CONTRIBUCIÓN A LA LÓGICA DE LOS COMPARATIVOS

Lorenzo Peña

publ. en *Lenguajes naturales y lenguajes formales II*
comp. por Carlos Martín Vide
Barcelona: Universitat de Barcelona, 1987, pp. 335-50
ISBN 84-7665-141-4

Sumario

---

§1ª. Examen crítico de dos tratamientos de los comparativos

Voy en esta Sección a examinar, crítica aunque sucintamente, dos propuestas para sendos tratamientos de los comparativos, con vistas a sacar a luz los inconvenientes teoréticos que tienen —y así indirectamente justificar, como menos inapropiado, el análisis que propondré en la Sección 2ª. Los dos enfoques que voy a examinar aquí son: 1º) el de Carnap y Quine; y 2º) el contextualista de Ewan Klein.

Empecemos con el de Carnap y Quine. Consiste en tomar como predicado primitivo, para cada adjetivo susceptible de grados de comparación, «c», no «c» sino «ser-menos-c-que», predicado que será, naturalmente, diadico. Luego se define «x es c» como «… es menos-c-que x», donde los puntos suspensivos serían reemplazados por algo así como «la media de los ———», donde los guiones serían reemplazados por una expresión que se aplicara a una clase que sería la clase de comparación para x (acaso según el contexto de elocución); naturalmente habría una paráfrasis adecuada para eliminar la referencia a un ente que fuera la media de los lo-que-sea.

Entre los muchos y graves inconvenientes de semejante propuesta cabe mencionar éstos: ante todo fallaría el principio de composicionalidad, al menos en su aplicación natural. En efecto: aparentemente al menos «x es menos c que z» y «u es menos d que v» comparten un elemento en común, «es menos… que», debiendo, por lo tanto —a tenor del principio de composicionalidad—, depender el significado de «x es menos c que z» del significado de ese elemento común junto con los de los restantes signos con ocurrencias en tal frase —entre otros «c»—; pero eso no es así según el análisis carnapiano; entonces el principio de composicionalidad sólo puede ser rescatado en el marco de tal análisis mediante el procedimiento *ad hoc* de declarar que es infundada esa apariencia de elemento común; conque «es-menos-c-que» y «es-menos-d-que» serán dos bloques monoliticos indescomponibles, sin otra semejanza que la meramente fonética o silábica. Ahora bien, sucede que mediante tal expediente el principio de composicionalidad es conciliable con cualquier análisis de cualquier fragmento del lenguaje.

Además, un análisis como el carnapiano dificilísimamente podría dar cuenta del empleo del comparativo con construcciones que no sean la de cópula con predicado; p.ej., casos en los que la comparación concierne a un **complemento directo** ('Ama a Yolanda más que a Purita'), indirecto ('Diselo a ambos, pero más a Mary que a él'), circunstancial ('Estaba a favor de los godos más que contra ellos', 'Dialogué con ambas, pero más con Ana que con Eva', 'Conseguílo con maña más que con fuerza', 'Salgo en bicicleta los sábados más que los domingos', 'Se divierte más en el circo que en el cine', 'Ese ficus crece bien más por la buena luz que recibe que por el abono que se le echa', 'Se ocupa de lo ajeno más que de lo propio', etc.). Los inverosímiles «epiciclos» con que habrían de tratarse tales frases desde el análisis carnapiano servirán para mostrar lo poco tragable de tal análisis.

Este enfoque de los comparativos logra que valgan reglas de inferencia como la transitividad únicamente mediante el recurso, *ad hoc*, a postulados de significación, que, además, han de postularse caso por caso (para cada predicado diádico primitivo de la forma «menos-c-que», pues nada tienen que ver entre sí tales predicados en lo que respecta a su análisis sintáctico).

Similarmente, un enfoque como el de Carnap será incapaz de entender que puedan ser afectadas por la comparación expresiones que no son adjetivos, sino p.ej. sustantivos, como 'ama de casa' (y sin embargo dícense cosas como que Manoli es más ama de casa que Marina aunque ambas sean amas de casa). Y no resulta tampoco nada claro cómo podrían tratarse con ese enfoque frases como 'Sancho es más leal que atrevido', para no hablar ya de otras más complicadas, como 'más me gustan a mí los guisantes que a ti el arroz' —mensaje oportuno en un contexto en el que se acabe de decir que mi comida favorita son los guisantes y la tuya el arroz.

Pasemos, entonces, a ocuparnos del segundo de los enfoques que nos hemos propuesto escrutar: el de Klein, que se basa en ideas previamente propuestas por David Lewis y David Kaplan.

Agrupa Klein los adjetivos afectados de vaguedad en dos clases: los que son (meramente) susceptibles de grados y aquellos cuya indeterminación estriba (además) en pluriaspectualidad, o sea: en la existencia de varios criterios no forzosamente coincidentes para la determinación de qué cae o deja de caer bajo la extensión de uno de ellos. En lo tocante a adjetivos de la segunda clase, muchas oraciones con ellos, tanto en grado positivo como en grado comparativo, serán indefinidas aléticamente, e.d., carecerán de valor de verdad. Para los adjetivos de la segunda clase reserva Klein el término de 'indeterminación', si bien, como vamos a ver, también cree que se da indeterminación en lo tocante a aplicación de adjetivos de la primera clase a ciertas cosas, al menos en ciertos contextos. La idea central de Klein es, en efecto, que cualquier adjetivo susceptible de ser utilizado en grado comparativo y de ser afectado por adverbios de matiz o grado será en cierto contexto aplicable con verdad a algunas cosas, aplicable con falsedad a otras, pero inaplicable a otras cosas más, de suerte que, para poner un ejemplo —el que el mismo pone—, en un contexto dado algunas personas serán *definitely* altas, otras definitely no-altas, pero otras más estarán en medio. Lo cual, concluye, quiere decir que ese adjetivo, 'alto', en ese contexto estará significando una función parcial del universo del discurso $U \to \{0,1\}$, en notación técnica $\{0,1\}^{(U)}$.

