Lorenzo Peña

# «Nuevos avances en la articulación y en las aplicaciones de lógicas aléticas»

publicado en
***Lenguajes naturales y lenguajes formales VII***
comp. por Carlos Martín Vide

Barcelona: PPU
(Promociones y Publicaciones Universitarias)
1992
págªs 209-220.

ISBN 84-7665-988-1

# NUEVOS AVANCES EN LA ARTICULACIÓN Y EN LAS APLICACIONES DE LÓGICAS ALÉTICAS

**Lorenzo Peña**
Instituto de Filosofía del CSIC

**New Advances in the Implementation and Applications of Truth Logics**

Von Wright's Truth Logics are are shown to enjoy strong philosophical motivations and to possess attractive model-theoretic qualities. Some objetions levelled at them are unwarranted. Nonetheless, von Wright's claim that one of his truth logics is a paraconsistent one is found fault with, since, unlike paraconsistent systems, all those truth logics enforce Cornubia's rule (namely: p, ~p $\vdash$ q). Alternative truth logics are briefly sketched.

Sumario



---

Llámanse **lógicas aléticas** (en inglés **Truth Logics**) a aquellos sistemas lógicos que contienen un operador especial, 'T', dotado de ciertas características que lo aproximen a la teorematicidad del esquema T de Tarski. En términos de lógica algebraica, será [lo correspondiente a] un operador topológico aditivo.

Una interesante familia de lógicas aléticas han sido propuestas e investigadas por Georg Henrik von Wright, en una serie de trabajos: «Time, Change and Contradiction» [1969, abr. aquí como «[TCC]»]; «Truth and Logic» [1984, abr. como «[TrL]»] —incluidos ambos en sus ***Philosophical Papers***, resp. vols. II & III—; «Truth, Negation and contradiction», ***Synthese*** vol. 66 [1986]; y «Truth Logics», ***Logique et Analyse*** 1987, pp. 311ss. El título de este último lo abreviaré como «[ThLs]». El presente ensayo está dedicado a estudiar las lógicas propuestas en esos trabajos.

♣ ♣ ♣ ♣ ♣ ♣ ♣

## §1.— *El enfoque de los "estados" en [TCC]*

La idea central de [TCC] es la de asociar un **estado** a un lapso de tiempo. En vez de tomarse en consideración como "tiempos" meros instantes, se toman intervalos o lapsos. Podemos a efectos prácticos tomar un estado y llamar con la expresión que usemos para denominarlo a la parte del tiempo en que el mismo tenga lugar. Así, si primero sucede que p y luego que no-p, diremos que el lapso total considerado se divide en dos partes, la primera p y la segunda no-p. La asociación va más lejos, puesto que von Wright supone que sólo puede haber diferencia entre dos lapsos, $t^1$ y $t^2$, si hay estados r y s tales que en $t^1$ tenga lugar r y en $t^2$ s, mas no viceversa. Eso equivale a suponer que serían idénticos cualesquiera lapsos indistinguibles por su contenido.

Para que un lapso de tiempo sea infinitamente divisible, es, pues, menester que haya una infinidad de estados de cosas.

Supongamos ahora que primero sucede que p y luego que no-p. El cambio de p a no-p puede ser abrupto o bien continuo. Si es abrupto, no hay problema: podemos imaginar un cuerpo en tal estado durante todo el lapso $t^1$ y que, perdiendo súbitamente esa cualidad, pasa de pronto al estado opuesto durante todo el lapso $t^2$, a pesar de que éste último es inmediatamente posterior a $t^1$. Que eso se dé o no es otra cuestión. Pero —añade von Wright— hay cambios de los que pensamos que no son así, sino que son continuos; cambios en los cuales hay alguna transición de lo uno a lo otro. En tales cambios no podemos tener que el estado p se dé durante todo el lapso $t^1$ y no-p durante todo el lapso $t^2$, sino que ha de haber un tránsito de lo primero a lo segundo. Y, ¿en qué puede consistir ese tránsito? Según von Wright no en que haya un lapso temporal durante todo el cual tengan lugar tanto p cuanto no-p, ya que ello constituiría una presencia completa del estado p y a la vez una ausencia completa de ese mismo estado; pueda darse o no, una combinación tal de total presencia y total ausencia de un estado no podría constituir un paso de la presencia a la ausencia ni viceversa. ¡No!: lo que constituye el tránsito será un lapso tal que ni sea verdad que durante [todo] ese lapso sucede que p ni tampoco sea verdad que durante [todo] él sucede que no-p. Eso puede darse si un lapso es tal que, por más que se lo subdivida en partes, siempre una de las mismas será tal que durante parte de ella sea cierto que p pero también durante otra parte sea falso que p. Von Wright nos dice al respecto (p. 131):

> I have **not** wanted to assert that there are contradictions in nature, nor to deny that time is continuous. But I have tried to show that there is a relation between contradiction and the continuity of time. The observation is simply this: If a change is continuous, it will pass through a phase when the world is in both of two contradictorily related states.

Escrito en un momento en que las lógicas paraconsistentes apenas habían empezado a existir, ese trabajo de von Wright nos impresiona por su enorme lucidez, por el destello de clarividencia con el cual el gran lógico escandinavo se anticipa a planteamientos actuales del problema. Sin embargo, lo más interesante para nuestro presente propósito es examinar el operador que, para un tratamiento formal de su enfoque, propone nuestro autor en ese lugar. Von Wright lo escribe como ‘N’ (que quiere recordar la noción de necesidad y así traer a colación similitudes con el operador modal fuerte). Mas voy a permitirme transcribirlo como ‘T’, puesto que me parece que ello será ilustrativo para lo que expondré más abajo. Para ese operador propone von Wright cuatro axiomas:

