

Estudio de la viabilidad del algoritmo *Super-Twisting* de ganancias variables para el control de pilas de combustible PEM

Carolina Evangelista^{†1}, Paul Puleston^{†§2} y Cristian Kunusch^{†3}

[†]CONICET y LEICI, Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional de La Plata (UNLP), La Plata, Argentina.

[§]IIF Marie Curie Fellow en IRI, CSIC-UPC, Barcelona, España.

[‡]Institut de Robòtica i Informàtica Industrial, CSIC-UPC, Barcelona, España.

¹ cae@ing.unlp.edu.ar ² puleston@ing.unlp.edu.ar ³ ckunusch@iri.upc.edu

Resumen— En este trabajo se presenta el diseño de un controlador para maximizar la eficiencia de una pila de combustible, en base a un algoritmo *Super-twisting* (ST) con ganancias variables. La estrategia consiste en regular la relación de oxígeno en exceso, manteniendo la misma en un valor óptimo.

El algoritmo empleado posee las ventajas conocidas del ST de ganancias fijas original, tales como robustez frente a incertidumbre y perturbaciones, *chattering* reducido, y convergencia en tiempo finito. Además, el disponer de ganancias variables permite ampliar el rango de operación, sin modificar demasiado la simplicidad de la ley de control. La forma de variación de las ganancias se determina hallando ciertas funciones cota, proceso que resulta algo trabajoso en un sistema no lineal como éste, pero se realiza en forma *off-line* por única vez en la etapa de diseño, y permite obtener muy buenos resultados. Los mismos, obtenidos por simulación, se presentan y analizan al final, a fin de evaluar su implementación real.

Palabras Clave— Pilas de combustible, Control de estequiometría, Modos Deslizantes de Segundo Orden, *Super-Twisting* de ganancias variables

1. INTRODUCCIÓN

Las pilas de combustible (PC) son dispositivos que convierten la energía química del hidrógeno en energía eléctrica, sin producir más residuo que agua pura, contrastando con la producción de energía basada en combustibles fósiles [1]. Así mismo, el hidrógeno que requieren como combustible, puede ser obtenido por electrólisis de agua utilizando energías renovables (solar, eólica, mareomotriz, etc.) que, particularmente, abundan en la Argentina. Estos factores combinados hacen que las PC se posicionen como una alternativa no contaminante altamente prometedora para contribuir a la sustitución de los combustibles fósiles, tanto en aplicaciones móviles como estacionarias [2][3].

Para lograr avances que permitan hacer que los sistemas basados en PC sean competitivos, se requiere de un importante trabajo conjunto entre disciplinas tales como la química, la electrónica y el control automático. En

esta última área, el desarrollo de nuevos controladores específicos, capaces de lidiar con las incertidumbres y exigencias propias de estos sistemas, representa un progreso crucial para la tecnología de las PC. Un tema crítico, por ejemplo, es el diseño de algoritmos eficientes para el control de la coordinación combustible-oxidante en régimen severo de carga variable. De alcanzarse este objetivo, no solo se logra evitar un deterioro en el consecuente suministro de energía, sino también posibles daños permanentes en las membranas de la celda [4]. No obstante, desde la óptica del control automático, las PC representan un reto importante debido a que presentan dinámicas no lineales complejas, modelos estructurados en base a tablas y datos empíricos, perturbaciones externas e incertidumbres, y variables internas inaccesibles, que no pueden ser utilizadas en el algoritmo de control.

Es así, que para poder sintetizar un controlador eficiente para sistemas de generación basados en PC, es necesario recurrir a técnicas de control avanzadas que puedan afrontar con éxito estos desafíos. En particular, los algoritmos que pertenecen a la familia del control por modos deslizantes de segundo orden (2-MD) se erigen como una opción especialmente apta [3][5].

Este trabajo se centra en el control de la relación de exceso de oxígeno para maximizar la eficiencia de la PC. Dado que en esta aplicación el sistema es de grado relativo (GR) 1, de entre los posibles algoritmos por 2-MD, se ha optado por una versión recientemente desarrollada, el algoritmo *Super-twisting* (ST) de ganancias variables [6] [7]. Este conserva de su predecesor de ganancias fijas [8], su aplicabilidad a sistemas de GR 1, no requerir información de la derivada de la variable de deslizamiento, robustez frente a incertidumbres y perturbaciones, y tiempo finito de convergencia, entre otras ventajas. Por su parte, la presente versión incorpora la capacidad de expandir el rango de operación y permite reducir considerablemente el *chattering* en aplicaciones reales.

