

Diseño a cortante de vigas de hormigón armado con armadura de acero y armadura externa de FRP mediante el mecanismo de bielas y tirantes y algoritmos genéticos

Reinforced concrete beams strengthened with FRP. Shear design using the strut-and-tie mechanism and genetic algorithms

Ricardo Perera Velamazán⁽¹⁾, Javier Vique García⁽²⁾, Angel Arteaga Iriarte⁽³⁾ y Ana de Diego Villalón⁽⁴⁾

Recibido | Received: 14-10-2008
Aceptado | Accepted: 25-07-2009

Resumen

El uso de materiales compuestos como método de refuerzo de estructuras de hormigón armado se está extendiendo cada vez más en los últimos años. De los tres tipos de refuerzo, refuerzo a flexión, confinamiento y refuerzo a cortante, considerados en las guías de diseño publicadas hasta ahora, el último no se ha desarrollado todavía lo suficiente y, por tanto, se requieren todavía muchos estudios numéricos y experimentales que permitan progresar en su conocimiento. En el estudio numérico llevado a cabo en este trabajo, se ha desarrollado un modelo, basado en el mecanismo de bielas y tirantes, de la capacidad a cortante de vigas de hormigón armado reforzadas externamente con armadura de FRP. A la contribución del hormigón, se le añade la contribución del tirante del mecanismo resistente óptimo de bielas y tirantes de la viga estudiada. Ésta última incluye las contribuciones de las armaduras interna y externa. El mecanismo resistente óptimo se obtiene mediante la resolución de un problema de optimización, resuelto usando algoritmos genéticos, que permite determinar la geometría óptima de la configuración de bielas y tirante. El modelo propuesto se ha evaluado estimando la capacidad a cortante de vigas reforzadas con FRP ensayadas experimentalmente. Asimismo, se ha llevado a cabo la comparación de las predicciones del modelo con aquéllas obtenidas directamente de algunas de las normativas de hormigón y guías de diseño de refuerzo con FRP publicadas.

Palabras clave: refuerzo a cortante, FRP, mecanismo de bielas y tirantes, algoritmos genéticos, diseño, hormigón.

Abstract

The use of composite materials to strengthen reinforced concrete structures has become increasingly popular in recent years. Three types of strengthening – bending, confinement and shear – have been addressed in the design guides published to date, although the third has been insufficiently developed. Further theoretical and experimental study is needed to obtain a fuller

* An extensive English language summary of the present article is provided on page 89 of this issue both for the convenience of non-Spanish-speaking readers and inclusion in databases.

(1) Dr. Ingeniero de Minas, ETS de Ingenieros Industriales. Departamento de Mecánica Estructural y Construcciones Industriales. Universidad Politécnica de Madrid (Madrid, España).

(2) Ingeniero Industrial, ETS de Ingenieros Industriales. Departamento de Mecánica Estructural y Construcciones Industriales. Universidad Politécnica de Madrid (Madrid, España).

(3) Dr. Ingeniero de Caminos. Instituto de Ciencias de la Construcción Eduardo Torroja. CSIC (Madrid, España).

(4) Ingeniero de Caminos. Instituto de Ciencias de la Construcción Eduardo Torroja. CSIC (Madrid, España).

Persona de contacto / Corresponding author: perera@etsii.upm.es

understanding of the mechanisms involved. In the theoretical study described in this paper, a strut and tie-based model was developed to determine the shear strength of reinforced concrete beams strengthened with fibre-reinforced polymer (FRP) bonded plates. The contribution made by the concrete is reinforced by the effect of the tie, i.e., account is taken of the contributions of both the internal and external reinforcement, corresponding to the optimal strut-and-tie resisting mechanism. The optimal strength mechanism is found by solving an optimization problem with genetic algorithms that define the optimal strut and tie geometry. The model proposed was validated by estimating the shear strength of experimentally tested FRP-strengthened beams. Model predictions were also compared to the predictions directly obtained by applying the methods set out in a number of concrete standards and design guides on FRP strengthening.

Keywords: shear strengthening, FRP, strut-and-tie mechanism, genetic algorithms, design, concrete.

1. INTRODUCCIÓN

La reparación y el reacondicionamiento de estructuras de hormigón armado con laminados de material compuesto están adquiriendo en los últimos años cada vez más auge. Mediante el pegado de laminados poliméricos armados con fibras (FRP - *fiber-reinforced polymers*) se pueden reparar estructuras de hormigón deterioradas y también reforzar estructuras no dañadas para aumentar su capacidad resistente [1]. Las principales ventajas de este tipo de sistemas de reparación en comparación con otros más tradicionales son su durabilidad, su alta relación resistencia/peso, su bajo coste de mantenimiento y, además, su facilidad de aplicación, lo que favorece su ejecución sin ocasionar demasiados trastornos e inconvenientes en el desarrollo de la vida diaria.

Hoy en día, una de las aplicaciones más frecuentes, aunque menos desarrollada, de este sistema es el refuerzo a cortante. A diferencia de otros métodos de reparación como el refuerzo a flexión y el confinamiento de pilares, el refuerzo a cortante con FRP se ha estudiado con menor profundidad tanto desde el punto de vista teórico como experimental. Este hecho se refleja perfectamente en las recomendaciones y guías de diseño editadas hasta la fecha [2-6] en las cuales el refuerzo a cortante con FRP se aborda de una forma muy breve lo que conlleva ciertas precauciones en su dimensionamiento y aplicación. Esta dificultad, sin duda, parece evidente considerando la complejidad inherente del mecanismo resistente a cortante de, simplemente, vigas de hormigón armado. El problema se agrava cuando se añade un refuerzo a cortante de FRP [7-16].

Por tanto, parece claro que una predicción fiable de la capacidad a cortante de vigas de hormigón reforzadas con FRP requerirá previamente conocer el mecanismo resistente a cortante de vigas de hormigón armado [17]. El modelo de celosía o de bielas y tirantes, introducido por Ritter [18] y desarrollado posteriormente por Mörsch [19], constituye la base en la cual se basan muchas normativas [20-22] para predecir el fallo a cortante de vigas de hormigón armado. Aunque habitualmente se adoptan de forma simplificada ángulos de 45° para las bielas a compresión, valores diferentes también se contemplan en las normativas. En cualquier caso, parece evidente que extensiones de dicho modelo se podrían considerar para su aplicación al caso de vigas reforzadas a cortante con FRP. De hecho, Aprile y Benedetti [23] pusieron una extensión del modelo

de celosía variable a una viga de hormigón reforzada con FRP. Aplicando la teoría de compresión de Collins [24], determinaron un valor constante del ángulo de las bielas a compresión. Sin embargo, a pesar de su simplicidad conceptual, no hay una forma perfectamente establecida de determinar la configuración óptima geométrica del mecanismo de bielas y tirantes. El principal inconveniente reside en cómo llevar a cabo la transformación de un sistema continuo a un modelo de bielas y tirantes.

1.1. Objetivos

En este trabajo se ha implementado un procedimiento automático simple de determinación de la configuración óptima del modelo de bielas y tirantes particular de cualquier viga de hormigón reforzada a cortante con FRP. Mediante un procedimiento de minimización de la energía de deformación del modelo de bielas y tirantes, resuelto con algoritmos genéticos [25], se pretende determinar la celosía óptima representativa del mecanismo resistente de la viga reforzada estudiada. La configuración óptima de la celosía implica estimar el ángulo de todas sus bielas a compresión sin necesidad de que éstas sean paralelas lo cual resuelta más congruente físicamente.

El modelo propuesto se ha evaluado con valores experimentales de vigas de hormigón ensayadas con refuerzo a cortante. Se ha establecido también una comparativa con valores estimados utilizando expresiones propuestas en algunas de las guías de diseño editadas hasta la fecha a fin de contribuir a la investigación, actualmente en pleno desarrollo, del comportamiento de este tipo de refuerzo mediante el uso de nuevas tecnologías. Asimismo, se han llevado a cabo algunos estudios paramétricos a fin de comprender mejor la influencia real de algunos parámetros de la viga y del refuerzo sobre la resistencia a cortante y el rango de aplicación del método propuesto.

2. MODELO DE BIELAS Y TIRANTES EN VIGAS REFORZADAS A CORTANTE CON FRP

Los métodos habituales de refuerzo a cortante con FRP de vigas de hormigón armado incluyen el pegado del refuerzo en las caras laterales de la viga, el encamisado

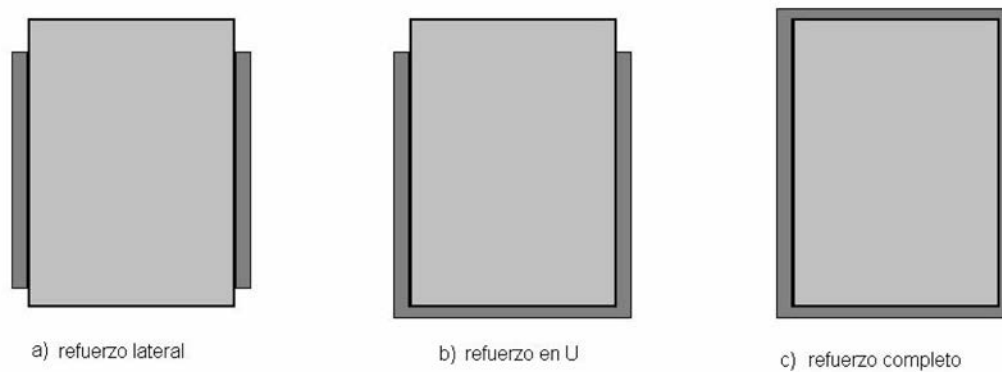


Figura 1. Configuraciones para el refuerzo a cortante.

en forma de U y el encamisado completo de la viga (W) (Figura 1). Se utilizan o bien laminados prefabricados rígidos (fibra + resina) que se adhieren posteriormente a la estructura, o bien hojas o tejidos flexibles de fibra que se aplican junto a la resina sobre la estructura formándose el material compuesto *in situ* al curar la resina. Asimismo, el refuerzo puede disponerse de manera continua, con tejido aplicado en toda la longitud de la viga o de forma discontinua, con láminas prefabricadas o bandas de tejido espaciadas. Además, las fibras pueden colocarse en dirección perpendicular al eje longitudinal de la viga o bien formando un cierto ángulo para que queden más o menos perpendiculares a las posibles fisuras de cortante. La combinación de todos estos factores da lugar a diversas configuraciones de refuerzo que influyen en el modo de fallo.

En todos los métodos de diseño práctico propuestos hasta la fecha [2-6], la resistencia a cortante de una viga reforzada, V_{Rd} , se calcula añadiendo a la contribución del hormigón, V_c , y los cercos de acero, V_s , la del refuerzo de FRP, V_f :

$$V_{Rd} = V_c + V_s + V_f \quad (1)$$

La resistencia a cortante del hormigón, V_c , depende de la acción de dovela de la armadura a tracción, de la resistencia a tracción del hormigón en la zona no fisurada y del efecto rasante; su valor se toma directamente de las

normativas existentes para hormigón armado. A este término se le añade la contribución debida a la armadura transversal, $V_s + V_f$. Este es el procedimiento que se sigue habitualmente en el conocido como método estándar en el cual se basan la EHE [22] y el ACI [21]. Sin embargo, en el Eurocódigo 2 [20], la contribución de hormigón sólo se considera para vigas sin armadura a cortante mientras que en el caso de que ésta exista el término V_c se desprecia y como contrapartida se asimilan inclinaciones para las bielas inferiores a 45° . Esta hipótesis resulta demasiado conservadora como se ha demostrado en algunos estudios llevados a cabo [26, 27].

La contribución de las armaduras a cortante interna, V_s , y externa, V_f , se evalúa mediante el uso de un modelo de bielas y tirantes que represente lo más fielmente posible el mecanismo resistente de la viga. Para ello, se considera inicialmente una sección de hormigón efectiva fisurada de dimensiones transversales b y z y longitud unitaria sometida a una fuerza cortante externa V (Figura 2). Los cercos de acero se consideran verticales mientras que para la armadura externa de FRP se admite que las fibras de refuerzo formen un ángulo $\alpha_f \leq 90^\circ$ con el eje de la viga. Para denominar la inclinación de las bielas de compresión se utiliza el ángulo θ . La tensión cortante en esta porción de hormigón fisurado se calcula como:

$$v = \frac{V}{bz} \quad (2)$$

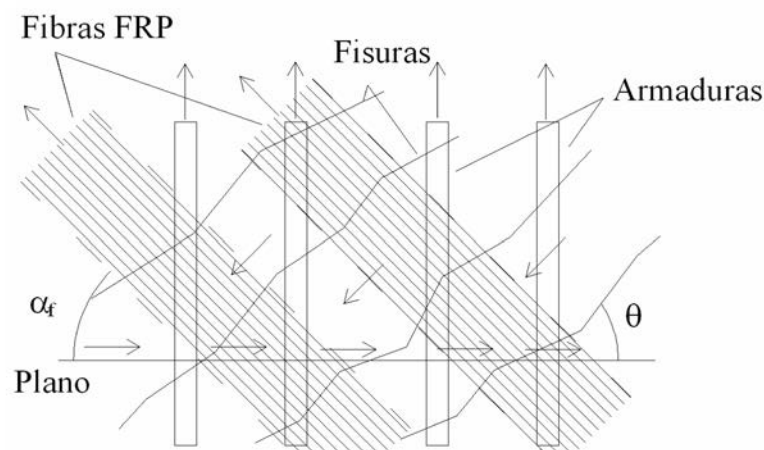


Figura 2. Representación del estado de tensiones para una sección de hormigón fisurada.