B1. $T(p\&q)\leftrightarrow.Tp\&Tq$ B2. $T(p\lor q)\rightarrow.Tp\lor Tq$

B3. $T(p\lor\sim p)$ B4. $\sim T(p\&\sim p)$

Es fácil percatarse de que todos esos principios se deducen del esquema T de Tarski, si bien es cierto que la conyunción de esos cuatro axiomas es, así y todo, más débil que el citado esquema. Podríamos ver en una lógica con ese operador un tratamiento formal de la noción de verdad que no llegara tan lejos como la noción presuntamente “intuitiva” capturada por el esquema de Tarski, pero que se aproximara a ella razonablemente. Pues bien, la propuesta de von Wright al final de su trabajo —cuando sugiere aceptar en cierto sentido contradicciones verdaderas— es, no la de suponer que haya lapsos a los que no se aplique el axioma B4 (principio alético de no-contradicción), sino que los haya a los que se aplique la negación de la instancia correspondiente de B3. Eso resulta sin duda sorprendente, ya que entonces una situación de algún modo contradictoria vendrá caracterizada no por la verdad de una contradicción sino por la falsedad de la instancia correspondiente del tercio excluso. Si leemos 'T' como '**siempre**' —que es una lectura próxima a la que en el citado trabajo brinda nuestro filósofo—, esos lapsos serán aquellos en los que sea verdad que **a veces p y a veces no-p**. Pero el propio von Wright implícitamente propone otra lectura de 'T' (en la págª 129 del loc.cit.), como **verdad total** o **presencia completa** del estado en cuestión. La idea sería entonces que hay situaciones en las cuales falla B3 porque en las mismas no es completamente verdad que **p-o-no-p**, toda vez que, en virtud de B2, si esto fuera verdad, entonces o bien sería completamente verdad que p o bien sería completamente verdad que no-p. (Donde yo pongo 'completamente' —tomándolo del propio texto de von Wright: 'the complete presence' vs 'the complete absence of this state', expresadas respectivamente por «Tp» y por «T~p»—, cabe poner 'siempre', que es una lectura preferida por von Wright en ese lugar.)

No me parece que, a pesar de sus inexagerables méritos, ese planteamiento resulte adecuado para comprender el cambio, por lo menos si persistimos en leer el operador considerado según lo hace el propio von Wright, con una lectura temporal. Porque, si durante $t^1$ es verdad que p y durante $t^2$ que no-p, sin que $t^1$ esté separado de $t^2$ por ningún lapso intermedio, ¿como vamos a entender la existencia de un lapso en el que no sea verdad p-y-no-p, pero sí sea verdad que a veces p y a veces no-p? Sin duda podemos pensar en un lapso $t^3$ que se superponga en parte con $t^1$ y en parte con $t^2$ y tal que en $t^3$ se dé el tránsito del estado p al estado no-p. Lo que viene a proponernos ese tratamiento de von Wright es, no que sea verdad que en $t^3$ sucede p y también sucede no-p, sino que en $t^3$ es verdad que a veces p y a veces no-p; o, dicho de otro modo, que en $t^3$ ni es afirmable que [siempre] p ni lo es que [siempre] no-p. El lapso $t^3$ será tal que, por más que lo dividamos, encontraremos partes suyas en las que p, partes en las que no-p, y partes en las que ni p ni no-p, e.d. partes en las que durante una parte p y durante otra parte no-p. Pero ¿cómo es que puede ser así? Parece obvio que, para cualquier lapso t que sea una de estas últimas partes, tendrá que haber un sublapso primero en el que sea, por lo menos, más verdad que p, otro segundo en el que sea más verdad que no-p. Lo de que siempre quede un residuo, por minúsculo que sea, en el que no sean discernibles los estados sucesivos p y no-p sólo se entendería si es que hubiera una "mezcla" irresoluble de los mismos, p.ej. en casos de oscilación. Pero evidentemente la intención de von Wright no es la de referirse a oscilaciones, pues eso quitaría generalidad a su solución.

En cambio, si leemos el operador como uno de **verdad completa** (lectura de paso sugerida —ya lo hemos visto— por von Wright), entonces sí está claro por qué habrá en cada tránsito continuo un trecho temporal en el que falle B3. En ese trecho será parcialmente verdad p-y-no-p. Lo que pasa es que para esta lectura sería probablemente mejor reforzar B2, reemplazando en él el functor condicional por un bicondicional. No sólo es implicada la disyunción entre la completa verdad de p y la de q por la completa verdad de la disyunción entre p y q, sino también viceversa. En la medida en que sea totalmente cierto que p, será (a mayor abundamiento, cabe decir) totalmente verdad que p-o-q. Si el vaso está del todo lleno, entonces es totalmente verdad que está lleno-o-vacío (salvo que se rechace el principio de adición, cual lo proponen algunos).

Lo que en cualquier caso resulta palmario es que, dentro de este enfoque, hay, o puede haber, entre lo [completamente o siempre] verdadero y lo [completamente o siempre] falso una "zona" intermedia. Si se identifica lo **verdadero** a secas con lo completamente o siempre verdadero, entonces esa zona será una en la que no se dará ni verdad ni falsedad. Dicho de otro modo: si los únicos valores veritativos son "la verdad" a secas, entendida como lo totalmente verdadero, y “la falsedad” a secas, entendida como lo totalmente falso, entonces este tratamiento contempla la existencia de «truth-value gaps» o huecos verivalentes.

♣ ♣ ♣ ♣ ♣ ♣ ♣

## §2.— *Concepto fuerte y concepto débil del operador de verdad*

En [TrL] ofrece von Wright un tratamiento formal del operador alético que aspira a poder dar cuenta satisfactoriamente de problemas como los de la verdad parcial, la vaguedad o gradualidad de ciertas propiedades y el cambio. Por esta última aplicación se echa de ver la similitud (parcial) con la problemática del escrito anterior. Pero la conexión va mucho más lejos, toda vez que los axiomas que propone ahora von Wright guardan estrecho parecido con los que hemos visto más arriba. Helos aquí:

A1. $T\sim p\rightarrow\sim Tp$

A2. $Tp\leftrightarrow T\sim\sim p$

A3. $T(p\&q)\leftrightarrow.Tp\&Tq$

A4. $T\sim(p\&q)\leftrightarrow.T\sim p\vee T\sim q$

A5. $T\sim Tp\leftrightarrow\sim Tp$

El propio von Wright propone como versión alternativa de A4 ésta: $\ulcorner T(p\vee q)\leftrightarrow.Tp\vee Tq\urcorner$. Trátase, pues, de la versión reforzada del axioma B2 de §1. Pero en el nuevo enfoque ya no figuran los viejos axiomas B3 y B4 de §1, sino que vienen reemplazados por el siguiente esquema axiomático: cada esquema oracional que sea teoremático en LC (la **lógica clásica**) será tal que, sustituyendo uniformemente en él cada letra esquemática por una T-fórmula, el resultado será teoremático en LT (la lógica alética) —donde una T-fórmula es una fórmula en la que no hay ninguna oración que no esté en el alcance de al menos una ocurrencia del operador ‘T’. LT añade a ese esquema axiomático todas las instancias de A1, A2, A3, A4 y A5 y dos reglas de inferencia, a saber: (MP): $\ulcorner p\urcorner$, $\ulcorner p\rightarrow q\urcorner \vdash \ulcorner q\urcorner$; la regla de Gödel, (RG): $\ulcorner p\urcorner \vdash \ulcorner Tp\urcorner$. Sin embargo estas dos reglas vienen propuestas tan sólo para deducir teoremas a partir de teoremas.