2. EL SISTEMA Y EL OBJETIVO DE CONTROL

El sistema bajo estudio consiste en una pila de combustible (PC) de membrana de intercambio protónico (PEM). Una descripción detallada de esta PC PEM, así como sus principios de funcionamiento, pueden en-

contrarse en [3], en tanto que en la Fig. 1 se presenta un diagrama esquemático de la misma.

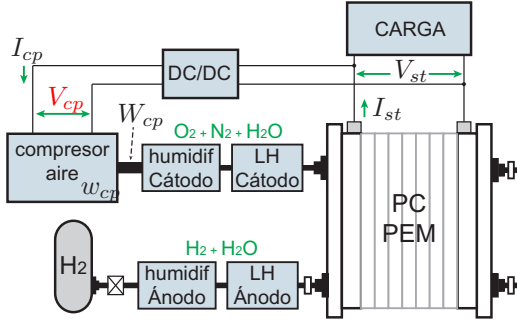


Figura 1: Diagrama del sistema de la PC tipo PEM.

Para diseñar el controlador se utiliza un modelo que describe la dinámica de cinco magnitudes físicas del sistema, $x_1 = w_{cp}$: velocidad de rotación del eje del compresor (rad/s), $x_2 = m_{air,hum}$: masa de aire en el humidificador del cátodo (kg), y $x_3 = m_{O_2,ca}$, $x_4 = m_{N_2,ca}$, $x_5 = m_{v,ca}$, las masas de oxígeno, nitrógeno y vapor en el cátodo de la pila, respectivamente (kg). Se considera como única entrada de control la tensión de armadura del compresor, $U = V_{cp}$ (V). Las ecuaciones dinámicas pueden escribirse como:

$$\dot{x}_1 = b_0 + b_2 x_1 + b_3 x_1^2 + b_4 x_2 + b_5 x_2^2 + b_1 x_1 x_2 + b_u U \quad (1)$$

$$\dot{x}_2 = e_0 + e_2 x_1 + e_3 x_1^2 + e_4 x_2 + e_5 x_2^2 + e_1 x_1 x_2 - q(x) \quad (2)$$

$$\dot{x}_3 = \frac{X_o(m_a + m_5 x_2)(p(x) - m_{12})q(x)}{[p(x) - (m_{12} - m_{14})][m_5 x_2 - (m_{10} - m_{11})]} + \frac{K_{ca,n}[p(x) - P_a]R_o G_o x_3}{R_o G_o x_3 + R_n G_n x_4 + R_v G_v x_5} + \frac{n G_o}{4F} I_{st} \quad (3)$$

$$\dot{x}_4 = \frac{(1 - X_o)(m_a + m_5 x_2)(p(x) - m_{12})q(x)}{[p(x) - (m_{12} - m_{14})][m_5 x_2 - (m_{10} - m_{11})]} + \frac{K_{ca,n}[p(x) - P_a]R_n G_n x_4}{R_o G_o x_3 + R_n G_n x_4 + R_v G_v x_5} \quad (4)$$

$$\dot{x}_5 = \frac{q(x)(m_a + m_5 x_2)m_{14}}{[p(x) - (m_{12} - m_{14})][m_5 x_2 - (m_{10} - m_{11})]} + \frac{K_{ca,n}[p(x) - P_a]R_v G_v x_5}{R_o G_o x_3 + R_n G_n x_4 + R_v G_v x_5} + \frac{n G_v}{2F} I_{st} \quad (5)$$

donde se usó $p(x) = m_8(R_o x_3 + R_n x_4 + R_v x_5)$, $m_a = m_9/G_a - m_{10}$, y:

$$q(x) = C_0 - C_1 p(x) + C_2 p^2(x) - C_3 p^3(x) + [C_1 - 2C_2 p(x) + 3C_3 p^2(x)] x_2 m_5 + [C_2 - 3C_3 p(x)] x_2^2 m_5^2 + C_3 x_2^3 m_5^3 \quad (6)$$

Los valores de los parámetros pueden encontrarse en [3].

2.1. Objetivo de control

El objetivo de control es mantener la estequiometría del oxígeno (o relación de exceso de oxígeno) en su valor

óptimo durante la operación de la PC en régimen de carga variable. De este modo, se logra maximizar el rendimiento energético de la misma y se evita la inanición del cátodo, que podría ocasionar un daño permanente de la membrana. Dicho control de estequiometría puede ser alcanzado indirectamente controlando el flujo de aire entregado por el compresor, siguiendo una apropiada referencia de flujo, función de la corriente de salida de la pila. Se entiende por estequiometría del oxígeno a la relación:

$$\lambda_{O_2} = W_{O_2,in}/W_{O_2,react} \quad (7)$$

donde $W_{O_2,in}$ es el flujo parcial de oxígeno en el cátodo, dependiente del flujo de aire entregado por el compresor, W_{cp} , y del vapor inyectado por el humidificador. $W_{O_2,react}$ es el flujo de oxígeno consumido en la reacción, el cual puede ser directamente relacionado con la corriente de la pila (I_{st}) a través de la expresión:

$$W_{O_2,react} = G_{O_2} n I_{st}/4F \quad (8)$$

con G_{O_2} la masa molar de O_2 , n el número total de celdas de la pila y F la constante de Faraday.