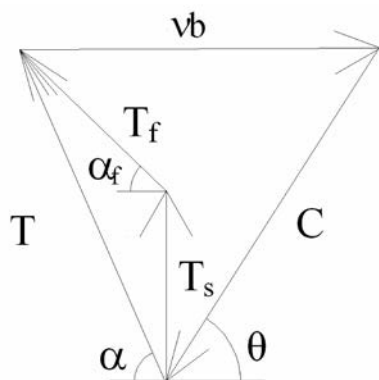


Figura 3. Equilibrio de fuerzas.

Si se impone la equivalencia entre la distribución de tensiones de la Figura 2 y su representación como celosía, se tienen las siguientes ecuaciones de equilibrio (Figura 3):

$$T_f \cos \alpha_f + C \cos \theta = vb \tag{3}$$

$$T_s + T_f \sin \alpha_f = C \sin \theta \tag{4}$$

siendo T_s y T_f los esfuerzos por unidad de longitud en los cercos de acero y en la armadura de FRP, respectivamente, T el esfuerzo resultante de ambos, C el esfuerzo por unidad de longitud en la biela y el cortante absorbido por la sección de hormigón.

De la Figura 3 se deduce que la evaluación de los ángulos α y θ resulta fundamental para determinar la configuración de bielas y tirantes. El procedimiento de cálculo de ι constituye el propósito esencial de este trabajo y se abordará con más detalle posteriormente. Respecto al ángulo α entre T y el eje de la viga, su valor no es conocido a priori a menos que la armadura externa sea vertical ya que para su determinación se requieren los valores de T_s y T_f que dependen del modo de fallo de la viga. Para evitar este problema, se ha supuesto inicialmente que el fallo se debe al colapso de la armadura de cortante, es decir, del tirante en el modelo. La adopción de esta hipótesis es perfectamente factible teniendo en cuenta que en la mayor parte de los ensayos experimentales llevados a cabo para este tipo de refuerzo el fallo se produjo por un despegue de la armadura externa. En cualquier caso, para garantizar la validez de esta hipótesis se deben siempre comprobar las bielas a compresión a posteriori.

Según la hipótesis adoptada los esfuerzos en el tirante se calculan como:

$$T_f = \epsilon_{fd} E_f \frac{A_f}{s_f} \tag{5}$$

$$T_s = f_y \frac{A_s}{s_s} \tag{6}$$

siendo E_p , A_f y s_f el módulo de elasticidad, la sección y el espaciamiento de la armadura de FRP, respectivamente,

f_y el límite elástico de los cercos de acero, A_s y s_s la sección y el espaciamiento de la armadura transversal interna, respectivamente, y ϵ_{fd} el valor de la deformación de cálculo efectiva del refuerzo de FRP. En las Ecs.(5) y (6) se ha supuesto que el fallo es posterior a la plastificación del acero.

Sustituyendo las Ecs.(5) y (6) en (3) y (4) se obtiene el valor del esfuerzo cortante V_{tie} que causa el fallo del tirante:

$$V_{tie} = z \left[\epsilon_{fd} E_f \frac{A_f}{s_f} \sin \alpha_f (\cot \alpha_f + \cot \theta) + f_y \frac{A_s}{s_s} \cot \theta \right] \tag{7}$$

y el valor del ángulo α (Fig. 3):

$$\alpha = \arctan \left(\frac{f_y \frac{A_s}{s_s} + \epsilon_{fd} E_f \frac{A_f}{s_f} \sin \alpha_f}{\epsilon_{fd} E_f \frac{A_f}{s_f} \cos \alpha_f} \right) \tag{8}$$

Para el fallo de las bielas se ha tomado una resistencia efectiva $v_y f_{cd}$ siendo $v_y=0.60$ y f_{cd} = resistencia de cálculo del hormigón a compresión. Por tanto, el esfuerzo de compresión resulta

$$C = f_2 b \sin \theta = 0.6 f_{cd} b \sin \theta \tag{9}$$

En este caso, sustituyendo las Ecs.(6) y (9) en (3) y (4), se obtiene el valor del esfuerzo cortante para el cual se produce el fallo en las bielas de compresión:

$$V_{strut} = 0.6 f_{cd} b z \sin^2 \theta (\cot \alpha_f + \cot \theta) - \frac{f_y A_s}{s_s} z \cot \alpha_f \tag{10}$$

Según el mecanismo de celosía resistente supuesto, la capacidad a cortante de la viga vendrá determinada bien por el fallo de la armadura de FRP (Ec.(7)) o bien por el fallo de una de las bielas (Ec.(10)). Como, según la Ec.(1), se ha añadido la contribución del hormigón a la del tirante, se tiene finalmente como esfuerzo cortante de cálculo efectivo:

$$V_{Rd} = \min(V_{strut}, V_{tie} + V_c) \tag{11}$$

En este trabajo no se ha considerado el fallo del cordón de compresión de la celosía ya que todas las probetas estudiadas fueron sobredimensionadas en ese sentido con el propósito de estudiar su comportamiento a cortante.

En la evaluación del esfuerzo cortante de cálculo efectivo (Ec.(11)) se necesita determinar el valor de la deformación de cálculo efectiva del refuerzo de FRP y la configuración óptima del modelo de bielas y tirantes, es decir, la inclinación de las bielas a compresión. Dependiendo de su configuración, el mecanismo de fallo del refuerzo a cortante se produce prematuramente por despegue del mismo desde las caras laterales de la viga de hormigón o por rotura a tracción del laminado de

material compuesto. En las guías de diseño editadas hasta la fecha se proponen expresiones para evaluar ε_{fi} . Sin embargo, aunque el ángulo θ tiene una influencia muy significativa en la capacidad a cortante de una viga, apenas se han hecho estudios para estimar su valor. En la práctica real, se suele adoptar de forma simplificada un valor para dicho ángulo, habitualmente 45° , lo cual se aleja bastante de la realidad física de la viga estudiada. En este trabajo se ha desarrollado un método simplificado de estimar de forma óptima el valor de θ que se presenta a continuación.

3. OPTIMIZACIÓN DEL MODELO DE BIELAS Y TIRANTES PARA VIGAS CON ARMADURA DE FRP

El problema de determinar la configuración óptima del modelo de bielas y tirantes para una viga de hormigón armado particular, con una configuración de refuerzo determinada, se ha planteado como un problema de minimización energética que permita determinar el ángulo de inclinación de las bielas de compresión. La resolución del problema de optimización se ha llevado a cabo utilizando las posibilidades que ofrecen los algoritmos genéticos (AGs) [25].

3.1. Planteamiento del problema de optimización

El planteamiento del problema de optimización requiere de la formulación de una función objetivo a minimizar y, cuando sea necesario, el cumplimiento de una serie de restricciones.

El modelo de bielas y tirantes óptimo para una viga de hormigón reforzada externamente con FRP se ha derivado a través del principio de mínima energía de deformación. Por tanto, la función objetivo a minimizar se plantea como

$$\text{minimizar } \sum F_i l_i \varepsilon_i \quad (12)$$

siendo F_i el esfuerzo axial y l_i y ε_i la longitud y deformación axial de los elementos de la celosía, respectivamente. Para cada configuración, determinada por los ángulos de inclinación θ_i de las bielas, se tendrá un valor de la energía de deformación. Por tanto, estos ángulos constituyen las variables de diseño del procedimiento a determinar.

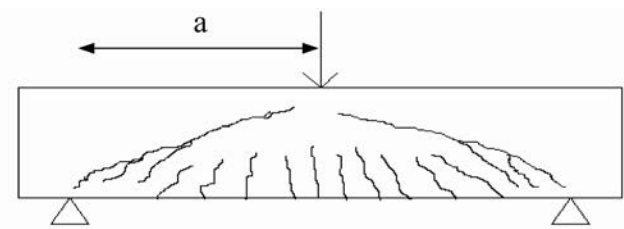


Figura 4. Trayectoria típica de fisuras.

Además, por consistencia con la realidad física del problema a resolver (Figura 4), se ha impuesto como restricción que los ángulos de las bielas aumenten de los apoyos extremos a la sección intermedia de la viga (Figura 5), es decir:

$$\theta_1 \leq \theta_2 \leq \theta_3 \leq \dots \leq \theta_M \quad (13)$$

siendo M el número de bielas. Por tanto, el número de restricciones g_i a añadir al problema de optimización será igual al número de bielas M menos uno.

$$g_i = \max[0; (\theta_i - \theta_{i+1})] \quad i = 1, \dots, M-1 \quad (14)$$

Aunque el trabajo presentado aquí se ha limitado al caso de cargas centradas, su aplicación a otro tipo de carga sería fácil de llevar a cabo con el razonamiento utilizado aquí.

3.2. Algoritmos genéticos

Los algoritmos genéticos son procedimientos de búsqueda iterativos basados en la teoría de evolución de Darwin. A diferencia de otros procedimientos de optimización más convencionales, los AGs son simples de implementar y no requieren de ningún conocimiento específico a priori del problema a resolver, ya sean derivadas o elección del punto inicial del algoritmo, para llevar a cabo la búsqueda.

La aplicación de este método se basa en una generación aleatoria inicial de una población de posibles soluciones del problema a resolver. La idea fundamental se basa en crear iterativamente nuevas poblaciones de individuos, cada vez mejores, a partir de las anteriores hasta que se satisfaga algún criterio de parada. Para llevar a cabo esto, cada individuo o cromosoma de la población se evalúa y compara con los otros individuos de la población mediante una función objetivo a minimizar. En la

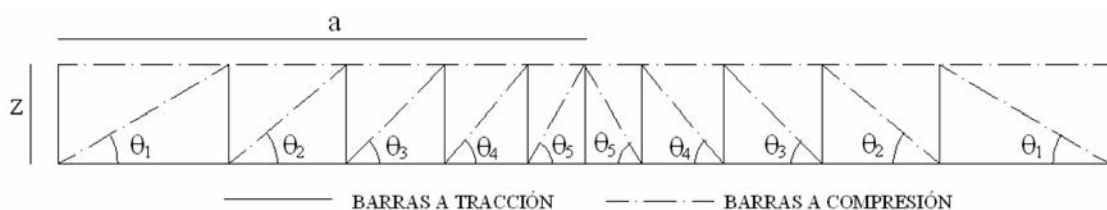


Figura 5. Configuración de celosía típica usada en este trabajo.

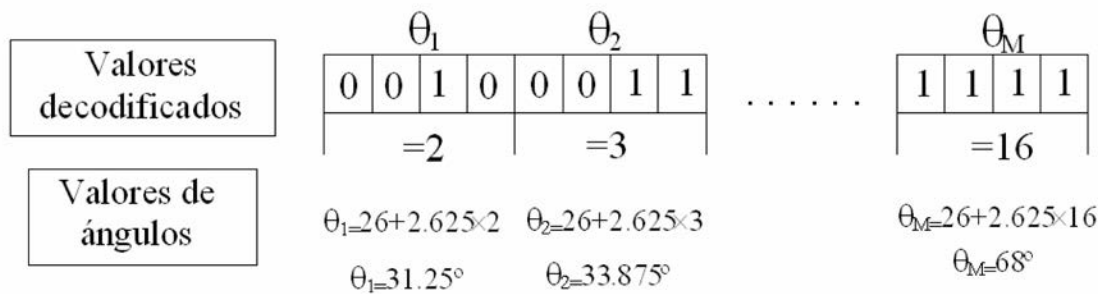


Figura 6. Cromosoma típico para la aplicación del algoritmo genético.

creación de nuevas poblaciones a partir de las anteriores se aplican algunos operadores genéticos de tal forma que los mejores individuos obtenidos hasta el momento tienen una probabilidad más alta de ser seleccionados para experimentar esas transformaciones.