Lo más de señalarse es que este sistema no reconoce como verdades lógicas aquellas que sean teoremas de LC y en las cuales algún enunciado no esté bajo el alcance de ninguna ocurrencia del operador de verdad. Esa va a ser una constante de las reelaboraciones ulteriores que nos ha ofrecido más recientemente von Wright.

Salta a la vista que este tratamiento no incorpora el esquema T de Tarski, ya que $\ulcorner Tp\leftrightarrow p\urcorner$ no es teoremático en LT. Ni siquiera es teoremático $\ulcorner Tp\rightarrow p\urcorner$. Entre los esquemas que no son teoremáticos en LT están éstos: $\ulcorner T(p\vee\sim p)\urcorner$, $\ulcorner Tp\vee T\sim p\urcorner$. Von Wright dice al respecto (p. 33) que en ese marco aparecen como equivalentes el principio de tercio excluso y la llamada ley de bivalencia —lo que no quita para introducir un distingo terminológico, si uno lo desea, diciendo que el tercio excluso es el esquema $\ulcorner Tp\vee\sim Tp\urcorner$, que sí es teoremático.

Ahora bien, si en el trabajo anteriormente considerado von Wright parece no admitir entre lo verdadero y lo falso más que una zona que carecería tanto de verdad cuanto de falsedad (al haber identificado implícitamente la verdad con completa verdad), ahora contempla un operador dual del recién presentado ‘T’; aunque él no ofrece ninguna escritura especial, yo lo transcribiré como ‘L’. Defínese $\ulcorner Lp\urcorner$ como $\ulcorner\sim T\sim p\urcorner$. Vale en LT el esquema $\ulcorner Tp\rightarrow Lp\urcorner$: lo que es verdadero no es falso.

¿Qué se hace el PNC (**principio de no-contradicción**) en el nuevo sistema? Según lo dice von Wright (p. 36),

> T-logic does not establish that contradictions, unrestrictedly, are **false** (...). They are false only when the propositions contradicting each other are themselves either true or false. Tp∨T~p↔T~(p&~p) is a theorem. But a contradiction which is not false is not true either. If a contradiction is not false, then the contradicting propositions are themselves neither true nor false.

Von Wright vuelve ahora a tomar el problema del cambio —según lo había abordado en [TCC]—, junto con otras aplicaciones filosóficas ya aludidas. El contexto de su discusión al respecto (p. 37) revela que para él, si a una situación, p, le es aplicable el operador T (o, si se prefiere, si es tal que a una oración que la represente le será aplicable con verdad ese operador), será porque no **resulte posible decir si** p se da o no se da, o también porque lo que se esté dando sea un estado de cosas en el que ni sea **unívocamente** tal que p ni sea unívocamente tal que no-p. Las aclaraciones ulteriores precisan que esa zona de transición o franja intermedia es aquella en la que no se aplica con total o absoluta verdad ni un predicado ni su complemento. Lo que pasa es que hay en todo eso dos nociones de suyo diferentes pero que von Wright asocia hasta quizá identificarlas (no sé si dándose cuenta o sin dársela): una puramente epistémica (falta de claridad, incertidumbre), otra óntica (un hallarse el estado de cosas en cuestión realmente entre el ser-así y el no-ser-así).

Volviendo al operador definido 'L', von Wright nos dice que el mismo encierra otra noción de verdad, una débil, mientras que 'T' capturaría una noción fuerte de verdad. Creo que todo esto muestra bien a las claras que lo que von Wright entiende por 'Es verdad que', según estaría representada esta locución por su operador 'T', expresa **verdad completa, total, en el máximo grado posible**. En cambio, 'L' expresaría **verdad [al menos] parcial, al menos hasta cierto punto, en uno u otro grado**. Tomando el vocablo 'verdadero' o 'cierto' en el sentido débil o atenuado capturado por 'L', von Wright está ahora dispuesto a admitir que hay contradicciones verdaderas, e.d. que hay oraciones ⌜p⌝ tales que ⌜L(p&~p)⌝ es afirmable con verdad.

Pero lo que en cualquier caso no contempla von Wright es una noción de verdad que esté entre la débil y la fuerte. Léase, ya sea 'T', ya sea 'L', como 'Es verdad que': en cualquiera de los dos casos, resultará inafirmable un enunciado, ⌜p⌝, tal que ⌜Lp⌝ sea afirmable mas no lo sea ⌜Tp⌝. Esta lógica no prevé, por decirlo así, ningún "punto de interpolación": entroniza el esquema ⌜Tp→Lp⌝, pero no ⌜Tp→p⌝ ni ⌜p→Lp⌝, ni, menos todavía, la regla Lp ⊢ p (ni siquiera la regla p ⊢ Lp).

Ahora bien, tomemos en serio la noción blanda o suave de verdad, la que vendría incorporada por el operador 'L'. Suponemos una situación, p, tal que es [en ese sentido] verdad que p y también lo es que no-p. Puede ser cualquiera de las situaciones contempladas por von Wright en el trabajo que estoy estudiando: la que consiste en que un cuerpo tenga tal cualidad cuando lo que sí será **totalmente** verdad es que una parte de él sí la tiene (mas no todas sus partes); o una situación en que se **está cambiando** de un estado a su ausencia o viceversa; o un estado cualquiera de gradualidad. En el supuesto, será verdad que p; y, sin embargo, ⌜p⌝ no será afirmable a tenor del enfoque lógico que estamos considerando. Habrá algo verdadero y tal, no obstante, que no se haga una afirmación verdadera al decirse ese algo, sino sólo cuando se diga que eso es verdad. O sea, la noción blanda o suave de verdad será sin embargo lo suficientemente dura como para no permitir sacar de la premisa «Es verdad que p» la conclusión «p» a secas (ni siquiera, dentro de este marco, cabrá la inferencia inversa).