Existe un conjunto de valores $\lambda_{O_2,opt}$ (función de I_{st}) para los cuales el sistema genera la máxima potencia neta de salida (P_{net}), resultando P_{net} de la diferencia entre la potencia producida por la pila y el consumo del compresor. Estos valores óptimos son obtenidos experimentalmente a través de ensayos. Para algunas PC, como en el caso de estudio, el valor óptimo se mantiene prácticamente igual para un amplio rango de I_{st} .

Establecido el $\lambda_{O_2,opt}$, puede calcularse la expresión para el flujo óptimo de O_2 entrante al cátodo y a partir de ésta, conociendo la fracción molar de oxígeno en el aire seco (χ_{O_2}) y la humedad relativa del aire (w_{amb}), determinarse el valor óptimo del flujo de aire entrante:

$$W_{air,opt} = \frac{1}{\chi_{O_2}} \lambda_{O_2,opt} G_{O_2} \frac{n I_{st}}{4F} \quad (9)$$

Disponiendo de $W_{air,opt}$, el objetivo del seguimiento del flujo de aire óptimo puede ser planteado en términos de la siguiente variable de deslizamiento (de GR 1):

$$s = W_{cp} - W_{ref} \quad (10)$$

donde W_{cp} es el flujo de aire entregado por el compresor, el cual es una variable medible de la pila, y se ha utilizado $W_{ref} = W_{air,opt}$. El control por modo deslizante fuerza en forma robusta a que el sistema converja en tiempo finito a $s = 0$, implicando esto que la PC opere a óptima estequiometría de oxígeno y, por ende, que el rendimiento energético sea maximizado y se extienda su vida útil.

3. DESARROLLO DEL CONTROLADOR

3.1. Diseño según ST de ganancias variables

La idea general de las técnicas de control por 2-MD consiste en diseñar una función de los estados del sistema, la llamada variable de deslizamiento s , y un algoritmo que anule tanto a s como a su primera derivada temporal, \dot{s} . El diseño de s en base a los objetivos de control

deseados, tal que éstos se cumplan cuando $s = 0$. Cuando el sistema opera sobre la ‘superficie’ $s = \dot{s} = 0$ en el espacio de estados, puede decirse que se está operando en modo 2-deslizante. Se han desarrollado diversos algoritmos 2-MD, cada uno con características propias, y varios han sido aplicados con éxito en diferentes aplicaciones, incluyendo sistemas basados en PC [3][9][10][11].

En la presente propuesta se utiliza una variante con ganancias variables del algoritmo ST. Tanto la versión original del mismo [8], como una propuesta más reciente donde se demuestra la convergencia por Lyapunov [12], responden a la ley de control original, muy sencilla, continua y de ganancias fijas, difiriendo entre ellas en el método de diseño. Ambas son de aplicación directa a sistemas de GR 1 y tiempo de convergencia finito, y garantizan la operación en modo 2-deslizante en forma robusta aún en presencia de perturbaciones e incertidumbre en el modelo y parámetros del mismo.

El algoritmo empleado en este trabajo responde al desarrollo presentado en [7], que reelabora la propuesta de [6], basada en Lyapunov. La acción de control sigue siendo continua y suave, y garantiza también tiempo de convergencia finito. Si bien la ley de control es algo menos simple que la del algoritmo de ganancias fijas, la característica variable de las ganancias da la ventaja de permitir expandir el rango de operación del controlador por 2-MD conservando las bondades y características de desempeño del anterior, como se explica más adelante. Para lograr el objetivo de control deseado, se elige la variable de deslizamiento tal que el mismo se verifique cuando $s = 0$. En este caso, entonces (ver Ec. (10)):

$$s = W_{cp} - W_{ref} = e_0 + e_2x_1 + e_3x_1^2 + e_4x_2 + e_5x_2^2 + e_1x_1x_2 - W_{ref} \quad (11)$$

El procedimiento de diseño requiere realizar luego un cambio de variables, tal que s forme parte de un nuevo conjunto de estados que describa al sistema. Así, se trabaja con el conjunto $[s \ x']$, $x' \in \mathcal{R}^{n-1}$, en lugar del original, $x \in \mathcal{R}^n$. Luego se requiere encontrar una expresión de forma regular para la dinámica de la variable de deslizamiento, \dot{s} , de manera que pueda separarse la parte que se anula cuando $s = 0$, de la parte que no, es decir:

$$\begin{aligned} \dot{s} &= f_s(s, x', t) + u = \\ &= \underbrace{f_s(0, x', t)}_{g_2(x', t)} + \underbrace{[f_s(s, x', t) - f_s(0, x', t)]}_{g_1(s, x', t)} + u \quad (12) \end{aligned}$$

donde se ha denotado u a esta acción de control en esta explicación general.

