découle que (185) est aussi une vérité de logique selon Am :

(185) ger(sap)IN(ger(sap))

Par conséquent, dire que Gérard est non sage est fondamentalement équivalent à dire qu'il n'est pas sage, et la différence de valeur de vérité est pratiquement négligeable.

§4.- Une difficulté supplémentaire se dresse devant nous à cause d'une particularité du système Am : le fait qu'un nom propre peut, tout comme une phrase, être affecté d'une négation, et, d'une façon générale, par n'importe quel foncteur monadique. On connaît, p.ex., les critiques formulées par Geach (G:2) contre la possibilité que les négations puissent affecter le sujet aussi bien que le prédicat d'une phrase. Geach affirme qu'il n'y a jamais deux noms corrélés entre eux de telle sorte que, en attachant les mêmes prédicats à chacun d'eux, on obtienne une paire de propositions contradictoires, tandis que pour les prédicats c'est bien ce qui arrive. Toute la preuve de Geach repose sur une supposition non confirmée dans notre système : que si la négation peut affecter -en profondeur- un constituant d'une phrase, alors le remplacement dans la phrase du constituant par sa négation donne pour résultat une phrase contradictoire avec la phrase originelle. Une autre présupposition de Geach c'est que la conjonction (disjonction) de deux prédicables prédiqués d'un sujet est égale à la conjonction (disjonction) de deux phrases telles que la première prédique du sujet en question le premier prédicable et la deuxième en prédique le deuxième prédicable.

Or, si tout ceci peut être correct pour ce qui est des prédicats et prédicables comme Geach les conçoit, ce n'est pas par rapport aux seconds constituants des phrases atomiques dans Am. Dans Am, en effet, l'affectation en profondeur du second constituant de la phrase par une négation n'équivaut point à l'affectation en profondeur de la phrase =

tout entière par la même négation. Il en va de même, d'ailleurs, pour tous les foncteurs, y compris les foncteurs dyadiques encastrés dans le second constituant. En vérité -et comme il a été déjà souligné ci-dessus- il faut s'aviser que :

$xfy \neq f(xy)$ $xNy \neq N(xy)$ $xYz \neq Y(xz)$ $x(y.z) \neq xy.xz$ etc.

Bien entendu, il en va de même pour le "sujet" ou premier constituant, car :

$Nxy \neq N(xy)$ $fx y \neq f(xy)$ $(x.y)z \neq xz.yz$ etc.

Or, comment savoir donc, lorsqu'on rencontre en surface une négation, si elle doit se rapporter en profondeur au terme qu'elle affecte en surface ou à une clause? Nous avons les règles suivantes :

1) Un foncteur monadique affectant en surface le verbe (y compris la copule 'est') se rapporte en profondeur à l'ensemble de la phrase.

2) Un foncteur monadique affectant un adjectif épithète = ou un adverbe doit affecter une clause reconstruite à l'aide de règles qui permettent de déceler la structure profonde de phrases contenant des adjectifs épithètes et des adverbes.

3) Un foncteur monadique affectant un nom propre en surface affecte ce même nom propre en profondeur (les noms abstraits étant considérés comme des noms propres, ce qui apparaît plus clairement en anglais).

4) Un foncteur monadique de négation affectant en surface un adjectif attribut, si le verbe de la phrase est 'être' et que la phrase est affirmative, est l'expression superficielle de l'opérateur monadique-ensembliste correspondant au foncteur en question (la négation 'pas' ou 'non' étant ainsi, dans de telles phrases, l'expression superficielle de l'opérateur de complément; la négation 'point' celle de surcomplément, etc.)

Ainsi (186) n'est pas équivalent à (187) ni à (188) mais bien à (189)

(186) Angèle aime non Casimir

(187) Angèle n'aime pas Casimir

(188) Angèle aime x et x n'est pas Casimir

(189) Angèle aime l'inexistence de Casimir

Similairement, le non-alignement est l'inexistence de l'alignement; la non-factibilité, l'inexistence de factibilité; la non-virtu de Pierre, l'inexistence de vertu de Pierre; pour employer un exemple de E.A.Poe (dans The Man that was Used Up), 'the no color of his whiskers' équivaut à l'absence de couleur de ses favoris'.

Une difficulté apparaît pourtant lorsqu'on considère des exemples comme cette phrase de Melville : 'Not Moby Dick casts one odd jet that way and then disappears'. Que cette phrase soit ou non sémantiquement identique à 'it is not true that Moby Dick casts one odd jet that way, and then disappears' est une question que nous n'aborderons pas ici. Mais, en tout cas, ce qui est certain c'est que, même si, en surface, cette négation-là affecte le nom-sujet, en profondeur elle affecte une formule ou sous-formule plus vaste. Notre règle paraît ne pas marcher ici, mais; pour le français, du moins, elle nous semble adéquate.

§5.- Cependant, il y a encore une autre difficulté plus consi

dérable. Souvent on formalise des phrases où un modificateur aléthique (dans les traitements non flous, la seule négation) affecte en surface un constituant de la phrase moyennant un opérateur monadique ensembliste; nous venons, par notre règle n°4 d'entériner ce procédé dans un cas bien précis : un foncteur monadique de négation; une phrase prédicative pure (verbe 'être', non affecté par la négation); et le foncteur apparent affectant un attribut. Mais, bien entendu, il y a probablement d'autres cas dans lesquels le foncteur de surface pourrait être l'expression superficielle d'un opérateur monadique ensembliste en structure profonde. Qu'est-ce qui indique, p. ex., que (190) équivaut à (191) et non pas (192), i.e. (193)?

(190) Auguste est plutôt cruel

(191) P(aug(crud))

(192) aug(nucl crud)

(193) aug∧P(xcrud)

Une ambiguïté structurelle paraît bien exister ici. Comme il a été indiqué ci-dessus, la prolèpse peut être exploitée comme procédé de désambiguation; mais il paraît certain que la prolèpse peut aussi constituer une simple variation == stylistique. Pour la négation, dans la langue littéraire, == dans une phrase attributive l'opérateur ensembliste de complément, celui de surcomplément, celui de confin, etc. ont pour marque patente le foncteur utilisé pour les engendrer, lorsque celui-ci n'affecte pas le verbe (cf. la règle n° 4 ci-dessus).

(Tous ces problèmes se présentent, en allemand, hérissés de complications supplémentaires; cf. Z:2, chap. I : = l'auteur, J.M.Zemb, arrive pourtant à une conclusion que nous partageons : 'Dans le cas de la négation allemande, dit-il à la page 339, nous avons montré que l'illogisme était le fait de descriptions erronées et non celui de la syntaxe).

§6.- Nous devons faire face à une autre difficulté encore. Le verbe lui-même pouvant être tenu pour un nom propre, comment savoir que la négation du verbe est, en profondeur, la négation de la phrase? Des possibilités d'ambiguïté existent ici peut-être, mais très réduites par le fait que le verbe ou == noyau du second constituant de la phrase est très rarement == nié, en profondeur, dans les phrases du parler quotidien. En français, toutefois, une marque est constituée par le fait == que, lorsqu'un foncteur affecte en profondeur le verbe seulement et non la phrase, il précède le verbe; et s'il s'agit de la négation, celle-ci est 'non', au lieu de 'ne pas' (ou, plus souvent, des préfixes verbaux). Ainsi (194) n'équivaut pas à (195), i.e. à (196), mais bien à (197) :

(194) Romuald non estime sa nièce

(195) Romuald n'estime pas sa nièce

(196) Il n'est pas vrai que Romuald estime sa nièce

(197) Romuald mésestime sa nièce

(198) n'équivaut pas non plus à (199) (i.e. à (200)):

(198) Timothée peu comprend la Bible

(199) Timothée comprend peu la Bible

(200) Il est peu vrai que Timothée comprend la Bible

On pourra nous dire que ni (194) ni (198) ne sont des phrases

syntactiquement bien formées en français. Dans ce cas, tant mieux!, car alors, le français ne pouvant pas exprimer certaines propositions ou faits, certaines ambiguïtés supplémentaires seront exclues d'avance. Mais naturellement le tout dépend de ce que l'on entend par "le français", car il y aura sans doute des textes poétiques où des phrases comme (194) et (198) pourront se trouver.

Dans l'écriture, on peut renforcer l'affectation == par un modificateur du seul verbe au moyen d'un trait d'union reliant le verbe au modificateur qui le précède. C'est peut-être la seule marque incontestable en espagnol, où non seulement l'alternance ou distribution complémentaire d'allomorphes comme 'non'/'ne pas' n'existe point, mais en outre la place d'un modificateur n'est pas clairement pertinente. Entre 'Afranio poco cree en Dios' et la phrase plus fréquente = 'Afranio cree poco en Dios' on aperçoit mal une différence de sens.

Remarquons que ce type de phrases, si peu fréquentes en français, en tout cas dans le parler quotidien, sont souvent remplacées, pour exprimer des propositions, sinon identiques, à tout le moins étroitement apparentées, par des périphrases, comme 's'abstenir de' plus infinitif pour les négations, dans la mesure cependant où 's'abstenir de' affecte seulement l'infinitif et non son expansion; autrement dit : 's'abstenir de(manger des fèves)' ≠ 's'abstenir-de-manger des fèves'; dans ce dernier cas on fait quelque chose aux fèves (on les non-mange), pas dans le premier.

Tout ce problème pourrait, peut-être, être résolu = en grande partie si l'on formulait des règles de transformation de la structure profonde en structure de surface suffisamment précises pour montrer qu'un verbe de la structure de surface n'est jamais identique au seul lexème profond désignant la classe correspondante, mais est toujours un amalgame où = sont fusionnés plusieurs signifiants : a) le signifiant d'appartenance (que nous exprimons en Am par concaténation, et = qu'on exprime dans d'autres théories des ensembles par l'épsilon); b) le signifiant de la classe désignée par le lexème; = c) d'autres opérateurs ou foncteurs modaux, temporels, etc. = (L'analyse monématique de Martinet et de l'école des constituants immédiats peut rendre des services à ce propos, mais il se peut qu'il y ait des amalgames indécomposables). (Précisons que, dans ce que nous venons d'affirmer, nous appelons = 'signifiant' même des segments ou des unités supra-segmentales qui ne désignent rien, qui n'ont donc pas de signification, à proprement parler -comme le "signe" de l'appartenance-, mais qui jouent un rôle syntagmatique en permettant de transformer une suite de signes en un autre signe).

Chapitre 11.- NOUVELLE APPROCHE DES COMPARATIFS

§1.- On estimait naguère que 'the logical form of comparatives is in general unknown territory' (opinion de Davidson rapportée par J.A.Fodor, F;2, pp.66-7). Mais les conclusions atteintes nous permettent désormais de faire face avec plus de vigueur qu'auparavant à ce problème. Commençons par un exemple du même type que ceux qui ont été étudiés au chapitre précédent. (201) équivaut à (202 et à (203), ce qui est formalisé comme (204) :

(201) Ali parle le persan avec une très grande aisance

(202) Ali parle le persan très aisément

(203) Ali parle le persan d'une manière très aisée

(204) Ex(xman.X(xfac).ali(loq(trans(pers))(instrx)))

Or, si, au lieu d'un modificateur aléthique absolu, comme 'très', nous avons un modificateur aléthique relatif, = comme 'plus...que', comment pouvons-nous procéder? A notre = avis, la solution est maintenant à la portée de la main. (205) peut se formaliser comme (206), dont la lecture immédiate est (207) :

(205) Ali parle le persan plus aisément que Mustafa (ne le fait)

(206) Ex,y(xman.yman..(yfac%xfac).ali(loq(trans(pers)) (instrx)).must(loq(trans(pers))(instry)))

(207) Il y a deux manières, la première plus aisée que la seconde, telles que Ali parle le persan avec la première= et Mustafa le fait avec la seconde

Similairement, nous pouvons formaliser les phrases= comparatives lorsque le comparatif affecte en surface une épithète. Naturellement, il faut distinguer les cas où l'épithète est en fonction modificative de ceux où elle se trouve, == soit en fonction restrictive, soit en fonction assignative. = Un exemple des premières est (208), où 'confortable' est en fonction restrictive, car on peut paraphraser (208) d'abord = comme (209) et ensuite comme (210) :

(208) Cyrille habite une maison moins confortable que Martial

(209) Cyrille habite une maison moins confortable que la maison où habite Martial

(210) Cyrille habite une maison qui est quelque chose de moins confortable que la maison où habite Martial

La formulation de règles de transformation de (210) en (209)= ne soulève pas de graves difficultés. La formalisation de == (210) serait (211) :

(211) Ex(xdom.cyr(habit(transx)).xcom% èyBP(ydom.mart(habit(transy)))com)

Un exemple de phrase comparative où le comparatif = affecte en surface un adjectif en fonction modificative est = (212), qui peut être formalisé comme (213) :

(212) Bach est un plus grand musicien que Ravel

(213) ravel(music.magn)%bach(music.magn)

Bien entendu, de (212) ou de (213) il ne découle pas que Bach= soit plus grand que Ravel. Signalons que, comme l'a montré= G.Leech (L:3,p.276) (dans le cadre d'une intéressante analyse des syntagmes adverbiaux de 'extent' ou degré, dont la seule= faiblesse est d'en ignorer le caractère vérifonctionnel), 'la Guadeloupe est moins prospère que la Réunion' n'implique pas 'la Guadeloupe est prospère', ni même 'la Réunion est prospère'. Toutefois, si la première de ces trois phrases est vraie (et, ce disant, nous nous écartons résolument du point de vue de Leech), alors il sera vrai que la Réunion est plus qu'infiniment prospère.