Parte Klein de una semántica como la montaguviana, pero desintensionalizada. Las innovaciones básicas que añade son: la introducción de los contextos de uso, a tenor de los cuales varía la extensión de ciertas expresiones lingüísticas; y el hecho de que determinadas funciones sean parciales en vez de aplicaciones. Así, sea C un conjunto no vacío de contextos, y sea α una constante de tipo τ: entonces el valor semántico de α, $F\alpha$, será una función $C \to D$. Si α pertenece a la categoría *Adj*, entonces cumple esta condición adicional: para cada $c \varepsilon C$, $F\alpha c\ \varepsilon\ \{0,1\}^{(U)}$. De ahí que algunas predicaciones adjetivales no sean, en ciertos contextos, ni determinadamente verdaderas ni determinadamente falsas. En un contexto c puede suceder que alguien atribuya lo significado por un adjetivo a un objeto cuando no sea determinadamente verdadero ni falso que ese objeto tiene la propiedad en cuestión en tal contexto; pero es que entonces automáticamente cambia el contexto: esa prolación modifica el contexto de manera autoinvolucrante (un tipo de variación contextual al que acude Klein a menudo en la articulación de su teoría). En cada contexto se trazan unas líneas de demarcación, que serán arbitrarias, sí, pero que funcionan dentro del contexto de que se trate; nunca faltará línea de demarcación: sólo que cual sea tal línea variará o podrá variar de contexto a contexto.

Reconoce Klein que, si bien resulta verosímil que se pueda pasar de un contexto a otro en el que, para un adjetivo dado, se ha reducido la franja de indeterminación del mismo, resulta en cambio más difícil ver cómo puede pasarse de un contexto a otro en el que algo que inicialmente recibía determinadamente con verdad la calificación en cuestión pase a recibirla determinadamente con falsedad o viceversa. Así y todo, es en la articulación de una estrategia que permita eso en lo que estriba uno de los puntos centrales de su tratamiento.

Para acabar de captar las ideas intuitivas de Klein es menester presentar su noción básica de *clase de comparación*. Estriba ésta en que la verdad de la atribución de un adjetivo a un objeto depende de la clase de comparacion que se tenga presente. En cada contexto se reduce el universo del discurso a una clase de comparación con relación a la cual se determina el valor de verdad o la falta de el de una atribución adjetival a un objeto.

Sea *c* un contexto, *a* una asignación de valores subordinada a F, y ζ un adjetivo; entonces $\mathit{dom}\,(aF\zeta c\} = \mathit{pos}\zeta c \cup \mathit{neg}\zeta c$, donde $\mathit{pos}\zeta c$ (la extensión de ζ en *c*) = $\{x \varepsilon U{:}aF\zeta c x=1\}$ y $\mathit{neg}\zeta c$ (la antiextensión de ζ en c) = $\{x \varepsilon U{:}aF\zeta c x=0\}$. Si *c* es un contexto, entonces *c*[X] es aquel contexto *c’* que es igual en todo a *c* salvo que la clase de comparación en *c’* es X.

Pasamos así a abordar la parte técnica de la propuesta de Klein. Defínese para un adjetivo ζ y un contexto *c* la relación $<_{c,\zeta}$ así: $u <_{c,\zeta} u'$ ssi $(\exists X \subseteq U(c))(F\zeta c[X]u=0 \wedge F\zeta c[X]u'=1)$ (siendo U(*c*) el universo del discurso de *c*).

Sienta Klein dos postulados para tales relaciones. El primero es que, si hay dos miembros de X, u,u’, tales que $u <_{c,\zeta} u'$, entonces tanto $\mathit{pos}\zeta c[X]$ como $\mathit{neg}\zeta c[X]$ deben ser no-vacíos; el segundo postulado es que, si hay en un contexto una clase de comparación con respecto a la cual se juzga que ζ es aplicable con verdad a x pero con falsedad a z, entonces, para cualquier otra clase de comparación X en ese contexto a la que pertenezcan tanto x como z, si con respecto a X esle a z aplicable con verdad ζ, también lo es a x, mientras que, si con respecto a X esle a x aplicable con falsedad ζ, también lo es a z. Síguese que $<_{c,\zeta}$ es una relación de orden estricto: asimétrica y transitiva.

El resultado a que se llega es que una oración como ‘Jerónimo es más bajo que Emiliano’ se traduce al cálculo lógico en una fórmula que, como lo señala el propio Klein, semeja a la «estructura subyacente» que para tal oración preconizara Pieter Seuren en 1973, a saber: ∃e (Jerónimo es bajo en e & Emiliano no es bajo en e).