En esta propuesta, la acción de control u se diseña según el algoritmo ST de ganancias variables, sin términos adicionales, y es de la forma:

$$u = -k_1(s, x', t)\phi_1(s) - \int_0^t k_2(s, x', \tau)\phi_2(s)d\tau \quad (13)$$

$$\phi_1(s) = k_c |s|^{\frac{1}{2}} \text{sign}(s) \quad (14)$$

$$\phi_2(s) = k_c^2 / 2 \text{sign}(s) \quad (15)$$

donde $k_1(s, x', t)$ y $k_2(s, x', t)$ son las ganancias variables y $k_c > 0$ es un parámetro constante que, adecuadamente seleccionado, permite mejorar el comportamiento del sistema controlado, por ejemplo frente al *chattering*.

En el caso del algoritmo de ganancias fijas, las mismas se diseñan en base a cotas constantes. Por esta razón, en general, se limita el rango de operación del algoritmo, buscándose un compromiso entre el tamaño de la zona de operación y el valor mínimo de las cotas (y así en el valor de las ganancias), para obtener un buen desempeño del sistema controlado. En esta condición, debe agregarse un término extra a la acción de control que lleve al sistema a la zona reducida donde el algoritmo ST garantiza convergencia y robustez. El algoritmo ST con ganancias variables, al recalcular las cotas y las ganancias según va evolucionando el sistema, permite garantizar convergencia y operación robusta en modo 2-deslizante en un rango más amplio de operación para los mismos requerimientos de desempeño del sistema controlado.

Para la acción de control propuesta (13)-(15), se demuestra por Lyapunov que la trayectorias de estados del sistema convergerán al origen del plano $s - \dot{s}$ en tiempo finito y el sistema se mantendrá en esa condición, en tanto las ganancias variables se calculen según:

$$k_1(s, x', t) = \delta + \frac{1}{\beta} \left[\frac{(2\epsilon\varrho_1 + \varrho_2)^2}{4\epsilon} + \epsilon + 2\epsilon\varrho_2 + (2\epsilon + \varrho_1)(\beta + 4\epsilon^2) \right] \quad (16)$$

$$k_2(s, x', t) = \beta + 4\epsilon^2 + 2\epsilon k_1(s, x', t) \quad (17)$$

donde δ , β y ϵ son constantes positivas arbitrarias y las funciones $\varrho_1(s, x', t)$ y $\varrho_2(s, x', t)$ son positivas y deben determinarse de manera que acoten g_1 y g_2 (derivadas de la expresión de \dot{s} , Ec. (12)), de la siguiente forma (condiciones suficientes):

$$|g_1(s, x', t)| \leq |\phi_1(s)| \varrho_1(\cdot) = k_c |s|^{1/2} \varrho_1(\cdot) \quad (18)$$

$$\left| \frac{dg_2}{dt}(s, x', t) \right| \leq |\phi_2(s)| \varrho_2(\cdot) = \frac{k_c^2}{2} \varrho_2(\cdot) \quad (19)$$

Debe notarse que si al hallar las cotas para las expresiones de g_1 y g_2 , se incorporan los efectos de perturbaciones y variaciones de parámetros, y otros errores, podrá garantizarse la convergencia y validez del algoritmo en todos los casos contemplados y no solo en condiciones nominales. Es decir, la robustez del controlador está directamente vinculada a estas dos últimas relaciones.

3.2. Cambio de variables

Una vez determinada la variable de deslizamiento, debe realizarse un cambio de variables, de manera que s forme parte del nuevo conjunto de estados, como se explicó previamente. Analizando (11) y las ecuaciones de la PC PEM, (1)-(5), se observa que una solución conveniente es reemplazar s por x_1 . Para ello, se despeja x_1 en la Ec. (11) y se utiliza esta expresión para realizar el cambio de variables, sin modificar las demás ($x'_i = x_i$,

