

Universidad de Madrid - Facultad de Ciencias

SEMINARIO DE ASTRONOMIA Y GEODESIA

(Adherido a la Unión Nacional de Astronomía
y Ciencias Afines)

Publicación N.º 28

Distribución de los períodos y excentricidades
y relación período-excentricidad
en las binarias visuales

POR

J. PENSADO



PUBLICADO EN «LAS CIENCIAS», VOL. XX, N.º 2

MADRID

1 9 5 5

DISTRIBUCION DE LOS PERIODOS Y EXCENTRICIDADES Y RELACION PERIODO-EXCENTRICIDAD EN LAS BINARIAS VISUALES (*)

por J. PENSADO

INTRODUCCION

En una Memoria del Observatorio de París, Rose Bonnet (1) hace un estudio completo de las distribuciones de los períodos, excentricidades y espectros de las estrellas dobles espectroscópicas y visuales, así como de la correlación existente entre las variables citadas y, en particular, la influencia del tipo espectral de la primaria en la correlación período-excentricidad.

Como quiera que el número de órbitas de binarias visuales calculadas ha aumentado considerablemente (de 192, en la Memoria citada, a 334 en el presente trabajo) y algunos resultados obtenidos por el autor de la misma le hacen inclinarse decididamente en favor de la existencia de una relación período-excentricidad que no puede ser atribuible únicamente a la selección, me ha parecido interesante hacer un nuevo estudio con el material disponible hasta la fecha.

En el cuadro número 1 figuran las órbitas utilizadas, sacadas en su mayor parte del Catálogo de efemérides del doctor Muller, y otras más modernas de diversas publicaciones. Las columnas sucesivas indican el número de ADS, el período, la excentricidad y el calculador de la órbita y año de su publicación.

En 18 órbitas del Catálogo de efemérides no hemos podido hallar los elementos completos, y por ello falta la excentricidad, utilizándose aquellas órbitas únicamente en el estudio de la distribución de los períodos. (Cuadro núm. 1.)

(*) Publicación núm. 28 del Seminario de Astronomía y Geodesia de la Universidad de Madrid.

(1) ROSE BONNET: *Spectres, périodes et excentricités des binaires*. Observatoire de Paris, 1947.

CUADRO NÚM. 1

	ADS	P	e	Orbita
	34	108	0.58	Van Biesbroeck, 1954.
	51	107	0.45	Baize, 1943.
	102	310	0.59	Pensado, 1954.
	148	72	0.77	Baize, 1954.
	221	104	0.53	Muller, 1949.
	293	240	0.80	Muller, 1954.
	363	54	0.65	Baize, 1953.
B	1.909	5.6	0.61	Van den Bos, 1937.
l	260	43	0.77	Hirst, 1945.
	450	10	0.55	Finsen, 1938.
	460	6.9	0.73	Luyten, 1933.
	520	25	0.22	Van den Bos, 1937.
	588	296	0.39	Rabe, 1948.
	671	401	0.43	Baize, 1946.
	684	143	0.52	Van Biesbroeck, 1954.
	713	74	0.62	Van Biesbroeck, 1954.
	746	205	0.06	Rabe, 1948.
	755	166	0.32	Baize, 1946.
	784	75	0.30	Van Biesbroeck, 1954.
	862	120	0.60	Baize, 1951.
	918	34	0.20	Eggen, 1946.
	940	166	0.37	Rabe, 1948.
	999	75	0.88	Muller, 1954.
	1.097	180	0.85	Muller, 1954.
	1.123	32	0.00	Van den Bos, 1954.
	1.126	112	0.25	Muller, 1954.
	1.158	64	0.86	Van den Bos, 1950.
	1.223	144	0.96	Van den Bos, 1953.
δ	31	4.6	0.32	Wiet - Knudsen, 1954.
ξ	1.000	144	—	Eggen, 1952.
Dunlop	5	251	0.80	Luyt. - Ebbighaus, 1934.
	1.538	155	0.75	Cid, 1952.
	1.598	60	0.35	Muller, 1949.
	1.613	13	0.58	Van Biesbroeck, 1954.
	1.615	720	0.60	Rabe.
	1.630	56	0.92	Woolley and Simms, 1937.
	1.631	545	0.70	Rabe.
	1.709	150	0.29	Kuiper, 1930.
	1.729	35	0.63	Van den Bos, 1952.
	1.737	150	0.72	Baize, 1954.
h	3.494	192	0.32	Finsen, 1931.
	1.833	264	0.42	Baize, 1953.
	1.860 A'A - B	900	0.50	Rabe, 1954.
	1.860 A'A - A	50	0.40	Rabe, 1954.
	1.865	25	0.26	Finsen, 1937.
	2.028	18	0.40	Van den Bos, 1951.
	2.034	356	0.00	Pensado, 1954.
	2.122	720	0.77	Rabe.
	2.173	78	0.21	Baize, 1954.
	2.200	63	0.00	Van den Bos, 1938.
	2.236	150.	0.55	Muller, 1952.