La potencia de los AGs se basa fundamentalmente en los operadores genéticos. Los más habituales son el operador de cruce y el de mutación. El operador de cruce es un operador de reproducción que permite crear un nuevo individuo por combinación de partes de dos individuos seleccionados previamente. El operador mutación permite formar una copia ligeramente modificada de un individuo seleccionado por alterar alguno de sus genes. El objetivo de este operador es preservar la diversidad entre la población, lo cual es muy importante para garantizar el éxito del procedimiento. Otro operador que se utiliza a veces, el elitismo, permite crear una réplica del mejor individuo de una generación para la siguiente generación.

En la aplicación de AGs al problema a resolver se evaluarán diferentes configuraciones de biela y tirante generadas inicialmente de forma aleatoria y, posteriormente, aplicando los operadores de cruce y mutación, se generarán iterativamente nuevas configuraciones hasta alcanzar la configuración óptima que es aquella que minimiza la función objetivo elegida.

3.3. Codificación de las variables de diseño en el problema de bielas y tirantes

Los algoritmos genéticos trabajan habitualmente con variables de diseño discretas codificadas en forma bina-

ria. De esta forma, el problema se plantea como un problema de optimización discreta en el cual la variable de diseño sólo podría tomar un número finito de valores.

En el diseño con modelos de bielas y tirantes, el ángulo de compresión principal se acota entre ciertos límites. Aunque hay diferentes interpretaciones sobre el valor de estos límites, en el trabajo desarrollado aquí se han tomado los valores de 26° y 68°, es decir, valores de $\cot \theta = 2$ y $\cot \theta = 0.4$. Aunque esto es una simplificación, no supone ninguna limitación para el modelo propuesto que se podría extender fácilmente a rangos más amplios.

Ya que los algoritmos genéticos trabajan con variables codificadas, las variables de diseño del problema se deben de codificar para representar cada individuo o cromosoma de la población. Para ello, se usan cadenas binarias. Si se toman cadenas de longitud 4 bits, los ángulos de las bielas sólo podrían tomar 16 posibles valores (Figura 6). Al tomar como valores límite para los ángulos 26° y 68°, en la discretización de las variables de diseño sólo serían admisibles múltiplos de 2.625, es decir, 26°, 28.625°, 31.25°, etc. De esta forma, el cromosoma o individuo que representa una solución candidato del problema de diseño es una cadena binaria de $4 \times M$ bits, siendo M el máximo número posible de bielas. El valor de M dependerá del ángulo máximo de biela permitido, en nuestro caso 68°, de la distancia entre los puntos de momento nulo y momento máximo, a , y del brazo mecánico, z . Para determinar M se suponen todas las bielas diagonales orientadas con un ángulo de 68°. Por tanto, M será igual a $a / (z / \tan 68^\circ)$ redondeado al entero superior.

En la implementación del algoritmo, cuando un individuo requiera, a causa de su configuración geométrica,

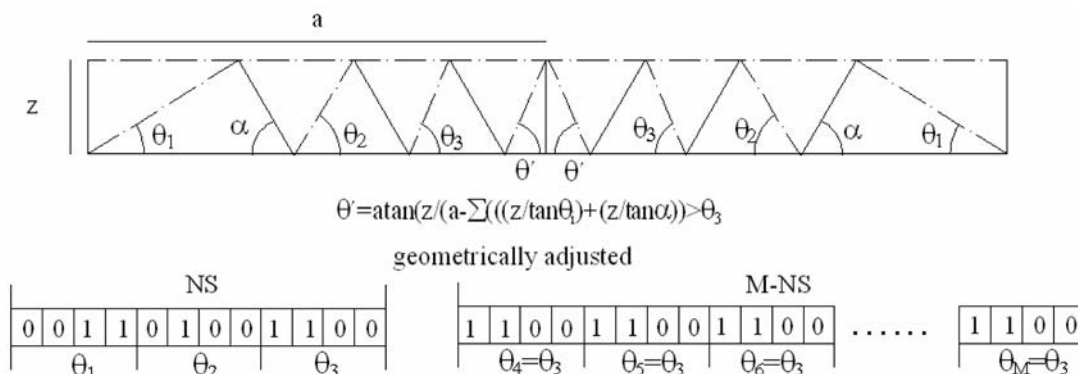


Figura 7. Aplicación de las restricciones geométricas en la configuración del cromosoma de los algoritmos genéticos.

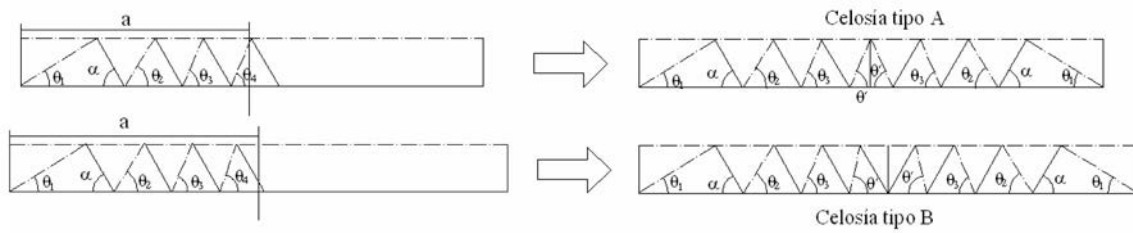


Figura 8. Posibles configuraciones del mecanismo de celosía cuando $\alpha < 90^\circ$

un número de bielas NS inferior a M , los valores de los ángulos de las $M-NS$ variables de diseño no usadas se igualan al valor del ángulo de la última biela usada (Figura 7). De esta forma, se trabaja siempre con individuos del mismo número de bits y se evitan los problemas que aparecerían al aplicar los operadores de cruce y mutación sobre individuos de distinta longitud.

Por otro lado, como las fibras del refuerzo de FRP pueden ser no verticales, resultan dos implementaciones diferentes a la hora de considerar el ángulo θ' de la última biela usada (Figura 8), dependiendo de dónde corte al mecanismo de bielas y tirantes la sección situada a una distancia del apoyo igual a la luz de cortante. En el caso que el corte se produzca sobre una biela, celosía de tipo A, el ángulo θ' se ajustaría directamente por geometría entre el último tirante y la sección de corte. Si, por el contrario, el corte se produce sobre un tirante, celosía de tipo B, el ángulo de la última biela θ' se determina por ajuste geométrico entre los dos últimos tirantes, orientados ambos según el ángulo α (Ec.(8)). Para ello, el tirante interceptado por la sección de corte se debería mover hasta la posición de dicha sección.

3.4. Introducción de restricciones

El procedimiento más habitual de imponer restricciones en un problema de optimización resuelto usando AGs se basa en la introducción de funciones de penalización [28] en la función objetivo a minimizar. Estas funciones se eligen de tal forma que su grado de penalización depende directamente del grado de violación de cada restricción.

En este trabajo, se ha adoptado el esquema de penalización propuesto por Gen y Chen [29] cuya forma es la siguiente:

$$F' = F \left[1 + \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m G_i \right] = F \cdot P \tag{15}$$

siendo F la función objetivo definida en la Ec.(12), F' = función objetivo penalizada, m = número total de restricciones y G_i = funciones adaptables de las restricciones g_i definidas como:

$$G_i = \left(\frac{\Delta b_i}{b_i(t)} \right)^k \tag{16}$$

en donde Δb_i evalúa el grado de violación de la restricción i y se define como:

$$\Delta b_i = \max[0, g_i - b_i(t)] \tag{17}$$

El umbral de penalización para la restricción i , $b_i(t)$, se hace progresivamente más restrictivo a medida que aumenta el número de generación t del algoritmo genético según la siguiente expresión:

$$b_i(t) = \frac{b_{i,0}}{1+t} \tag{18}$$

siendo $b_{i,0}$ el umbral de penalización para la restricción i en la primera generación.

El exponente k en la Ec.(16) es una constante que sirve para ajustar la severidad de la penalización. Habitualmente se toman valores iguales a 1 ó 2. Para los coeficientes $b_{i,0}$ se suelen tomar valores de 0.01.

3.5. Algoritmo

El algoritmo implementado en MATLAB para resolver el problema propuesto sigue el esquema siguiente:

- Suponiendo que el fallo se inicia en la armadura externa de FRP, evaluar el ángulo α usando la Ec.(8) tomando la deformación de cálculo efectiva ϵ_{fd} de la guía de diseño empleada.
- Determinar geoméricamente el máximo número posible M de bielas para la viga sometida a estudio a partir del valor del ángulo α y del máximo valor admisible del ángulo θ que es 68° según la siguiente expresión $M=a/((z/\text{tg } 68^\circ)+ (z/\text{tg } \alpha))$
- Generar una muestra aleatoria inicial de n individuos mediante codificación binaria. Para cada individuo se genera un vector de $4 \times M$ bits de longitud conteniendo ceros y unos.
- Conversión decimal de cada una de las M partes de las cadenas binarias con el objeto de determinar la configuración bielas-tirantes de cada individuo de la población.
- Para cada solución de diseño i , evaluar la función objetivo F_i (Ec.(12)), las restricciones g_i (Ec.(14)) y la función objetivo penalizada F'_i (Ec.(15)). La evaluación de F_i para cada individuo requiere calcular los

esfuerzos en las barras de la celosía por equilibrio y las correspondientes deformaciones ε_i usando las ecuaciones de comportamiento de una celosía elástica lineal. Para llevar a cabo esto, se considera que cada tirante i agrupa todos los cercos en la longitud $z \cot \theta_i$ y toda la armadura externa en la longitud $z(\cot \theta_i + \cot \alpha_j)$. Se ha supuesto una altura de $0.2d$ para el cordón superior, siendo d el canto útil.

- f. Normalizar la función a maximizar f_i para cada solución de diseño i mediante la siguiente expresión:

$$f_i = \frac{(1 / F'_i)}{(1 / F'_{\min})} \quad (19)$$

siendo F'_{\min} el valor mínimo de la función objetivo penalizada para toda la población.

- g. Aplicar los operadores de selección, cruce y mutación. El cruce se aplica sobre individuos seleccionados mediante la regla de la ruleta..
- h. Evaluar las funciones objetivo de los individuos descendientes de la generación anterior, que pasan a constituirse en la nueva población.
- i. Comprobar si el número máximo de generaciones prefijado se ha alcanzado. En caso negativo, volver al paso c) y proceder iterativamente.
- j. Una vez que se ha obtenido la configuración de bielas y tirantes óptima, determinar la capacidad a cortante aplicando la Ec.(11). Si la capacidad a cortante viniese limitada por el fallo de alguna de las bielas, habría que repetir el procedimiento suponiendo este modo de fallo al evaluar el valor de α .

4. COMPARACIÓN DE RESULTADOS CON ENSAYOS EXPERIMENTALES

4.1. Datos experimentales

Para la evaluación de las predicciones obtenidas con el modelo propuesto se ha utilizado una base de datos recopilada por Liotta [30] constituida por los resultados de diferentes ensayos extraídos de diversas referencias bibliográficas. La base de datos agrupa un total de 43

vigas ensayadas cuyo fallo se produjo por despegue de la armadura externa. De ellas, 21 fueron reforzadas mediante un encamisado en forma de U y las 22 restantes lo fueron con un encamisado completo de la sección. Las propiedades geométricas y materiales de todas las probetas ensayadas se muestran en la Tabla del Apéndice A de acuerdo con la notación mostrada en la Figura 9. Las probetas ensayadas presentan una gran diversidad en cuanto a geometría y características mecánicas de los materiales implicados.

4.2. Guías de diseño

Tal como se comentó en el apartado 2, además del ángulo θ , uno de los aspectos esenciales a la hora de predecir la capacidad a cortante de una viga reforzada con FRP es el valor de la deformación de cálculo efectiva del FRP, ε_{fd} . De las guías de diseño publicadas hasta la fecha, se han tomado las cuatro siguientes para aplicar el valor de esta deformación en la Ec.(11) para cada una de las vigas de la tabla del Apéndice A: a) Informe técnico publicado por la Federación Internacional de Hormigón (FIB14) [2] b) Informe ACI 440.2R-02 publicado por el 'American Concrete Institute' (ACI440) [3] c) Informe técnico de la Sociedad del Hormigón del Reino Unido (TR55) [4]. Un resumen de cada una de estas propuestas se muestra en la Tabla 1.

Además, en congruencia con cada una de las recomendaciones de diseño utilizadas, la contribución del hormigón V_c en la Ec.(11) se ha calculado, según el caso, aplicando las siguientes normativas: a) EHE [22]; b) Eurocódigo 2 [20]; c) BS 8110 [30]; d) ACI 318 [21].