$i = 2, \dots, 4$). En este proceso se obtiene una ecuación cuadrática en x_1 , con una única solución con sentido físico (la otra no se encuentra dentro del rango de valores físicos reales de esta variable):

$$x_1 = h(s, x', t) = d_3 + d_4 x_2 - \sqrt{d_0 + d_1 x_2 + d_2 x_2^2 + \frac{W_{ref} + s}{B_{02}}} \quad (20)$$

donde x' es el conjunto de los restantes estados, $x_2 \dots x_5$, luego del cambio de variables, y los coeficientes d_i , $i = 0, \dots, 4$ dependen de los e_i . La dinámica de la variable s puede expresarse como:

$$\begin{aligned} \dot{s} = & \left[(e_2 + 2e_3 x_1 + e_1 x_2) \dot{x}_1 + (e_4 + 2e_5 x_2 + \right. \\ & \left. + e_1 x_1) \dot{x}_2 \right]_{x_1=h} - \dot{W}_{ref} \\ = & f_s(s, x', t) + \underbrace{g_s(x', s)U}_{U'} = f_s(s, x', t) + U' \quad (21) \end{aligned}$$

con:

$$g_s = m_4 m_5 (B_{01} + m_6 B_{11} + 2B_{02} h + m_5 B_{11} x_2) \quad (22)$$

$$\begin{aligned} f_s = & n_9 - e_4 q(x) + [n_3 - 2e_5 q(x)] x_2 + n_7 x_2^2 + \\ & + n_8 x_2^3 + h [n_0 + n_1 x_2 + n_2 x_2^2 - e_1 q(x)] + \\ & + h^2 (n_4 + n_5 x_2) + h^3 n_6 - \dot{W}_{ref} \quad (23) \end{aligned}$$

La expresión de la dinámica de x_2 en las nuevas variables y que reemplaza a la Ec. (2) es la que sigue:

$$\begin{aligned} \dot{x}_2 = & W_{ref} + s - C_0 + C_1 p(x) - C_2 p^2(x) + C_3 p^3(x) + \\ & + x_2 m_5 [-C_1 + 2C_2 p(x) - 3C_3 p^2(x)] + \\ & + x_2^2 m_5^2 [-C_2 + 3C_3 p(x)] - x_2^3 m_5^3 C_3 \quad (24) \end{aligned}$$

Por último, las expresiones de las ecuaciones dinámicas correspondientes a los estados x_3 , x_4 y x_5 no se modifican, ya que no dependen explícitamente de x_1 . Así, luego del cambio de variables, la descripción dinámica del sistema queda expresada por las Ecs. (21), (24) y (3)-(5).

3.3. Hallazgo de las funciones cota

Luego del cambio de variables debe trabajarse con \dot{s} , Ecs. (21)-(23), encontrando expresiones para la parte que se anula cuando $s = 0$ y para la que no, según Ec. (12):

$$\begin{aligned} g_2(x', t) = & n_8 x_2^3 + n_7 x_2^2 + [n_3 - 2e_5 q(x)] x_2 - \\ & - e_4 q(x) + h_0 [n_0 + n_1 x_2 + n_2 x_2^2 - e_1 q(x)] + \\ & + h_0^2 (n_4 + n_5 x_2) + h_0^3 n_6 + n_9 - \dot{W}_{ref} \quad (25) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} g_1(s, x', t) = & (h - h_0) [n_1 x_2 + n_2 x_2^2 - e_1 q(x) + n_0] + \\ & + (h^2 - h_0^2) (n_4 + n_5 x_2) + (h^3 - h_0^3) n_6 \quad (26) \end{aligned}$$

donde se ha escrito h_0 en lugar de $h(0, x', t)$.

Al momento de determinar las funciones cota, se emplean expresiones de g_1 y de la derivada de g_2 reales, es

decir, contemplando perturbaciones y variaciones de diversos parámetros. Dado que el algoritmo garantiza convergencia a $s = \dot{s} = 0$ y robustez en la operación durante el modo 2-deslizante en tanto se verifiquen (18) y (19), el controlador resultará robusto a las perturbaciones y variaciones de parámetros consideradas al hallar las cotas.

Para encontrar expresiones para las cotas se halló en primer lugar la de la derivada temporal total de (25). A continuación se trabajó con esta derivada y con (26), teniendo en cuenta qué variables y parámetros pueden considerarse conocidos y cuáles no, y en qué rangos de valores pueden variar estos últimos. En este sentido, las variables s , x_1 y x_2 pueden ser medidas, en tanto que los estados x_3 , x_4 y x_5 no son accesibles y deben acotarse, así como los valores con incertidumbre de los parámetros físicos del sistema y los errores de medición. Luego de un análisis completo de las ecuaciones y consideraciones físicas, se obtuvieron algunas opciones diferentes que fueron evaluadas mediante simulaciones por computadora, seleccionándose las siguientes opciones como funciones cota:

$$\varrho_1 = \frac{|s|^{1/2}}{k_c} (r_0 + r_1 x_2) \quad (27)$$

$$\varrho_2 = \frac{2}{k_c^2} [c_3 (x_2 - x_M)^3 + |c_0 - c_2 x_2| + c_1] \quad (28)$$