	ADS	P	e	Orbita
	2 373	51	0.48	Van Biesbroeck, 1954.
	2.402	408	0.68	Woolley, 1948.
Jc	8	40	0.84	Finsen, 1935.
	2.416	867	0.60	Dommanget, 1954.
	2 446	118	0.76	Rabe, 1948.
	2.524	25	0.18	Muller, 1954.
	2 612	221	0 66	Van Biesbroeck, 1954.
	2.616	600	0.71	Luyten, 1934.
B	52	19	0.30	Van den Bos, 1953.
	2.755	103	0.80	Hertzprung, 1942.
	2.765	142	0.26	Muller, 1954.
	2.768	63	0.20	Baize, 1954.
	2.799	63	0.58	Danjon, 1938.
	2.959	450	0.68	Rabe.
	3.041	20	0.76	Muller, 1954.
	3.064	7.2	0.22	Eggen, 1946.
	3.082	180	0.42	Mc Leod, 1941.
	3.093	248	0.40	Van den Bos, 1926.
	3.098	161	0.42	Hopmann, 1952.
RST	2.338	25	0.45	Van den Bos, 1953.
	3.135	90	0.61	Van den Bos, 1937.
	3.159	77	0.58	Van den Bos, 1952.
	3.169	225	0.22	Mc Leod, 1940.
	3.182	52	0.70	Van Biesbroeck, 1954.
	3.210	30	0.20	Kuiper, 1937.
	3.248	38	—	Wierzbinski, 1949.
	3.264	170	0.82	Kuiper, 1937.
	3.475	16	0.44	Kuiper, 1937.
	3.483	105	0.64	Baize, 1953.
	3.588	56	0.80	Van den Bos, 1935.
	3.701	5 3	0.04	Voronov, 1934.
	3.711	163	0 32	Baize, 1953.
	3.991	37	0.90	Baize, 1952.
	4.115	586	0.14	Siegrist, 1951.
	4.153	150	0.87	Van den Bos, 1946.
	4.299	21	0.29	Van den Bos, 1937.
Hu	1.399	72	0.50	Baize, 1952.
	4.617	17	0.76	Alden, 1942.
RST	3.442	19	0.33	Van den Bos, 1952.
	4.929	56	0.90	Baize, 1953.
	4.971	210	—	Muller, 1951.
Hd	195	106	—	Eggen, 1952.
Sellers	7	50	—	Eggen, 1952.
	5 234	116	0.72	Rabe, 1948.
∅	19	26	0.41	Finsen, 1954.
	5 423	50	0.57	De Mettoni, 1948.
	5.447	453	0.16	Ziller, 1954.
I	65	17	0.38	Hirst, 1945.
	5.752	37	0.52	Finsen, 1937.
	5.871	116	0.94	Karmel, 1940.
	5.949	57	0.27	Baize, 1954.
	6 175	380	0.36	Strand, 1940.
	6.251	41	—	Strand, 1951.
	6.354	18	0.50	Baize 1954.
	6 420	23	0.69	Woolley and Simms, 1937.

	ADS	P	e	Orbita
	6.483	57	0.77	Van den Bos, 1949.
	6.549	160	0.52	Van Biesbroeck, 1954.
	6.554	45	0.44	Muller 1952.
	6.650	60	0.31	Makemson, 1933.
	6.664	57	0.66	Van den Bos, 1940.
	6.762	435	0.20	Ekenberg, 1945
RST	321	28	0.18	Van den Bos, 1949.
	6.811	22	0.00	Eggen, 1949.
	6.825	40	0.18	Van den Bos, 1953.
B	1.606	14	0.23	Van den Bos, 1946.
	6.828	51	0.50	Baize, 1953.
	6.851	31	0.85	Baize, 1954.
	6.871	126	0.40	Vidal, 1951.
	6.914	214	0.20	Hirst, 1942.
I	314	54	0.80	Van den Bos, 1953.
	6.993	15	0.61	Betty - Adams, 1939.
	7.067	900	0.70	Rabe.
	7.082	43	0.76	Baize, 1953.
	7.114	39	0.39	Baize, 1942.
	10 UMa	22	0.17	Baize, 1954.
	7.131	78	0.23	Baize, 1953.
	7.158	57	0.30	Baize, 1951.
	7.203	706	0.75	Rabe.
	7.251	687	0.54	Güntzel - Lingner, 1954.
	7.284	34	0.35	Van den Bos, 1938.
	7.307	389	0.29	Arend, 1954.
	7.334	15	0.10	Ekenberg, 1945.
	7.390	119	0.54	Baize, 1951.
Copeland	1	34	0.44	Van den Bos, 1945.
B	780	10	0.30	Van den Bos, 1953.
	7.545	109	0.47	Danjon, 1938.
	7.555	78	0.65	Wierzbinski, 1954.
	7.662	43	0.61	Eggen, 1946.
	7.685	144	0.90	Baize, 1953.
	7.724	672	0.74	Güntzel - Lingner, 1954.
	7.744	222	0.46	Van Biesbroeck, 1954.
	7.780	38	—	Baize, 1950.
	7.846	211	0.79	Van den Bos, 1952.
See	119	16	0.70	Van den Bos, 1950.
	7.871	314	0.23	Arend, 1949.
	8.032	115	0.66	Baize, 1954.
	8.035	44	0.23	Spencer Jones and Furner, 1937.
	8.048	23	0.12	Finsen, 1937.
φ	47	5.7	0.70	Voronov, 1934.
	8.119	60	0.40	Rakowiecki, 1938.
I	879	43	0.74	Van den Bos, 1950.
	8.148	181	0.54	Van Biesbroeck, 1954.
Brs θ	5	233	0.54	Van den Bos, 1933.
	8.166	48	0.17	Baize, 1952.
	8.189	86	0.38	Muller, 1954.
	8.197	73	0.40	Hable, 1954.
	8.239	437	0.63	Van den Bos, 1933.
	8.337	79	0.48	Wierzbinski, 1951.
	8.344	79	0.11	Baize, 1953.
See	143	115	0.58	Van den Bos, 1936.