De esta manera, se han obtenido diversas predicciones del modelo propuesto combinando los valores de la deformación de cálculo efectiva, ε_{fd} dados por diferentes recomendaciones de diseño para el refuerzo externo (FRP), con las normativas para el cálculo de la contribución del hormigón, V_c calculándose con el procedimiento propuesto la configuración geométrica óptima del mecanismo de bielas y tirantes. Las diferentes predicciones proporcionadas por los modelos se han comparado con las 'predicciones teóricas' calculadas directamente de aplicar las normativas de hormigón y las guías de diseño de refuerzo con FRP. En la aplicación de

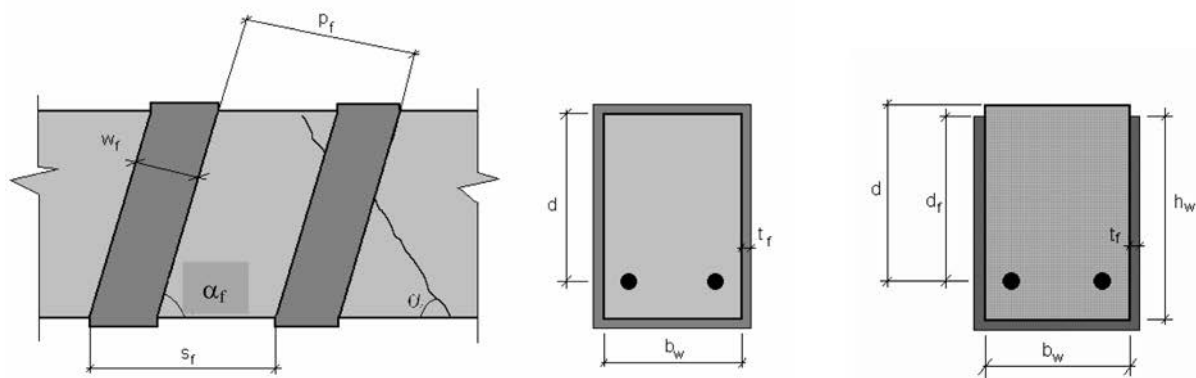


Figura 9. Notación usada para los parámetros de configuración del refuerzo.

Tabla 1. Estimación de la capacidad a cortante y de la deformación de cálculo efectiva con diferentes guías de diseño.

Guía de diseño	Expresión general	U	W	Continuo	Comentarios
				Discontinuo	
FIB14	$V_f = 0.9\epsilon_{\mu}E_f\rho_f b_w d (\cot\theta + \cot\alpha_f) \sin\alpha_f$ $\epsilon_{\mu} = \epsilon_{R_s} \quad \epsilon_{R_s} = k\epsilon_{f,s}$	$\epsilon_{f,s} = \min \left\{ \begin{aligned} &0.65 \left(\frac{f_{cm}^{2/3}}{E_f \rho_f} \right)^{0.56} \times 10^{-3} \\ &0.17 \left(\frac{f_{cm}^{2/3}}{E_f \rho_f} \right)^{0.30} \epsilon_{\mu} \end{aligned} \right.$	$\epsilon_{f,s} = 0.17 \left(\frac{f_{cm}^{2/3}}{E_f \rho_f} \right)^{0.30} \epsilon_{\mu}$	$\rho_f = 2t_f \sin\theta / b_w$ $\rho_f = 2 \left(\frac{t_f}{b_w} \right) \left(\frac{w_f}{s_f} \right)$	$k = 0.8$ $E_{j,III} GPa$
TR55	$V_f = E_f \epsilon_{\mu} A_{fs} \left(\frac{d_f - \frac{n}{3} l_{f,max}}{s_f} \right) (\sin\alpha_f + \cos\alpha_f)$	$\epsilon_{\mu} = \min(\epsilon_{\mu,u} / 2, 0.64 \sqrt{\frac{f_{cm}}{E_{\mu} t_f}}, 0.004)$	$\epsilon_{\mu} = \min(\epsilon_{\mu,u} / 2, 0.64 \sqrt{\frac{f_{cm}}{E_{\mu} t_f}}, 0.004)$ $n = 0$	$w_f = \sin\alpha_f$ $s_f = 1$	$l_{f,max} = 0.7 \sqrt{\frac{E_f t_f}{f_{cm}}}$
ACI	$V_f = \frac{2n t_f w_f E_f \epsilon_{\mu} (\cos\alpha_f + \sin\alpha_f) d_f}{s_f}$	$\epsilon_{\mu} = \kappa_s \epsilon_{\mu} \leq 0.004 \quad \kappa_s = \frac{k_1 k_2 L_c}{11900 \epsilon_{\mu}}$ $k_1 = \left(\frac{f_{cm}}{27} \right)^{2/3} \quad k_2 = \frac{d_f - L_c}{d_f}$ $L_c = \frac{23300}{(n_f t_f E_f)^{0.58}}$	$\epsilon_{\mu} = 0.004$	$s_f = \frac{w_f}{\sin\beta}$	$V_s + V_f \leq 8b_w d \sqrt{f_{cm}}$ $s_f^{max} = \frac{d_f}{4} + w_f$

la EHE, la BS 8110 y el ACI 318 se considera la contribución del hormigón V_c en la estimación de la capacidad ‘teórica’ a cortante y, además, se ha adoptado un mecanismo de bielas y tirantes con las bielas inclinadas un ángulo de 45°. Por el contrario, en las predicciones teóricas con el Eurocódigo 2, al no incluirse la contribución del hormigón, se ha considerado para la inclinación de las bielas un valor límite de $\cot\theta=2.5$.

Sin embargo, aunque en la aplicación del Eurocódigo 2 no se considera la contribución del hormigón, V_c , para estimar la capacidad a cortante, en las predicciones llevadas a cabo en este trabajo con el modelo propuesto se ha añadido este término por considerar su aportación esencial para la interpretación correcta del mecanismo de resistencia a cortante de la viga de hormigón armado.

4.3. COMPARATIVA

En todos los estudios llevados a cabo, se han tomado los siguientes parámetros para la aplicación del algoritmo genético: a) Tamaño de población = 100; b)

Probabilidad de cruce = 0.6; c) Probabilidad de mutación = 0.03; d) Número máximo de generaciones = 50.

Además, considerando la naturaleza estocástica de los AGs, se han llevado a cabo 20 pasadas de ordenador independientes de cada probeta, a fin de disminuir la influencia de efectos aleatorios.

La comparación de las predicciones (V_{pred}) teóricas y las obtenidas con el modelo con los resultados experimentales, V_{exp} , se muestra para cada probeta en la tabla del Apéndice B. En la Tabla 2 se muestra la comparación global para todas las vigas ensayadas usando el promedio μ , la desviación típica σ y el coeficiente de variación COV del índice V_{exp}/V_{pred} . Las siguientes seis combinaciones de normativas de hormigón y guías de diseño de FRP se han considerado: EHE+FIB14, EC2+FIB14, EC2+TR55, BS8110+TR55 y ACI318+ACI440. Todas las comparaciones se muestran también gráficamente en la Figura 10. Para mostrar mejor la correlación entre los resultados experimentales y las predicciones se ha representado también la línea diagonal correspondiente a la concordancia perfecta. Cuanto más cerca estén los puntos de esta línea mejores son las predicciones.

Tabla 2. Comparación de las predicciones de resistencia a cortante del modelo propuesto con predicciones ‘teóricas’ calculadas para la base de datos del Apéndice A.

V_{exp}/V_{pred}	FIB14				TR55				ACI440	
	EHE	EC2	Modelo+EHE	Modelo+EC2	EC2	BS8110	Modelo+EC2	Modelo+BS8110	ACI318	Modelo+ACI318
μ	0.99	1.05	0.95	0.88	1.39	1.34	0.99	1.08	1.49	1.43
σ	0.26	0.37	0.25	0.25	0.43	0.43	0.29	0.35	0.52	0.57
COV	25.72	35.67	26.27	27.99	30.75	32.13	29.36	32.82	35.08	39.96
Pendiente	1.08	0.99	1.29	1.41	0.68	0.83	1.06	1.01	0.81	0.95
Coefficiente de correlación, R	0.96	0.93	0.95	0.93	0.95	0.89	0.89	0.87	0.88	0.83

Tabla 3. Comparación de las predicciones de resistencia a cortante del modelo propuesto con predicciones 'teóricas' calculadas para vigas reforzadas en U y W de la base de datos del Apéndice A.

V_{exp}/V_{pred}	FIB14				TR55				ACI440	
	EHE	EC2	Modelo+EHE	Modelo+EC2	EC2	BS8110	Modelo+EC2	Modelo+BS8110	ACI318	Modelo+ACI318
μ	0.94	1.04	0.90	0.83	1.28	1.07	0.82	0.85	1.23	1.13
σ	0.33	0.47	0.31	0.31	0.51	0.34	0.28	0.31	0.48	0.50
COV	34.72	45.39	33.99	37.13	39.99	32.13	33.87	36.79	39.09	44.26

V_{exp}/V_{pred}	FIB14				TR55				ACI440	
	EHE	EC2	Modelo+EHE	Modelo+EC2	EC2	BS8110	Modelo+EC2	Modelo+BS8110	ACI318	Modelo+ACI318
μ	1.05	1.05	1.00	0.93	1.50	1.60	1.15	1.29	1.74	1.72
σ	0.15	0.26	0.17	0.16	0.30	0.33	0.20	0.24	0.44	0.49
COV	14.68	24.37	17.54	17.37	20.30	20.78	17.65	19.00	25.16	28.54

Las pendientes de las rectas de regresión lineal y los coeficientes de correlación lineal se muestran también en la Tabla 2. En la Tabla 3 se muestra la misma comparativa global que en la Tabla 2 pero considerando de forma separada los ensayos con refuerzo en U de aquellos con refuerzo en W.

De los resultados se pueden deducir las siguientes conclusiones con la salvedad de que, dado el elevado número de parámetros que afectan al proceso, es difícil establecer mecanismos de comportamiento perfectamente establecidos:

a) Cuando se aplica la EHE combinada con el FIB14 se ha comprobado que el coeficiente de seguridad parcial incluido implícitamente en la expresión de la contribución del hormigón tiene una influencia muy alta en las

predicciones. En todos los cálculos se ha utilizado la EHE recientemente aprobada según la cual el coeficiente 0.10 se sustituye por $0.15/\gamma$. Al tomarse en las predicciones $\gamma=1$ las estimaciones teóricas y las del modelo han salido superiores a los resultados experimentales. En el caso de utilizar la EHE antigua con el factor 0.10 o tomarse $\gamma=1.5$ en la nueva EHE la situación se invertiría produciéndose una mejor estimación de los resultados experimentales con las predicciones del modelo al ajustar éstas mejor la configuración geométrica del modelo de bielas y tirantes.

b) Cuando la contribución del hormigón en las predicciones del modelo se evalúa con el EC2 los valores obtenidos sobreestiman la capacidad de la viga dando lugar, por tanto, a estimaciones inseguras. La justificación a esto viene del hecho que el EC2 no considera con-

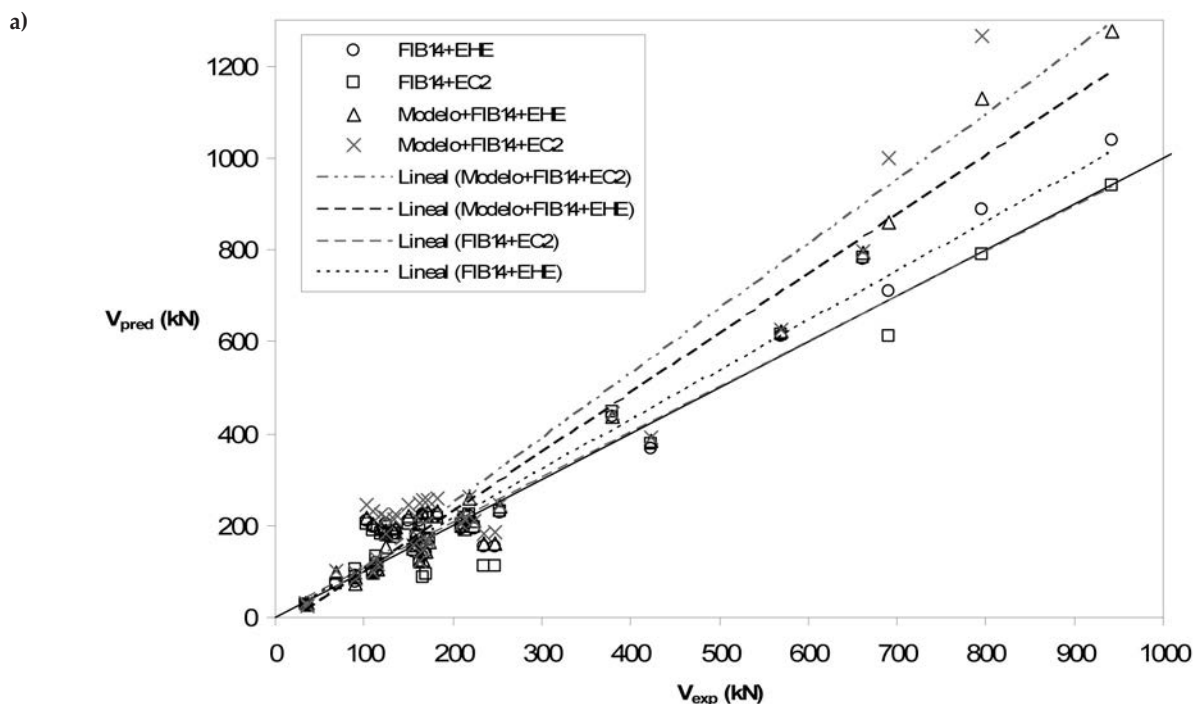


Figura 10 a. Comparación de las predicciones de resistencia a cortante con los resultados experimentales.