♣ ♣ ♣ ♣ ♣ ♣ ♣

§3.— *El desarrollo ulterior de LT*

El trabajo más culminante en la serie de escritos consagrados por von Wright al operador de verdad es [ThLs]. Parte von Wright de un núcleo de sistema que sería el resultado de: 1º) amputarle el cálculo examinado en §2 los axiomas A1 y A5; 2º) modificar RG así: ⌜p⌝ ├ ⌜Tp&~T~p⌝. De ese modo, el sistema resultante es tal que lo mismo puede tomarse el operador de verdad en el sentido duro o fuerte que en el sentido débil o blando. Llamemos al sistema así obtenido: $LT^1$. Luego vienen añadidos esos dos axiomas con lo cual se forma $LT^2$. $LT^2$ es el mismo sistema que el examinado en el § precedente (carece de importancia en $LT^2$ la formulación diversa de RG). Pone de relieve von Wright que, mientras en el sistema nuclear o básico, $LT^1$, son perfectamente reemplazables, sin que se note, ‘T’ por ‘L’ y viceversa, eso ya no es cierto en $LT^2$. No hay —nos dice ahora— inconveniente alguno en emplear el adjetivo ‘verdadero’ sea para expresar ‘T’ sea para expresar ‘L’, diciendo, en este último caso, que en las zonas de transición, en las franjas intermedias, se están dando contradicciones verdaderas: lo que pasa es que el reemplazo de un modo de hablar por el otro conlleva una alteración conceptual (*conceptual shift*). La diferencia entre $LT^3$ y $LT^2$ estriba en que en $LT^3$ es axiomática, en vez de A1, la implicación inversa de A1 (o —equivalentemente— la ley de bivalencia, a saber: ⌜Tp∨T~p⌝). No hay que perder de vista que, en el fondo, lo que en $LT^2$ se escribe ‘T’ escríbese en $LT^3$ como ‘L’ y a la inversa. Con tal, pues, de que la traducción de un sistema al otro sea cuidadosa, sorteándose el peligro de una pseudotraducción literal, no pasa nada: ambos sistemas coinciden en realidad.

Tomemos ahora el resultado de amputarle a $LT^2$ el esquema A1, o equivalentemente quitarle a $LT^3$ el esquema converso de A1. El resultado será el sistema $LT^4$. En $LT^4$ es teoremático el esquema ⌜TTp↔Tp⌝. Pero no es teoremático el esquema ⌜Tp→Lp⌝.

Alternativamente, añadamos a $LT^1$ la versión bicondicional de A1, e.d. ⌜T~p↔~Tp⌝, o su equivalente ⌜Lp↔Tp⌝: el sistema resultante, $LT^5$ es, en cierto sentido, [como] LC, pero no del todo: de hecho siguen sin ser teoremáticos en el sistema resultante todos los enunciados que contengan alguna oración que no esté en el alcance de ningún ‘T’. Así y todo, von Wright llama a ese sistema **CL**.

Examina von Wright a continuación otro sistema, LTM, que resulta de añadir a $LT^1$ el esquema axiomático A6: ⌜Tp→p⌝. En LTM se prueban A1 y A5 sin necesidad de postularlos como axiomas. El sistema dual será LT’M (una extensión de $LT^3$), que, en vez de A6, incorporará como axiomático A7: ⌜Lp→p⌝. De nuevo tenemos que percatarnos de que en realidad ambos sistemas son equivalentes, sólo que no intertraducibles literalmente. Lo interasante estriba empero en añadir a $LT^1$ otro axioma diferente tanto de A6 cuanto de A7, a saber A8: ⌜Tp&~T~p→p⌝. A8 es menos fuerte que A6 y también menos fuerte que A7. Sin embargo sí es lo bastante fuerte el sistema resultante, LT"M, como para que en él sea demostrable A5. LT"M es una extensión de $LT^4$. Por último, si, en vez de A6 y A7, añadimos como esquema axiomático A9 (a saber: ⌜p→.Tp&~T~p⌝), lo que obtenemos será CLM, que es una extensión de CL. En CLM se demuestra entonces ⌜Tp↔p⌝. Von Wright considera que CLM es una particular lógica de la verdad, un cálculo en el cual el operador ‘T’ se hace redundante. CLM resulta alternativamente de añadir a LTM como axiomático el esquema ⌜Tp∨T~p⌝ (teoremático en $LT^3$). Igualmente resulta CLM de añadir a LT'M el esquema axiomático ⌜~(Tp&T~p)⌝ —teoremático en $LT^2$. El primero de esos esquemas es la versión fuerte del principio de tercio excluso. El segundo es la versión fuerte del principio de no contradicción.

Propone von Wright un modelo tetravalente, que es la siguiente matriz (aunque la actual presentación es diferente):

| p | ~p | Tp | & | 4 | 3 | 2 | 1 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 4 | 1 | 4 | 4 | 4 | 3 | 2 | 1 |
| 3 | 3 | 4 | 3 | 3 | 3 | 1 | 1 |
| 2 | 2 | 1 | 2 | 2 | 1 | 2 | 1 |
| 1 | 4 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |

El valor 2 aquí significa "ni verdadero ni falso"; el 3: "verdadero y falso"; el 4 es la verdad unívoca, mientras que el 1 es la falsedad unívoca. El único valor **designado** es el 4. Defínense las otras conectivas de la manera habitual (⌜p→q⌝, p.ej., abrevia a ⌜~(p&~q)⌝). Las tautologías clásicas (salvo aquellas en las que cada letra esquemática está bajo el alcance de una ocurrencia de 'T') no son, pues, tautológicas con arreglo a este modelo. Así ⌜p∨~p⌝ no es fórmula válida en este modelo.

CLM partiría del supuesto de que no existen los valores 3 y 2. O sea, omitiendo esos dos valores, tendremos un modelo para CLM. Si en cambio omitimos únicamente el valor 3, el resultado será un modelo de LTM. Si omitimos sólo el 2, tendremos un modelo de LT'M.