	ADS	P	e	Orbita
	8.419	120	0.63	Baize, 1944.
	8.539	488	0.93	Schrutka - Rech.
	8.573	180	0.75	Muller, 1954.
h	4.539	84	0.79	Van den Bos, 1936.
	8.630	171	—	Strand, 1937.
	8.635	72	0.14	Baize, 1949.
	8.680	81	0.22	Arend, 1949.
	8.695	1.144	0.68	Rosino, 1944.
	8.705	55	0.57	Baize, 1954.
I	83	294	0.87	Van den Bos, 1953.
	8.739	116	0.44	Baize, 1948.
	8.804	26	—	Pavel, 1949.
I	1.567	67	0.05	Van den Bos, 1950.
	8.862	49	0.14	Baize, 1949.
	8.884	72	0.38	Muller, 1954.
	8.901	42	0.50	Arend, 1949.
λ	179	63	0.33	Van den Bos, 1954.
	8.939	55	0.80	Baize, 1952.
	8.949	226	0.62	Florsch, 1954.
	8.954	195	0.90	Baize, 1952.
I	365	35	0.80	Van den Bos, 1935.
	8.974	220	0.86	Jackson, 1921.
	8.987	22	0.52	Churms, 1954.
	9.019	368	0.45	Ziller, 1954.
	9.031	156	0.45	Rabe, 1927.
	9.071	186	0.67	Arend, 1945.
	9.073	64	0.25	Baize, 1953.
	9.094	38	0.41	Finsen, 1938.
	9.159	200	0.30	Baize, 1953.
	9.165	150	0.78	Muller, 1954.
	9.182	359	0.18	Hopmann, 1945.
	9.185	36	0.90	Baize, 1953.
	9.186	120	0.55	Muller, 1954.
	9.229	321	0.88	Van den Bos, 1938.
	9.247	40	0.25	Van den Bos, 1938.
	9.264	44	0.35	Baize, 1953.
	9.301	30	0.15	Van den Bos, 1949.
	9.324	132	0.80	Wierzbinski, 1951.
α	Cent.	80	0.52	Finsen, 1926.
	9.343	123	0.96	Wierzbinski, 1954.
	9.352	52	0.10	Muller, 1952.
ε	309	25	0.00	Finsen, 1954.
	9.378	88	0.54	Simonov, 1937.
	9.380	220	0.67	Pensado, 1952.
	9.392	443	0.51	Pensado, 1951.
	9.397	10	0.80	Van den Bos, 1954.
	9.413	150	0.51	Strand, 1937.
h	4.707	288	0.30	Woolley and Mason, 1948.
I	227	38	0.90	Bruwer, 1951.
	9.494	254	—	Gennaro, 1940.
	9.505	8.0	0.45	Eggen, 1946.
	9.557	144	0.70	Baize, 1953.
	9.578	191	0.64	Van Biesbroeck, 1954.
	9.617	42	0.28	Danjon, 1938.
	9.626	260	0.59	Baize, 1952.

ADS	P	e	Orbita
9.643	50	0.80	Muller, 1954.
9.689	55	0.61	Finsen, 1937.
9.692	63	0.76	Muller, 1952.
9.716	56	0.59	Stephens, 1939.
9.744	12	0.55	McLeod, 1938.
9.757	91	0.42	Baize, 1953.
9.769	140	0.85	Wilson, 1935.
See 258	26	0.50	Woolley and Mason, 1948.
9.909	46	0.74	Baize, 1942.
See 264	127	0.00	Woolley, 1948.
9.932	55	0.88	Wilson, 1940.
9.979	1.000	0.78	Rabe, 1954.
9.982	680	0.86	Woolley and Symms, 1937.
10.075	236	0.77	Siegrist, 1952.
10.087	132	0.62	Rabe, 1948.
10.095	88	0.23	Wierzbinski, 1951.
10.140	202	0.48	Baize, 1953.
10.157	34	0.47	Baize, 1949.
10.188	120	0.42	Van Biesbroeck, 1927.
10.235	262	0.56	Rabe, 1927.
- 8.°4352	1.7	0.05	Voûte, 1946.
B 885	31	0.23	Van den Bos, 1950.
10.345	1.544	0.67	Von Bezold, 1938.
10.360	8.0	0.91	Eggen, 1945.
10.374	80	0.90	Baize, 1950.
+ 45.°2505	13	—	Baize, 1952.
10.421	106	0.58	Van den Bos, 1953.
10.425	87	—	Baize, 1952.
Brs 13	550	0.74	Wiet - Knudsen, 1954.
Melb 4	42	0.57	Baize, 1946.
10.561	45	0.54	Muller, 1954.
10.585	60	0.18	Baize, 1954.
10.598	46	0.17	Duncombe and Ashbrook, 1952.
10.660	74	0.19	Hall, 1949.
10.786	43	0.18	Silbernagel, 1928.
10.871	36	0.45	Eggen, 1948.
11.005	277	0.70	Hertzprung, 1942.
h 5.014	214	0.52	Dawson, 1926.
11.046	88	0.50	Strand, 1952.
11.060	20	0.97	Van Biesbroeck, 1954.
11.077	57	0.78	Cid, 1950.
RST 3.157	9.5	0.40	Van den Bos, 1950.
11.111	391	0.67	Van den Bos, 1937.
11.186	200	0.92	Wilson, 1935.
11.334	285	0.12	Voronov, 1933.
11.468	185	—	Wilson jr., 1950.
11.479	168	0.38	Arend, 1951.
11.520	12	0.26	Van den Bos, 1953.
11.568	150	—	Baize, 1950.
11.574	48	0.62	Baize, 1954.
11.579	90	—	Baize, 1950.
11.632	352	0.61	Güntzel - Lingner, 1954.
11.791	628	0.68	Wilson, 1954.
11.842	72	0.81	Muller, 1954.
11.871	60	0.24	Baize, 1943.