Voyons maintenant quel est le rapport entre les constructions comparatives et les occurrences des adjectifs en = fonction assignative. A l'inverse de ce qui arrive pour == 'grand musicien', le syntagme 'grand serin' contient 'grand', usuellement, en fonction assignative. Alors comment formaliser (214)?

(214) Lilou est un plus grand serin que Louli

A notre avis, la formalisation est exactement la même que s'il s'agissait d'une occurrence de 'grand' en fonction restrictive, i.e. (215):

(215) lilou(ser).louli(ser).louli(magn)%lilou(magn)

Autrement dit : (216) :

(216) Lilou et Louli sont des serins, et Lilou est plus grand que Louli

Il en ressort que, pour ce qui est des constructions comparatives, la différence entre les occurrences des adjectifs en fonction restrictive est neutralisée.

§2.- Le traitement que nous proposons suscite une question == concernant le potentiel inférentiel des phrases comparatives. Cette question est plus embrouillée qu'elle n'en a l'air. == Chomsky (C:4,4.2.2) signale qu'il y a des inférences valides = comme (nous substituons au sien un autre exemple) de (217) vs (218a) et aussi vers (218b); la preuve en est qu'il est impossible de remplacer dans (217) 'Marie' par 'Alain' :

(217) Marthe est une femme plus énergique que Marie

(218a) Marthe est une femme

(218b) Marie est une femme

En réalité, l'affaire est plus complexe, car, si, dans l'usage courant, (217) se lit : 'mart(fem).(mari(fem)).mari(energ)%mart(energ)', i.e., si, dans cet usage, 'énergique' apparaît en (217) soit en fonction restrictive, soit en fonction assignative, une lecture de (217) où 'énergique' apparaîtrait en fonction modificative n'est point exclue, et, dans ce dernier cas, l'implication en question n'est plus de mise. Ainsi, on peut dire que Boèce est un plus grand philosophe que Charlemagne; ceci, si 'grand' est en fonction modificative, n'implique pas que Charlemagne soit un philosophe; certes il en découle qu'il est (au moins infinitésimalement) vrai que Charlemagne est un philosophe (ce découlement n'est pas une implication), mais cette conclusion est en tout cas une vérité de logique == dans Am.

Nous résumons brièvement par quelques règles d'inférence dérivées une partie assez utile et d'un emploi fréquent du budget inférentiel des comparatifs tels que nous les avons formalisés dans Am. (Notons que, dans toutes les phrases qui suivent, 'x est plus u que y' veut dire 'x est plus u que ne l'est y'; il y a là une ambiguïté en français -et aussi en espagnol, p.ex.- qui n'existe pas en latin).

<u>x est plus u que y</u>	<u>x est moins u que y</u>
x est plus qu'un rien u	x n'est pas (tout à fait) u

<u>x est plus u que y</u>	<u>x est plus u que y</u>
<u>x est considérablement u</u>	<u>x est plutôt u</u>
y est plus que considérablement u	y est assez u

<u>x est plus u que y</u>	<u>x est plus u que y</u>
<u>x est passablement u</u>	<u>y est infiniment u</u>
y est plus que passablement u	x est tout à fait u

<u>x est plus u que y</u>	
il est plus vrai de dire que x est très u que de dire que y est très u	

x est moins y que u
un'est pas (tout à fait) y
 x n'est point infiniment y
 (i.e. il est plus qu'un rien faux que x soit y)

Si dans un de ces raisonnements une prémisse est préfixée d'un foncteur 'en quelque sorte', la conclusion doit être l'être aussi. Les contrapositions (avec négation 'F', i.e. 'il est tout à fait faux que...') sont valides aussi, pour chaque raisonnement. Il faut se souvenir que, dans Am, soit x est un rien y, soit x est plus qu'un rien y, et jamais les deux en même temps. On aura donc :

x est à peine u x est tout à fait u
x n'est point plus u que y x n'est pas du tout moins u que y

y est infiniment u
x n'est pas (tout à fait) u x est infiniment non u
x n'est point plus u que y x n'est point plus u que y

Nous ne voulons pas omettre ici un problème délicat concernant le budget inférentiel des constructions comparatives que nous venons d'effleurer : d'une phrase comparative == d'infériorité quelconque découle la négation de son premier membre atomique. De 'Ajaccio est moins peuplée que Cagliari' il découle qu' 'Ajaccio n'est pas peuplée'. D'un comparatif de supériorité il découle la négation de l'échantil : de 'Palermo est plus au Sud que Naples' il découle que Naples n'est pas au Sud. Certes ce découlement n'est pas une implication, mais qu'importe! Or il ne faut pas se leurrer sur les conclusions tirées : qu'il soit vrai que Naples n'est pas au Sud == n'équivaut nullement à ce qu'il soit entièrement faux que Naples est au Sud, bien entendu; ce qui découle c'est seulement qu'il est, au moins infinitésimalement, faux que Naples soit au Sud.

§3.- Examinons brièvement une difficulté sur l'incrustation de foncteurs à deux places -en surface- à l'intérieur d'une construction comparative (cf. L:2, p.279). (Nous supposons que dans les phrases suivantes 'mieux' est un allomorphe de 'plus' ou 'davantage'; 'moins bien', un allomorphe de 'moins'; si cette supposition s'avérait erronée, rien d'essentiel ne serait cependant altéré) :

(219) Manfred connaît l'histoire mieux que les mathématiques ou la géographie

(220) Manfred connaît l'histoire mieux que les mathématiques et la géographie

Est-ce que (219) équivaut à (220)? C'est bien notre sentiment (et la même équivalence se maintiendrait si l'on remplaçait 'plus' par 'moins bien'). La raison de cette interchangeabilité de la conjonction et de la disjonction dans le deuxième terme (ou échantil) d'une construction comparative c'est la nature vérifonctionnelle des foncteurs comparatifs et le fait que la structure sous-jacente est constituée par la conjonction de deux surimplications ou, ce qui revient au même, par une surimplication dont l'antécédent est une disjonction :

(221) manf(cogn(trans(math)))+manf(cogn(trans(geog)))
%manf(cogn(trans(hist)))

(221) montre la structure profonde de (219) (ou de son expression superficielle (220)). Or (221) est à son tour équivalent à (222)

(222) $\text{manf}(\text{cogn}(\text{trans}(\text{math})))\% \text{manf}(\text{cogn}(\text{trans}(\text{hist})))..$
 $\text{manf}(\text{cogn}(\text{trans}(\text{geog})))\% \text{manf}(\text{cogn}(\text{trans}(\text{hist})))$

On peut dire autant, mutatis mutandis, sur les quantificateurs universel et particulier (équivalence, dans l'échantillon d'une construction comparative, entre 'anything' et 'everything' signalée par Lakoff). Ainsi 'Evangéline parle le chinois mieux que toutes les langues européennes' équivaut à 'Evangéline == parle le chinois mieux qu'une quelconque langue européenne'; cette confusion est due au fait que la seconde de ces deux phrases a pour forme logique (224), et la première (223); mais il se fait précisément que (223) est logiquement équivalent à (224):

(223) $\text{Ex}(\text{xling}.\text{xeur}.\text{euang}(\text{loq}(\text{transx})))\% \text{euang}(\text{loq}(\text{trans}(\text{sin})))$

(224) $\text{Ux}(\text{xling}.\text{xeur}.\text{euang}(\text{loq}(\text{transx})))\% \text{euang}(\text{loq}(\text{trans}(\text{sin})))$

§4.- Très souvent les syntagmes comparatifs sont affectés par des modificateurs aléthiques : 'beaucoup plus rapide', 'un peu moins rusé', 'beaucoup, beaucoup plus robuste' etc. Il va == sans dire (nous supposons que 'beaucoup' est un allomorphe de 'très', en distribution complémentaire) que la formalisation adéquate de ce type de phrases ne saurait pas prendre la forme : " $X(p\%q)$ " ou " $K(p\%q)$ ", car on sait que " $X(p\%q) \equiv p\%q$ " et " $K(p\%q) \equiv p\%q$ " et la prétendue restriction ou modification des conditions de vérité n'en serait pas une. Il faut donc trouver une règle de transformation adéquate qui explique de semblables syntagmes comme dérivant d'une forme profonde du type " $p\%Xq$ " ou " $Kp\%q$ ", p.ex. : 'Calderon est beaucoup plus profond que Lope de Vega' équivaudrait à 'que Lope de Vega est profond est moins vrai que (que) Calderon est très profond'.

Mais une difficulté supplémentaire apparaît dans le cas d'autres modificateurs comme 'à peine'. En effet, on ne peut pas formaliser 'Serge est à peine plus âgé qu'Ivan' comme $\text{Ivan}(\text{âgé})\% \text{Y}(\text{Serge}(\text{âgé}))$

Cette formule est une absurdité ou surcontradiction dans Am. Nous proposons pour ce modificateur une autre formalisation : $\text{Ivan}(\text{âgé})\% \text{Serge}(\text{âgé}).. \text{Ivan}(\text{âgé}) \text{I} \text{Serge}(\text{agé})$

Dès lors la phrase en question impliquerait strictement: 'Ivan est fondamentalement aussi âgé que Serge'. Or, en vertu de quoi cette formalisation est-elle justifiée? Une règle de == transformation adéquate devrait être formulée. Remarquons == toutefois, pour prévenir un scrupule qui pourrait arrêter le lecteur, que quand bien même il faudrait reconnaître une certaine inélégance dans ces articulations de l'enchevêtrement = des modificateurs monadiques et des comparatifs, ceci n'entraîne nullement le retour à une syntaxe catégorielle, car toutes ces expressions sont des syncatégorèmes (aucune règle de généralisation existentielle n'est appliquée au 'plus...que', ni au 'à peine', ni au 'très') et nous n'avons rejeté le partage catégoriel que pour les expressions catégorématiques.

Une autre difficulté se présente lorsque l'intensification de la comparaison, au lieu d'être indéterminée (beaucoup', 'un peu', etc.) présente une plus ou moins grande détermination. On peut mettre en doute que 'le soleil est un million de fois plus grand que la Terre' équivaille à 'il est un million de fois plus vrai que le soleil est grand que non pas que la Terre est grande', et ceci pour deux raisons : la première, que la valeur de vérité de 'la Terre est grande' sera alors forcément très petite; la seconde, qu'il est malaisé de formaliser une comparaison aléthique semblable sans introduire de nouveaux foncteurs primitifs, ce dont on voudrait ==

bien pouvoir se passer. Or nous croyons pouvoir venir à bout de cette difficulté, car -comme il découle de ce que l'on verra au Livre II- $/K...Kp/$ (ce que l'on peut abrégé ainsi : $== /K^n p/$) peut être considéré comme une approximation de $2n \bar{x} /p/$ (où ' \bar{x} ' exprime une multiplication bornée). Dès lors, 'il est $2n$ fois plus vrai que p que non pas que q ' est formalisable = ainsi : " $K^n q \bar{p}$ " (pour n égal ou plus grand que 1).

En ce qui concerne les multiples impairs, on pourrait essayer une tentative un peu plus compliquée : 'il est = $n(n$ impair) plus vrai que p que non pas que q ' serait traduit comme suit : 'qu'il soit un peu vrai qu'il soit un peu vrai... $\underline{/n-1 \text{ fois}/}$ que q est moins vrai que p , et il est tout à fait = faux que le fait qu'il soit un peu vrai qu'il soit un peu vrai... $\underline{/n+1 \text{ fois}/}$ que q soit moins vrai que p ', ce qui, en notation symbolique, s'écrira : " $K^n -lq \bar{p}.F(K^n -lq \bar{p})$ ".

Reste la difficulté philosophique. Supposons que l'Univers est infini. Alors le soleil est infiniment plus petit que l'Univers; or la Terre sera, elle, seulement finiment plus petite que le soleil. Comment exprimer cela? Eh bien!, dans cette hypothèse, on pourrait attribuer à la phrase 'l'Univers est grand' une valeur de vérité égale à $(1,1,1...)$ -ou si l'on veut à $(\bar{u}, \bar{u}, \bar{u}...)$, ou encore peut-être quelque chose = d'intermédiaire entre ces deux valeurs-là, i.e. : une valeur = tout à fait vraie à certains égards et infinitésimalement fautive à d'autres égards-. Comme tout nombre aléthique inférieur à \bar{u} (concept que l'on explique au Livre II) est infiniment = plus petit que \bar{u} , une chose de dimension finie x sera telle que la valeur de ' x est grand' sera inférieure à $(\bar{u}, \bar{u}, \bar{u}...)$, = et une chose y n fois plus petite que x sera telle que la valeur de la phrase ' K^n (est grand)' sera plus petite que celle de la phrase ' x est grand'. En tout ceci nous absolutisons = les mesures; leur relativisation ne soulève néanmoins aucune = difficulté. Les seules difficultés qui demeurent sont constituées : 1°, par les infinitésimes -si l'on veut bien les admettre- et notamment par ceux de différent ordre; 2°, par des intensificateurs du comparatif dont la détermination n'est que partielle, comme 'la Terre est plusieurs fois plus grande que la lune'.