En lo tocante a los "sistemas no mixtos", $LT^1$, $LT^2$, $LT^3$, y CL, obtenemos este resultado: puesto que en ellos no hay fórmulas mixtas que sean teoremáticas, sólo nos interesan fórmulas tales que todas las subfórmulas [hasta donde sea pertinente el análisis] empiecen por una ocurrencia de 'T'; cada una de ellas tendrá un valor o bien de 1 o bien de 4. $LT^2$ excluirá casos en que, para cierto ⌜p⌝, se tenga que el *v*(⌜Tp⌝) = *v*(⌜T~p⌝) = 4; $LT^3$ excluye casos en que *v*(⌜Tp⌝) = *v*(⌜T~p⌝) = 1; CL tanto los unos cuanto los otros; $LT^4$ no excluye ni a los unos ni a los otros. (Nótese que este tratamiento semántico para $TL^2$, $TL^3$, $TL^4$ y CL no es verifuncional: todo lo que viene estipulado es que, ***si*** tal fórmula tiene tal valor, tal otra, con ella relacionada de determinada manera, tenga, o deje de tener, tal otro valor.)

Por último, von Wright esboza una escalada hacia lógicas aléticas de órdenes superiores. Tomemos una cualquiera de las lógicas aléticas aquí consideradas, p.ej. $LT^1$: postulemos ahora como axiomas de una nueva lógica, $LT^1_2$ cada resultado de prefijar uniformemente en un teorema de $LT^1$ a cada una de las letras esquemáticas una ocurrencia de 'T'. Esta lógica alética de orden superior es más débil. Mientras que ⌜TTp∨T~Tp⌝ es un esquema teoremático de las lógicas aléticas de primer orden, no lo es de $LT^1_2$. El interés de esa introducción de cálculos aléticos de orden superior estriba en la posibilidad de que haya T-fórmulas que no sean ni verdaderas ni falsas.

♣ ♣ ♣ ♣ ♣ ♣ ♣

## §4.— *¿Es LT $^3$ una lógica paraconsistente?*

Afirma von Wright en [ThLs] que, mientras LT² y sus extensiones conllevan un planteamiento que admite huecos verivalentes, LT³ es un enfoque paraconsistente. LT² autorizaría franjas sin valor de verdad, al paso que LT³ no toleraría eso sino sólo zonas de solapamiento entre la verdad y la falsedad. TL⁴ toleraría ambas cosas, y por último CL los excluiría todos ellos.

No cabe duda de que efectivamente se da un estrecho parentesco entre LT³ y una lógica paraconsistente. En lo tocante a la motivación, es palmaria la afinidad entre el tratamiento de von Wright y los emprendidos por algunos lógicos paraconsistentes. Sin embargo, en el sentido usual no es paraconsistente ninguna de las lógicas aléticas aquí consideradas, ni siquiera LT³. En efecto, lo más corriente es definir como **lógicas paraconsistentes** aquellas en las que no sea derivable la **regla de Cornubia** (también llamada **regla de Escoto**), a saber: ⌜p⌝, ⌜~p⌝ ⊦ ⌜q⌝. Ahora bien, esa regla es derivable en todos los sistemas aléticos estudiados más arriba: para que quepa afirmar un enunciado, hará falta que el mismo sea verdadero, y por lo tanto que tenga el valor 4 (en el tratamiento semántico). Sólo las T-fórmulas son afirmables con verdad. Pero de un par de T-fórmulas una de las cuales sea la negación de la otra se seguirá cualquier conclusión. Una teoría contradictoria que utilice como subyacente a una de esas lógicas será, pues, delicuescente.

Claro que puede tomarse una teoría contradictoria, afectar a cada uno de sus enunciados con una ocurrencia de 'T', y así obtener **otra** teoría que ya no será contradictoria, pero que podrá articularse según los patrones de TL³, y que contendrá, para cierto ⌜p⌝, tanto ⌜Tp⌝ como ⌜T~p⌝. Mas contener ese par de enunciados no es lo mismo que la situación original, del mismo modo que afirmar 'A veces me quedo en casa' no contradice a afirmar 'A veces no me quedo en casa'.

Por otra parte —y aunque no es ésa la manera de enfocar las cosas que parece gustarle más a von Wright— es difícil ver en LT³ algo que no sea una mera variante notacional de LT². Supongamos, no obstante, que no lo es, sino que constituye una genuina alternativa. Tomémonos muy en serio la semántica tetravalente brindada por von Wright. Eliminamos el valor 2 y así tenemos una semántica trivalente (LT³ y sus extensiones de hecho prescinden de ese valor o son incluso incompatibles con su existencia). Tomemos una fórmula, ⌜p⌝ con el valor 3; su negación, ⌜~p⌝, tendrá ese mismo valor 3. Pero tanto ⌜Tp⌝ como ⌜T~p⌝ tendrán el valor 4: será, pues, total y unívocamente verdad que es verdad que p, total y unívocamente verdad que es verdad que no-p, pero inafirmable, por carecer de verdad suficiente para ello, que p, igual que inafirmable —por la misma razón— que no-p. ¿No es eso un poco raro? ¿Por qué no va a ser afirmable con verdad que p cuando de hecho es verdad que es verdad que p?

La respuesta estriba probablemente en esto. En la acepción de la palabra 'verdad' articulada en LT³ y sus extensiones, 'Es verdad[ero] (o cierto) que' equivale a [lo que solemos decir al usar la locución] 'Es al menos parcialmente verdad que'. Y puede ser al menos parcialmente verdad que p, sin que sea por ello afirmable que p; mas sí será afirmable con verdad que es [parcialmente] verdad que p, ya que la oración ⌜Es [parcialmente] verdad que p⌝ será, en ese caso, **totalmente** verdadera, sin mezcla de falsedad alguna. (Otra cosa sucediera si nos pasáramos a los cálculos aléticos de órdenes superiores.)