ADS	P	e	Orbita
11.897	250	0.89	Pensado, 1952.
11.950	21	0.23	Finsen, 1937.
11.989	665	0.62	Gottlieb, 1948.
h 5.084	119	0.31	Dawson, 1924.
12.033	100	0.72	Muller, 1954.
12.096	2.7	0.53	Voronov, 1934.
12.126	12	0.71	Van den Bos, 1953.
12.145	59	0.53	Baize, 1943.
l 253	60	0.78	Van den Bos, 1954.
12.447	474	0.94	Finsen, 1937.
12.880	537	0.30	Rabe.
12.889	244	0.78	Baize, 1954.
I 120	72	0.72	Finsen, 1935.
12.961	90	0.00	Ekenberg, 1945.
12.972	148	0.09	Muller, 1952.
12.973	23	0.85	Finsen, 1937.
13.125	26	0.52	Van Biesbroeck, 1927.
13.169	122	0.18	Baize, 1953.
13.461	84	0.48	Meier, 1923.
13.723	95	0.77	Van Biesbroeck, 1936.
13.728	90	0.92	Muller, 1954.
R 321	108	0.68	Finsen, 1937.
13.850	84	0.77	Baize, 1954.
13.944	48	0.47	Baize, 1954.
14.073	27	0.35	Finsen, 1938.
14.099	95	0.30	Baize, 1953.
14.238	393	0.40	Arend, 1949.
14.296	391	0.45	Rabe, 1948.
14.333	88	0.39	Jonckheere, 1949.
14.360	155	0.42	Baize, 1943.
14.396	30	0.89	Muller, 1954.
14.412	59	0.52	Baize, 1954.
14.424	92	0.25	Van Biesbroeck, 1954.
14.499	101	0.70	Van den Bos, 1933.
+ 6.° 4718	40	0.52	Muller, 1954.
14.636	653	—	De Caro-Veca, 1948.
14.773	5.7	0.42	Luyten - Ebbighausen, 1934.
14.775	78	0.17	Baize, 1954.
14.783	84	—	Baize, 1950.
14.787	50	0.24	Van Biesbroeck, 1940.
14.839	63	0.74	Finsen, 1937.
15.176	49	0.86	Danjon, 1942.
77 Cygni	19	0.16	Muller, 1954.
15.267	85	0.31	Van Biesbroeck, 1954.
15.270	514	0.43	Komendantoff, 1936.
15.281	11	0.30	Luyten, 1934.
φ 283	6.3	0.66	Van den Bos, 1950.
15.300	41	0.23	Baize, 1954.
15.378	21	0.41	Muller, 1954.
15.971 A — BC	361	0.40	Rabe, 1954.
15.971 BC — B	26	0.15	Rabe, 1954.
15.972	45	0.41	Baize, 1944.
15.988	150	0.51	Van Biesbroeck, 1927.
15.992	70	0.31	Baize, 1952.
16.046	61	0.57	Muller, 1954.

ADS	P	e	Orbita
16.057	156	0.61	Arend, 1954.
16.138	30	0.30	Harris, 1946.
16.157	108	0.30	Muller, 1954.
16.173	22	0.72	Eggen, 1946.
16.278	144	0.18	Muller, 1954.
Hd 301	27	0.52	Van den Bos, 1946.
16.314	124	0.12	Muller, 1954.
16.326	90	—	Dommanget.
16.345	105	0.54	Muller, 1954.
Hu 1.335	32	0.69	Van den Bos, 1950.
16.393	129	0.64	Muller, 1954.
16.417	27	0.69	Van den Bos, 1934.
16.538	147	0.56	Van Biesbroeck, 1954.
16.539	72	0.28	Muller, 1954.
16.591	29	0.40	Baize, 1954.
16.665	108	0.80	Tannenbaum, 1938.
16.700	80	0.45	Muller, 1954.
16.708	63	0.12	Van den Bos, 1953.
16.800	48	0.43	Russell, 1948.
16.819	31	0.25	Muller, 1954.
16.836	218	0.15	Widorn, 1954.
16.850	146	0.15	Woolley and Mason, 1948.
Slr 14	188	0.01	Woolley, 1948.
17.052	28	0.29	Eggen, 1946.
17.175	26	0.38	Hall jr, 1949.
17.178	148	0.44	Ziller, 1954.

DISTRIBUCION DE PERIODOS

Los períodos de las binarias visuales están comprendidos entre 1,7 y 1544 años (2). En el cuadro número 2 puede observarse que los períodos se acumulan en el intervalo 0-100 años (57 %), disminu-

CUADRO NÚM. 2

Distribución de los períodos

Intervalos en años	0	100	200	300	400	500	600	700	800	900	> 1000	TOTAL
	100	200	300	400	500	600	700	800	900	1000		
	201	77	31	13	9	5	7	3	1	2	3	352

(2) Excluimos de nuestra lista de órbitas aquellos pares que sólo excepcionalmente pueden desdoblarse visualmente y las órbitas parabólicas.

yendo la frecuencia a medida que el período aumenta, con ligeras fluctuaciones para períodos superiores a 500 años, que nada tienen de extraño dada la escasez de los mismos.