Determinadas las funciones cota, las ganancias variables del controlador, k_1 y k_2 , se computan en tiempo real incluyendo las cotas en las expresiones (16) y (17), debiendo determinarse previamente los valores de los parámetros constantes δ , ϵ , β y k_c . Los mismos fueron seleccionados mediante ajustes a través de simulaciones por computadora, buscando reducir el *chattering* y lograr un buen desempeño dinámico. Los valores de todos los parámetros del controlador se listan en el Apéndice A.

4. SIMULACIONES y RESULTADOS

Con el fin de analizar el desempeño y la robustez del controlador desarrollado, se realizaron diversas simulaciones con el sistema operando en distintos puntos de funcionamiento, con variaciones en la carga e incertidumbre en diversos parámetros. A continuación, se presentan resultados representativos de estas simulaciones, comparando un caso donde no se consideró incertidumbre en los parámetros del sistema, y otro donde sí se incluyó. En particular, en este segundo caso, se consideraron las siguientes variaciones de parámetros, respecto de los valores nominales:

Presión atmosférica (P_a):	+10 %
Temperatura ambiente (T_{amb}):	+10 %
Temperatura de la pila (T_{st}):	+10 %
Volumen del cátodo (V_{ca}):	+5 %
Resistencia eléctrica del motor (R):	+5 %
Inercia del motor (J):	+10 %
Constante del motor (k_ϕ):	-10 %

El perfil de corriente de carga solicitado a la PC puede verse en la Fig. 2. La misma se generó a partir de

escalones filtrados, asemejando así las características de una carga real. En el recuadro dentro de la imagen se ha incluido para más detalle, la ampliación de una de estas variaciones de la corriente.

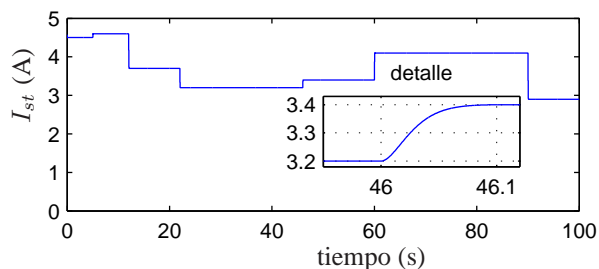


Figura 2: Corriente de la PC PEM, I_{st} (A).

El éxito del algoritmo de control queda a la vista en la Fig. 3, donde se muestra la evolución temporal de la variable de deslizamiento. Tanto en el caso simulado con parámetros nominales como en el caso con incertidumbre en los parámetros, s es mantenida casi en todo momento en valor cero, sin distinguirse *chattering*. Puede notarse que los alejamientos del cero ocurren en los cambios más grandes de la corriente de carga, donde el algoritmo vuelve a converger, llevando al sistema a operar nuevamente en $s = 0$.

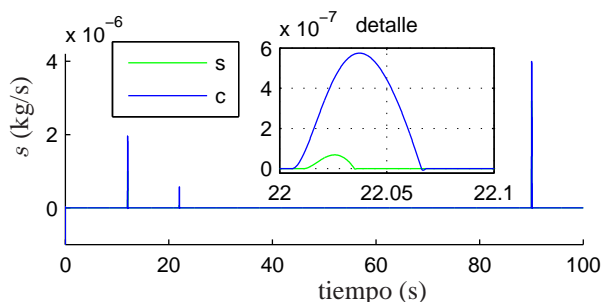


Figura 3: Variable de deslizamiento, $s = W_{cp} - W_{ref}$ (kg/s). 'c' y 's': caso 'con' y 'sin' perturbaciones.

Las convergencias de la trayectoria del sistema al origen del plano $s-\dot{s}$ se muestra en la Fig. 4. Puede observarse que la forma de la trayectoria responde a la forma de convergencia conocida del algoritmo ST de ganancias constantes, aunque en un caso general tal característica no es necesariamente mantenida por esta variante del algoritmo con ganancias variables.

La relación de oxígeno en exceso se muestra en la Fig. 5. Puede notarse que la regulación es muy buena, ya que para los valores de corriente de una PC de este tipo, el valor óptimo se encuentra entre 2,3 y 2,5.

En la Fig. 6 se observa la entrada de control, $U = V_{cp}$, en los dos casos simulados. Debe mencionarse que, dado que la tensión del motor está limitada entre 0 y 12V, se incorporó al controlador una protección anti-*windup*, que desconecta el integrador cuando el valor de la acción de control necesaria se encuentra fuera de tales límites.