§5.- Nous voulons examiner brièvement le connecteur 'comme', = qui sert à construire des phrases moléculaires que l'on appelle communément comparatives. Néanmoins, il nous semble qu'il y a lieu de distinguer trois rôles sémantiques de ce connecteur.

Le premier, coordinatif, c'est une variante stylistique de 'et' (les occurrences de 'comme' portant ce sens = sont précédées d'une pause ou d'une virgule).

Le deuxième sens, plus intéressant pour nous dans ce contexte, est paraphrasable au moyen de la locution 'de la même manière que' ou, plus longuement, ainsi : ' p comme q ' = équivaut à 'il y a une manière telle que p est vrai de cette manière et q est vrai de cette manière'. Ainsi : ' y est un u comme $\underline{/de \text{ la même manière que } z \text{ est } v'}$ s'écrira en notation = symbolique : ' $Ex(x \text{man}.y(u(\underline{instrx})).z(v(\underline{instrx})))$ '.

Mais il y a un troisième sens de 'comme', celui que porte cette conjonction lorsqu'elle est paraphrasable comme 'autant que' (ou 'aussi...que' dans certains contextes); la notation symbolique de ce 'comme' est on ne peut plus simple, car ce n'est que le foncteur 'I'. Le budget inférentiel de ce troisième sens est différent. Supposons qu'il est vrai (225)

(225) Pierre étudie le japonais comme je m'occupe du calcul = infinitésimal.

Supposons qu'il est plutôt vrai que Pierre étudie le japonais. Est-ce que de ceci plus (225) il découle qu'il est plutôt vrai que je m'occupe du calcul infinitésimal? Ceci dépend de ce que, en (225), 'comme' se trouve dans le deuxième ou dans le troisième rôle sémantique.

§6.- Une autre remarque nous paraît valoir la peine, concernant cette fois les subordinées consécutives. On pourrait espérer résoudre aussi facilement le traitement formel de ces clauses, apparentées qu'elles sont aux comparatives. Malheureusement, il n'en est rien. Pour traiter les phrases consécutives, il faut introduire d'autres quantificateurs, comme 'la plupart des x' (ils sont définitionnellement introduisibles dans Am, par le biais de l'arithmétique qui semble y être contenue; mais cela nous amènerait trop loin).

Pour s'en convaincre, il suffit de considérer une première formalisation possible d'une phrase consécutive. Supposons que les phrases suivantes soient vraies : 1) 'Alain est si gentil que ses parents en sont fiers'; 2) 'Maurice est plus gentil qu'Alain'; 3) 'Maurice n'est pas orphelin'; Est-ce == que de ces trois phrases il découle forcément que les parents de Maurice sont fiers de Maurice? Non, car tout ce que l'on peut dériver c'est que très probablement ils le sont.

Ceci est dû au fait qu'une phrase consécutive 'il est si vrai que p qu'il l'est que q' (où p a des occurrences = libres d'une variable u, différente de x) ne peut pas être == formalisée comme suit : $Ex(xDp/u/Uz(xDp/u/z/Cq/z))$ (i.e.: il est vrai que p/u dans une mesure telle que chaque chose z = qui p -dans cette mesure-là ou davantage- est telle que p).

L'impossibilité de cette formalisation tient à ce que le quantificateur universel affirme trop. La formalisation serait probablement adéquate si, au lieu de dire 'pour tout z' on se bornait à dire 'pour la plupart des z'. Car, si avec cette reconstruction, la phrase était fautive, alors la phrase consécutive à paraphraser serait fautive aussi. Par ex: 'Isaac est si cabochard qu'il a un oncle à Singapour'. Cette phrase est fautive même si Isaac est assez cabochard et qu'il a un oncle à Singapour, car il est faux que la plupart de ceux qui atteignent un certain degré d'entêtement aient un oncle à Singapour. Si cette condition était vraie, alors la phrase en question pourrait être vraie, même si une minorité des == gens qui atteignent ledit degré d'entêtement n'avaient aucun oncle à Singapour.

Mais le traitement des quantificateurs du type de 'la plupart des...' n'entre pas dans le cadre de notre actuel le recherche.

Relevons enfin que, pour prévenir une possible objection, que si cette reconstruction ne paraît pas marcher == dans certains cas (p.ex. 'Médard est si passionné qu'il aime follement Ursule', car il est loin d'être vrai que la plupart des gens qui atteignent le degré de passionnement de Médard aiment follement Ursule, qu'ils ne connaissent sûrement pas), ce ci est dû à ce que de telles phrases sont elliptiques, et qu'il faut y sous-entendre une autre clause. Pour revenir à == l'exemple cité, celui-ci équivaldrait à : 'Médard est à ce point passionné que la plupart des choses /ou des gens/ passionnés à ce point-là, et telles qu'elles..., aiment follement

Ursule', où aux points de suspension est substituée une clause disant, p.ex. (peut-être); qu'elles (les choses ou personnes en question) se trouvant dans telles ou telles circonstances, dans lesquelles se trouve en fait Médard.

§7.- Tout au long de ce chapitre nous avons omis l'étude de certaines constructions comparatives. D'abord des cas où le comparatif n'a pas d'échantil, et que le contexte n'en fournit pas un. Ces constructions, fréquentes en grec et en latin, le sont aussi dans une certaine mesure en anglais (cf. V:3, §113). Elles expriment une simple intensité, non une véritable comparaison. Le français ne les emploie pas ou guère. Deuxièmement, toutes sortes de constructions où l'échantil contient = un verbe au subjonctif, ou une phrase conditionnelle subjonctive enchassée, ou un verbe temporalisé, ou un opérateur épistémique ou doxastique (*citius dicto*, etc.), ainsi que des comparatifs corrélés sans échantil ('plus on est instruit, plus on est modeste', p.ex.). Le traitement de ces constructions dépasse le cadre que nous nous sommes assigné.

Il faudrait enfin établir un lien -qui certainement existe dans la logique de la langue naturelle- entre les comparatifs et les syntagmes mesuratifs, dont il fut déjà question au chapitre 1 et que nous y opposâmes aux modificateurs aléthiques enchâssés. Si un puits est profond de deux mètres et un autre l'est de trois mètres, le deuxième est plus profond que le premier, et ce en vertu de la logique même de la langue naturelle. Notre approche ne rend pas raison de ceci. Il faudrait trouver une explication adéquate, sans pour autant confondre syntagmes mesuratifs et modificateurs aléthiques enchâssés.

Chapitre 12.- TRAITEMENT DES SUPERLATIFS

§1.- Il y a deux types essentiels de superlatifs : non restreints et restreints. Un superlatif non restreint c'est 'la chose la plus y'; un superlatif restreint 'le x le plus y'. = Les superlatifs non restreints peuvent être formalisés ainsi: $\exists x \forall z (z \text{II} x + .zy \% xy)$.

Voici trois vérités de logique (des théorèmes de Am traduits en langue naturelle) concernant les superlatifs non restreints :

- 1) x est la chose la plus y, ou bien il y a une chose au moins aussi y que x, ou bien la chose la plus y n'existe guère
- 2) x n'est point la plus y seulement si le plus y n'existe guère ou bien quelque chose d'autre est plus y que ne l'est x.
- 3) le plus u est plus qu'un rien réel seulement s'il y a une chose et une seule qui est plus y que n'importe quoi d'autre.

§2.- Passons maintenant aux superlatifs restreints. Nous formalisons les constructions superlatives (de supériorité restreinte) de deux manières alternatives (d'autres peuvent encore être trouvées, mais il nous paraît très plausible que l'une ou l'autre de celles-ci soit fondée, tandis que d'autres = structures moléculaires qui nous sont venues à l'esprit nous ont paru beaucoup plus problématiques) :

le plus u des z

	$\exists x (Bf(xz) . Uy (y \text{I} x . yzRR . yu \% \% xu))$
	$\exists x (BP(xz) . Uy (y \text{I} x . yzQQ . yu \% \% xu))$

Sur cette base, nous formulons en langue naturelle= des thèses valides de Am (en nous fondant sur la première de ces formalisations comme si elle constituait le sens visé par le locuteur; une adaptation à la deuxième est très simple).

Supposons que le plus u des z existe plus qu'infini tésimalement. Alors :

1) x n'est point le plus u des z seulement si, ou bien à certains égards x n'est qu'un rien z, ou bien il est relative= ment moins u que quelque autre z.

2) Il est absolument faux qu'il y ait un étant plus qu'un rien z qui soit relativement plus u que le plus u des z.

3) Il est absolument faux qu'il y ait un étant plus qu'un rien z qui soit foncièrement aussi u que le plus u des z, tout en étant un individu divers.

4) Il est foncièrement vrai que le plus u des z est plus qu'un rien z.

5) x est le seul étant qui est (plus qu'un rien) z, seule= ment s'il est le plus u des z. (Amédée I est le meilleur et= le pire, le plus beau et le plus laid, le plus sage et le plus ignorant, parmi les souverains espagnols de la maison de Sa= voie).

6) Il y a un (étant plus qu'un rien) z qui n'est point le plus u des z, seulement si le plus u des z est, relativement= du moins, plus qu'un rien u. (Ainsi donc, même si Hitler est le plus débonnaire des chefs de gouvernement allemands de la période 1933-45, il ne s'ensuit point qu'il soit -même pas en quelque sorte- plus qu'infini tésimalement débonnaire).

§3.- Parallèlement nous formalisons les superlatifs (d'inféio rité restreinte :

le moins u des z	$\exists x(Bf(xz).Uy(yz.(yIx)RR.xu\%o\%yu))$ $\exists x(BP(xz).Uy(yz.(yIx)QQ.xu\%o\%yu))$
------------------	--

Comme précédemment, dans les thèses valides énumérées ci-des= sus, nous visons toujours le premier de ces deux sens :

Supposons que le moins u des z existe plus qu'infini tésimalement. Alors :

1) x est divers du moins u des z seulement si, ou bien en quelque sorte x n'est qu'un rien z, ou bien en quelque sorte= x est plus u que z.

2) Il est absolument faux qu'il y ait un étant plus qu'un rien z qui en quelque sorte soit moins u que le moins u des z

3) Il est absolument faux qu'il y ait un étant plus qu'un rien z et tel que le moins u des z soit divers de lui mais = foncièrement aussi u que lui.

4) Il est foncièrement vrai que le moins u des z est, plus qu'un rien, z.

5) x est le seul étant qui est (plus qu'un rien) z seule= ment s'il est le moins u des z.

6) il y a un (étant plus qu'un rien) z divers du moins u des z seulement si le moins u des z, du moins en quelque sor= te, n'est pas u.

§4.- Il faudrait rendre raison aussi des constructions plus = complexes : 'de beaucoup le plus savant des hommes', p.ex. == Par analogie avec le traitement des constructions comparatives similaires, ce problème nous paraît aisé à résoudre.

Chapitre 13.- EXAMEN SUCCINCT D'AUTRES TRAITEMENTS DES COMPARATIFS ET SUPERLATIFS

Bien que l'étude des comparatifs se trouve encore presque en friche, tout dernièrement on peut constater avec joie plusieurs tentatives prometteuses. Celles que nous connaissons comportent encore un certain nombre d'inconvénients, qui, à notre avis, sont le résultat inévitable de tentatives infructueuses de rester dans le cadre de la logique classique. Nous passerons en revue certaines de ces tentatives.

§1.- Dans le cadre de notre approche, tous les syntagmes comparatifs sont des phrases moléculaires, et, dès lors, il y a toujours deux phrases atomiques au moins. Ceci revient à affirmer le caractère elliptique des syntagmes comparatifs en-châssés -en surface- à l'intérieur d'une phrase à un seul verbe. Cette solution (traditionnelle -remarquons-le) a été contestée par certains grammairiens; on parle d'étalon ou 'complément de comparatif'. Or, n'était le caractère elliptique, il serait difficile de dire quelle est la distinction entre (226) et (227) :

(226) Je n'ai pas de vassal meilleur que lui

(227) J'ai obtenu un résultat meilleur que lui

(nous empruntons cet exemple au Grand Larousse de la Langue Française, vol.II, p.822, qui toutefois n'adopte pas une attitude tranchée sur l'analyse grammaticale à proposer). La différence réside en ce que les sujets des deux formules atomiques reliées par une surimplication '%' peuvent jouer dans la formule moléculaire différents rôles. Un exemple encore plus frappant est (228):

(228) Proclus interprète Platon mieux que Plotin

Cette phrase est ambiguë; il y a deux phrases sous-jacentes, (229) et (230), qui, par des procédés de transformation, donnent pour résultat en surface (228) :

(229) Proclus interprète Platon mieux que ne le fait Plotin

(230) Proclus interprète Platon mieux qu'il ne le fait de (pour) Plotin

(229) et (230) sont, à leur tour, des transformations de structures plus profondes. (229) est une transformation de (231); (231), à son tour, de (232) :

(231) Proclus interprète Platon mieux que Proclus interprète Plotin

(232) Il y a deux manières, la première plus bonne que la deuxième, telles que Proclus interprète Platon de la première manière et Proclus interprète Plotin de la deuxième manière

§3.- Une des premières tentatives d'analyser les comparatifs et étudier les implications valides qui dépendent seulement de la présence de comparatifs fut réalisée par Carnap dans son essai "Meaning Postulates" (cf.C:13, pp.227ss). Pour Carnap, ces implications sont analytiques mais non pas logiques. Quant à nous, nous rejetons qu'il y ait une classe d'énoncés analytiques différente de la classe des énoncés vrais en général. Le procédé choisi par Carnap pour incorporer à sa sémantique les implications analytiques se rapportant aux comparatifs c'est la stipulation de postulats de signification. Mais

les postulats de signification sont des stipulations, donc == constituent une affaire de décision. Or les implications concernant les comparatifs sont objectivement vraies et existent effectivement dans le monde réel; elles ne sont donc pas af faire de stipulation ou décision. Ce ne sont pas de règles = promulguées, mais des états de choses et des lois objective--ment valides qui régissent tout état de choses. (Que Carnap= y conçoit les postulats de signification comme une affaire de décision arbitraire qui ne dépend nullement des faits est indéniab; cf. notamment *ibid.* p.225)

Mais il y a plus grave : selon l'aporoche carnapien ne, il faudrait un ensemble particulier de postulats de signi^{fi}cation pour chaque terme comparatif; pour chaque adjectif x (où x peut être remplacé par 'chaud', 'grand', 'impécunieux', etc.), un postulat spécial de signification indiquerait que 'plus x que' est une relation irreflexive, asymétrique et == transitive, si bien qu'il est absurde (analytiquement faux) de dire qu'une chose y est plus x qu'une autre z , laquelle est plus x que y ; ou de dire que y est plus x que z , et y plus x que y , mais y n'est pas plus x que z , etc.