Ahora bien, es preciso recalcar la profunda diferencia entre el enfoque contextualístico —y, por ende, en el fondo pragmático— de Klein y el planteamiento no contextualista de Seuren —del cual, por razones de espacio, no me ocuparé en este lugar. Las medidas (*extents*) en este último serían entidades independientes del locutor, del receptor, del acto mismo de elocución y de las circunstancias en que se produzca. No así los grados y caracteres gradales de Klein. Un carácter gradal será una función que envíe contextos sobre grados, siendo un grado una función hεH, donde H es el conjunto de las funciones h tales que, para cualquier contexto *c* y significado predicativo z, h*c*z=z*c’*, donde *c’* es un contexto en el que la clase de comparación es X ⊆ ∪(*c*), estando X determinada como una función del valor de z en *c*.

Pueden omitirse, sin desmedro de una comprensión de lo medular en el tratamiento de Klein, los detalles de su teoría sintáctica y semántica. Utiliza la primera los instrumentos de la gramática de estructura locucional generalizada de Gazdar. Es eje de la segunda un conjunto de postulados que restringen el ámbito de las funciones gradales, o sea, de los significados de expresiones de grado. El meollo de ese tratamiento viene empero patentizado con un ejemplo: la oración ‘Basilio es más gordo que Bardulfo’ sería verdadera en la interpretación F y bajo la asignación *a* y en el contexto *c* ssi hay alguna función hεH tal que h*c*F‘gordo’Basilio=1 mientras que h*c*F‘gordo’Bardulfo=0. En resumen: ssi hay un modo «lícito» de pasar del contexto *c* a otro *c’* en el cual la clase de comparación que se tome dependa del significado de ‘gordo’ en *c* sucediendo que en *c’* se aplica con verdad ‘gordo’ a Basilio y con falsedad a Bardulfo.

Llévase a cabo la armonización de este tratamiento —que, como hemos visto, conlleva huecos verivalentes— con la lógica clásica mediante el expediente de las supervaluaciones.

Ese tratamiento de Klein suscita un cierto número de dificultades filosóficas. El principal reparo que se le puede oponer es lo filosóficamente insatisfactorio que resulta ese contextualismo por su carácter en el fondo meramente ficcionalista. Al igual que otros tratamientos de cierto número de expresiones lingüísticas que últimamente se vienen brindando, estriba el tratamiento contextualista de Klein, en el fondo, en sostener que, si bien al hablarse con rigor, tal como se dan las cosas en la realidad, es preciso reconocer que no hay grados, que, si algo posee una propiedad, poséela totalmente y nunca a medias o en un grado no total, y que, por consiguiente, nada es más (o menos) esto o aquello que otra cosa, así y todo, y dando a nuestras palabras en un contexto significados que dependen de qué significados tengan en otros contextos, logramos que resulten a la postre verdaderas, falsas o indeterminadas, en cualquier caso informativas, afirmaciones comparativas y de matiz alético.

Así, al decirse en un contexto de elocución, *c*, que Alicia es más ambiciosa que Brígida, haráse un enunciado verdadero ssi hay algún otro contexto *c’* en el que el universo de discurso dependa de cuál sea la extensión del adjetivo 'ambicioso' en *c* siempre y cuando a la extensión de ese mismo adjetivo en *c'* pertenezca Alicia y a su antiextensión Brígida. O sea: lo que nos permite decir en *c* que Alicia es más ambiciosa que Brígida no es que de hecho Alicia tenga más ambición que Brígida, o que posea en mayor medida esa propiedad de ambición (en lenguaje extensionalista: que sea más perteneciente a la clase de entes con ambición), sino únicamente que hay un modo autorizado de hablar, un contexto de elocución conectado de cierta forma con el contexto en que ahora hablamos, en el que 'ambicioso' significa algo, una propiedad, que tiene Alicia pero de la que carece Brígida.

La descripción ingenua de lo que sucede en un modelo de Klein para un conjunto de expresiones que abarque tanto expresiones de matiz como comparativos será una descripción sin comparativos ni expresiones de matiz o de grado. Sólo por la vía rebuscada de dar a las palabras significados que dependan de qué otros modos haya de darles significado y cómo se relacionen esos modos con aquel que esté uno usando, sólo pues por un medio que tan grande abismo abre entre lenguaje y realidad, podrá proferirse con «verdad» una oración que contenga alguna de tales expresiones.

En definitiva, no es verdadera la oración 'Alicia es más ambiciosa que Brígida' en un contexto c ssi en ese contexto es más ambiciosa Alicia que Brígida. ¡NO! No nos puede decir eso la teoría de Klein (no nos lo dice de hecho) pues es eliminativa de las expresiones comparativas en el metalenguaje, y lo es de tal modo, además, que, si en él se quisieran reintroducir, sería menester que el metalenguaje fuera tan ambiguo como el lenguaje objeto en el sentido de que los significados variaran según los contextos y, por añadidura, el significado de cierta expresión en determinado contexto dependiera o pudiera depender de qué significados tuviera (o, mejor, recibiera) esa misma expresión en otros contextos. Si bien nada impide, naturalmente, que así se fijen los significados de las expresiones en el metalenguaje, cae por su propio peso que, si éste es un lenguaje que escape a tan desbocada dependencia contextualística del significado de las expresiones que lo componen, no habrá en él construcciones comparativas salvo la trivial de que 'Alicia es más ambiciosa que Brígida' signifique lo mismo que 'Alicia es ambiciosa y Brígida no lo es'.

¿Qué es lo que hace que estén autorizados tales modos de pasar de un contexto a otro —y desautorizados los demás? ¿En virtud de qué esos dos postulados de Klein? No será en virtud de la naturaleza misma de los objetos, de su estar ordenados de cierta forma, pues decir eso sería acudir subrepticiamente a las propias relaciones comparativas que, sin embargo, querían eliminarse del metalenguaje.