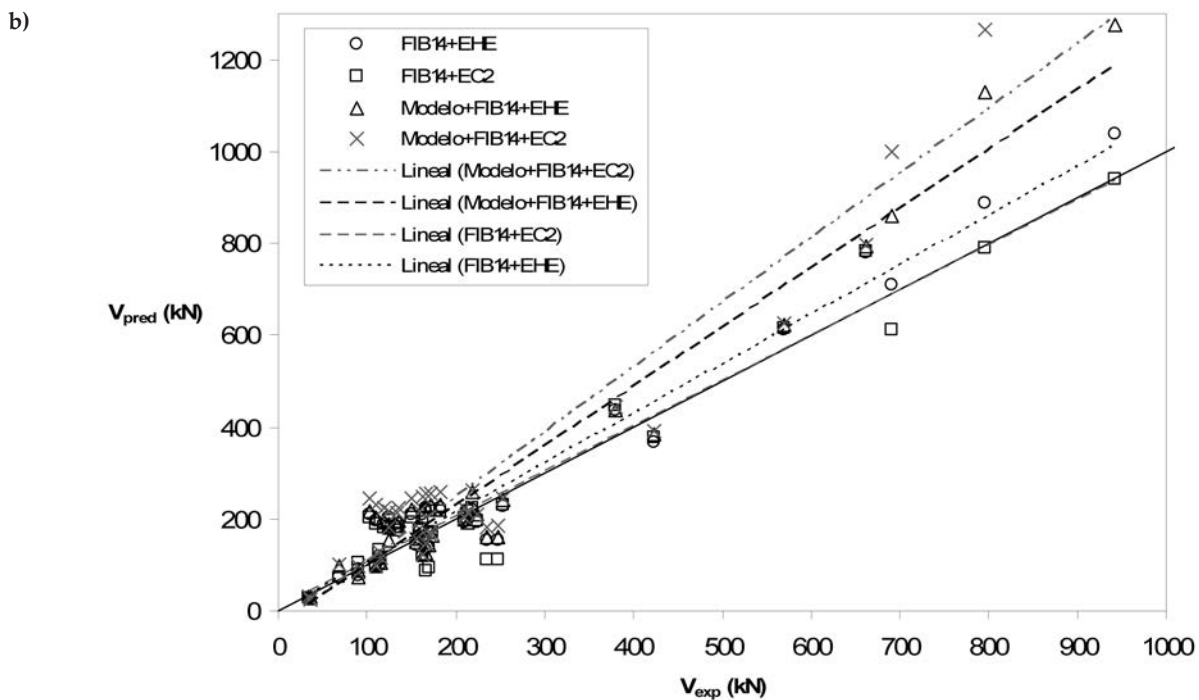


Figura 10 b. Comparación de las predicciones de resistencia a cortante con los resultados experimentales.

tribución del hormigón cuando existe armadura de cortante compensándose esto por tomar valores de inclinación de las bielas inferiores a 45° . De hecho, en las 'predicciones teóricas' de este trabajo se ha tomado el valor límite correspondiente a $\cot\theta=2.5$. Sin embargo, en la determinación de las inclinaciones de las bielas con el modelo propuesto los valores se ajustan más a la realidad física del mecanismo resistente de la viga lo cual requeriría incluir la capacidad acumulativa del hormigón. Al incluirse ésta mediante la expresión dada por el EC2 para hormigón sin armadura interna de cortante se puede producir una sobreestimación como así sucede. De hecho, en el valor de V_c tomado del EC2 interviene un coeficiente de 0.18 que coincide con el de la expresión dada por la EHE para vigas sin armadura de cortante pero que es mayor que el 0.15 empleado para vigas con armadura de cortante. De cualquier forma, al comparar las predicciones 'teóricas' de la FIB14+EC2 con la TR55+EC2 se obtiene que la FIB14 ajusta mejor la deformación de cálculo efectiva del FRP que la TR55

c) Las predicciones del modelo con la TR55 se aproximan mucho más a los ensayos que las de las normativas aunque, en este caso, conviene diferenciar entre refuerzo en U y W. Las predicciones del modelo para vigas reforzadas en U cuando la deformación de cálculo efectiva ϵ_{fd} se evalúa con la TR55 también producen una sobreestimación de la capacidad a cortante. Esto se debe a que en la TR55, a diferencia de otras guías de diseño (Tabla 1), se considera la configuración del refuerzo, no en la expresión de ϵ_{fd} , sino directamente en la evaluación de V_f mediante la introducción de un parámetro n que reduce el canto útil una magnitud variable en función de que el refuerzo sea en W, U o sólo en las caras laterales. Como en las predicciones del modelo se ha considerado directamente el valor de ϵ_{fd}

no se ha hecho, por tanto, ninguna distinción acerca del tipo de configuración asimilándose, por tanto, el valor por defecto de n que es 0 y que corresponde a un encajado completo de la sección. Esto resulta en una sobreestimación de la capacidad de las vigas reforzadas en U. Dicho fenómeno no aparecería para las vigas reforzadas en W. Esta sobreestimación, además, se agrava cuando V_c se calcula con el EC2 por lo comentado anteriormente.

d) El modelo también produce mejores predicciones cuando se emplea la normativa ACI. Sin embargo, en cualquier cálculo, la recomendación ACI440 da predicciones excesivamente conservadoras cuando el refuerzo es en W. Estos resultados son consecuencia de limitar ϵ_{fd} a 0.4% para la configuración en W. Parece, por tanto, que esta limitación resulta demasiado restrictiva y se debería reconsiderar en el futuro. En la TR55 también se incluye esta limitación de deformación junto con otras dos. Su inclusión en los cálculos también daría predicciones muy conservadoras. Sin embargo, tal como se afirma en la TR55 no existe una justificación racional clara para su uso el cual sólo sería adecuado en el caso de adoptar un diseño excesivamente cauteloso. Por ello, en las predicciones del modelo con la TR55 sólo se han mantenido los otros dos valores límite de ϵ_{fd} mostrados en la Tabla 1.

5. ESTUDIO PARAMÉTRICO

Teniendo en cuenta la diversidad de expresiones empíricas propuestas para evaluar la capacidad a cortante de una viga de hormigón reforzada externamente con FRP, en este trabajo se ha realizado un estudio paramétrico

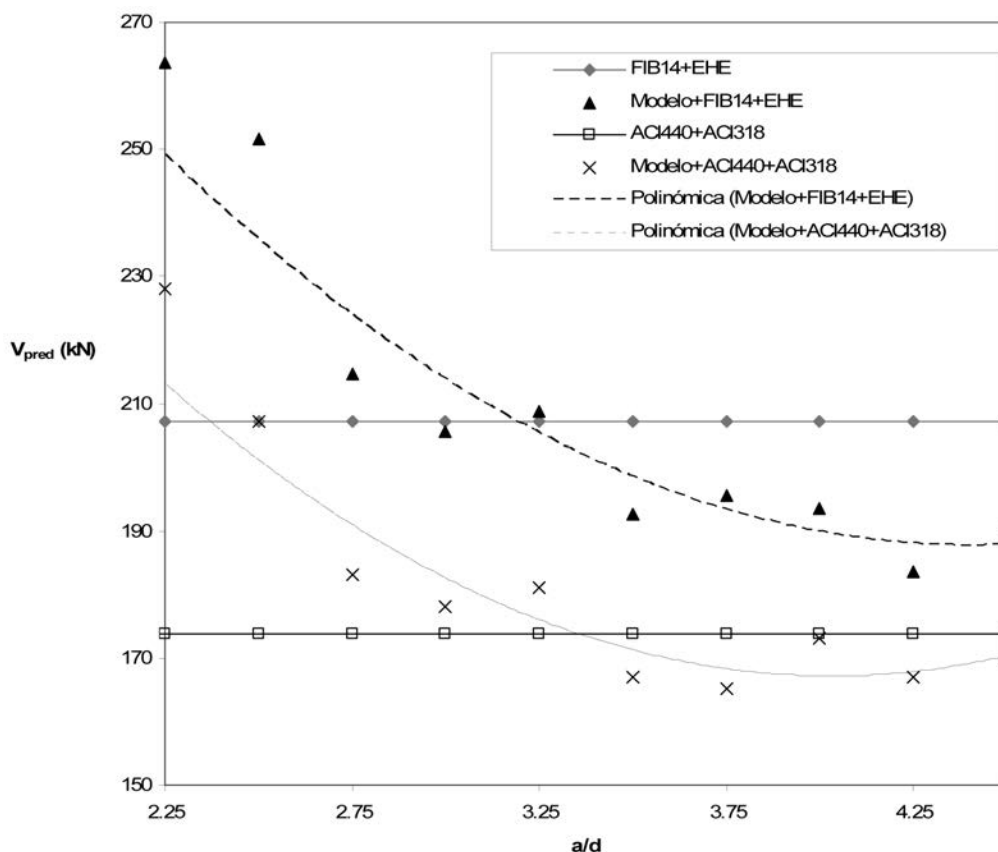


Figura 11. Predicciones de resistencia a cortante para a/d variable.

con el fin de comparar algunos rasgos característicos del modelo propuesto con las expresiones de las guías de diseño. Asimismo, mediante este estudio se podrán establecer adecuadamente los rangos de aplicación del procedimiento desarrollado.

5.1. Índice a/d

Aunque las normativas no lo reflejen, el índice a/d tiene una influencia notable en la estimación de la capacidad a cortante de una viga. Además, se suele aceptar que valores de a/d próximos a 2.5 dan la transición de vigas de canto elevado a vigas más esbeltas y, por lo tanto, delimitan el rango de aplicación de los modelos de bielas y tirantes [32]. Por ello, se ha llevado a cabo un estudio de la influencia de este índice para vigas reforzadas con armadura externa de FRP.

En la Figura 11 se muestra la comparación de los resultados predichos por el modelo con las predicciones teóricas para distintos valores de a/d . En la comparativa se han representado sólo, por simplicidad, los casos EHE+FIB14 y ACI318+ACI440, con los cuales se han obtenido las mejores predicciones de los resultados experimentales, y se ha considerado como referencia una viga reforzada en U. Aunque no representados en la Figura 11, los casos que emplean el Eurocódigo 2 para estimar V_c o la TR55 para estimar ε_{fd} producen una sobreestimación de la capacidad a cortante para cualquier valor a/d por las razones comentadas en el aparta-

do 4.3. Los resultados de la Figura 11 muestran que, para las predicciones del modelo, a medida que el índice a/d aumenta, la resistencia a cortante disminuye. Además, como ocurría para vigas sin armadura externa, hay un límite de a/d próximo a 3.25 para el cual el modelo pasa de sobreestimar a subestimar la capacidad a cortante cuando se compara con las predicciones de las normativas. Este límite delimitaría también el valor de a/d a partir del cual el modelo de bielas y tirantes deja de ser adecuado al ser la viga más esbelta. De cualquier forma cualquier generalización requeriría un estudio mucho más exhaustivo debido al elevado número de variables que influyen en el comportamiento de una viga con armaduras de cortante interna y externa.

5.2. Espesor de FRP (t_f)

El espesor de FRP tiene mucha influencia en la capacidad a cortante de la viga reforzada. En la Figura 12 se muestran las predicciones teóricas y del modelo para una viga reforzada en U con distintos espesores. Al igual que en el estudio anterior, sólo los casos EHE+FIB14 y ACI318+ACI440 se han considerado. La tendencia es similar para ambas predicciones aunque parece que el modelo da una importancia relativa a este parámetro ligeramente superior a la de las normativas.