Dans notre approche, ces inconvénients n'existent = pas. Quelle que soit l'attitude qu'on adopte sur le statut = des vérités analytiques ou des postulats de signification, les implications valides qui concernent les comparatifs sont, selon notre traitement, des vérités de logique, et leur statut= ne dépend donc pas du dénouement de ces autres controverses philosophiques. Enfin, toutes ces lois sont uniformément don nées, une fois pour toutes, pour tout nom de classe (adjectif substantif ou verbe).

§3.- Un traitement des comparatifs et superlatifs qui pour == avoir été proposé il y a seulement sept ans n'en est pas moins devenu classique est celui de John Wallace dans W:14.

Wallace y considère les formes positives d'un adjec^{ti}f comme exprimant un certain rapport entre l'individu au-quel il est attribué et tous les individus de son espèce. Cela veut dire qu'en fait Wallace ne traite que des occurrences d'adjectifs qui, grosso modo, correspondent à celles que nous avons classées dans l'ensemble d'occurrences adjectivales en fonction assignative. Mais Wallace rejette la proposition de C.H. Langford d'affirmer qu'un grand éléphant est un éléphant plus grand que la plupart des éléphants; il exploite pour cela un argument qui pourrait être aussi avancé contre notre proposition qui rejoint bien des approches alternatives, car sur ce point nous n'avons pas innové; comme quoi un grand == ('grand' en fonction assignative) x est un x au moins aussi grand que la moyenne des x (nous ne disons pas : 'plus grand', et en cela nous nous éloignons déjà des approches alternati--ves auxquelles nous venons de faire allusion). L'argument vi se à faire voir que, dans certains cas tout au moins, la plu-part des x peuvent être de grands x ; on pourrait dire pareil-ment que les x peuvent être, en moyenne, grands. Mais cela n'entame pas la solidité de notre approche, qui ne demande == pas que les adjectifs en fonction assignative soient prédiqués seulement des choses qui les possèdent plus que ne le font en moyenne les membres (du support) de l'ensemble désigné par le substantif dont l'occurrence est associée à l'occurrence adjec^{ti}vale en question; tout ce que notre approche demande c'est que les choses dont on prédique l'adjectif en fonction assigna^{ti}ve possèdent la propriété désignée par l'adjectif au moins

autant que la moyenne. Il est donc possible que tous les x soient de grands et de petits x (même dans le rôle assignatif de ces deux adjectifs). P.ex. toutes les pièces de monnaie d'un Fr sont de grandes monnaies d'un Fr, et aussi de petites pièces de monnaie d'un Fr. Dès lors, Wallace propose de traiter ces occurrences adjectivales comme suit : dire -p.ex.- que Youmbo est un grand éléphant c'est dire qu'il entretient la relation triadique "mod" [pour 'modification'] avec la propriété intensionnelle d'être un éléphant et avec la relation intensionnelle d'être plus grand que. La relation triadique == "mod" est un primitif, auquel sont associées plusieurs contraintes.

Parmi ces contraintes, les unes sont raisonnables;= les autres sont, d'après nous, implausibles, voire carrément= erronées, comme la contrainte n°1 (W:l4,p777) qui prescrit == que chaque relation dyadique 'plus...que' -où les points de suspension sont remplacés par un "adjectif attributif"- induit un ordre linéaire sur l'univers. Nous contestons cela := s'il est vrai que, pour chaque égard du réel, deux choses quelconques x et y sont telles qu'ou bien x est plus grand que y , ou bien y est plus grand que x , ou bien x est aussi grand que y (s'il est donc assertable que, pour tout x , y et z , x est aussi z que y , ou plus z que y , ou moins z que y), il n'est pas du tout vrai en revanche que, ou bien ' x est plus grand que y ' est assertable, ou bien ' y est plus grand que x ' est assertable, ou bien ' x est aussi grand que y ' est assertable. Aussi n'a-t-on pas le droit de parler d'un ordre linéaire : une chose peut être plus grande qu'une autre à certains égards,= plus petite à d'autres égards. (Il en va de même pour bien = des propriétés : une personne, p.ex., peut être plus gentille qu'une autre à un certain point de vue, moins gentille à un autre point de vue).

Une autre contrainte à notre gré inadmissible c'est la contrainte n° 5, qui interdit, p.ex., qu'un même individu= soit un grand x et un petit x (à moins que la relation 'plus grand que' ne soit pas irréflexive). Il est vrai qu'une chose ne peut pas être grande et non grande en même temps, et que partant aucune chose n'est grande et petite en même temps. == Mais cela ne veut pas dire qu'une chose ne puisse point être grande et petite en même temps : tout ce que cela veut dire = c'est que ' x est grand et petit' ou ' x est un grand z et un petit z ' aura une valeur de vérité non maximale, une valeur = donc antidésignée (et plus concrètement une valeur non supérieure à $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2} \dots)$), mais une valeur qui peut très bien être désignée.

Quels que soient les défauts ou les qualités des diverses contraintes proposées par Wallace, la raison pour laquelle son traitement ne nous paraît pas satisfaisant ne se trouvent pas là, fondamentalement, mais bien dans le fait que:

1) Le traitement est ad hoc. Il ne découle pas d'une == structure logique générale, ou d'une théorie des ensembles,= mais constitue une espèce d'amas de postulats de signification régissant une foule de lexèmes (ceci est en partie reconnu == comme un défaut par Wallace lui-même; *ibid.* p.781 sub (2)).

2) L'introduction d'une constante primitive "mod" est contestable, car ce n'est pas une constante justifiée par son rôle dans une théorie générale des ensembles (ou dans un système de logique), mais une constante invoquée, par un procédé= ad hoc, pour le seul traitement des "adjectifs attributifs".

3) Les comparatifs fondent dans cette approche les adject

tifs positifs correspondants, et ne font l'objet d'aucune élucidation spéciale, alors que le bon sens paraît indiquer que 'x est plus grand que y' équivaut à 'il est plus vrai de dire que x est grand (qu'il ne l'est de dire) que y est grand', à telles enseignes que le traitement des comparatifs présuppose une élucidation préalable des adjectifs positifs correspondants

4) L'approche de Wallace nécessite l'existence d'une foule de relations comparatives de supériorité indécomposables et irréductibles les unes aux autres (plus grand que, meilleur = que, plus sobre que, plus indulgent que ...), sans que les morphèmes 'plus' et 'que' ne soient traités comme des particules grammaticales justifiées dans leur récurrence par la forme logique uniforme des constructions traitées; cela entraîne tout un train de postulats de signification ad hoc pour chacune de ces relations, imposant, cas par cas, leur transitivité, irréflexivité, asymétrie (et connexité selon Wallace; nous avons déjà indiqué en quel sens nous acceptons et en quel sens nous rejetons la connexité des relations comparatives).

§4.- Une conception de la nature des "adjectifs relatifs" qui recourt, comme la nôtre, à la notion d'une moyenne c'est celle de Katz (K:1, pp.254-61). Katz définit un "adjectif relatif" = comme celui qui (p.255) 'relativizes the judgment of the thing in question to the appropriate feature of things of that kind generally'. Le catégorialisme outrancier de Katz entraîne = une conséquence inverse à la nôtre : tandis que pour nous il y a une lecture de 'petite montagne' où 'petit' est en emploi restrictif, pour Katz, si un adjectif peut figurer une fois = en une fonction diverse de la restrictive, il est toujours en cette fonction, même lorsqu'il n'accompagne aucun substantif = (i.e. ne modifie apparemment aucun substantif). Ainsi des phrases que, même l'approche de Montague, p.ex., aurait = considérées comme contenant des occurrences d'un mot qui figurerait univoquement dans toutes ('les montagnes sont grandes, 'les fourmis ne sont pas grandes', 'Mohamed Ali est grand, les gratte-ciels sont grands', etc.) sont, pour Katz, à analyser = comme ressortissant à l'analogie, au sens scolastique (il n'emploie pas le mot). La thèse de Katz est, grosso modo, celle-ci : chaque mot possède un sens, qui est la combinaison de sémèmes ('semantics markers') ou unités minimales de signification. Chaque nom propre désigne une chose qui tombe sous une 'lowest order category' (une species infima, dirait un aristotélicien). Lorsqu'on prédique un adjectif relatif d'une chose qui appartient à une catégorie du plus bas niveau, la propriété désignée par l'adjectif relatif en question sera = celle qu'il assigne aux membres de ladite catégorie. Dès lors toute l'analyse peut se réduire à l'exploration des phrases = comme 'les gratte-ciels sont grands'. Katz lui-même résume = ainsi sa doctrine (ibid. p.260) :

The relative adjectives "tall" and "short" and the relative adverb "just" and "slow" express a comparison between the height and speed, respectively, of the object to which their subject refers and the height and speed of the average member of the lowest order category to which this object belongs.

La théorie de Katz exploite une notion de redondance que nous ne croyons pas devoir expliquer ici. En tout cas, cette doctrine a la fâcheuse conséquence de restaurer, avec = la species infima, les genres proches, ne serait-ce que dans le domaine des mystérieux "signifiés". A notre avis, les ana

lyses en sémèmes sont artificielles : les définitions des dictionnaires sont des explications a posteriori du référent des mots et ne constituent point le sens des mots. (Nous défendrons dans la Section II du Livre III une théorie référentielle de la signification). Une définition de dictionnaire, comme souvent une analyse philosophique, ne donne pas un sens, == mais se borne normalement à cerner, approximativement, le référent, à dire qu'il est un sous-ensemble des noyaux de certaines classes, mais sans énoncer exactement le rapport entre l'appartenance à l'ensemble défini et l'appartenance aux ensembles dont l'intersection figure dans la définition. Or ce rapport n'est rien moins que simple. Si on définit 'chaise' = (selon le patron de la théorie de Katz, bien qu'il emploie, = non pas des termes de la même langue, mais des sémèmes métalinguistiques) comme un meuble portatif avec des pieds et un dossier, qui soit utilisé pour qu'une seule personne s'assoie, il est loin d'être sûr que toutes ces propriétés soient pareillement pertinentes. Si une chaise remplit dans une mesure de plus de 50% les autres réquisits, mais celui d'avoir des pieds seulement infinitésimalement, alors on dira à coup sûr que = c'est une chaise, et qu'elle l'est passablement, ou, tout au moins, quelque peu. La fonction qui relie la classe des chaises à ces autres classes-là peut être -et sûrement est- différente de la simple intersection. A égalité des autres conditions, et à supposer qu'elles soient remplies toutes dans une mesure d'au moins -mettons!- 40%, on dira d'une chose x dont = il est plus vrai de dire qu'elle est portative que ne l'est = d'une autre chose y que x est davantage une chaise que y. == Katz ignore toutes ces nuances, et il ne peut pas ne pas les ignorer dès lors qu'il s'accroche à une logique bivalente sur consistante.

Le dénouement de tout ceci c'est que les définitions des dictionnaires et leurs succédanés dans les analyses de la sémantique compositionnelle de tout bord ne sont que des explications artificielles et souvent purement stipulatives, qui peuvent devenir -et qui deviennent parfois- normatives, mais qui, initialement, ne reflètent qu'approximativement et fort incomplètement le sens visé effectivement par le locuteur, == beaucoup plus nuancé et complexe, et dont la pleine explication requerrait un savoir extrêmement difficile à atteindre = sur la fonction exacte qui relie la fonction caractéristique = d'un ensemble à une classe de fonctions caractéristiques d'au tres ensembles.

Vu le caractère artificiel de ces analyses sémantiques, la prétention de retrouver, grâce à elles, la vieille = notion des genres proches, réfutée depuis longtemps par la logique, n'est pas couronnée par le succès. Que le genre proche des fourmis soit, selon la langue naturelle, la classe = des insectes, et non pas celle des hyménoptères, c'est une == supposition gratuite, qui peut être vraie de certains idiotegtes, mais nullement de tous. (Le sens de 'araignée' est-il aussi constitué pour tous, entre autres, par le sémème 'insecte'? C'-à-d : la phrase 'les araignées sont grandes' veut dire que les araignées sont grandes pour être -ce qu'elles ne = sont pas- des insectes? Ou bien, au contraire, cette phrase = veut-elle dire que les araignées sont grandes pour être -ce qu'elles sont- des arachnides, ou des invertébrés, ou des animaux?