Será, entonces, una mera convención lingüística. Pero ¿por qué existe? ¿Por qué atenerse a ella? (Además nótese que ni siquiera los dos postulados de Klein impiden que en un contexto sea verdad que Arcadio es más irascible que Leandro y en otro suceda lo inverso.)

Por otro lado, es criticable el empleo que en esa teoría de Klein se hace del adverbio 'definitely': 'determinadamente'. En efecto:

— o bien trátase de un uso redundante, y en tal caso sobra (salvo por razones estilísticas —pero nótese bien que ni siquiera cabe que con ese uso estilístico de 'determinadamente' se esté «apuntando a» un algo que sin él pasara desapercibido, ya que supuestamente no habría en absoluto ningún «algo» tal);

— o bien, si no, es diferente que algo tenga (a secas) una determinación dada de que la tenga determinadamente; lo segundo no puede decirse en absoluto en el marco de la teoría bivalentista de Klein (si en nuestros modos de hablar se dan huecos verivalentes, no así en la realidad, pues no habría ningún tercer valor diverso de Verdad y Falsedad).

Por consiguiente, más que decir que en un contexto unas cosas son determinadamente **altas**, otras determinadamente no-altas y otras en medio, habrá que exponerse la teoría diciendo que en ese contexto, y para ciertos valores de ‘x’, «x es alto» será verdadero, para otros valores falso, y, por último, para otros valores indeterminado.

De ese modo aparece con claridad que todo es asunto de mera convención lingüística: arbitrariamente se asigna a ‘alto’ en cada contexto una extensión y una antiextensión. No hay ninguna determinación objetiva de las cosas por la cual serían en ese contexto clasificables como altas o no-altas. Y eso es lo que, a fin de cuentas, pone de relieve lo filosóficamente insatisfactorio de dicho enfoque; sólo que el formular las cosas confundentemente, gracias a ‘definitely’, sirve para disfrazar el radical convencionalismo subyacente al enfoque (a cuyo tenor, arbitrariamente y porque sí, en cada contexto —al menos en cada contexto independiente—, fíjase una extensión y una antiextensión a cada adjetivo, en vez de que un adjetivo sea el nombre que se dé a una determinación, o propiedad —o clase— que las cosas tendrían —o a la cual pertenecerían— o dejarían de tener independientemente de nuestra denominación).

El que luego se pase de un contexto (independiente) a otro (dependiente) sin que se infrinja ninguno de los dos postulados será hecho por definición, o estipulativamente —pues no describen esos postulados condiciones que se cumplan en las estructuras que sirvan de modelo independientemente de las relaciones semánticas, sino tan sólo, precisamente, esas mismas relaciones semánticas: sujetan una convención a ciertas convenciones concomitantes, y nada más.

Mas, si se abandonaran esos dos postulados, entonces —a menos que se reemplazaran por otros igualmente *ad hoc*— no valdrían la transitividad y asimetría de cualquier relación de comparación (de inferioridad o superioridad); abandonando el primero, perderíase, además, la idea central de que los adjetivos en cuestión son clasificatorios, o sea: que sólo tiene sentido decir en un contexto que una cosa es más así-o-asá que otra si, cuando se toma como clase de comparación un conjunto al que pertenezcan ambas cosas, no resulta decible con verdad ni que todo (todo lo perteneciente a ese conjunto, que será entonces el universo del discurso) es así-o-asá ni tampoco que nada es así-o-asá.

Ahora bien, radica una de las principales desventajas de ese enfoque precisamente en esa concepción de tales adjetivos como adjetivos clasificatorios (como términos que deban, pues, en cada caso servir para deslindar o filtrar, para trazar líneas de demarcación). Pues de ahí derívanse estas consecuencias: no sólo no podrá admitirse como verdadera una oración como ‘Todos son malos, pero unos peores que otros’ —pese a lo comunes que son asertos así (para no hablar ya de otros menos comunes que también excluye Klein, p.ej., ‘Aunque ninguno de ellos es rico, unos son más ricos que otros’)—, sino que, además, hasta frases como ‘Ambos son estudiosos, pero Chema lo es más que Lucho’ pueden ser verdaderas, según Klein, en un contexto *c* sólo si en el contexto *c’*=*c*[A], donde A es {Chema, Lucho}, es verdad que Chema es estudioso y que Lucho no lo es; lo cual choca con la posibilidad de que, aun siendo Lucho menos estudioso que Chema, lo sea empero tanto que hasta en *c'* (si es que existe un contexto que sea *c'*) haya que seguir admitiendo que es estudioso Lucho.

Tampoco con este enfoque parece fácil dar cuenta del funcionamiento de construcciones comparativas con expresiones que no sean adjetivos, como 'Tiene más miedo que vergüenza', 'Hízolo más por despecho que por ambición', 'Soporta el frío más que el calor', y tantas otras ya consideradas más atrás.

Tampoco se explica según ese enfoque que a una pregunta como '¿Quiere Lucas a Marta?' quepa responder 'Más que a Mariví' sin ningún cambio aparente de sentido de ninguna palabra, ni de las explícitamente expresadas ni de las sobreentendidas, considerandose en un caso así que la respuesta ha sido afirmativa.

Hay, por último, un inconveniente común a las dos teorías consideradas en esta Sección, a saber: ninguna de ellas puede aceptar el principio de desincrustación, a cuyo tenor equivale lo dicho por 'Charo es menos atrevida que Marcos' a lo dicho por 'Es menos verdad que Charo es atrevida que no que Marcos es atrevido'.