En la misma Figura 12 se muestra también la influencia de este parámetro para dos valores distintos de a/d . La

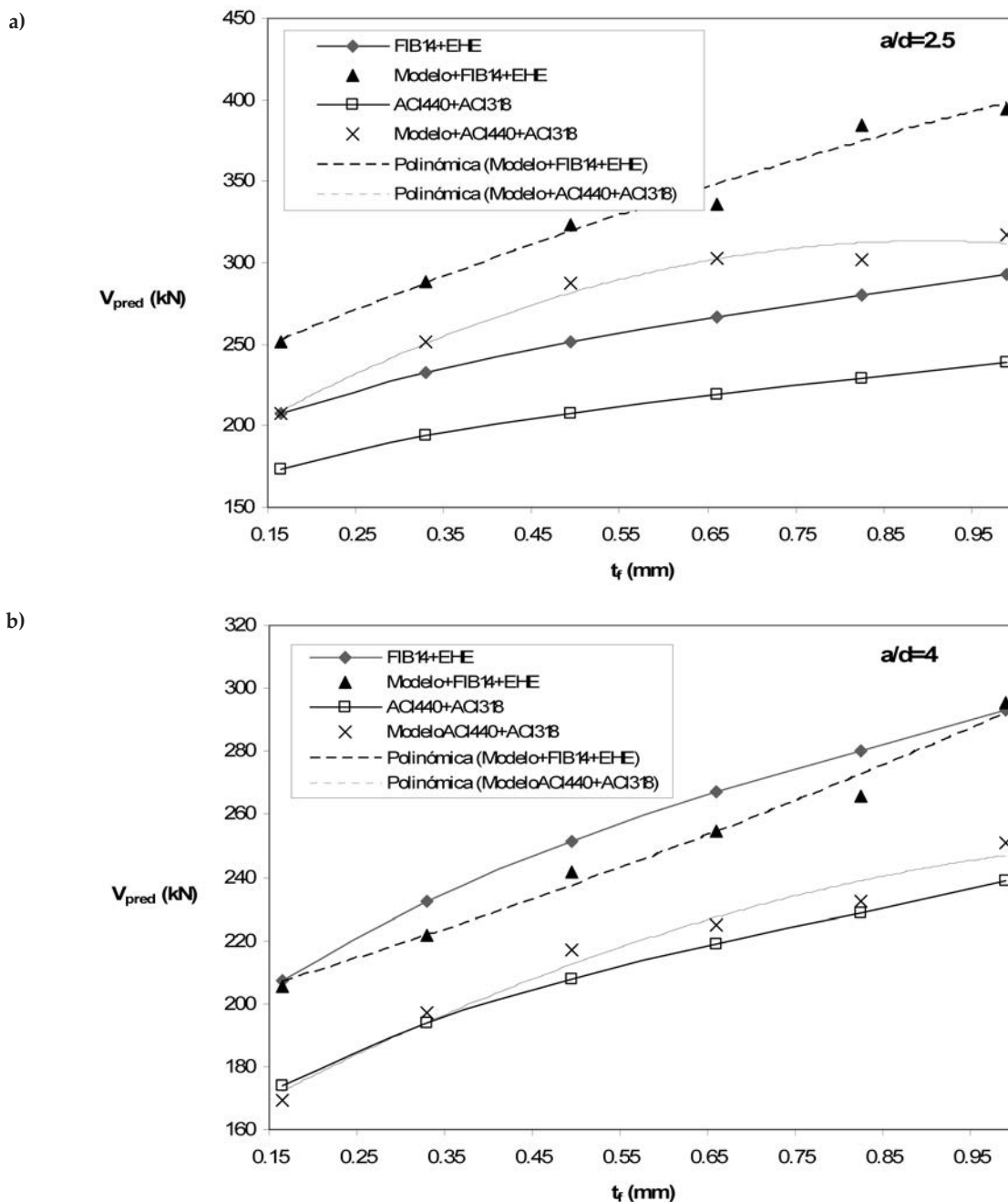


Figura 12. Predicciones de resistencia a cortante en función del espesor del refuerzo externo:
a) $a/d = 2,5$ b) $a/d = 4$

tendencia comentada en el párrafo previo se mantiene aunque para valores más altos de a/d las predicciones del modelo empiezan a ser menos conservadoras que las obtenidas con las normativas siguiendo la tendencia comentada en el apartado anterior.

5.3. Módulo de elasticidad de la armadura de FRP (E_f)

La Figura 13 muestra la influencia del módulo elástico del FRP en el modelo propuesto en comparación con las predicciones teóricas. Al igual que con el parámetro anterior, la tendencia de ambas predicciones es similar. Sin embargo, en este caso, no es posible afirmar que el

modelo otorgue una importancia relativa superior a este parámetro en comparación con las normativas.

En la misma figura se muestra también la influencia del parámetro a/d . Los mismos comentarios del apartado anterior serían válidos en este caso.

5.4. Ángulo de inclinación de las fibras de FRP (α_f)

Normalmente se supone que las fisuras de cortante siguen la dirección de las bielas de compresión y que se abren en dirección perpendicular. Por tanto, las fibras de la armadura de FRP adheridas sobre las fisuras sufrirán un esfuerzo como consecuencia de la abertura de

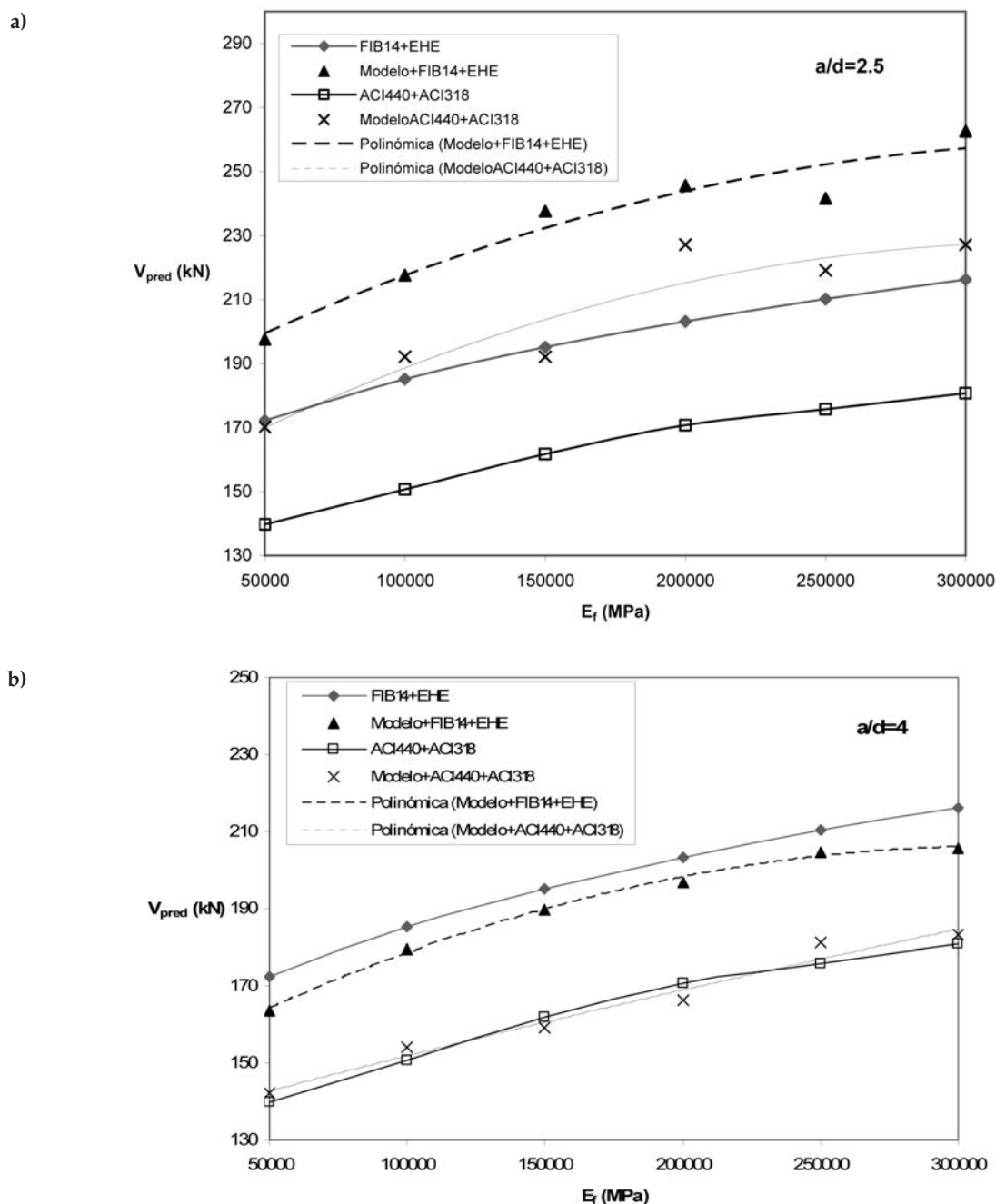


Figura 13. Predicciones de resistencia a cortante en función del módulo de elasticidad del refuerzo externo
a) $a/d = 2.5$ b) $a/d = 4$

éstas contribuyendo de esta forma a aumentar la capacidad a cortante de la viga. En este sentido, si la dirección de las fisuras se conociese de antemano, las fibras se podrían adherir en la dirección más efectiva. Sin embargo, desde el punto de vista de la ejecución del refuerzo, la forma más sencilla de colocar la armadura externa es perpendicular al eje de la viga.

En el estudio paramétrico llevado a cabo se han considerado ángulos de inclinación entre 30° y 90° y los resultados se muestran en la Figura 14. Cuando la deformación de cálculo efectiva del FRP se ha calculado con FIB14 o ACI440 las predicciones del modelo y las de las normativas siguen una tendencia similar alcanzándose el valor máximo cuando $\alpha_f = 45^\circ$. Aunque no repre-

sentada en la figura, las conclusiones con la FIB14 serían similares.

5.5. Altura de refuerzo externo (d_f)

En la Figura 15 se muestra la influencia del parámetro d_f en las predicciones teóricas y del modelo. Las predicciones obtenidas con el modelo mantienen con ligeras variaciones la misma tendencia que las predicciones 'teóricas' correspondientes ya que el efecto de este parámetro se introduce mediante las expresiones de la deformación de cálculo efectiva del FRP mostradas en la Tabla 1, las cuales se aplican tanto en las predicciones 'teóricas' como en las del modelo.

6. CONCLUSIONES

Se ha propuesto un nuevo método de estimación de la capacidad a cortante de vigas de hormigón armado reforzadas con armadura interna de acero y armadura externa de FRP. Mediante un procedimiento automático y fácil de implementar basado en los algoritmos genéticos se puede estimar la configuración bielas y tirantes óptima de una viga reforzada y, por tanto, su capacidad resistente. Además, a diferencia de otros procedimientos, en el modelo desarrollado se permiten configuraciones óptimas de la celosía en las cuales los ángulos de todas las bielas a compresión varían con el propósito de representar más adecuadamente la realidad física del problema estudiado.

La validez del método propuesto y su rango de validez

se ha estudiado por comparación con las predicciones de otras normativas de proyecto y de resultados experimentales. Asimismo, para estimar la deformación de cálculo efectiva del FRP se han utilizado diferentes guías de diseño. Considerando el elevado número de variables implicadas en el proceso y las limitaciones implícitas en algunas normativas y guías de diseño se ha confirmado la validez del procedimiento propuesto en comparación con las estimaciones llevadas a cabo con las normativas y guías de diseño publicadas hasta la fecha. Sin embargo, dada la complejidad del problema estudiado, sería interesante para el futuro profundizar todavía más en el método y en su interrelación con algunas de las guías de diseño existentes por su aplicación a una base de datos experimental más extensa. Esto permitiría su utilización futura como herramienta de ajuste de cara a establecer una normativa sobre este tipo de refuerzo.