Para tratar de hallar el máximo de frecuencia, fraccionemos el intervalo 100 en dos, como muestra el cuadro número 3.

C U A D R O N Ú M . 3

Distribución de los períodos en el intervalo 0-100

Intervalos en años	0 - 50	0 - 100	TOTAL
	114	87	201

El máximo de frecuencia corresponde al intervalo 0-50, con el 57 % de los pares correspondientes y el 32 % del número total de órbitas.

Fraccionemos de nuevo el intervalo 0-100 en intervalos de diez años; obtenemos así el cuadro número 4.

C U A D R O N Ú M . 4

Intervalos en años	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70	70-80	80-90	90-100	TOTAL
	13	21	29	24	27	26	17	20	15	9	201

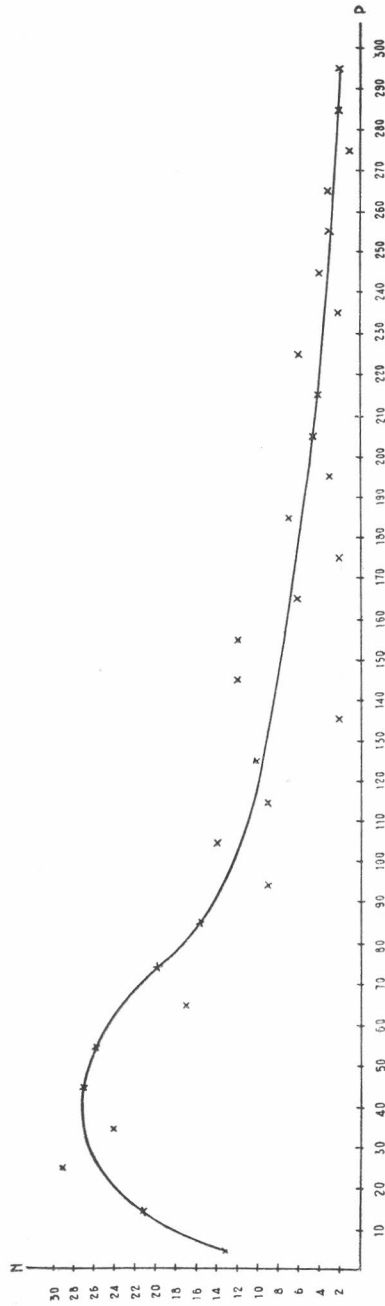
Los períodos se acumulan sobre todo en el intervalo 20-60, que contiene el 52 % de los períodos comprendidos entre 0 y 100, y el 32 % del total de órbitas. Se observan, además, dos máximos de frecuencia correspondiente a los intervalos 20-30 y 40-50, si bien éstos, en particular el segundo, aparecen poco marcados y pudieran convertirse en un único máximo al incrementar el material (3).

Curva de frecuencia

En la figura 1 se han representado las frecuencias correspondientes a los períodos de 0 a 300 años, agrupándolos en intervalos constantes de diez años. Los períodos superiores a 300 años no se

(3) BONNET (*loc. cit.*) encuentra también dos máximos de frecuencia en los mismos intervalos.

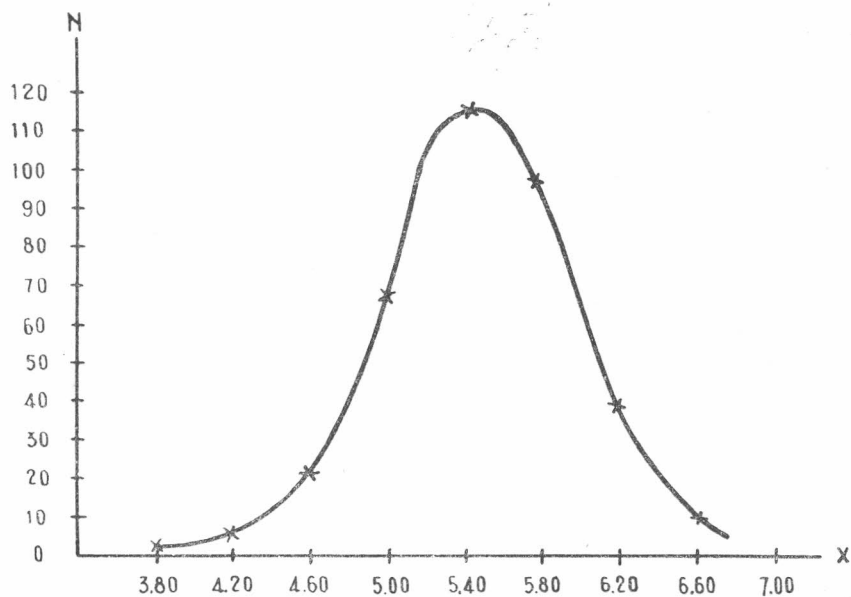
FIG. N°1. CURVA DE FRECUENCIA DE PERIODO/



han representado, debido a la escasez de material existente actualmente. La curva se ha trazado a sentimiento y suponiendo la existencia de un solo máximo en las proximidades de $P = 40$ años.