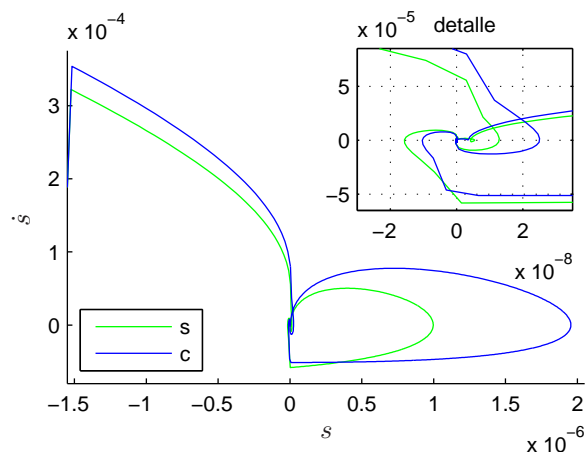


Figura 4: Plano deslizante $s-\dot{s}$. 'c' y 's' indican simulación 'con' y 'sin' perturbaciones, respectivamente.

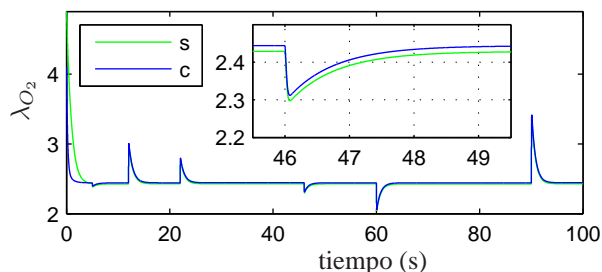


Figura 5: Relación de oxígeno en exceso, λ_{O_2} . 'c' y 's': simulación 'con' y 'sin' perturbaciones, respectivamente.

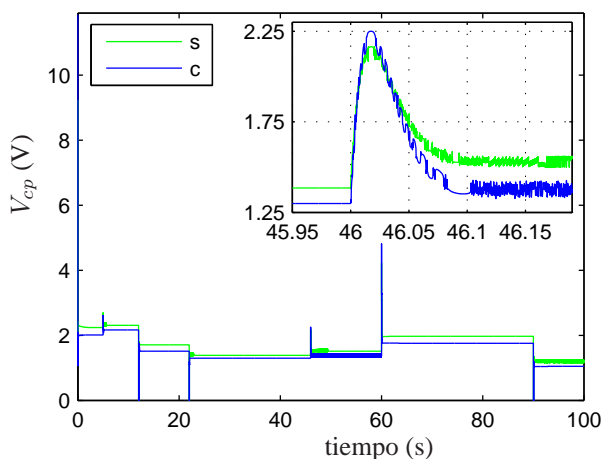


Figura 6: Tensión de control, V_{cp} (V). 'c' y 's' indican simulación 'con' y 'sin' perturbaciones, respectivamente.

La evolución temporal de las ganancias variables se muestra en la Fig. 7. Además de las pequeñas variaciones que mantienen la operación en $s = 0$, puede observarse a simple vista cómo aumenta el valor de ambas ganancias correspondiéndose con los cambios mayores de la corriente de carga. Puede notarse también que las dos ganancias son algo mayores en el caso simulado con incertidumbre en los parámetros.

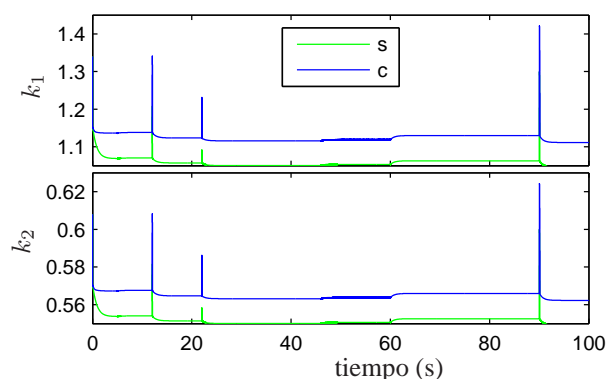


Figura 7: Ganancias variables, k_1 y k_2 . ‘c’ y ‘s’ indican simulación ‘con’ y ‘sin’ perturbaciones, respectivamente.

5. CONCLUSIONES

En este trabajo se presentó el desarrollo y evaluación por simulación de un controlador para maximizar la eficiencia de una pila de combustible PEM, a través de mantener la relación de exceso de oxígeno en un valor óptimo.