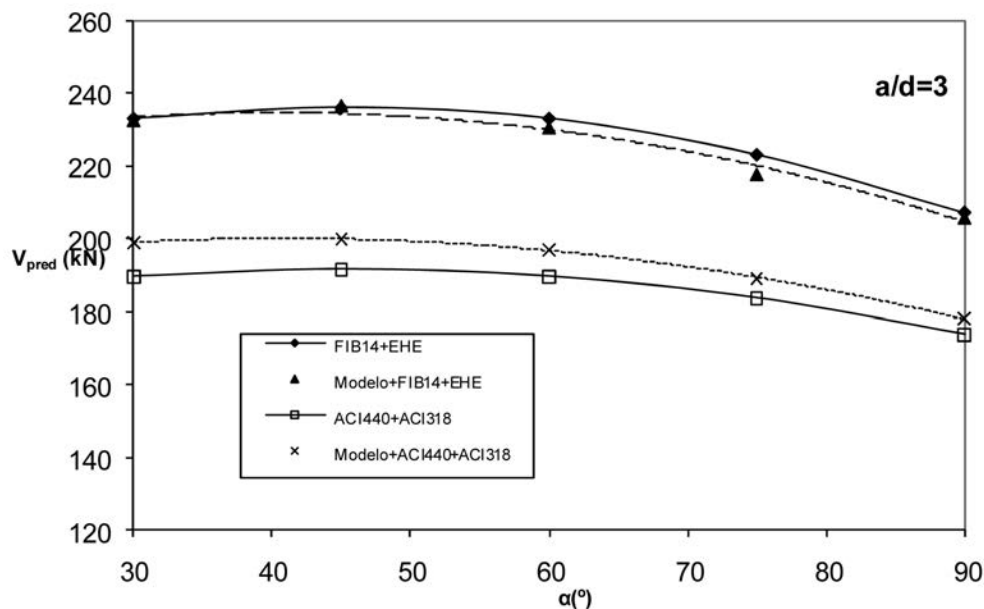


Figura 14. Predicciones de resistencia a cortante en función del ángulo de las fibras del refuerzo externo.

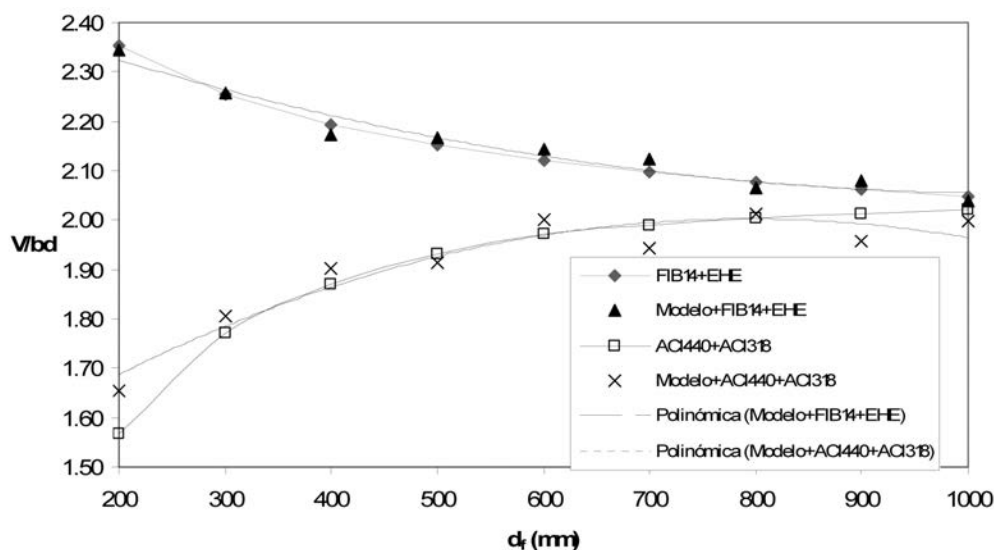


Figura 15. Predicciones de resistencia a cortante en función de la altura del refuerzo externo.

APÉNDICE A. Características mecánicas y geométricas de las vigas y de sus correspondientes refuerzos.

Author	Index	Tie	b _w (mm)	d (mm)	c (mm)	f _{cm} (MPa)	ρ _l (%)	f _{yl} (MPa)	ρ _w (MPa)	f _{yw} (MPa)	A _w /s (mm)	a/d	type of load	E _f (MPa)	t _f (mm)	w _f (mm)	s _f (mm)	α _f (°)	V _{exp} (kN)
Monti [33]	US60	U	250	420	30	11.21	1.2	400	0.402	400	0.25	3.33	0.5	390000	0.22	150	346	60	111
	USVA	U	250	420	30	11.21	1.2	400	0.4	400	0.25	3.33	0.5	390000	0.22	150	400	45	120
	USV+	U	250	420	30	11.21	1.2	400	0.4	400	0.25	3.33	0.5	390000	0.22	150	400	45	135
	US45+	U	250	420	30	11.21	1.2	400	0.4	400	0.25	3.33	0.5	390000	0.22	150	424	45	126
	UF90	U	250	420	30	11.21	1.2	400	0.4	400	0.25	3.33	0.5	390000	0.22	150	300	90	125
	US45++	U	250	420	30	11.21	1.2	400	0.4	400	0.25	3.33	0.5	390000	0.22	50	150	45	134
	WS45++	W	250	420	30	11.21	1.2	400	0.4	400	0.25	3.33	0.5	390000	0.22	50	150	45	159
	US45+ "A"	U	250	420	30	11.21	1.2	400	0.4	400	0.25	3.33	0.5	390000	0.22	150	225	45	167
	US45++ "B"	U	250	420	30	11.21	1.2	400	0.4	400	0.25	3.33	0.5	390000	0.22	150	225	45	172
	US45++ "C"	U	250	420	30	11.21	1.2	400	0.4	400	0.25	3.33	0.5	390000	0.22	150	225	45	183
	US45++ "F"	U	250	420	30	11.21	1.2	400	0.4	400	0.25	3.33	0.5	390000	0.22	150	300	45	150
	US45++ "E"	U	250	420	30	11.21	1.2	400	0.4	400	0.25	3.33	0.5	390000	0.22	150	300	45	163
US45+ "D"	U	250	420	30	11.21	1.2	400	0.4	400	0.25	3.33	0.5	390000	0.22	150	300	45	104	
Khalifa y Nanni [13]	BT2	U	150	371	34	35	2.23	470	0	350	0	2.88	0.5	228000	0.165	167	167	90	156
	BT4	U	150	371	34	35	2.21	470	0	350	0	2.88	0.5	228000	0.165	50	125	90	162
Kamiharako [34]	2	W	250	400	100	32.6	2.28	521	0	500	0	2.25	0.5	224000	0.11	40	100	90	209
	3	W	250	400	100	32.6	2.28	521	0	500	0	2.25	0.5	90000	0.169	40	100	90	219
Umezu [35]	AS1	W	150	272	28	43	1.08	1720	0	420	0	2.94	0.5	73000	0.044	200	200	90	91
	AS2	W	150	272	28	43	1.08	1720	0	420	0	2.94	0.5	73000	0.044	100	200	90	90
	AS3	W	150	272	28	44.8	1.08	1720	0	420	0	2.94	0.5	73000	0.088	200	200	90	114
	CS1	W	300	257	43	40.5	1.09	1720	0	420	0	2.96	0.5	244000	0.111	200	200	90	214
	CS2	W	300	257	43	40.5	1.09	1720	0	420	0	3.15	0.5	244000	0.111	100	200	90	159
	CS3	W	150	257	43	44.8	1.09	1720	0	420	0	3.15	0.5	244000	0.111	100	200	90	116
	AB1	W	150	253	47	41.9	2.19	1070	0	420	0	3.2	0.5	73000	0.044	200	200	90	110
	AB2	W	300	253	47	45.6	2.19	1070	0	420	0	3.2	0.5	73000	0.044	200	200	90	173
	AB4	W	300	253	47	41.9	2.19	1070	0	420	0	3.2	0.5	73000	0.088	200	200	90	224
	AB5	W	300	253	47	42.7	2.19	1070	0	420	0	3.2	0.5	73000	0.144	200	200	90	254
	AB8	W	600	253	47	43.5	2.19	1070	0	420	0	3.2	0.5	73000	0.144	200	200	90	424
	AB9	W	450	399	51	39.9	2.24	1040	0	420	0	3.01	0.5	73000	0.14	200	200	90	379
AB10	W	550	499	51	39.9	2.05	1040	0	420	0	3.01	0.5	73000	0.14	200	200	90	569	
AB11	W	550	499	51	40.6	2.05	1040	0	420	0	3.01	0.5	73000	0.288	200	200	90	662	
Funakawa [36]	S2	W	600	510	90	30	3.68	1038	0.47	340	0.83	2.5	0.5	240000	0.167	200	200	90	691
	S3	W	600	510	90	30	3.68	1038	0.47	340	0.83	2.5	0.5	240000	0.334	200	200	90	795
	S4	W	600	510	90	30	3.68	1038	0.47	340	0.83	2.5	0.5	240000	0.501	200	200	90	942
Taerwe [37]	BS2	U	200	395	55	35.1	2.39	559	0.39	559	0.14	3.16	0.5	240000	0.11	100	400	90	248
	BS5	U	200	395	55	36.8	2.39	559	0.39	559	0.14	3.16	0.5	240000	0.11	50	400	90	170
	BS6	U	200	395	55	35.8	2.39	559	0.39	559	0.14	3.16	0.5	240000	0.11	50	600	90	167
	BS7	W	200	395	55	34.7	2.39	559	0.39	559	0.14	3.16	0.5	240000	0.11	50	200	90	236
Norris [38]	E	U	125	170	30	36	1.89	420	0.95	420	0.283	2.41	0.5	34000	1	200	200	90	68
Chajes [8]	A	U	60	153	37	46	2.05	500	0	530	0	2.68	0.5	11000	1	200	200	90	34
	E	U	60	153	37	46	2.05	500	0	530	0	2.68	0.5	14000	0.46	200	200	90	35
	G	U	60	153	37	46	2.05	500	0	530	0	2.68	0.5	21000	0.58	200	200	90	37

APÉNDICE B. Predicciones de la capacidad a cortante de las vigas ensayadas experimentalmente.