En la figura 2 aparece la distribución de la variable $x = \log_{10}(P)$, siendo P el período expresado en días (4). Para la represen-

FIG. N° 2. DISTRIBUCION DE LOS VALORES DE X



tación se han utilizado los valores del cuadro número 5, que corresponden a intervalos constantes de 0,40 de la variable x .

La curva de la figura 2 es de forma de campana, ligeramente disimétrica, con un único máximo en los alrededores de $x = 5,40$, que corresponde a un período de 70 años aproximadamente.

(4) Se ha utilizado esta función de P para poder comparar con los resultados de Bonnet.

CUADRO NÚM. 5

Distribución de los valores de $x = \log. (10 P)$

Intervalos de	3.60	4.00	4.40	4.80	5.20	5.60	6.00	6.40	
$x = \log. (10 P)$	4.00	4.40	4.80	5.20	5.60	6.00	6.40	6.80	TOTAL
	2	6	21	67	114	94	37	11	352

Resultados.—La curva de distribución de periodos presenta un máximo en los alrededores de $P = 40$ años.

La curva de frecuencia de la variable x es casi simétrica y más regular que la curva de periodos, y tiene el máximo para $x = 5,40$, o sea para un período de 70 años.

Los valores medios, mediana y dominante son, respectivamente, 148, 79 y 40 años para P , y 5,46, 5,46 y 5,40 para x , lo que indica que la distribución de esta última variable es casi-normal, lo cual no se verifica para la variable P .

Distribución de las excentricidades

El cuadro número 6 da la distribución de las excentricidades para intervalos de una décima.

CUADRO NÚM. 6

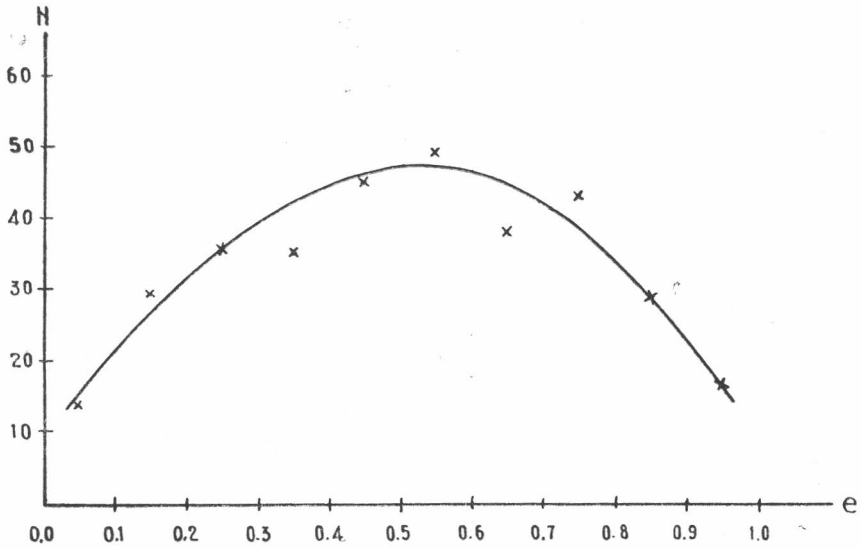
Distribución de excentricidades

Intervalos de e	0.00	0.10	0.20	0.30	0.40	0.50	0.60	0.70	0.80	0.90	
	0.10	0.20	0.30	0.40	0.50	0.60	0.70	0.80	0.90	1.00	TOTAL
	13	29	36	35	45	49	38	43	29	17	334

Tanto el cuadro anterior como la figura 3 muestran una distribución sensiblemente simétrica de las excentricidades, presentando un máximo para un valor de e comprendido entre 0.5 y 0.6.

Para tratar de precisar el máximo de frecuencia de e , dividiremos el intervalo 0.5 — 0.6 en diez intervalos parciales correspondientes a los valores de e 0.50, 0.51, ... 0.59, tal como indica el cuadro número 7.

FIG N° 3. DISTRIBUCION DE EXCENTRICIDADES



El máximo de frecuencia, si bien poco marcado, corresponde a $e = 0.52$.

Los valores medio, mediana y dominante de e , son, respectivamente, 0.50, 0.51 y 0.52, lo que indica que la distribución de excentricidades es casi-normal.

CUADRO NÚM. 7

Distribución de excentricidades para $0.50 \leq e < 0.60$

Valores de e	0.50	0.51	0.52	0.53	0.54	0.55	0.56	0.57	0.58	0.59	TOTAL
	7	3	10	3	7	4	2	4	6	3	49

Resultados.—Las excentricidades de las binarias visuales presentan una distribución casi-normal, con un valor dominante mal determinado, debido a la pobreza del material disponible, para $e = 0.52$.

INFLUENCIA DE LA SELECCION EN LAS CURVAS EXPERIMENTALES DE FRECUENCIA DE PERIODOS Y EXCENTRICIDADES

La selección ejerce su influencia en dos formas: bien dificultando el descubrimiento de los pares visuales, bien impidiendo el cálculo de los elementos de la órbita.

La primera causa hace que, aunque conociésemos las órbitas de todas las estrellas dobles actualmente catalogadas, la distribución de sus elementos no coincidiría con la distribución real de los mismos, debido a que la selección obra de distinta manera sobre los pares de distinto período o excentricidad.

La segunda de las causas mencionadas impide o dificulta la obtención de órbitas de pares de gran período y pequeña excentricidad.