Pero esa respuesta lo que evidencia es una vez más que LT³ sólo difiere de LT² en un asunto meramente terminológico, y nada más. En el fondo el enfoque que sustenta a LT³ no contempla en serio como verdaderas a las contradicciones en cuestión, no mira como realizado en la zona de transición o franja intermedia ni al estado p ni al estado no-p; tan sólo los mira como parcialmente-realizados, sin que sea omitible ese guión, salvo cuando por pura convención se tome el vocablo ‘realizado’ como mera abreviación de lo que ahora solemos expresar diciendo ‘parcialmente-realizado’. La partícula ‘parcialmente’ es, según tal planteamiento, incercenable (salvo por estipulación puramente terminológica, según lo ya indicado).

Cabe, en cambio, un enfoque paraconsistente y gradualístico que mire todas esas situaciones intermedias como tales que en ellas algo está y no está realizado. Un tratamiento así (y los hay disponibles) incorporará la ***regla de apencamiento*** $\ulcorner Lp\urcorner \vdash \ulcorner p\urcorner$, lo mismo que la inversa, pero no hará redundante al operador ‘L’ de verdad parcial (o hasta cierto punto) porque en un sistema así la implicación, ‘$\rightarrow$’, no será definible a la usanza clásica, sino que será una conectiva especial tal que $v(\ulcorner p\rightarrow q\urcorner)$ será un valor designado si, y sólo si, $v(\ulcorner p\urcorner) \leq v(\ulcorner q\urcorner)$, o sea ssi el grado de falsedad de que q es a lo sumo tan grande como el de que p. No voy a explayarme aquí, naturalmente, en desarrollar ese tema, sino sólo a indicar que la principal diferencia entre tal enfoque y el de los cálculos aléticos estudiados en este ensayo estriba en reconocer como teoremáticas, bajo ciertas variantes, todas las tautologías clásicas. (En el enfoque al que estoy aludiendo será teoremático el esquema $\ulcorner p\vee\neg p\urcorner$, donde $\ulcorner\neg q\urcorner$ viene definido como $\ulcorner NLq\urcorner$, siendo ‘N’ la negación simple o natural, al paso que ‘$\neg$’ es la negación fuerte, o **supernegación** [negación clásica].)

Ahora bien, un sistema como $TL^3$ puede venir remodelado de manera que el resultado sí sea de veras paraconsistente. Mas el remodelamiento lo llevaría lejos. Habría, por un lado, que reforzarlo, para que contuviera la regla de apencamiento. Pero, por otro lado, habría que debilitarlo, para evitar que esa regla acarreara las consecuencias que acarrearía en $TL^3$. En particular, será menester abandonar la regla del modus ponens según la contienen todos los sistemas brindados por von Wright que hemos estudiado aquí, a saber: $\ulcorner p\urcorner, \ulcorner N(p\&Nq)\urcorner \vdash \ulcorner q\urcorner$. Desde luego se podría a la mayor parte de los efectos (y seguramente a todos los útiles) reemplazar esa regla por otra igual pero donde la negación simple o natural haya sido sustituida por la negación fuerte, ‘$\neg$’. Convendrá añadir algunas conectivas adicionales, como una implicación no-clásica, a la cual ya he aludido. Todo eso es factible, pero ¿cuán cerca, o cuán lejos, se hallará el resultado de todo ese proceso del punto de partida?

♣ ♣ ♣ ♣ ♣ ♣ ♣

## §5.— *Discusión de algunas críticas dirigidas el tratamiento de von Wright*

En su artículo «Time, Change, and Contradiction» (***Australasian Journal of Philosophy***, 68/3 (junio de 1990), pp. 178-88), Joseph W. Smith somete a dura crítica el planteamiento de von Wright en [TCC]. Algunas de sus críticas parecen acertadas, pero otras no.

Comenta J.W. Smith el aserto de von Wright según el cual en ciertos casos pudieran darse lapsos de tiempo que no pudieran venir caracterizados unívocamente ni como en el estado p ni como en el estado no-p (para un cierto $\ulcorner p\urcorner$ dado), sino tales que, por más menudamente que los dividiéramos, en una parte del resultado de la división habría p y habría no-p (“so to speak”). Más arriba, en el §1, he examinado ese planteamiento y he mostrado cómo lo que en él resulta muy problemático es precisamente que el axioma que von Wright propone sacrificar en los casos de cambio continuo es el B3, no el B4. (En verdad a mi juicio ni siquiera habría por qué abandonar B4 sino meramente reconocer que, aunque, así leído, es verdadero, hay, no obstante, ciertos enunciados $\ulcorner p\urcorner$ tales que es verdad $\ulcorner p\&{\sim}p\urcorner$ verdad, no totalmente verdad.)

La crítica que formula J.W. Smith contra esa idea de von Wright es que presupone la equivalencia entre $\ulcorner p\vee{\sim}p\urcorner$ y $\ulcorner{\sim}(p\&{\sim}p)\urcorner$, la cual no puede venir “mecánicamente” dada por supuesta al razonar acerca de presuntos mundos “verdaderos aunque contradictorios”. De ahí que, aun suponiendo que sea verdad $\ulcorner{\sim}T(p\vee{\sim}p)\urcorner$, en esos casos, no se seguirá que sea en ellos verdad [lo que en mi transcripción se escribe así]: ⌜L(p&~p⌝. Que en los sistemas usuales de lógica modal tengan vigencia reglas que permitan inferir lo uno de lo otro (o sendas traducciones, reemplazando el signo ‘T’ por el operador de necesidad, y el ‘L’ por el de posibilidad) eso —dice J.W. Smith— no es ningún motivo razonable para que valga la inferencia en el caso que nos ocupa. En efecto (p. 181):

> Suppose that ‘p∨~p’ does not hold, perhaps because of a real indeterminacy in the world. This does not mean that ‘p&~p’ therefore obtains. If a classical logic truth ‘p∨~p’ is false of the world, then both ‘p’ and ‘~p’ must be false because in saying that there is some empirical model such that neither ‘p’ nor ‘~p’ hold true is to say that both ‘p’ and ‘~p’ are false. If both ‘p’ and ‘~p’ are false, then ‘p&~p’ is not true. This is reasonable because no sane logic suitable for reasoning in science should allow us to get a true conjunction statement ‘A&B’ from false individual statements ‘A’ and ‘B’. The logical word ‘&’ can hardly produce truth from falsity. Therefore, indeterminacies do not imply the truth of contradictions.