---

§2ª. **Utilizacion de una teoría de conjuntos difusos**

Muchas han sido las objeciones lanzadas contra el recurso a teorías de conjuntos difusos. He aquí dos de ellas, con sendas refutaciones.

La primera de tales objeciones es que el único modo de entender los grados de membría es como clases de equivalencia, de suerte que para asignar sendos grados de membría en un conjunto a dos cosas sería menester haber «construido» previamente grados de equivalencia correspondientes mediante la relación de equivalencia apropiada. Con otras palabras: para determinar si Edmundo es más sosegado que Casiana sería menester determinar cuál es {x: sosegado x ≈ sosegado Edmundo} y lo propio con relación a Casiana.

Respondo que, aun suponiendo que así fuera, no se seguiría de ahí que para conocer el grado de sosiego de Edmundo fuera menester saber de cada ente si es o no tan sosegado como Edmundo (conocer una clase no es saber cuáles sean sus miembros). Por otro lado, hay un modo más claro y convincente de entender los grados (de verdad), a saber, como algunos de entre los valores de verdad no clásicos (que constituyen cierta estructura algebraica, concretamente reticular). El grado en que es sosegado Edmundo es el grado en que existe el sosiego de Edmundo.

Podemos identificar a un grado con un estado de cosas que cada punto de referencia (mundo-posible, lapso temporal o lo que sea) proyecta sobre sí mismo, estando ligados los grados de verdad por una relación de orden lineal; la existencia o verdad será una función que proyectara a cada estado de cosas sobre una secuencia infinita de tales grados de verdad o existencia.

Otra objeción —dizque demoledora— contra la semántica difusa es que, si un individuo alcanza cierta altura, es *definitely* alto, independientemente de que otros sean todavía más altos.

Cabe a tal objeción responder que eso es reconocido por toda lógica difusa en la que no se postule como único valor de verdad designado el máximo. (Lo que ciega a quienes esgrimen esta objeción es el prejuicio del maximalismo alético.). Consiste el maximalismo alético (que, por cierto, es compartido con la lógica clásica, con la intuicionista y muchas otras, también con las lógicas łukasiewiczianas, subyacentes a las más teorías de conjuntos difusos —p. ej., a las del propio Zadeh) en entronizar la regla de maximalidad, a saber: {p} ⊦ es totalmente verdad que p. En un sistema con tal regla sólo es designado el valor de verdad máximo (por lo cual sacrifican los principios de no-contradicción y tercio excluso, y ahí radica otro de sus defectos).

Mi propia teoría de conjuntos difusos, en cambio, es minimalista-alética, entronizando el principio de apencamiento: si no es del todo falso que p, p. (Equivale ese principio al fuerte de tercio excluso, que es válido en la lógica aquí propuesta: o no es en absoluto verdad que p, o p.)

En el planteamiento estándar (de Zadeh) no es posible aceptar el principio de desincrustación sin que resulten estas dos consecuencias funestas:

1ª) la regla de equiparancia: {Jorge y Eladio son trabajadores} ⊦ Jorge es tan trabajador como Eladio;

2ª) incompatibilidad entre estas dos oraciones (las dos juntas harían a una teoría delicuescente, Post-inconsistente): ‘Matías es alto’, ‘Jacinto es más alto que Matias’.

Dados, pues, los fallos de esos otros planteamientos, paso ahora a proponer mi propia alternativa.

El cálculo cuantificacional *Ac*

(p[(x)] hace las veces de una fórmula «p» en la que no figure ninguna ocurrencia libre de la variable ‘x’.)

El sistema *Ac* es el cuarteto <*Vc*, *Fc*, *Tc*, *Rc*> tal que:

1º) *Vc*, el conjunto de símbolos de Ac, es {x,y,z,u,v,…,∀,(,),H,↓,^,↔} (Aclaración: los paréntesis son símbolos de la notación «oficial», pero las más veces serán omitidos —o reemplazados por un punto reforzante— según la convención «a lo Church».);

2º) *Fc* es el conjunto de fórmulas de *Ac*, o sea, el conjunto de ristras de símbolos de *Ac* (o sea, de miembros de *Vc*) que se generan a tenor de las dos reglas siguientes:

i) la constante sentencial ‘α’ es una fórmula (un miembro de *Fc*);

ii) si «p» y «q» son fórmulas, también lo son entonces: «∀xp» (para cualquier variable que se coloque ahí en lugar de ‘x’), «p↔q», «p^q», «p↓q», «Hp»;

3º) *Tc* es el más pequeño conjunto que abarque a cada instancia de cada uno de los esquemas axiomáticos que figuran más abajo (del A01 al A07) y que esté cerrado con respecto a cada una de las reglas de inferencia de *Ac*, o sea, a cada miembro de *Rc* (a saber, las reglas de la rinf01 a la rinf04).

Definiciones

«~p» abr. «p↓p»;

«p∨q» abr. «~(p↓q)»;

«p∧q» abr. «~p↓~q»;

«¬p» abr. «H~p»;

«½» abr. «α↔α»;

«Lp» abr. «N¬p»;

«0» abr. «½↔α∨¬(½↔~½)»;

«Xp» abr. «p^p»;

«1» abr. «~0»;

«p⊃q» abr. «¬p∨q»;

«Sp» abr. «p∧~p»;

«np» abr. «p^~α»;

«mp» abr. «~n~p»;

«p→q» abr. «q∧p↔p»;

«p≡q» abr. «p⊃q∧.q⊃p»;

«Yp» abr. «p↔α∧p»;

«fp» abr. «¬Yp∧p»;

«Kp» abr. «~X~p»;

«p&q» abr. «Lp∧q»;

«p\q» abr. «p→q∧¬(q→p)»;

«¥p» abr. «np\p&fSp»;

«∃xp» abr. «~∀x(1^~p)».