Influencia de la selección en los períodos.—Las binarias de período muy corto son, generalmente, muy cerradas e imposibles, o muy difíciles, de desdoblar, y ello se logra con el interferómetro o con ecuatoriales de gran abertura, cuyo número es escaso. Es probable, pues, que la proporción de estrellas cuya duplicidad se conoce sea escasa en el dominio de los períodos muy pequeños, sobre todo cuando esos períodos van asociados a excentricidades también pequeñas. No es probable, sin embargo, que la selección ejerza influencia apreciable en el descubrimiento de pares de períodos medios o grandes.

En cuanto a la influencia de la selección en el cálculo de órbitas, las de período muy grande son difíciles de calcular, pues las observaciones se extienden, como máximo, a siglo y medio, definiendo un arco muy corto para poder determinar órbita, especialmente cuando dicho período va unido a una excentricidad pequeña. Para períodos medios la selección no ejerce influencia, y en los períodos muy cortos es también despreciable para excentricidades muy pequeñas o medias y tiene alguna influencia cuando las excentricidades son muy grandes, pues en este caso la estrella sólo es observable visualmente en las proximidades del periastro, si bien su importancia se reduce considerablemente al poder ser observada espectroscópicamente en parte de su órbita.

En resumen, la selección es la causante de la escasez de los períodos extremos.

Es de esperar que en el transcurso del tiempo aumente el número de períodos cortos, debido a la puesta en servicio de instrumentos y medios cada vez más potentes y precisos, pero serán sobre todos los períodos grandes los que aumentarán al hacerse mayor el arco observado. El cuadro número 8 corrobora lo dicho, mostrando cómo aumenta el período medio de las binarias con el tiempo.

CUADRO NÚM. 8
Valores medios de P y e en distintas épocas

\bar{P}	\bar{e}	N	Autor y época
89.56	0.48	68	Aitken 1918
99.90	0.52	116	Aitken 1935
104.68	0.53	151	Bonnet. . . . 1947
236.03	0.52	192	Bonnet. . . . 1947 (5)
147.78	0.50	352 ; 334	Pensado 1954

Influencia de la selección en las excentricidades.—El desdoblamiento de las binarias de corto período tiene más probabilidades de ser conseguida para excentricidades medias o grandes, cuando el compañero se encuentra en las proximidades del apoastro. De lo dicho se deduce que la proporción de estrellas dobles reconocidas como tal debe aumentar con el valor de la excentricidad.

Por otra parte, el cálculo de órbitas de pares de período grande se ve facilitado cuando las excentricidades son también grandes.

La influencia de la selección aumenta relativamente la proporción de valores grandes de la excentricidad. Es, pues, presumible que el valor medio de la excentricidad hallado experimentalmente sea superior al real. Dicho valor medio variará poco en el transcurso del tiempo, debido a que siendo los valores de e inferiores a la unidad, los valores de e correspondientes a nuevas órbitas ejercerán escasa influencia en la media. Tal consecuencia puede observarse en la

(5) La anomalía que se presenta en este valor medio no es de extrañar si se tiene en cuenta que en este grupo se incluyen seis órbitas de períodos comprendidos entre mil y diez mil ochocientos cincuenta años, órbitas totalmente ilusorias y que eleva considerablemente el valor medio de los períodos.

segunda columna del cuadro número 8, en que se aprecia que los valores medios de la excentricidad permanecen sensiblemente constantes, quizá con una ligera tendencia a disminuir después de haber pasado por un máximo.

LA RELACION PERIODO-EXCENTRICIDAD

La existencia de una correlación entre períodos y excentricidades ha sido muy debatida. Mientras que algunos autores dudan de que tal correlación sea real y no debida al efecto de selección (Barbier, Finsen, Hopmann), otros opinan que la selección no puede explicar completamente la correlación observada (Seyfert, Bonnet).

Veamos primero si el pretendido incremento de la excentricidad con el período se presenta realmente en los datos relativos a las órbitas de las binarias visuales. Formemos con tal objeto la tabla de contingencia, tal como aparece en el cuadro número 9.

CUADRO NÚM. 9

Tabla de contingencia período-excentricidad

P (años) e	0.00	0.10	0.20	0.30	0.40	0.50	0.60	0.70	0.80	0.90	TOTAL
	0.10	0.20	0.30	0.40	0.50	0.60	0.70	0.80	0.90		
0 - 50	5	13	17	12	17	14	8	11	7	5	109
50 - 100	3	7	11	11	8	13	6	11	8	4	82
100 - 200	3	4	3	7	10	14	10	9	7	5	72
200 - 300	1	2	2	3	4	4	3	4	5	1	29
300 - 400	1	1	2	1	4	1	2	0	1	0	13
400 - 500	0	1	1	0	1	1	3	0	0	2	9
500 - 1000	0	1	0	1	1	2	4	7	1	0	17
> 1000	0	0	0	0	0	0	2	1	0	0	3
TOTAL	13	29	36	35	45	49	38	43	29	17	334

El examen de la tabla anterior nos manifiesta que a períodos grandes (> 500 años) corresponden, en general, valores grandes de la excentricidad.

Los valores más frecuentes de e para los distintos grupos de períodos corresponden a los valores siguientes:

Períodos (años)	Excentricidades
0 - 50	0.20 - 0.30 y 0.40 - 0.50
50 - 100	0.50 - 0.60
100 - 200	0.50 - 0.60
200 - 300	0.80 - 0.90
300 - 400	0.40 - 0.50
400 - 500	0.60 - 0.70
500 - 1000	0.70 - 0.80
> 1000	0.60 - 0.70

Se observa una ligerísima tendencia al crecimiento de la excentricidad con el período, si bien para períodos inferiores a 500 años dicha ley presenta excepciones y, en todo caso, está basada en máximos de frecuencia muy poco pronunciados.