Mais toute l'implausibilité de l'approche de Katz ne réside pas là; il y a aussi la thèse qui veut qu'un adjectif relatif soit une prédication implicitement comparative de

supériorité, selon un rapport particulier, vis-à-vis de la == moyenne des membres de la catégorie du plus bas ordre à laquelle appartient le sujet de la phrase; cette doctrine nous empêcherait de dire de quelque homme qui soit plus petit que la moyenne des hommes qu'il est grand. Dès lors, les inférences suivantes seraient perdues :

- 'Banud est plus joyeux que Maurice' ::: 'Banud est joyeux'

- 'Otton est passablement nerveux' ::: 'Otton est nerveux'

En revanche, d'autres inférences seraient entérinées, qui en fait ne sont pas valides. Katz lui-même affirme comme conséquence de son approche la validité de cette règle :

- 'Mireille est grande', 'Marie-Rose est petite' ::: 'Mireille est plus grande que Marie-Rose'

Cette inférence n'est pas valide, car de toute personne il est vrai de dire qu'elle est grande, et il est vrai de dire qu'elle est petite. De la vérité de 'x est grand et y est petit' = il ne découle point que x soit plus grand que y. (En revanche de 'x est assez grand' et 'y est plutôt petit' il découle bien que 'x est plus grand que y').

Pourquoi Katz arrive-t-il à ces conclusions? Parce qu'il a confondu deux choses - confusion qui marque toute son approche - : les conditions de vérité d'une phrase-échantillon qui soit indépendante du contexte d'élocution et celles d'une phrase qui dépende du contexte d'élocution. Il y a des phrases, en effet, pour lesquelles le contexte ne compte pas. En disant 'Mireille est grande', je peux vouloir dire qu'elle == est grande pour une fillette de 10 ans, pour une marseillaise pour une personne d'origine andalouse, pour une personne qui habite à Lille, pour une élève du collège où elle étudie, ou de sa classe, ou de sa famille, etc. Mais je peux aussi dire quelque chose d'autre, qui soit indépendante de toute servitude contextuelle, à savoir qu'elle est grande tout court. Nous nous sommes borné, dans notre analyse, à ce dernier type de phrases. Katz ne sait pas les distinguer, mais alors il tombe dans l'erreur d'absolutiser certains contextes d'élocution peut-être les plus courants, mais nullement les seuls. Je peux dire 'Mireille est grande, alors que sa mère est petite' sans qu'il en ressorte que Mireille est plus grande que sa mère. = Tout cela est impossible si la théorie de Katz était vraie, = car il faudrait dans les deux cas entendre que Mireille est plus grande que la moyenne des êtres humains et que sa mère == est plus petite que la moyenne des êtres humains. En fait, je compare Mireille aux fillettes de son âge (d'un certain lieu, etc.) et sa mère aux femmes adultes (normalement du même lieu, mais d'autres restrictions sont pertinentes dans chaque cas). Les ânes sont-ils grands? Absolument parlant, la réponse affirmative aura une valeur de vérité donnée, dans laquelle == 'grand' figure dans le même sens que dans 'la Tour Eiffel est grande', prise aussi absolument. En ce sens absolu ou indépendant du contexte, cette réponse sera sans doute vraie dans une très très faible mesure. Mais dans des phrases-échantillons dont le sens varie en fonction du contexte la valeur de vérité est aussi différente selon les contextes. Peut-être = compare-t-on dans un cas les ânes aux autres animaux domestiques, dans un autre aux tétrapodes en général, dans un autre aux solipèdes, et que sais-je?

Notre conclusion c'est que l'approche de Katz tient excessivement compte d'un certain contexte d'élocution (censé être hypothétiquement le plus courant) pour les phrases qu'on prononce sans viser aucun sens qui soit fonction du contexte, c-à-d sans se soumettre à aucune servitude contextuelle, et

d'un autre côté, que cette approche ne tient pas compte de la multiplicité des sens visés dans les différents contextes, im-
posant uniformément un seul sens aux "adjectifs relatifs", une fois pour toutes.

§5.- Une analyse des comparatifs différente de la nôtre, enco-
re que non sans quelques points communs, du moins apparemment,
a été proposée par Kitcher (cf. K:7). Nous étudierons quelques
points de son analyse.

Il nous semble que Kitcher a confondu deux choses =
différentes : 1) le plus u des v (et son corrélat comparatif :
x est un v plus u que y); 2) le plus vu (et son corrélat com-
paratif : x est un plus uv que y). Ce n'est pas la même chose
de dire que Madrid est une ville plus grande que Barcelone
que de dire que Madrid est plus grande ville que Barcelone; =
les deux phrases n'ont pas la même valeur de vérité. La plus
grande ville n'est pas forcément la ville la plus grande. De
même, le fait que Gervais soit un peintre et Gaëtan soit un
peintre et Gervais soit plus grand que Gaëtan n'équivaut point
au fait que Gervais soit un plus grand peintre que Gaëtan. =
Pour Kitcher, la différence n'existe pas. Or ces confusions=
découlent précisément de ce que Kitcher ne fait pas le départ
entre "the degree to which objects satisfying the classifier=
possess the degree predicate" (p.11) et le degré dans lequel
ces objets satisfont le classificateur qui résulte de l'affec-
tation du classificateur initial par le degree predicate ou
"adjectif attributif". La racine de cette confusion réside ==
dans le catégorialisme qui fonde cette approche : chaque ad-
jectif appartient à une catégorie et une seule, à telles en-
seignes que, si un adjectif est employé une fois en fonction-
restrictive, il ne peut jamais être employé en fonction modi-
ficative. Or ce qui fonde précisément la dualité que nous
avons mise en relief c'est l'alternance des fonctions des mê-
mes adjectifs.

Un autre inconvénient de l'approche de P. Kitcher
c'est qu'elle bannit aussi bien l'emploi absolu d'un adjectif
comparatif que l'emploi comparatif des prédicats monadiques =
fondamentaux. Si 'grand' est un adjectif utilisé dans des ==
constructions comparatives, alors l'approche de Kitcher per-
met l'engendrement de 'x est une grande vallée', mais non ==
point 'x est grand'. Ceci pourrait être expliqué par le fait
que l'auteur n'entend traiter que des adjectifs attributifs.=
Toutefois, c'est cette même limitation, fondée qu'elle est ==
sur un catégorialisme que nous nous évertuons à discréditer ==
tout au long de cette Section, qui nous paraît foncièrement =
erronée. Par ailleurs Kitcher ne caractérise jamais expressé-
ment dans le travail susdit cette limitation comme telle, et
il semble même suggérer que les seuls comparatifs possibles =
sont ceux où la chose sur laquelle porte la comparaison est
un ensemble désigné par un adjectif attributif (i.e. un adjec-
tif z tel que 'x est un uz' implique 'x est un z'). Or il est
indéniable que des constructions comparatives sont possibles,
voire fréquentes, non seulement avec les lexèmes classés com-
me "adjectifs attributifs", mais même avec des substantifs.=
On peut dire que les sinanthropes sont plus hommes que les pi-
thécantropes, que Mésaline est plus femme qu'Agrippine, que
Guillaume II était plus soldat que Nicolas II et que Justinien
fut le plus évêque des empereurs romains. Au surplus, il y a
des adjectifs qui sont souvent employés dans une fonction mo-
dicative -et qui ne présentent donc pas l'implication sus-
mentionnée, et qui pourtant permettent, même dans ces cas-là,

des constructions comparatives : être un meilleur journaliste que quelqu'un ce n'est pas être journaliste et être meilleur = que lui, car une personne peut être un meilleur journaliste = qu'une autre tout en étant complètement faux que la première = soit meilleure que la seconde.

Quoique l'approche de Kitcher adopte un point de vue qui accepte une pluralité de degrés de vérité, ces degrés de vérité ne le sont pas d'une manière authentique. En effet le plus ou moins élevé "degré de vérité" d'une phrase dépend, non de la façon dont les choses se passent dans le réel, mais de la relation entre ce que réellement arrive et le nombre de façons alternatives d'interpréter certains signes linguistiques (chaque façon alternative étant une articulation admissible d'une certaine interprétation, en un sens technique précis; cf. pp. 1- (et pp. 10-11). On dit qu'une séquence s satisfait la formule p dans le degré d par rapport à l'interprétation (D, a) ssi d est le résultat de diviser le nombre des articulations de (D, a) adéquates à la séquence s / adéquation récursivement définie selon les patrons de la sémantique satisfactionnelle courante / par le nombre total des articulations admissibles de (D, a) . Et p est vrai dans le degré d pour (D, a) ssi d est l'élément infime de l'ensemble des z tels que, pour quelque séquence s sur D , s satisfait p dans le degré z pour (D, a) . Or ce qui est inadmissible c'est que la vérité dépende, peu ou prou, du nombre de manières d'interpréter certaines constantes, même si l'on prend soin, comme Kitcher le fait, = d'établir un certain nombre de contraintes raisonnables que = chacune de ces interprétations doit respecter. Ce n'est qu'une fois fixée une articulation admissible (i.e. une façon d'interpréter) que le degré de vérité peut être déterminé, et ce sans aucun rapport à d'autres façons d'interpréter ou à leur nombre. La notion de vérité de Kitcher paraît être très nettement subjectiviste.

On pourrait rétorquer que la sémantique standard = postule que chaque interprétation i doit assigner la valeur = de vérité vraie à une formule p si p est le résultat de préfixer une formule p' d'un quantificateur universel et que p' contient des occurrences libres de x et que chaque x -variante de i est telle que $i'(p')$ = le vrai. Oui, mais, dans ce cas, il s'agit des façons d'interpréter une variable (donc de l'assignation de valeurs à une variable) ce qui est tout autre chose que l'interprétation d'une constante -même si cette constante n'est pas atomique-. (D'ailleurs, ce que la sémantique courante fait dépendre de cette assignation alternative de valeurs aux variables c'est la valeur de vérité, non pas de la phrase atomique donnée, mais du résultat de lui appliquer une UG).

Pour que l'on saisisse mieux la portée de ce subjectivisme; nous exposerons l'essentiel de ce calcul des degrés de satisfaction (deuxième version, car la première, exposée dans les pages 4-5, est ultérieurement abandonnée par Kitcher; cf. pp. 11-12). Une interprétation (D, i) du langage = choisi par Kitcher est un ensemble d'individus tel que l'ensemble \mathbb{R}^+ des réels non négatifs en est un sous-ensemble; i = assigne à chaque constante individuelle un membre de D ; à chaque prédicat de base un sous-ensemble de D ; à chaque numéral r un nombre réel non négatif $i(r)$; et à chaque degré-predicte C un sous-ensemble $i(C)$ de DXR^+ tel que (d_1, r) et (d_1, r') appartiennent tous les deux à $i(C)$ seulement si $r=r'$.

Sur cette base, Kitcher définit comme suit une arti

culatation d'une interprétation (D,i) : cette articulation sera un quadruple ordonné (D,j,t,s), où s est un réel non négatif= et j et t sont des fonctions remplissant plusieurs conditions. L'enjeu de ces conditions c'est d'assurer que chaque articulation d'une interprétation soit telle que pour chaque degré--predicate C et chaque prédicat fondamental B, j assigne au = signe 'C/B' un sous-ensemble, passablement vide, de B, et tel que chaque membre de $j(C/B)$ possède la propriété C dans une mesure égale ou supérieure au produit de s par ce que, grosso modo, on pourrait appeler la moyenne de possession de $i(C)$ == par les membres de $i(B)$. Quelle est la justification avancée par l'auteur pour échafauder une telle structure?

Kitcher soutient que s'il n'y avait que deux mastodontes ayant presque le même poids, on ne pourrait pas dire que l'un deux est lourd et l'autre léger, 'we can't make either attribution'. 'Nous ne pouvons pas': qu'est-ce à dire? = Chacune de ces attribution est-elle fausse ou n'a-t-elle pas de sens? Mais de tels interdits paraissent dictés par des == considérations pragmatiques déplacées. Il est vrai que dans de tels cas le besoin pratique d'employer tel ou tel "adjectif attributif" ne se fait pas sentir. Il n'empêche que sûrement et certainement 'x est un grand mastodonte' a une valeur de vérité et une seule pour chaque x. C'est de cette confusion= des plans sémantique et pragmatique que découle le rejet par Kitcher de ce qu'il appelle 'the disease of hyperbolism' 'if F is the positive form of a comparative, F the positive= form of the converse comparative and G any predicate, the hyperbolic inevitably partitions the class of G's into the class of FG's and the class of FG's'. Nous aurions des réserves à formuler à propos de l'adéquation du verbe 'to partition', = car les deux ensembles peuvent ne pas être tout à fait disjoints

En tout cas, non seulement nous n'y voyons aucune = maladie, mais c'est à notre avis la seule politique raisonnable. Un corps quelconque est grand ou petit, ou tous les deux à la fois (dans des mesures différentes, à moins qu'il ne soit aussi petit que grand, ce qui est possible après tout). Une personne est ou vieille ou jeune, ou les deux (plus exactement elle est toujours -croyons nous- les deux, mais sauf peut-être instantanément une seule fois dans sa vie- plus jeune que vieille ou plus vieille que jeune). C'est pourquoi nous ne saurions accepter ces affirmations de Kitcher (ibid.p.9) :

It is worth nothing explicitly that a sentence "bis an FG" may not be true even though b is F-est of all possible == G's. If the spread of the possible distributions of == F-ness among the G's is too small, then the situation will not differ from case of the two mastodons/...