		FIB14						CNR200				TR55					ACI440				
			EHE	EC2	Model	Model +EHE	Model +EC2		EC2	Model	Model +EC2		EC2	BS8110	Model	Model +EC2	Model +BS8110		ACI318	Model	Model +ACI318
Autor	Referencia	V _f	V _{exp} / V _{pred}	V _{exp} / V _{pred}	V _{model}	V _{exp} / V _{pred}	V _{exp} / V _{pred}	V _f	V _{exp} / V _{pred}	V _{model}	V _{exp} / V _{pred}	V _f	V _{exp} / V _{pred}	V _{exp} / V _{pred}	V _{model}	V _{exp} / V _{pred}	V _{exp} / V _{pred}	V _f	V _{exp} / V _{pred}	V _{model}	V _{exp} / V _{pred}
Monti [33]	US60	94	0.57	0.59	140	0.61	0.48	40	0.82	71	0.69	33	0.87	0.70	106	0.57	0.57	36	0.81	90	0.75
	USVA	88	0.64	0.66	132	0.69	0.54	57	0.79	69	0.75	30	0.97	0.77	104	0.62	0.62	32	0.90	89	0.81
	USV+	88	0.72	0.74	133	0.77	0.61	57	0.89	69	0.85	30	1.09	0.87	102	0.70	0.71	32	1.01	89	0.91
	US45+	84	0.68	0.70	126	0.75	0.58	54	0.84	68	0.79	28	1.02	0.82	99	0.66	0.67	31	0.96	86	0.87
	UF90	103	0.61	0.63	90	0.95	0.69	24	1.06	65	0.81	56	0.83	0.69	100	0.66	0.66	31	0.95	82	0.89
	US45++	81	0.73	0.76	122	0.81	0.63	54	0.90	71	0.83	26	1.10	0.88	94	0.73	0.73	29	1.03	83	0.94
	WS45++	81	0.87	0.90	127	0.94	0.73	78	0.92	80	0.93	39	1.19	0.97	95	0.86	0.87	87	0.84	169	0.70
	US45+ "A"	121	0.75	0.77	165	0.81	0.65	100	0.86	91	0.92	53	1.13	0.94	157	0.68	0.68	58	1.06	125	0.91
	US45++ "B"	121	0.77	0.80	166	0.83	0.67	100	0.88	94	0.93	53	1.17	0.97	152	0.71	0.72	58	1.09	128	0.92
	US45++ "C"	121	0.82	0.85	168	0.87	0.71	100	0.94	95	0.99	53	1.24	1.03	151	0.76	0.76	58	1.16	122	1.01
	US45++ "F"	107	0.72	0.75	156	0.76	0.61	75	0.88	81	0.88	40	1.12	0.91	128	0.69	0.69	43	1.04	100	0.95
	US45++ "E"	107	0.79	0.81	158	0.82	0.66	75	0.96	79	0.97	40	1.22	0.99	122	0.77	0.78	43	1.14	106	0.99
	US45+ "D"	107	0.50	0.51	155	0.53	0.42	75	0.61	79	0.61	40	0.77	0.63	120	0.49	0.50	43	0.72	103	0.64
Khalifa y Nanni [13]	BT2	73	1.08	1.06	84	1.18	0.99	87	0.97	97	0.91	103	0.88	0.92	142	0.72	0.75	112	0.94	116	0.91
	BT4	49	1.34	1.32	50	1.66	1.31	39	1.44	39	1.43	41	1.40	1.52	57	1.24	1.32	45	1.63	49	1.56
Kamiharako [34]	2	72	1.07	1.04	93	1.19	0.94	44	1.21	55	1.13	34	1.28	1.41	62	1.09	1.19	34	1.61	39	1.56
	3	96	0.99	0.97	134	1.01	0.83	43	1.27	59	1.16	19	1.47	1.64	51	1.21	1.33	19	1.91	25	1.82
Umezu [35]	AS1	43	0.99	0.88	39	1.27	0.92	23	1.10	21	1.12	7	1.36	1.84	27	1.05	1.31	7	1.77	6	1.80
	AS2	27	1.19	1.03	24	1.58	1.07	12	1.25	11	1.26	3	1.41	1.95	13	1.23	1.61	3	1.87	3	1.88
	AS3	71	0.95	0.87	70	1.11	0.87	39	1.14	41	1.12	14	1.52	2.02	46	1.07	1.29	14	1.92	12	1.98
	CS1	103	1.10	0.99	101	1.32	1.00	63	1.21	65	1.20	56	1.27	1.56	87	1.07	1.27	56	1.56	50	1.62
	CS2	63	1.02	0.90	64	1.27	0.90	33	1.09	32	1.10	28	1.13	1.45	44	1.01	1.26	28	1.45	25	1.49
	CS3	52	1.16	1.05	56	1.32	1.01	40	1.18	44	1.13	28	1.34	1.69	47	1.10	1.32	28	1.64	27	1.66
	AB1	40	1.14	1.12	41	1.40	1.11	25	1.32	26	1.31	7	1.70	1.91	28	1.28	1.39	7	2.32	6	2.34
	AB2	50	1.04	1.02	49	1.37	1.03	21	1.23	21	1.23	7	1.37	1.59	27	1.18	1.34	7	1.88	6	1.89
Umezu [35]	AB3	80	1.08	1.06	85	1.30	1.04	34	1.39	38	1.35	13	1.61	1.82	48	1.27	1.39	13	2.20	13	2.20
	AB4	80	1.16	1.14	95	1.32	1.06	34	1.49	40	1.43	13	1.73	1.95	46	1.38	1.51	13	2.36	14	2.34
	AB5	113	1.12	1.10	127	1.25	1.04	49	1.53	55	1.48	21	1.83	2.06	56	1.47	1.61	21	2.44	21	2.45
	AB8	140	1.15	1.13	156	1.37	1.08	43	1.52	49	1.49	21	1.65	1.88	59	1.44	1.61	21	2.25	21	2.26
	AB9	199	0.87	0.85	198	1.06	0.85	73	1.18	75	1.18	34	1.35	1.51	86	1.14	1.25	34	1.70	31	1.72
	AB10	264	0.93	0.93	275	1.12	0.91	88	1.30	91	1.29	42	1.45	1.56	104	1.25	1.34	42	1.72	38	1.74
	AB11	431	0.85	0.85	443	0.98	0.83	152	1.31	161	1.29	84	1.52	1.63	152	1.31	1.40	84	1.76	80	1.78
Funakawa [36]	S2	286	0.98	1.13	569	0.90	0.69	141	1.49	380	0.85	164	1.42	1.03	474	0.76	0.79	164	1.18	408	1.01
	S3	465	0.90	1.01	836	0.77	0.63	232	1.43	504	0.85	284	1.31	1.00	569	0.80	0.82	327	1.06	601	0.90
	S4	617	0.91	1.00	984	0.80	0.67	306	1.50	646	0.88	347	1.40	1.10	659	0.87	0.89	491	1.03	829	0.85
Taerwe [37]	BS2	42	1.62	2.23	78	1.85	1.34	21	2.73	53	1.55	20	2.77	1.84	64	1.45	1.57	21	1.91	56	1.85
	BS5	26	1.23	1.78	60	1.46	1.01	11	2.11	42	1.13	10	2.14	1.35	47	1.10	1.20	10	1.40	44	1.37
	BS6	19	1.27	1.87	40	1.73	1.13	7	2.17	37	1.15	7	2.19	1.37	43	1.11	1.21	7	1.43	39	1.41
	BS7	42	1.54	2.11	77	1.78	1.29	27	2.44	57	1.44	21	2.60	1.74	64	1.38	1.50	21	1.82	51	1.83
Norris [38]	E	29	0.92	0.91	69	0.78	0.67	35	0.85	77	0.62	39	0.80	0.81	115	0.46	0.47	44	0.80	86	0.63
Chajes [8]	A	12	1.23	1.27	16	1.29	1.11	22	0.93	25	0.86	12	1.26	1.32	33	0.72	0.74	13	1.46	16	1.30
	E	9	1.39	1.45	11	1.63	1.36	17	1.10	20	1.01	7	1.58	1.68	13	1.26	1.33	2	2.86	2	2.86
	G	12	1.34	1.39	14	1.50	1.27	23	0.97	33	0.77	14	1.29	1.36	16	1.19	1.25	15	1.46	18	1.30
Media (μ)			0.99	1.05		0.95	0.88		1.24		1.06		1.39	1.34		0.99	1.08		1.49		1.43
Desviación típica (σ)			0.26	0.37		0.25	0.25		0.44		0.25		0.43	0.43		0.29	0.35		0.52		0.57
Coefficiente de variación (COV)			25.72	35.67		26.27	27.99		35.43		23.60		30.75	32.13		29.36	32.82		35.08		39.96

Agradecimientos

Este trabajo se enmarca dentro de los Proyectos de Investigación BIA2007-67790, subvencionado por el Ministerio de Educación y Ciencia, y 80010/A04 subvencionado por el Ministerio de Fomento.

REFERENCIAS

- [1] Bank, LC (2006). Composites for construction: Structural design with FRP materials, John Wiley and Sons.
- [2] FIB bulletin 14 (2001). Externally bonded FRP reinforcement for RC structures. Design and use of externally bonded fibre reinforced polymer reinforcement (FRP EBR) for reinforced concrete structures. Task group 9.3. FRP reinforcement for concrete structures. Lausanne, Switzerland.
- [3] ACI 440.2R-02 (2002). Guide for the design and construction of externally bonded FRP systems for strengthening concrete structures. Reported by ACI Committee 440. American Concrete Institute, Farmington Hills, Michigan, USA.
- [4] Concrete Society Technical Report 55 (2000). Design guidance for strengthening concrete structures using fibre composite materials. The Concrete Society, Crowthorne.
- [5] CNR-DT200/2004. Guide for the design and construction of externally bonded FRP systems for strengthening existing structures. Italian National Research Council, Rome, Italy.
- [6] Design Manual No.4 (2001). Strengthening reinforced concrete structures with externally-bonded fibre reinforced polymers. Isis Canada, The Canadian Network of Centres of Excellence on Intelligent Sensing for Innovative Structures.
- [7] Al-Sulaimani, GJ.; Sharif, AM.; Basunbul, IA.; Baluch, MH. y Ghaleb, BN (1994). Shear repair for reinforced concrete by fibreglass plate bonding. *ACI Struct J*, 91(3): 458-464.
- [8] Chajes, MJ.; Januszka, TF.; Mertz, DR.; Thomson, TA. y Finch, WW (1995). Shear strengthening of reinforced concrete beams using externally applied composite fabrics. *ACI Struct J*, 92(3): 295-303.
- [9] Triantafillou, TC (1998). Shear strengthening of reinforced concrete beams using epoxy-bonded FRP composites. *ACI Struct J*, 95(2): 107-115.
- [10] Triantafillou, TC (1998). Composites: a new possibility for the shear strengthening of concrete, masonry and wood. *Compos Sci Technol*, 58 (8): 1285-1295.
- [11] Khalifa, A.; Gold, WJ.; Nanni, A. y Aziz, A. (1998). Contribution of externally bonded FRP to shear capacity of RC flexural members. *J Compos Constr*, 2(4): 195-203.
- [12] Triantafillou, TC. y Antonopoulos, CP. (2000). Design of concrete flexural members strengthened in shear with FRP. *J Compos Constr*, 4(4): 198-205.
- [13] Khalifa. A. y Nanni, A. (2000). Improving shear capacity of existing RC T-section beams using CFRP composites. *Cement Concrete Compos*, 22: 165-174.
- [14] Täljsten, B. y Elfgren, L. (2000). Strengthening concrete beams for shear using CFRP-materials: evaluation of different application methods. *Compos Part B-Eng*, 31(2): 87-96.
- [15] Täljsten, B. (2003). Strengthening concrete beams for shear with CFRP sheets. *Constr Build Mater*, 17: 15-26.
- [16] Chen, JF.; Teng, JG.; Smith, ST. y Lam L (2001). FRP strengthened RC structures. John Wiley & Sons.
- [17] ACI-ASCE Committee 445 (1998). Recent approaches to shear design of structural concrete. *J Struct Engng ASCE*, 124(12): 1375-417.
- [18] Ritter, W. (1899). Die bauweise hennebique. *Schweizerische Bauzeitung*, 33(7): 59-61.
- [19] Mörsch, E (1909). Concrete-steel construction. McGraw-Hill, New York (English translation by EP Goodrich).
- [20] European Committee for Standardization (2004). Eurocode 2: Design of concrete structures, Part 1: General rules and rules for buildings.
- [21] American Concrete Institute (2005). ACI Building code requirements for structural concrete and commentary, ACI 318-05.
- [22] EHE. Instrucción de hormigón estructural. Ministerio de Fomento 2008.
- [23] Aprile, A. y Benedetti A. Coupled flexural-shear design of R/C beams strengthened with FRP. Composites: Part B 2004; 35: 1-25.
- [24] Collins, MP. (1978). Towards a rational theory for R/C members in shear. *Proc Struct Div ASCE*, 104(4): 649-66.
- [25] Goldberg, D. (1989). Genetic algorithms in search, optimization and machine learning. Reading, Massachusetts: Addison-Wesley.
- [26] Cladera, A. y Marí, AR. (2004). Shear design procedure for reinforced normal and high-strength concrete beams using artificial neural networks. Part II: beams with stirrups. *Engineering Structures*, 26: 927-936.
- [27] Cladera A. y Marí, A. Shear Strength In the New Eurocode 2. A Step Forward? Structural Concrete, Federation Internationale du Béton (FIB) 2007; 8: 57-66.
- [28] Coello, CA. (2002). Theoretical and numerical constraint-handling techniques used with evolutionary algorithms: a survey of the state of the art. *Computer*

Methods in Applied Mechanics and Engineering, 191: 1245-87.

[29] Gen, M. y Cheng, R. (1996). A survey of penalty techniques in genetic algorithms. Proceedings of the Sixth International Symposium on Robotics and Manufacturing, Montpellier, France.

[30] Liotta, MA. (2007). FRP strengthening in shear: tests and design equations. Università degli Studi "La Sapienza", Roma, Tesis Doctoral.

[31] BS 8110 (1997). Structural use of concrete. Part 1: Code of practice for design and construction. British Standard.

[32] Kani, MW.; Huggins, MW. y Wittkopp, RR. (1979). Kani on Shear in Reinforced Concrete. Department of Civil Engineering, University of Toronto Press, Toronto.

[33] Monti, G. y Liotta, MA. (2007). Test and design equations for FRP-strengthening in shear. *Constr Build Mater*, 21: 79-809

[34] Kamiharako, A.; Maruyama, K.; Takada, K. y Shimomura, T. Evaluation of shear contribution of FRP sheets attached to concrete beams. Proceedings of the

III International Symposium Non Metallic (FRP) Reinforcement for Concrete Structures, Japan 1997: 467-474.

[35] Umezu, K.; Fujita, M.; Nakai, H. y Tamaki, K. Shear behavior of RC beams with aramid fiber sheet. Proceedings of the *III International Symposium Non Metallic (FRP) Reinforcement for Concrete Structures*, Japan 1997: 491-498.

[36] Funakawa, I.; Shimono, K.; Watanabe, T.; Asada, S. y Ushijima, S. Experimental study on shear strengthening with continuous fiber reinforcement sheets and methyl methacrylate resin. Proceedings of the *III International Symposium Non Metallic (FRP) Reinforcement for Concrete Structures*, Japan 1997: 475-482.

[37] Tearwe, L.; Khalil, H. y Matthys, S. Behavior of RC beams strengthened in shear by external CFRP sheets. Proceedings of the *III International Symposium Non Metallic (FRP) Reinforcement for Concrete Structures*, Japan 1997: 483-490.

[38] Norris, T.; Saadatmanesh, H. y Ehsani, MR. (1997). Shear and flexural strengthening of RC beams with carbon fiber sheets. *J Struct Eng*, 123(7): 903-911.