Todo ese argumento se basa en la presuposición de que no se dan grados, sino que la verdad y la falsedad se excluyen de manera total y absoluta. De ser así, efectivamente sería correcto lo que dice J.W. Smith. Pero, si hay grados de verdad y de falsedad —y, por ende, grados de verdad que son también grados de falsedad—, entonces su argumento es un paralogismo. Porque supongamos que ⌜p∨~p⌝ “falla” (“does not hold”), no en el sentido de que sea del todo falso, sino en el de que no es del todo verdadero; entonces tanto ⌜p⌝ cuanto ⌜~p⌝ serán falsos, según concluye, con razón, J.W. Smith; pero serán falsos no forzosamente en medida total; es más, a tenor de nuestro supuesto, no podrán ser enteramente falsos, ni el uno ni el otro, ya que, si uno de los dos lo fuera, el otro sería completamente verdadero, y, de ser así, la disyunción también sería del todo verdadera; luego tanto ⌜p⌝ cuanto ⌜~p⌝ serán en algún grado verdaderos; y por lo tanto la conyunción de ambos será también en algún grado verdadera —puesto que lo que es verdad separadamente también es verdad junto. Así pues, aunque la conclusión, ⌜p&~p⌝, sea **hasta cierto punto** falsa, será también hasta cierto punto verdadera. La inferencia habrá ido de verdad a verdad, de verdad no-total a verdad no-total —pues para que sea correcta una inferencia lo único que se requiere es que no suceda que, siendo las premisas verdaderas, sea completamente falsa la conclusión. Igual que uniendo dos cortinas que sean de color añil se forma una de color azul, ya que lo que es de color añil es, hasta cierto punto, de color azul, del mismo modo conyuntando dos enunciados **sólo** parcialmente falsos se forma una conyunción [parcialmente] verdadera.

Donde sí llevaría razón J.W. Smith sería en señalar (si lo hiciera) que esa necesidad de tomar en consideración los grados —la cual respaldaría a una parte del argumento de von Wright (a saber: esa parte del mismo que va del [supuesto] “fallo” de ⌜T(p∨~p)⌝ a la verdad de ⌜L(p&~p)⌝)— no asoma para nada en el texto de von Wright comentado, ni en los demás del mismo autor sobre temas emparentados (salvo acaso una alusión, en un escrito más reciente, al tema de la aplicabilidad de las lógicas difusas, ***fuzzy***). Por otra parte, si se introdujera esa consideración de grados, habría que modificar también —y seguramente a fondo— el tratamiento del cambio continuo propuesto por von Wright y asimismo sus propuestas sobre el operador de verdad.

En una parte anterior de su escrito, von Wright había contemplado la posibilidad de sacrificar, en lugar de B3 o B4, el axioma B2. Dada su inclinación pluralista, von Wright en realidad no excluye que puedan darse casos de quiebra de cualquiera de esos principios —no lo excluye de antemano. Lo que pasa es que, a la hora de caracterizar al cambio continuo (si lo hay, suponiendo que lo haya), la opción por la que opta —en ese trabajo— es la de pensar que en tales casos el axioma que resulta falso es B3. J.W. Smith critica el argumento ofrecido por von Wright a favor de un eventual abandono de B2. Primero voy a citar el final de ese argumento, que lo resume todo ([TCC], p.127 —nótese que los axiomas que von Wright denomina como «An», siendo n cierto número, los he transcrito en este trabajo, para evitar confusiones, como «Bn»)

> To say that a set of states satisfy A1, A3 and A4, but not A2, is to make an assertion of divisibility of an occasion (time-interval) into discrete "bits" or "stretches" such that the set constitutes a state-space for every one of the "bits".

La idea es, pues, la de que puede ser verdadera una disyunción en, o durante, un cierto lapso aunque ninguno de los dos disyuntos sea verdadero durante todo ese lapso. P.ej. aunque sea verdad que en el siglo XIX Francia fue una monarquía o una República ni es verdad que durante el siglo XIX fue una monarquía ni es verdad que durante el siglo XIX fue una República. La objeción de J.W. Smith es ésta (p.181):

> If 'p' or '~p' holds for each of the parts, then as the whole of a temporal interval is nothing more than the sum of successive parts, 'p' or '~p' have hold throughout the temporal interval. Indeed to show that 'p∨~p' holds, whilst neither 'p' nor '~p' holds, requires showing that 'p∨~p' is true, but neither 'p' nor '~p' is true. This by **definition** cannot be done when one concedes that 'p' and '~p' univocally characterize the parts of our considered temporal interval.

De nuevo aquí hay que darle a J.W. Smith razón en aquello en que efectivamente la lleva. Si no hubiera **aspectos** de verdad, si la verdad se diera o bien en todos los aspectos o bien en ninguno —con lo cual hasta perdería razón de ser la propia locución (acuñada por el hablante común y corriente y por él profusamente empleada a diario) 'en todos los aspectos'—, entonces efectivamente la inafirmabilidad de una disyunción se seguiría de la inafirmabilidad de cada uno de los disyuntos. Pero eso nos llevaría —como ha llevado a tantos autores— a prescindir de los lapsos y a tomar como "tiempos" (como aquellas entidades que constituyen los "cuandos", aquellas con relación a las cuales se relativiza el suceder de algo en cierto tiempo), no a los intervalos, no a las duraciones, sino a los instantes. Lo malo de los instantes es que no sólo en ellos no pasa nada sino que tampoco permanece nada: nada cambia pero nada sigue siendo igual, porque no duran **nada**. En cuanto introducimos relativizaciones a lapsos que duran, resulta claro que habrá verdades disyuntivas que, dichas acerca de un lapso, sean verdaderas del mismo, al serlo de todo él, aunque ninguno de los disyuntos sea afirmable con verdad del lapso. Así, si decimos 'En el siglo XV los europeos viajaban a América' eso no es afirmable con verdad, porque sólo durante los últimos años del siglo sucedía eso. Tampoco es afirmable con verdad que durante el siglo XV los europeos no viajaban a América. Pero sí lo es que o viajaban o no. El paralogismo de J.W. Smith estriba en no distinguir entre que uno u otro de los disyuntos **haya** (en singular) estado dándose durante todo el rato considerado y el que uno u otro **hayan** venido dándose durante el mismo. ¡No! Uno u otro han estado dándose, unas veces el uno, otras el otro; ninguno de ellos es tal que él haya estado dándose. El argumento que, **por definición** —según él mismo lo dice—, aduce J.W. Smith es uno que presupone un principio de la lógica clásica que no tiene por qué valer —y que de hecho no vale— en otras lógicas: que la afirmabilidad verídica de una disyunción sólo se da cuando se dé la de uno u otro de los disyuntos. Desde luego, si no hubiera aspectos de verdad, ese presupuesto clásico sería muy razonable, pero, habiendo aspectos de verdad (siendo el mundo multidimensional, por decirlo así), es perfectamente comprensible que haya teorías correctas **no primas**, e.d. que afirmen una disyunción como verdadera pero no puedan contener la afirmación verídica de ninguno de los dos disyuntos. E igualmente que haya cuantificaciones existenciales verdaderas, verídicamente afirmables, sin que sea verídicamente afirmable ninguna instancia ejemplificativa suya.