Une semblable remarque choque par son caractère foncièrement contre-intuitif. Que le plus humble des dignitaires ne soit point un dignitaire humble est sûrement inadmissible. Car, s'il n'était pas vrai qu'il soit un dignitaire humble, = alors la classe des dignitaires humbles serait la classe vide si bien que dire de quelqu'un qu'il est un dignitaire humble = équivaldrait -extensionnellement- à dire qu'il est un habitant de Mercure. Cela déjà nous paraîtrait inconcevable. D'ailleurs, lorsqu'on parle de la classe des dignitaires humbles, = il faut préciser si l'adjectif 'humble' est pris en fonction= modificative, en fonction assignative, ou en fonction restrictive. Dans ces deux derniers cas, la théorie de Kitchen que nous sommes en train de critiquer serait, dans l'hypothèse en visagée, non seulement invraisemblable, mais positivement in-

firmable, si l'on accepte une représentation formelle de ces constructions adjectivales qui se rapproche de celle que nous avons proposée.

Mais il y a encore un autre problème, car la théorie de Kitcher va beaucoup plus loin : même s'il y a un u qui sût le plus z des u et qu'il est z dans une grande mesure, il ne pourra pas être vrai qu'il es un uz si la dispersion des distributions possible de z -ité parmi les u n'est pas assez grande. Si tous les marchands sont à peu près aussi avares les uns que les autres, et tous considérablement avares, alors le plus avare des marchands ne pourrait pas être un marchand avare, et la classe des marchands avares serait extensionnellement équivalente à celle des marchands prodigues, i.e. à la classe vide. Ces conclusions inacceptables rendent intenable la position anti-hyperbolique de Kitcher.

Les détails ultérieurs de la construction érigée == par Kitcher empirent encore la situation, car il se fonde sur le principe selon lequel 'what is important is the size of the spread relative to the degrees to which objects in the comparison class possess the degree property in question' (ibid., p.11), ce qui amène une dualité de paramètres, dont l'un 'provides a measure of signifiante for deviations from the degree to which G's manifest F-ness'. Tout cela aboutit à des constructions manquant de toute espèce de régularité et d'uniformité. Il est certes difficile de préciser le comportement == exact des fonctions modificatives, mais on voit mal ce qu'une théorie comme celle-là nous fait avancer lorsqu'elle se borne à faire référence à l'existence d'un champ de variation des = fonctions assignant des nombres réels non négatifs à des couples ordonnés d'un degré predicate et d'un classifieur, ainsi que celle d'un champ de variation de nombres qui, multipliés par les valeurs de chacune de ces fonctions, donnerait pour résultat la fraction significative de la mesure d'un objet == standard satisfaisant le classificateur. Qui plus est, l'existence d'échelles non équivalentes de mesure conduit Kitcher à faire dépendre du contexte d'élocution les paramètres pertinents.

Tout cela ne nous amène pas bien loin, si ce n'est dans des complications interminables et des procédés ad hoc, = cas par cas. En outre, tout cela correspond à une stratégie = anti-hyperbolique qui engendre, nous l'avons vu, des conclusions inacceptables. Mais il y a une difficulté plus grave : quelle est la nature effective de ces nombres réels associés à la possession par chaque chose d'un degré predicate? Car pour Kitcher il ne s'agit pas de degrés de vérité. Les degrés de vérité relèvent pour lui de la subjectivité, sont fonction des nombres, des façons légitimes d'interpréter certaines == constantes linguistiques non primitives, du rapport entre ce nombre et le nombre de celles d'entre elles qui sont adéquates au réel. Mais alors, que sont ces nombres réels, quel == est leur rapport avec la possession d'une propriété par un objet? Tout cela paraît assez énigmatique, à moins précisément que l'on ne prenne les degrés de vérité comme de situations = réelles, de fait, objectives, indépendantes des façons possibles d'interpréter le langage. Alors la nature de ces nombres réels serait claire: ils seraient les degrés de vérité = des propositions ou faits consistant dans la possession par un objet d'une propriété gradative. Kitcher peut, certes, ré pondre -comme il découle de son article- que ces nombres sont des mesures. Mais il est étrange que ces mesures ou nombres impurs soient mélangés de la sorte et traités comme des quanti

tés homogènes. Etre agé de deux et long de deux n'est pas la même chose. En outre, la mesure est subjective et dépend == d'un patron (Kitcher le reconnaît volontiers mais, comme nous l'avons indiqué, cela pose des problèmes, car il y a des patrons de mesure non équivalents); si l'on postule une mesure absolue objective, alors celle-ci ne peut être qu'un degré de vérité. Et si la mesure est établie et imposée par le sujet mesurant, on ne parvient pas à déceler ce qui se passe réellement, ce en quoi consiste le fait qu'une chose possède plus qu'une autre une certaine propriété.

Notre conclusion sur la tentative de Kitcher c'est que cet auteur n'a pas réussi à formuler une théorie satisfaisante des comparatifs, car son approche est galvaudée par le subjectivisme et, en outre, elle présente des complications excessives.

Mais, à côté de ces points faibles, il y a un aspect heureux fort positif dans la conception de Kitcher : il parvient à la conclusion (p.16) que

there are certain problems with attributive adjectives == which we cannot solve if we take comparatives to be semantically fundamental, but which can be overcome by viewing both positives and comparatives as semantically dependent underlying degree predicates.

Nous ne pouvons que montrer notre approbation sans réserves d'une conclusion semblable.

§6.- La dernière tentative que nous voulons évoquer est une analyse de la structure des adjectifs graduables proposée par Seuren dans S:1. L'auteur -en se reportant à un de ses travaux préalablement publiés, S:2- expose, à la fin du travail, l'analyse de la structure profonde d'une phrase comme 'Henry is older than Jack' ainsi : 'There is an e such that (the f = (Henry be with age to f) be much to e and not (the g (Jack be with age to g) be much to e))', -où f et g sont des degrés == (extents) sur un paramètre applicable à 'vieux'.

Pour bien saisir la portée de ce traitement, il faut voir ce que l'auteur entend par 'to be much to' + DP (il s'agit d'un type de phrases engendré par la règle LR2b; cf. *ibid.* p. 7). Le DP est un degree phrase. Chaque adjectif graduable serait toujours affecté d'un DP, mais lorsque celui-ci est simplement 'beaucoup' le DP serait incorporé à l'adjectif et la règle LR2b n'aurait pas à s'appliquer, tandis qu'elle deviendrait nécessaire lorsque le DP est un syntagme mesuratif ou une autre expression, comme dans le cas que nous étudions. Un pointer est un adjectif graduable y toujours orienté, i.e. tel que n'est point valide l'inférence de 'x est ... y', où les points de suspension sont remplacés par un syntagme mesuratif -comme, en l'occurrence, 'fifty years', p.ex.- vers 'x est y', tout court. En tout cas, 'to be much to e', lorsque 'e' est un extent, et lorsque l'adjectif est un pointer (comme ce serait le cas de 'old', sémantiquement représenté par 'to be of age') signifie : atteindre et dépasser la moyenne respective (moyenne qui dépendrait et du paramètre appliqué à chaque adjectif et de la catégorie de sujet dans chaque cas) et s'étendre, au-delà, jusqu'au degré e.

Cette analyse explique pourquoi on s'abstient couramment de dire, à propos d'un garçon de seize ans et d'un autre de quinze, que le premier est plus vieux que le deuxième.

Malgré tout son intérêt, l'analyse comporte, à notre

gré, quelques points faibles. Les voici :

1.- Elle met sur le même plan les questions sémantiques et les questions pragmatiques, celles-ci étant les seules, à notre avis, où les présuppositions et le contexte d'élocution = entrent en ligne de compte. Une phrase comme 'x est plus == vieux que y' dite de deux adolescents est peut-être inusitée, non pas fautive ou encore moins mal formée. Il n'est pas très courant, certes, de dire que Liechtenstein est plus grand que Monaco, mais, comme la phrase est vraie, il y aura sans doute des contextes appropriés où elle s'emploiera. D'une manière= générale, une logique du langage naturel -qui seule retient = ici notre attention- ne s'occupe pas des échantillons de phra= ses mais des types de phrases. Cette première faiblesse peut être facilement corrigée, si l'on supprime 'much' de la repré= sentation sémantique en question. Mais cette suppression jet= terait probablement le trouble dans la classification catégo= rielle échafaudée par Seuren (en estompant la frontière entre pointers et neutralizers).

2.- Si dans son emploi absolu un pointer comme 'old' contient forcément incorporé l'intensificateur 'much' -i.e. pour Seuren 'to an extent containing M', où M est la moyenne dont il a = été question tantôt-, on voit mal pourquoi sont nettement dif= férentes ces deux réponses à la question 'Est-il vieux?' : a) 'Oui, beaucoup; b) 'Oui, il l'est'. Et si l'on accepte que 'très' est un allomorphe de 'beaucoup', en distribution complé= mentaire, alors il faut expliquer -ceci revient au même- la différence, très clairement sentie par le locuteur : 'mon grand père est vieux' et 'mon grand-père est très vieux', et encore 'mon grand-père est très, très vieux', toutes ces phrases se= raient des synonymes parfaits dans l'approche de Seuren.

3.- Un point crucial dans ce traitement est constitué par la moyenne. La critique que nous présentons, à ce propos, ne == concerne pas, primordialement, le calcul de cette moyenne. == (Toujours est-il que ledit calcul pose de graves problèmes, = d'autant que dans la logique classique rien ne permet d'intro= duire une notion comme celle de moyenne logique que nous avons introduite plus haut dans cette section, à l'aide de quantifi= cateurs et de foncteurs du calcul sententiel). Mais le pro= blème logique est celui-ci : soit -supposons- 35 ans la moyen= ne d'âge. Du jour au lendemain, en vertu d'un anniversaire, = une personne passera d'être telle qu'il est, purement et simple= ment faux de dire qu'elle est vieille à être telle qu'il est = purement et simplement vrai de dire qu'elle l'est. Est-ce croyable? Ce qui est en jeu ici c'est le caractère flou de la propriété 'être vieux'. Devient-on vieux d'un seul coup = et en un instant? Commet-on un mensonge pareil en disant == d'une jeune fille de 17 ans qu'elle est vieille et en le di= sant d'une femme de 30 ans? On nous dira que cela dépend du contexte d'élocution; ceci ferait passer 'old' de la classe= des pointers à celle de neutralizers. En effet, nous aurions alors un emploi faiblement orienté (c-à-d qui est orienté seu= lement dans certains contextes d'élocution) et pourtant abso= lu -c-à-d de type (a), selon la classification de l'auteur == (cf. pp5-6)-, tandis que les pointers n'admettraient d'emploi faiblement orienté que dans des syntagmes de type (c), à sa= voir : comparatifs, superlatifs et 'trop (assez) pour ...' Au demeurant, si le contexte est pertinent pour que la phrase == soit pragmatiquement adéquate, c-à-d pour que sa fausseté soit relevée dans une plus ou moins grande mesure et que l'on tien= ne rigueur à celui qui l'énonce, il ne l'est pas, en revanche,

pour ce qui est de la valeur de vérité de la phrase telle ==
qu'elle.

4.- Le traitement de Seuren néglige la relation entre 'André est plus vieux que Sébastien' et 'Il est plus vrai (de dire) qu'André est vieux que ne l'est (de dire) que Sébastien est vieux', ou entre 'André est assez vieux' et 'il est assez vrai qu'André est vieux'.

5.- Enfin, ce traitement postule une structure profonde extrêmement complexe, avec deux descriptions définies et trois quantificateurs existentiels, pour une phrase où, superficiellement, rien de tout cela n'a laissé de traces. Est-ce vraiment indispensable?

On pourrait nous rétorquer, à propos de notre troisième objection, que notre traitement de la fonction assignative des adjectifs épithètes partage le désavantage du saut brusque que nous venons de reprocher à Seuren; dans la même hypothèse, 'Gisèle est une vieille femme', si 'vieille' s'y trouve en fonction assignative, deviendrait tout d'un coup == vrai. Mais, premièrement, en devenant tout d'un coup vraie, = cette phrase ne deviendrait pas tout d'un coup tout à fait == vraie; simplement elle passerait tout d'un coup d'être entièrement fautive (du moins à certains égards, car une personne = peut vivre, selon les divers égards, depuis plus ou moins long temps) à être, peu ou prou, vraie. Mais, selon le traitement ci-dessus proposé, 'Gisèle est une vieille femme' (avec 'vieille en fonction assignative) équivaut à 'Gisèle est vieille, et elle est une femme, et elle est au moins aussi vieille que la moyenne des femmes' (grosso modo). Or, au moment où elle atteint son 35^e anniversaire Gisèle peut être vieille dans une mesure de -mettons!- 30%, si bien qu'il sera alors tout plus 30% vrai qu'elle est une vieille femme. Et son degré d'appartenance à la classe des vieilles femmes s'accroîtra sans cesse par la suite.