Esquemas axiomáticos

A01 p∧q⊃p

A02 r∧s↔p⊃(p↓q↔.q↓s∨.q↓r)

A03 p↔q⊃(r↔q↔.p↔r)∧.KXp↔p∧.Yp∨Yq∨¬Y(p^q)∧.fSp∧fSq⊃(p^q\p)∧.p∧q⊃.p^q

A04 q∧p∨p↔p∧.Hp∧Hq↔LH(p∧q)∧.p↔q⊃(Hp∨Hr↔H(q∨r))∧.p^q→p∧.p^1↔p

A05 p↔~q↔(~p↔q)∧.p↔p↔½∧.p’∧p↔q⊃(q^r^s↔.s^r^p∧.s^p’^r)∧.¥p∧f~q⊃¬¥~(p^mq)

A06 p↔q⊃(q⊃p)∧.mp→mnp∨Hp∧.mp→np≡(Yp∨Y~p)∧.q→np∨(p↔mq)∧Lp∨.p→q

A07 ∃x(∀xq^p)↔∀x(∃xp^q)∧∀x(p^q)→(∀xp^q)∧.∀xs\r[(x)]⊃∃x(s\r)∧.
∀xp∧∃xq→∃x(p∧q)∧.∀x¬p→¬∃xp∧.nr\r⊃∃x(r→∃xp→.r→p)

Reglas de inferencia

rinf01 (Modus Ponens) {p, p⊃q} ⊦ q

rinf02 (Generalización universal) {p} ⊦ q (con tal de que «q» sea el resultado de prefijar a «p» un número finito de cuantificadores universales)

rinf03 (Cambio de variables) {p} ⊦ q (con tal de que «q» resulte de «p» sin más que reemplazar uniformemente cada ocurrencia libre en «p» de cierta variable por una ocurrencia libre de otra variable)

rinf04 (Variación alfabética) {p} ⊦ q (con tal de que «q» resulte de reemplazar una cuantificación que haya en «p» por una variante alfabética de la misma).

Lecturas

'α' es 'lo infinitamente verdadero (existente) es verdadero (existente)';

'~' es 'no';

'¬' es 'no…en absoluto' o 'es del todo falso que';

'∨' es 'o';

'↓' es 'ni…ni';

'H' es 'total, entera, completamente';

'^' es 'no sólo…sino tambien';

'↔' es 'exactamente en la misma medida en que' o 'equivale a', o sea, 'es tan cierto (=verdadero) que… como que';

'⊃' es el condicional;

'→' es la implicación ('a lo sumo en la medida en que');

'L' es 'en uno u otro grado' o 'hasta cierto punto (por lo menos)';

'f' es 'un tanto';

'Y' es 'infinitesimalmente', 'un sí es no';

'X' es 'muy';

«p\q» es «es menos verdad que p que (no) que q» o «es más verdad que q que (no) que p»;

'S' es 'es y no es cierto que';

'K' es '(al menos) un poco'.

Una modelización algebraica de este sistema ha sido propuesta en trabajos anteriores. Aunque —por falta de espacio— no voy aquí a explayarme en la exposición de tal semántica, si paso a presentar concisamente uno de los modelos algebraicos. Partimos del intervalo de los reales r tales que o≤r≤1. Para cualquiera de esos reales, llamaráse un hiperreal cada uno de los tres pares siguientes: {r,2}, {r,3},{r,4}.

Introducimos un orden entre los hiperreales así: si r<r’, entonces {r,2} ≤ {r,3} ≤ {r,4}≤ {r’,2}. Llámanse elementos aléticos los hiperreales h tales que {0,3}≤ h ≤ {1,3}. Definimos estas operaciones: si r (0≤r<1) ε h, entonces mh = {r,4}; en caso contrario (e.d., si 1ε h), mh=h. Si r ε h y n ε h (donde n = 2, 3 ó 4), entonces nh={r,n’}, donde r’ es el resultaado de elevar 2 al logaritmo en base r de 2, mientras que n’=4 si n=2, y viceversa, mientras que, si n=3, n’=n; h∧h’ = min{h,h’}; h↔h’ = {½,3} si h=h’, y en caso contrario {0,3}. Si h = {1,3}, Hh=h, mientras que, en caso contrario, Hh = {0,3}. h^h’ = {r×r’,3} si 3 ε h,h’ y r ε h y r’ ε h’; h’^h = h^h’ = {r×r’,4} si r’≠0 y h ={r,4} mientras que h’ es o {r’,3} o {r’,4}; h^h’= h’^h= {r×r’,2} si r,r’≠ 0 y r ε h y r’ ε h’ y o bien 2 ε h o bien 2 ε h’; h^h’ = h’^h = {0,3} si h = {0,3}; h’^h = h^h’ = {0,4} si h = {0,4} ≤ h’.