En cualquier caso, sin embargo —y en eso lleva razón von Wright— no sería por la vía del sacrificio de B2 como se adelantaría en la comprensión de los procesos de cambio continuo. Aquí asoma antes bien un motivo para otro distingo omitido por von Wright: el distingo entre el operador de **verdad total** y el operador de **verdad en todos los aspectos**, o sea de verídica afirmabilidad. Algo puede ser totalmente verdadero en unos aspectos y en otros no serlo en absoluto (¡entiéndase bien!: **no ser en absoluto totalmente verdadero**, lo cual no significa forzosamente no ser verdadero en absoluto).

Mi conclusión de la presente discusión es que las estimulantes ideas de von Wright tan sólo constituyen un primer paso hacia un tratamiento más exacto y pormenorizado, que incorpore distingos y matizaciones que faltan en los escritos aquí examinados del gran lógico finés. Esas matizaciones corren parejas con una apreciación adecuada de los grados y aspectos de la verdad, sin la cual no se avanzará lo suficiente en el tratamiento de problemas como los procesos de cambio, el transcurso temporal, la verdad parcial, la aplicabilidad de predicados difusos, etc.

La mayor dificultad en el tratamiento de von Wright estriba, en efecto, en querer evitar la verdad literal de ciertas contradicciones pero aseverar que las mismas son verdaderas en sentido débil. Durante el proceso de cambio de un estado p al estado no-p no es que sea, en una parte de esa duración únicamente, verdad p-y-no-p, sino que **durante toda ella** será verdadera esa conyunción, sólo que esa duración será infinitamente divisible, y para cada división de la misma en dos partes, una anterior a la otra, será **más** verdad que p en la primera que en la segunda, y **más** falso que p en la segunda que en la primera. Una articulación detallada de un tratamiento lógico que contemple esos infinitos grados cae fuera del cometido de la presente exposición, lo mismo que un estudio de la relación entre **los múltiples operadores aléticos** requeridos por tal planteamiento gradualístico y los que serán menester para articular la noción de **aspectos de la verdad**. Ambas nociones están conectadas, pero son de suyo diferentes (aunque no puede haber un tratamiento satisfactorio de problemas como los recién aludidos sin una introducción combinada de los grados y de los aspectos).

Cae, evidentemente, fuera de los límites de este trabajo diseñar ni siquiera las grandes líneas de una elaboración lógica que vaya en esa dirección. En ***Rudimentos de lógica matemática*** (Madrid: CSIC, 1991) se hallará una contribución a esa tarea llevada a cabo con una lógica paraconsistente particular —denominada la ***lógica transitiva***— y desde el ángulo filosófico del **gradualismo contradictorial**. Séame lícito ceñirme aquí a dos escuetas precisiones al respecto.

(1ª) A pesar de todas las diferencias, ese desarrollo puede verse legítimamente como algo que lleva más adelante la empresa iniciada por von Wright, autor al que merecidamente cabe ver como su precursor (si bien es cierto que la labor investigativa que ha desembocado en la invención de la lógica transitiva estaba ya muy avanzada cuando recibió el influjo de los trabajos mencionados de von Wright, los cuales, injustamente, habían recibido poca discusión, sin duda porque las mentes no estaban preparadas entonces para la revolución lógica que anticipaban).

(2ª) En ese enfoque se utilizan los functores (u operadores), ‘L’ (leído ‘Es por lo menos hasta cierto punto verdad que’), ‘H’ (leído ‘Es totalmente verdad que’), ‘N’ (leído ‘no es verdad que'), '¬' (leído 'No es verdad en absoluto que'), 'B' (leído 'Es verdad en todos los aspectos que' o 'Es afirmable con verdad que'), 'J' (leído 'Es por lo menos relativamente verdad que'), así como cuatro functores diádicos: una implicación '→', una equivalencia 'I' (leídas, respectivamente, como 'a lo sumo en la medida en que' y 'exactamente en la medida en que'), una conyunción ordinaria '∧' y una disyunción ordinaria '∨', tales que valen en ese sistema los siguientes axiomas y reglas de inferencia:

| | | |
|---|---|---|
| $p{\to}qI.p{\wedge}qIp$ | $p{\to}qI.p{\vee}qIq$ | $p{\wedge}q{\to}p$ |
| $p \vdash Bp$ | $Bp{\to}p$ | $p{\wedge}qI.q{\wedge}p$ |
| $p \vdash Lp$ | $Lp \vdash p$ | $p{\wedge}q{\vee}pIp$ |
| $Hp{\to}p$ | $p{\to}q\ ,\ p \vdash q$ | $N{\neg}pI{\neg}{\neg}p$ |
| $p{\to}q{\to}.Nq{\to}Np$ | | $p{\vee}pIp$ |
| $N(p{\wedge}Np)$ | $p{\vee}Np$ | $p,\ {\neg}p \vdash q$ |
| $pINNp$ | $LpI{\neg}{\neg}p$ | $p{\vee}{\neg}q\ ,\ q \vdash p$ |
| ${\neg}HpILNp$ | $BHpIHBp$ | $p{\to}{\neg}p{\to}{\neg}p$ |
| $LpINHNp$ | $p{\to}N(p{\to}Np)$ | $p{\wedge}q{\wedge}rI.p{\wedge}.q{\wedge}r$ |