Notre traitement ne supprime donc pas le caractère flou de la propriété 'être un vieil homme' (ou 'être une vieille femme', de même que toutes les autres propriétés semblables)

Deuxièmement, ce problème se pose, dans notre traitement, seulement pour un type particulier d'emplois des adjectifs épithètes : leurs occurrences en fonction assignative. Lorsqu'on les emploie soit comme attributs, soit comme épithètes dans une autre fonction, le problème ne se pose pas. Au contraire, dans le cadre de l'approche catégorielle de Seuren, si 'old' est un pointer, il comporte dans chacune de ses occurrences absolues une comparaison avec la moyenne des individus appartenant à la même catégorie que le sujet. (Et, quand bien même on ferait passer 'old' à la catégorie des neutralizers, = chaque occurrence absolue de 'old', dans certains contextes = d'élocution, demeurerait implicitement comparative).

En conclusion : ce n'est pas la même chose d'être vieux tout court et d'être un vieil homme. Le caractère flou de la propriété d'être un vieil homme est moins accentué que celui de la propriété d'être vieux. Et c'est précisément == l'analyse de Seuren sur l'emploi absolu des adjectifs que visait notre troisième objection ci-dessus.

Les minutieuses et riches analyses de Seuren nous paraissent ressortir davantage à une pragmatique des emplois (intéressante et féconde du reste) qu'à une sémantique proprement dite. Ceci concerne, au premier chef, la distinction de

départ entre adjectifs graduables et non graduables. Il y a bien, même d'après notre propre traitement, des propriétés == qui sont absolument vraies de n'importe quel élément (p.ex. la propriété d'être tant soit peu existant), et des propriétés = telles que, si un élément les possède plus qu'infinitésimalement, alors il les possède à cent pour cent (les supports des diverses classes). Prenons la première de ces propriétés (celle d'exister dans une mesure ou dans une autre, i.e., formellement : $\hat{x}Lx$); prenons deux éléments quelconques, y et z; nous aurons : $y\hat{x}Lx \parallel z\hat{x}Lx$ $F(y\hat{x}Lx \% z\hat{x}Lx) . F(z\hat{x}Lx \% y\hat{x}Lx)$ Ceci prouve bien qu'il est tout à fait faux qu'un élément possède plus qu'un autre ladite propriété. Mais, bien entendu, = la phrase 'y et z sont des éléments et y possède plus que z = la propriété d'être tant soit peu existant' est bien formée. = (Il est vrai, cependant, que dans la conversation courante == des phrases qui, de par la logique même, sont entièrement fausses n'ont guère l'occasion d'être exprimées).

§7.- Nous mentionnerons enfin une autre approche des constructions comparatives qui ne sera pas examinée dans notre étude: celle présentée par Cresswell dans C:10.

Chapitre 14.- CONSIDERATIONS FINALES

§1.- On peut reprocher à notre traitement de ne rien prévoir à propos d'inférences parfaitement légitimes de la langue naturelle, voire même de bloquer de telles inférences en postulant des structures profondes différentes pour des phrases == liées entre elles par des liens de déduisibilité réciproque. = Or l'étude que nous présentons ici n'est qu'une ébauche et elle essaie de frayer un chemin, rien de plus. Quant au blocage, celui-ci n'est réel que pour autant que l'on soutienne == que la seule base que connaît la langue naturelle pour dériver une phrase à partir d'autres c'est leur identité de structure profonde. Rien de moins sûr, car pourquoi la langue naturelle ignorerait les règles d'inférence, voire même des axiomes logiques? Peut-être y a-t-il une répugnance à accepter surtout les axiomes comme incorporés au corps de la langue, car ils appartiennent au domaine de ce que la langue peut exprimer, et, dès lors, ils supposent, pour pouvoir avoir un sens == quelconque, que la langue ait été préalablement constituée; = mais un pareil argument serait trop faible, car les axiomes, = en constituant et en modelant la langue, se donnent ainsi un sens à eux-mêmes. Pour exclure ceci, il faut prouver que cette autodotation de sens est logiquement incohérente (et encore = faudrait-il préciser par rapport à quel système de logique elle l'est, car il se peut qu'elle soit contradictoire, mais == nullement incohérente). Voyons ceci par un exemple concret : Une phrase comme (233) ou, ce qui est plus fréquent, (234) == peut avoir plusieurs sens.

(233) x est (membre de) y pour autant qu'il (x) est (membre de) z

(234) x est (membre de) y pour autant qu'il se trouve dans la relation z avec u

Le premier sens que des phrases de ce genre (des phrases comportant une clause restrictive du type 'en tant que', 'pour autant que...' -le quatenus latin-) peuvent avoir peut se baser dans une interprétation de la locution connective 'pour autant que' (ou 'pour autant seulement que') comme l'implica-

tion; dans ce cas, le sens de (233) serait (235), celui de == (234), (236) :

(235) $xyDxz$

(236) $xyDx;uz$

Mais très souvent cette interprétation n'est pas opportune; = c'est le cas lorsque, dans la phrase en question, il ne découle pas, selon le sens visé par le locuteur, que 'x n'est pas z pour autant qu'il n'est pas y'.

Un autre sens de ce type de phrases est celui où == 'pour autant que ...' se rapporte, non à la prédication 'xy', mais à x tout seul; autrement dit, celui où 'pour autant que' est un adjectif de x. Dans ce cas, ce n'est pas de x que l'on dit qu'il est membre de y pour autant que..., mais bien de == x-pour-autant-qu'il est z que l'on dit qu'il est (membre de)= y. Or 'x pour autant qu'il est z' est la même chose que 'x = en tant que z' (inquantum du latin médiéval; qua ou ut du latin plus classique; nous ne voyons, en effet, aucune raison == pour établir des distinctions de sens entre toutes ces expressions, tant et si bien que 'ens inquantum (est) ens', 'ens ut sic', 'ens qua ens' nous paraissent des synonymes parfaits). = Nous avons vu que la prédication 'xy' possède, dans Am, entre autres, ce sens de 'x en tant que y' (que nous avons postulé= synonymique de 'x est membre de y'). Dès lors, (233) et (234) seraient formalisés respectivement comme (237) et (238) :

(237) xzy

(i.e. il est vrai de x en tant qu'il est (membre de) z qu'il est (membre de) y)

(238) $x\hat{x}(x;uz)y$

(i.e. il est vrai de x en tant qu'il appartient à la classe = des choses qui entretiennent avec u le rapport z qu'il membre= de y).

Remarquons que (237) peut se lire (ce qui est pour nous équivalent) : 'le fait que x soit (membre de) z est (membre de) y'; et il en va d'une manière analogue pour (238).

Cependant il se peut que ces deux formalisations alternatives n'épuisent pas les sens possibles de 'pour autant que...' ou 'en tant que...'; car peut-être parfois, sans entendre par ces syntagmes des implications, on les conçoit comme= particules fonctionnelles servant à former des adverbes, non des adjectifs. Alors nous pourrions être en face d'ensembles flous conditionnés (cf. K:3, pp.71ss). Kaufmann propose une représentation très claire de ce concept qui -transcrit dans notre système- reviendrait à ceci : ' $xyIEu(Uv.x;uz)$ ', ce qui se lirait : 'x est y dans la même mesure où il entretient avec un (membre de) v le rapport z'. Or cette formalisation est la même que nous avons envisagée pour commencer, à ceci près que l'implication est remplacée par l'équivalence, car si, au lieu d'un membre quelconque de v, nous nous référons à un individu fixe u, alors nous aurons : $xyIx;uz$ Mais ce que nous= cherchons c'est autre chose : nous cherchons une appartenance variable d'une chose à un ensemble en fonction d'un paramètre, mais telle cependant que ni le paramètre en question ni sa négation ne dépendent de la valeur absolue de la prédication= principale ni de sa négation. Une solution pourrait être == trouvée, ce nous semble, comme suit : le 'pour autant que...' se rattacherait au second constituant de la phrase (ou, si on veut, au "prédicat"); il s'agirait là, non de la pure et simple appartenance de x à y conditionnée, mais de l'appartenance

de x à une classe qui serait une modification de y . Il pourrait s'agir donc précisément de la fonction modificative de = l'adjectif. Ainsi, être bon en tant que musicien c'est être un bon musicien. (Cf. le traitement proposé plus haut, dans cette Section, pour cette fonction modificative des adjectifs). Il est néanmoins possible que d'autres représentations formelles puissent s'avérer plus adéquates, qui concevraient ce type de phrases comme une appartenance de x à y en tant que x , à son tour, satisfait quelque autre condition; p.ex. : (239) serait la formalisation d'un sens de (233) et (240) celle d'un sens de (234) :

(239) $x(y(xz))$ (240) $x(y(x;uz))$

Dans ce cas il se peut qu'un conditionnel plus fort que le == simple 'C' dût relier (239) et (240) à (241)

(241) xy

Pour cela il faudrait ajouter quelque autre axiome à notre == théorie des ensembles. Toutefois, il faudrait étudier avec grand soin les candidats envisageables et le choix devrait == être bien fondé et suffisamment motivé. C'est une perspective ultérieure qui s'ouvre ainsi pour une extension féconde de Am.

Signalons, à propos de ce type de phrases, que leur considération fut déjà entamée par Aristote dans les Anal. == Priora I (surtout aux chapitres 32 et 38). Ses explications == nous ont paru quelque peu embrouillées et il est, en tout cas, difficile d'en tirer une doctrine formalisable (cf. sur ce sujet une interprétation purement quantificationnelle du texte aristotélicien et en général de ce type d'expressions réductives par Angelelli : A:3).

L'élucidation adéquate de la logique du 'inquantum' ou du 'quatenus' revêt une grande importance pour l'herméneutique philosophique. Il suffit de penser à la place énorme = que ce type d'expressions occupent dans la pensée médiévale, = mais aussi, p.ex., dans l'*Ethique* de Spinoza (cf., p.ex., II, corollaire de la proposition 11, proposition 12, 13, 40, 43, et passim).

§2.- L'approche que nous présentons dans cette Section == est une esquisse de traitement fonctionnaliste et transformationnel tout à la fois. Avec le fonctionnalisme, notre approche = aborde les problèmes de structure des phrases autour de notions fonctionnelles. Avec la linguistique transformationnelle, notre approche se refuse à demeurer collée à la structure de = surface; la mise à nu d'une structure profonde permet de percer à jour la nature logique des phrases dans la langue naturelle et (à l'aide aussi de règles d'inférence et d'axiomes) = de mettre en évidence le pourquoi d'inférences ressenties comme légitimes par tous les locuteurs. Toutefois, à la différence de certaines analyses quelque peu réductionnistes, dans bien des cas nous nous bornons à signaler une parenté entre = des phrases superficiellement distinctes, sans postuler une identité profonde entre elles.

§3.- Notre approche n'accorde aucune place aux restrictions sélectionnelles. Or ces restrictions jouent un rôle important = dans les diverses langues. Ceci est dû surtout aux faits d'ambiguïté. Car, pour des raisons d'économie syntagmatique, = les langues particulières engendrent, à partir de la structure profonde, des structures de surface plus ou moins ambiguës laissant au contexte et à l'environnement le soin de désambig-

guër convenablement. Un des procédés de désambiguation == c'est l'anaphore, p.ex. Sans des restrictions (ou, à tout le moins -et plus souvent d'ailleurs-, des relégations ou prétérations) sélectionnelles, cette ambiguïté serait insupportable, amenant l'incompréhensibilité. Or ces restrictions ou relégations sont pratiquement inoffensives, puisque les messages prévus comme effectivement susceptibles d'être émis par le locuteur moyen n'embrassent qu'une toute petite partie de ceux qui sont logiquement et sémantiquement sensés. Le résultat est une diminution très considérable de l'économie paradigmatique, car la mémoire du locuteur doit supporter la charge constituée par des listes de mots appartenant aux différentes catégories, dont chacune permet certaines latitudes et en exclut d'autres en ce qui concerne l'agencement avec d'autres constituants. Il s'agit donc d'un processus de paradigmatization, qui est surtout visible dans les langues hautement flexives, où la structure syntagmatique profonde est ensevelie sous le poids de l'amalgame qui offre l'apparence du choix d'une unité indécomposable toute faite. Mais cette perte d'économie paradigmatique est plus que compensée par un gain d'économie syntagmatique, à savoir : on peut diminuer la longueur des phrases, permettre des variations stylistiques, supprimer des répétitions et diminuer par là l'effort de la construction == syntagmatique et, surtout, celui de la reconstruction ou interprétation (un grand nombre de choix étant exclus, le champ des messages possibles se trouve ainsi extrêmement rétréci, et, en cas de doute, l'identification devient incomparablement == plus aisée). Il est donc erroné d'attribuer automatiquement == à la structure profonde toute restriction ou relégation sélectionnelle, ce qui d'ailleurs conduirait à multiplier presque indéfiniment les catégories et, par ricochet, les fonctions, == ainsi qu'à postuler des structures profondes beaucoup trop == complexes.