Todos los elementos aléticos salvo {0,3} son designados. El único elemento alético que no es antidesignado es {1,3}. Para cualquier *Ac*-teoría defínese una valuación como una función cuyos argumentos son las fbfs de la teoría y cuyos valores pertenecen al conjunto de elementos aléticos. Una valuación v es admisible ssi, para cualesquiera fbfs, p, q: v(α) = {0,4}, v(Hp) = Hvp, v(p↔q) = vp↔vq, v(p∧q) = vp∧vq, v(p^q) = vp^vq, v(~p) = ~vp, v(mp) = mvp, v(np) = nvp. v(∀xp) = inf {u: hay una valuación, v’, que es una x-variante de v y tal que v’(p)=u}. (No cabe confusión por el doble uso de esos signos, a la izquierda de cada ecuación como símbolo de *Ac*, a la derecha como operador en la estructura de los elementos aléticos.) Es una tautología (una contradicción) una fbf p tal que, para cualquier valuación admisible v, vp es designado (es antidesignado). Hay muchas tautologías contradictorias (p.ej., «p↔p», ‘α’ y miles más).

La idea intuitiva subyacente es que los hiperreales son grados de verdad tales que, si r es un grado real, {r,3} es simplemente el propio r, mientras que {r,2} es un grado sólo infinitesimalmente menor que r y {r,4} es un grado sólo infinitesimalmente mayor que r. Gracias a la introducción de hiperreales consíguese que el ínfimo de los grados positivos sea positivo (con lo cual, si de cada ente por separado se dice con verdad que es esto-o-aquello, diráse con verdad que todo ente es esto-o-aquello).

La teoría de conjuntos AcML

Añadense infinitas constantes individuales a los signos de Ac.

Reglas de formación:

1ª) Si «x» y «y» son variables o constantes individuales, «xy» es una fbf;

2ª) A partir de tal regla procédese como en Ac. («yx» se lee: «y abarca a x».)

Definiciones adicionales:

«x=y» abr. «∀z(xz↔yz)»;

«λxpz» abr. «∃y∀x(p[y]∧∃u(ux)↔yx&yz)»;

«zλxp» abr. «∃y∀x(p[y]∧∃u(ux)↔yx&zy)».

Axiomas:

Todo axioma de *Ac* lo es también de *AclML*. Sonlo además:

A08 $x=y\wedge p'\supset p$;

A09 $\exists y\forall x(p[y]\wedge\exists u(ux)\leftrightarrow yx)$;

A10 $\exists u(u\lambda xp)$, con tal de que «p» sea una fórmula estratificada cuyos cuantificadores están restringidos a elementos —lo mismo que en el sistema clásico ML. En el esquema A08 se entiende que «p'» es como «p» salvo por el reemplazo de ocurrencias libres de «y» que haya en «p» por sendas ocurrencias libres de «x».

Reglas de inferencia:

las mismas que en *Ac*.

Aplicaciones del sistema al estudio de los comparativos

Una oración del tipo más elemental, sujeto-predicado, es formalizada así: el predicado denotará a un conjunto, u; el sujeto a otro, x; y toda la fórmula se simbolizará como «ux». Todo modificador alético (como 'muy', 'un tanto', 'totalmente') que en la estructura superficial está encastrado en el predicado es simbolizado (representándose así la postulada estructura profunda) prefijando el modificador a toda la fórmula, si ésta es elemental. He aquí algunas tesis lógicas del sistema *AcML* (permitiéndonos en la expresión de las mismas ciertas variaciones estilisticas; téngase presente que «$p\rightarrow q$» se lee indistintamente como «p a lo sumo en la medida en que q», e.d., «p a lo sumo tanto como q», o como «q por lo menos en la medida en que p»):

1ª) Si Tarsicio es más listo que Ubaldo, Tarsicio es listo y Ubaldo no es listo (es éste el principio de Platón).

2ª) Si Tarsicio es un sí es no listo y Ubaldo es más listo que él, Ubaldo es un tanto listo.

3ª) Si Tarsicio es listo hasta cierto punto por lo menos, Tarsicio es listo (principio de apencamiento).

4ª) Si Senén es menos atrevido que Lucas y éste es un sí es no atrevido, Senén no es atrevido en absoluto.

5ª) Si Etelvina es más lista que estudiosa, Etelvina no es estudiosa.

6ª) O bien Basilio es tan respetuoso como Celina, o lo es más que ella o lo es menos que ella.

7ª) En la medida al menos en que Ramón sea impaciente, será falso que es a lo sumo tan impaciente como no impaciente (principio de abducción para la implicación).

8ª) Si Ramón es tan tranquilo como Tarsicio, entonces es totalmente falso que sea más tranquilo que él.

9ª) Si Tarsicio es menos listo que Ramón, entonces es totalmente falso que sea igual de listo que él.

10ª) Si Senén es más valiente que Carmelo y éste es al menos tan valiente como Tarsicio, Senén es más valiente que Tarsicio.

11ª) Si Silvia es más juguetona que César y éste es más juguetón que Lupe, Silvia es más juguetona que Lupe.

12ª) Si Claudio es un sí es no interesado y Pedro es más desinteresado que él, Pedro es totalmente desinteresado (suponiendo que ser desinteresado sea lo mismo que no ser interesado).

13ª) Ramón es menos derrochón que manirroto y menos manirroto que espléndido sólo si es menos derrochón que espléndido.

14ª) Si Arévalo está más al norte que (es más norteño que) Toledo pero más al sur que Palencia, Arévalo está al norte y al sur (y, entonces, si estar al sur implica no estar al norte, Arévalo está y no está al norte).

Los siguientes asertos no son, en cambio, tesis lógicas de *AcML*:

1º) Si Lucio es aseado y Marcial no lo es, Lucio es más aseado que Marcial.