El controlador fue diseñado en base a una versión de ganancias variables del algoritmo *Super-twisting*, basado en funciones cota determinadas para la pila bajo estudio. Si bien la relación entre la forma y amplitud de las funciones cota con las ganancias variables no es directa, lo cual dificulta un poco la sistematización de esta etapa del proceso de diseño y la cuantificación de la mejora en un caso general, se obtuvieron muy buenos resultados por simulación, lográndose la regulación de la relación de oxígeno en exceso sin *chattering* apreciable, y en un amplio rango de funcionamiento.

Este desarrollo forma parte de un proyecto en el cual se está evaluando y comparando la aplicación de los 2-MD a las PC. Como parte del mismo, ya se han realizado experimentos con algoritmos 2-MD de ganancias fijas en el Laboratorio de Pilas de Combustible del Institut de Robòtica i Informàtica Industrial (CSIC-UPC, Barcelona), con muy buenos resultados. El próximo paso consiste en la implementación del controlador aquí diseñado para obtener datos reales que permitirán, por un lado, validar los resultados presentados y, por otro, compararlos con otros algoritmos 2-MD. Además de evaluar el desempeño individual del controlador, se podrá analizar otros aspectos, tales como cuantificar la ventaja real de la ampliación del rango de operación vs. el aumento de la complejidad de la ley de control.

A. Valores de los parámetros utilizados

$$\begin{aligned} \beta &= 0,3; & c_0 &= 0,00385; & r_0 &= 13,122 \\ \epsilon &= 0,1; & c_1 &= 0,00495; & r_1 &= 17513 \\ k_c &= 0,23; & c_2 &= 19,47; & x_M &= 0,00025; \\ \delta &= 1,10^{-9}; & c_3 &= -4,78,10^8 \end{aligned}$$

RECONOCIMIENTOS

Este trabajo fue realizado con el apoyo de la UNLP, CONICET, y SECyT, de Argentina; y del FP7-PEOPLE-2011 Marie-Curie Action, Proyectos IIF -

ACRES (299767/911767) y (GA: PCIG09-GA-2011-293876), de la Unión Europea, los proyectos Puma-Mind (GA: FCH-JU-2011-1-303419) y CICYT DPI2011-25649 (MINECO-España) y el programa JAE-DOC del CSIC.

Los autores desean agradecer a todo el personal técnico especializado del Laboratorio de Pilas de Combustible del Institut de Robòtica i Informàtica Industrial (CSIC-UPC, Barcelona).

REFERENCIAS

- [1] J. Larminie and A. Dicks, *Fuel Cell Systems Explained*, 2nd ed. John Wiley & Sons Inc, 2003.
- [2] F. Barbir, *PEM Fuel Cells: Theory and Practice*. Amsterdam: Elsevier, 2005.
- [3] C. Kunsch, P. Puleston, and M. Mayosky, *Sliding-Mode control of PEM fuel cells*. Springer, 2012.
- [4] J. Pukrushpan, A. Stefanopoulou, and H. Peng, *Control of Fuel Cell Power Systems*. Springer, 2004.
- [5] C. Kunsch, P. Puleston, M. Mayosky, and L. Fridman, “Experimental results applying second order sliding mode control to a PEM fuel cell based system,” *Control Engineering Practice*, vol. 21, no. 5, pp. 719–726, 2013.
- [6] T. Gonzalez, J. Moreno, and L. Fridman, “Variable gain super-twisting sliding mode control,” *IEEE Trans. Automat. Contr.*, vol. 57, no. 8, pp. 2100–2105, 2012.
- [7] C. Evangelista, P. Puleston, F. Valenciaga, and L. Fridman, “Lyapunov designed Super-twisting sliding mode control for wind energy conversion optimization,” *IEEE Trans. Ind. Electron.*, vol. 60, no. 2, pp. 538 – 545, Feb. 2012.
- [8] A. Levant, “Sliding order and sliding accuracy in sliding mode control,” *Int. J. Control*, vol. 58, no. 6, pp. 1247–1263, 1993.
- [9] G. Bartolini, A. Pisano, E. Punta, and E. Usai, “A survey of applications of second-order sliding mode control to mechanical systems,” *Int. J. Control*, vol. 76, no. 9/10, pp. 875–892, 2003.
- [10] A. Pisano and E. Usai, “Sliding mode control: A survey with applications in math,” *Mathematics and Computers in Simulation*, vol. 81, no. 5, pp. 954 – 979, 2011.
- [11] L. Fridman and A. Levant, *Sliding Mode Control in Engineering*. Marcel Dekker, Inc., 2002, ch. 3.
- [12] J. A. Moreno and M. Osorio, “A Lyapunov approach to second-order sliding mode controllers and observers,” in *Procs. 47th IEEE Conf. Decision and Control*, Mexico, Dec. 2008, pp. 2856–2861.