A ce propos, il nous est agréable de signaler l'existence d'une approche de la syntaxe de la langue naturelle, = qui, tout en étant conçue à partir d'une logique fort éloignée de Λ_m (une logique combinatoire, alors précisément que rien = ne permet d'espérer une combinatorisation possible de Λ_m), == s'apparente à la nôtre par un esprit de simplification et par une tendance à la suppression des différences catégorielles = (même si elle va, à notre avis, trop loin dans cette voie, car elle unifie catégoriellement tout, y compris des constituants qui pour nous sont simplement syncatégorématiques, tels les quantificateurs et les foncteurs). Nous nous référons à l'analyse proposée par Fitch dans F:6. (Geach, dans sa critique = de l'essai de Fitch -qui apparaît dans la même anthologie- == s'en prend vivement à ce monocatégorialisme, ceci ne nous étonne pas, bien sûr, car la lecture assidue des textes de Geach = nous a fait voir en ce logicien le plus acharné défenseur du pluralisme catégoriel). Dans sa réponse à Geach, Fitch se = montre quelque peu conciliant. D'un côté il affirme -à juste titre, croyons-nous- que la distinction en catégories appartient à la structure de surface de la langue naturelle, non pas à sa structure profonde. D'un autre côté, il suggère que même dans la structure profonde on peut admettre plusieurs catégories. La différence entre la structure de surface et la structure profonde résidera en ceci : dans la structure de = surface le clivage catégoriel se traduit toujours par des restrictions sur les combinaisons possibles de signes, i.e. sur les agencements de signes qui constituent des expressions bien formées; dans la structure profonde, tout agencement de signes constituera une expression bien formée.

Mais s'il en était ainsi, la distinction catégoriel le profonde cesserait d'exister du point de vue syntaxique == (du point de vue de la syntaxe profonde). C'est pourquoi nous pensons que, excepté les signes syncatégorématiques (que nous reconnaissons, contrairement à ce qui arrive dans la structure profonde combinatoire de Fitch) tous les autres signes appartiennent -en structure profonde- à la même catégorie unique, pouvant se combiner librement pour former des expressions bien formées.

§4.- Dans notre traitement nous n'avons tenu compte que des deux quantificateurs traditionnels (plus les quantificateurs flous qui en sont dérivables par le biais de foncteurs flous; p.ex. 'Ox'). On a signalé -avec raison, ce nous semble- que la langue naturelle traite comme des quantificateurs les nombres et qu'elle connaît des quantificateurs "intermédiaires"; comme 'peu de...', 'beaucoup de...', etc. Bien que des traitements existent de ces quantificateurs (cf. p.ex. A:2) et que certains d'entre eux aient fait l'objet d'une étude dans le cadre de logiques multivalentes (R:2, pp197ss, M:21, pp.174ss ibid. pp.643ss), nous ne les avons pas traités ici. On pourrait craindre que l'étude de ces quantificateurs ne fût impossible dans le cadre d'une théorie qui soutient en même temps l'existence d'une infinité de choses et l'appartenance, dans une mesure ou dans une autre, de chaque chose à chaque ensemble (d'où l'existence pour chaque ensemble d'un nombre infini de membres), alors précisément que ces foncteurs requièrent = la finitude de certains domaines. Mais si Am affirme que chaque ensemble possède, peu ou prou, un nombre infini de membres, il ne dit pas qu'une infinité de choses appartiennent plus == qu'infinitésimalement à chaque ensemble. On appellera 'ensemble fini' tout ensemble x pour lequel il n'y a qu'un nombre = fini d'éléments y tels que 'f(yx)' est vrai. Dès lors, une adaptation de ces quantificateurs-là est possible dans une logique floue contradictoire comme Am. Enfin, nous n'avons pas tenu compte non plus des différentes expressions de surface par lesquelles la langue naturelle exprime les quantificateurs et dont elle se sert, en partie, en précisant plus = ou moins la portée, pour désambiguër.

§5.- Nous avons fait un très large emploi du principe de retranchement ou de délétion. Néanmoins nous ne l'avons pas == formulé explicitement. On pourrait même soutenir que toute = formulation de ce principe en ferait voir le caractère de petitio principii, car, évidemment, on ne peut retrancher que suivant les articulations structurelles, et pour le faire il faut savoir quels constituants sont indépendants -i.e. se relient directement à la phrase- et lesquels sont dépendants, = etc., si bien que le principe ne peut pas être utilisé pour = déceler ces articulations. Fodor (F:2, p.68) signale à ce = propos la non-dérivabilité de 'John and Mary make love every day' à partir de 'John and Mary make love every day except = Sunday'. C'est vrai. Nous pensons que 'except...' est une fonction de vérité conditionnelle, et le principe de délétion ne s'applique pas, bien entendu, à toutes les fonctions de vérité. Nous reconnaissons volontiers la difficulté : le principe est un instrument heuristique informel qui nous appelle = à légitimer le maximum de retranchements ayant quelque plausibilité, même si celle-ci n'est pas indiscutable (tandis que ce qui arrive dans l'exemple de Fodor c'est que la non-retranchabilité est indiscutable).

§6.- L'approche ici présentée est extensionnelle au sens le plus strict, à savoir vérifonctionnelle. Même si l'on n'admet pas le principe d'extensionnalité, on sera sans doute sensible à la convenance d'élargir autant que possible la sphère = de ce qui est traitable extensionnellement. Par surcroît, == cette approche évite toute référence à des étants d'ordre supérieur autres que les ensembles; de la sorte, elle se passe de quantifier sur des prédicats, des propositions, etc. (sauf dans la mesure où de telles entités sont réductibles à des ensembles). L'extensionnalité de ce traitement permet de laisser en vigueur le principe de Frege : la dénotation d'une expression complexe est une fonction de celle de ses constituants.= Il est vrai que nous n'avons pas encore proposé des traductions (ou -à nos yeux-, plus exactement- des structures profondes)= pour certaines constructions dites "intensionnelles" : verbes d'entendement, langue, volonté et perception plus complétives, temps, modalités. Mais lorsque nous étudierons certaines == d'entre elles (Section IV du Livre III et Annexe n°4 du même Livre) on pourra constater qu'il est possible, grâce au système A, de les traiter comme des paraphrases de structures plus ou moins compliquées, mais extensionnelles (quitte à enrichir le système A de nouveaux axiomes qui ne requerront pas pour = autant que le principe d'extensionnalité soit enfreint).

§7.- Notre approche permet enfin de distinguer le point de = vue de la syntaxe logique du point de vue autonome de la syntaxe particulière de chaque idiome. Moravcsik (M:3) a souligné, p.ex., que la syntaxe d'une langue donnée, même si elle = est, dans ses grandes lignes, fonctionnellement motivée par la sémantique, possède une autonomie dans le modelage de ses prescriptions et interdictions. Il faut, ce nous semble, == s'abstenir de taxer les infractions à ces règles d'être des méprises catégorielles ou des entorses à la logique du langage naturel. Il faudrait, par surcroît, tenir compte que, dans les langues naturelles, la grammaticalité d'une expression == est une propriété floue susceptible d'envoyer sur des valeurs différentes et infiniment nuancées. Chomsky a reconnu la nécessité d'admettre des degrés de grammaticalité (C:5). Toutefois, sa réfutation des critiques de Jakobson nous paraît erronée (ibid., p.385), car il défend un point de vue normatif = contestable qui discrimine:

(...) between a class of utterances that need no analogic or imposed interpretation and others that can receive an interpretation by virtue of their relations to properly = selected members of that class.

Chomsky aurait raison, en revanche, si, au lieu de parler de l'anglais, il se bornait à parler d'un idiolecte ou dialecte particulier, pris comme norme ou point de référence. C'est pourquoi les approches élaborées par des théoriciens = des ensembles flous, p.ex. celle de Kaufmann (cf. K:4, pp.67ss pour une définition et élaboration de la très intéressante notion forme normale floue de Chomsky) ou celle de DePalma et Yau (D:3, pp.329ss) nous paraissent préférables.

Encore plus évident est le caractère flou de l'en--semble des termes ou constantes primitives d'une langue naturelle (comparativement, l'ensemble de ses règles d'assemblage syntaxique est relativement tranché). Ce flou de la classe = des termes a été fort bien mis en évidence par Y.Gentilhomme = (G:7, p.49). Nous irions beaucoup plus loin encore, car, à notre avis, la classe des règles de formation des langues naturelles non seulement est floue, mais est indécidable et cons-

titue une classe ouverte : les langues naturelles sont des == systèmes béants, c-à-d syntaxiquement ouverts. (Et leurs == classes de termes primitifs, en particulier, sont infinies := "balourat" est un mot français -même si 'balourat' ne l'est == pas-, car autrement on ne s'expliquerait pas que ' 'balourat' n'est pas un mot français' pût être -comme c'est le cas- une phrase française. C'est pourquoi ajouter de nouveaux termes ou de nouvelles constructions à une langue ne la transforme = pas en une autre langue; c'est pourquoi un excessive synchronisme dans l'étude de la langue constitue une déformation, ramenant à un système fermé un système ouvert qui ne cesse ja- mais de montrer ses virtualités cachées.

Quoi qu'il en soit, l'arbitraire de la position nor- mativiste ne peut être levé comme l'entend Katz (K:2, p.402, = note 4) :

At this point, we may raise the question of how one can be sure that the case under analysis is a semi-sentence. = Of course, there is no way to forecast a priori what tests will be relevant, but, in general, one can be sure if one can obtain a consensus from fluent speakers indicating == that the string is understood by each of them in the same way, if one can ascertain that the string can be paraphra- sed in the language (since nonsense strings cannot), and so on and the string is ungrammatical.

La difficulté réside en ceci : qui détermine quels= sont les 'fluent speakers'? Et quel que soit le critère (ou point de repère), que l'on choisisse, n'y aura-t-il pas une in- finité de degrés de 'fluent-speakerness'?

Notre système, malheureusement, même s'il est un == système ouvert -cf. le Livre II-, n'incorpore pas cet es- tompage qui, pourtant, nous paraît nécessaire, chaque formule de Am bien formée en vertu des règles de formation explicitées (qui ne sont pas nécessairement exhaustives, c-à-d qui ne == sont pas forcément les seules règles de formation de Am) étant purement et simplement bien formée. Mais rien n'empêche, ce nous semble, l'explicitation ultérieure d'autres règles de == formation de Am assignant des degrés divers de bien-formation à certaines formules. C'est donc une perspective de travail= celle qui se profile ainsi devant nous.

ANNEXE N° 0

L'Axiome de compréhension (A2008) de Am établit qu'aucune formule abstractivement recevable ne peut contenir une sous-formule d'un de ces types : $zIIu$; $z\hat{z}q$. Toutefois, les formules abstractivement recevables peuvent contenir des affirmations d'identité stricte, car, en vertu de A2004, Sch m2 et Aq, ' $zIIu$ ' équivaut à ' $Uv(\forall vZ.vzIIvu)$ '; or cette dernière formule peut être une sous-formule d'une formule abstractivement recevable du type (c).

Quant aux formules abstractives qui pourraient éventuellement figurer dans une formule à laquelle on veut appliquer A2008, il est impossible de les transcrire -comme dans= les systèmes classiques, tels ML ou NF- en notation atomique= en sorte que chaque variable individuelle fût concaténée avec une autre variable individuelle. Cela n'est pas possible, parce que la transcription en notation primitive de $u\hat{z}q$ est : $= uEyUz(zyI\hat{a}+(zyIq)+\underline{Hz\&y})$. Or rien ne permet dans Am de transformer cette formule en une formule comme : $EyUz(\underline{zyI\hat{a}+(zyIq)+\underline{Hz\&uy}})$. Mais on peut suivre une voie indirecte : soit une formule contenant les formules abstractives $\hat{z}q, \hat{z}'q^1 \dots \hat{z}^nq^n$ qui ne capturent aucune variable libre ailleurs dans p et qui ne contiennent aucune occurrence libre d'une variable quantifiée ailleurs dans p . Supposons que p' est le résultat de substituer à chaque occurrence de l'une de ces formules abstractives une occurrence d'une des variables $u \dots u^n$ qui ne se trouve dans p ni libre ni sous la portée d'un quantificateur. Supposons que p' est abstractivement recevable. Alors on applique l'axiome A2008 à la formule abstractive $\hat{x}p'$; et, par après, en vertu de A2050, on substitue à chaque occurrence de u^i dans p' une occurrence de \hat{z}^iq^i , pourvu -bien entendu- que l'on ait le théorème : \hat{z}^iq^i .

Au cas où, en revanche, l'une des formules \hat{z}^iq^i contiendrait un quantificateur capturant une variable libre ailleurs dans p , ou qu'elle contiendrait une variable libre qui fût capturée ailleurs dans p par un quantificateur, la seule solution qui reste c'est, si q^i est abstractivement recevable, d'appliquer tout d'abord A2008 à \hat{z}^iq^i , en sorte que si cette dernière formule abstractive se trouve dans une sous-formule p'' de p de la forme : $v\hat{z}^iq^i$, on substitue à p'' : $q^i/\underline{z^i/v}$. Et,

si \hat{z}^iq^i se trouve dans une sous-formule p''' de p de la forme : $\hat{z}^iq^i_v$, alors on substitue à p''' la formule :

$Ev'Uzi(\forall z^iZ(z^i_v'IIgq^i)\&v'v.\forall v')$. On peut prouver que cette dernière formule équivaut à p''' à supposer toujours que q^i soit abstractivement recevable et que \hat{z}^iq^i soit un élément. Des raccourcis peuvent être énoncés pour abrégé cette longue procédure.