2º) Si Marcelo es generoso y si también lo es Daniel, Daniel es tan generoso como Marcelo.

3º) Si Eloy no es tan revoltoso como Fátima, entonces o es más revoltoso que Fátima o es menos revoltoso que Fátima (pero nótese que sí es, en cambio, una tesis lógica de *AcML* el resultado de reemplazar ahí el 'no' por la negación fuerte: 'no…en absoluto').

4º) Si Fernando es y no es friolero, su casa es horrible (observación identica a la anterior: el principio de Escoto no vale, pues, en esta lógica para la negación simple, mas sí vale para la fuerte).

Llámanse lógicas *paraconsistentes* las que contienen una negación para la cual no entronizan el principio de Escoto; *superconsistentes con respecto a una negación* las que no son (con respecto a ella) paraconsistentes; *superconsistentes* (a secas) las que no son paraconsistentes con respecto a ninguna negación. *Ac* es una lógica paraconsistente; eslo con respecto a la negación '~' —aunque es superconsistente con relación a la negación '¬'. (Son, en cambio, superconsistentes a secas tanto la lógica clásica y la intuicionista como las łukasiewiczianas, las de Post, las de Kleene, las de Gödel y muchas más.)

Cuando queramos aplicar este tratamiento a oraciones comparativas más complejas, lo único que tendremos que hacer será hallar la representación lógica de las oraciones atómicas: en lo tocante a la estructura comparativa, aplícanse inalterablemente los mismos principios. Así, p.ej., 'Acaricia al gato más que al perro' será 'Es menos verdad que acaricia al perro que (no) que acaricia al gato', cualquiera que sea la estructura de 'acaricia al perro' y 'acaricia al gato'. Otrosí con respecto a 'Aprobó más por influencias que por sus propios méritos' o cualquier otro ejemplo. Por todo ello, escapa este tratamiento a todas las objeciones formuladas en la Sección anterior contra los enfoques de Carnap y Klein.

Terminaré con unas someras consideraciones sobre pragmática y semántica. Uno de los reproches que se dirigirán contra la presente propuesta es que autoriza a decir demasiadas cosas. Respondo que la «ilicitud» de algunas de tales cosas es meramente (inconveniencia) pragmática; así, p.ej., será acaso improcedente decir en un contexto que Petra es descarada si sólo lo es un sí es no; normalmente podrán exigirse umbrales de, p.ej., un 50% de verdad para que sea admisible (admisiblemente verdadera) una afirmación en un entorno de elocución; pero no es que, en bajando de tal umbral, lo dicho sea del todo falso y, por ende, semánticamente inafirmable (con verdad). ¡No! Si tiene verdad parcial (aunque sea poca), tiene verdad; eso es tan verdadero cuan verdadera sea la apódosis: ¿que es sólo un poquitín verdadera? ¡Pues así, un poquitín verdadero, será todo el enunciado condicional! De ahí que algunas de las tesis lógicas de *AcML* puedan no ser comunicacionalmente pertinentes en muchos contextos: ¿por qué habían de serlo? (P.ej., 'Existe lo infinitesimalmente existente' es una tesis lógica de *Ac* que, salvo en contextos como éste, suele no ser comunicacionalmente pertinente —ni siquiera comunicacionalmente admisible.)

Mi tratamiento es, a diferencia del de Klein, semántico y no pragmático; pero por eso mismo deja a la pragmática el cuidado de deslindar, de entre las tesis reconocidas como lógicamente válidas, el estudio de cuáles convenga o no decir en unos u otros contextos. Teniendo en cuenta todo eso, no debería extrañar sobremanera que el tratamiento aquí propuesto autorice la formulación de enunciados comparativos poco o nada usuales, como 'Leoncio es más alto que Pepe gordo': frases así serán infrecuentes, habrá pocos contextos en los que resulta pertinente enunciarlas; pero, sobre que de hecho no es inimaginable un contexto en el que sea oportuna una prolación de un enunciado así (medite en ello el lector), eso es una cuestión pragmática, no semántica.

En resumen, la teoría aquí propuesta da cuenta de un enunciado comparativo diciendo que 'Noruega es más lluviosa que Suecia' es una oración verdadera ssi es más verdad que Noruega es lluviosa que no que lo es Suecia; y eso sucede ssi el grado de verdad de 'Suecia es lluviosa' es menor que el de 'Noruega es lluviosa'. A mi juicio ésa es la concepción ingenua de los comparativos.

§3ª. Bibliografía

Carnap, Rudolf, *Meaning and Necessity*, University of Chicago Press, Chicago, 1970 (2ª ed., 6ª reimpr.), pp. 227 y ss.

Klein, Ewan, «Semantics for Positive and Comparative Adjectives», *Linguistics and Philosophy*, 4/ 1 (1980), pp. 1-45.

Lakoff, G., «Hedges: A Study in Meaning Criteria and the Logic of Fuzzy Concepts», en D.Hockney *et al.*, *Contemporary Research in Philosophical Logic and Linguistic Semantics*, Reidel, Dordrecht, 1975, pp. 221-271.

Quine, W., *Filosofía de la lógica* (trad. Manuel Sacristán, Alianza. Madrid. 1977 (2ª ed.), pp. 133-134.

Seuren, Pieter A.M., «The Comparative», en F. Kiefer y N.Ruwet, etc., *Generative Grammar in Europe*, Reidel, Dordrecht, 1973, pp. 528-564.