Examinemos ahora los máximos de frecuencia correspondientes a las distintas columnas de la tabla de contingencia, es decir: veamos cómo varían los períodos de máxima frecuencia con la excentricidad.

Excentricidades	Períodos
0.00 - 0.10	0 - 50
0.10 - 0.20	0 - 50
0.20 - 0.30	0 - 50
0.30 - 0.40	0 - 50
0.40 - 0.50	0 - 50
0.50 - 0.60	0 - 50 y 100 - 200
0.60 - 0.70	100 - 200
0.70 - 0.80	0 - 50 y 50 - 100
0.80 - 0.90	50 - 100
0.90 - 1.00	0 - 50 y 100 - 200

Para excentricidades < 0.60 el grupo de períodos que se presentan con más frecuencia es el primero; para excentricidades mayores aparece una ligera y no muy clara tendencia al desplazamiento de los máximos de frecuencia hacia el segundo y tercer grupo de períodos.

Resultados.—Del estudio de la tabla de contingencia no puede deducirse ningún resultado claramente favorable a la existencia de una relación período-excentricidad. Los períodos superiores a 500 años presentan cierta tendencia a asociarse a valores altos de la excentricidad, lo cual no es de extrañar teniendo en cuenta que en ellos entra en juego la influencia de la selección; creemos que ésta es la única responsable de tal efecto.

Coefficiente de contingencia.—La relación período-excentricidad puede estudiarse a través de los valores del cuadrado medio de contingencia φ^2 o del coeficiente de contingencia C. La definición de estos valores es la siguiente:

$$\varphi^2 = \sum_{i,j} \frac{\left[\frac{n_{ij}}{N} - \frac{n_i}{N} \times \frac{n_j}{N} \right]^2}{\frac{n_i}{N} \times \frac{n_j}{N}} = -1 + \sum_{i,j} \frac{n_{ij}^2}{n_i \times n_j}$$

$$C = \sqrt{\frac{\varphi^2}{1 + \varphi^2}} \quad n_i = \sum_j n_{ij} \quad n_j = \sum_i n_{ij} \quad \sum_{i,j} n_{ij} = \sum_j n_j = \sum_i n_i = N$$

en donde n_{ij} es cada uno de los valores de frecuencia del cuadro de contingencia, n_i y n_j las sumas de las distintas filas y columnas del mismo.

El valor de C varía entre 0 y 1, correspondiendo el primer valor al caso en que existe independencia completa entre los caracteres cuya relación se estudia y el valor 1 a una dependencia funcional entre los mismos.

El coeficiente de contingencia es completamente general y puede aplicarse igualmente en el caso de que los caracteres que se comparan no sean medibles y, además, no presupone una distribución normal de frecuencias.

Determinemos los valores de φ^2 y C para los caracteres $x = \log$. (10 P), $y = e$, de acuerdo con el cuadro número 10.

$$\varphi^2 = 0.234 \quad C = 0.436 \quad (6)$$

El valor de C es bastante elevado y parece indicar la existencia de una relación período-excentricidad.

(6) Bonnet obtuvo $\varphi^2 = 0.818$; $C = 0.671$ para 192 binarias visuales.

CUADRO NÚM. 10

Tabla de contingencia $x = \log. (10 P)$ y $z = e$

Log. (10 P) e	3.60	4.00	4.40	4.80	5.20	5.60	6.00	6.40	n_j
	4.00	4.40	4.80	5.20	5.60	6.00	6.40	6.80	
0.00 - 0.10	1	1		3	3	4	1		13
0.10 - 0.20			1	9	10	5	4		28
0.20 - 0.30			4	12	12	5	3		36
0.30 - 0.40		1	3	7	13	7	4		35
0.40 - 0.50		1	3	9	14	12	6		45
0.50 - 0.60	1		3	9	18	14	3	1	49
0.60 - 0.70		2		5	9	11	7	4	38
0.70 - 0.80		1	4	5	14	10	5	4	43
0.80 - 0.90			1	5	11	9	3		29
0.90 - 1.00			1	4	4	6	2		17
n_i	2	6	20	68	108	83	38	9	334

Correlación periodo-excentricidad

El coeficiente de correlación, r , viene dado por:

$$r = \frac{1}{n \sigma_x \sigma_y} \Sigma (x - a) (y - b),$$

siendo

$$a = \frac{1}{n} \Sigma x \quad b = \frac{1}{n} \Sigma y \quad \sigma_x^2 = \frac{1}{n} \Sigma (x - a)^2 \quad \sigma_y^2 = \frac{1}{n} \Sigma (y - b)^2$$

los valores medios y los errores medios cuadráticos de las x e y .

Las razones de correlación de x en y , y de y en x , son, respectivamente:

$$r_{xy}^2 = \frac{1}{\sigma_x^2} \int n_y (x_m - a)^2 dy \quad r_{yx}^2 = \frac{1}{\sigma_y^2} \int n_x (y_m - b)^2 dx$$

en donde x_m , y_m son los valores de las x e y correspondientes a cada uno de los intervalos dy o dx , es decir, los valores relativos

a las filas y columnas de la tabla de contingencia; $N n_y d y$, $N n_x d x$, son las frecuencias totales correspondientes a las filas y columnas de la tabla. Las fórmulas que dan las razones η_{xy} , η_{yx} se transforman para el caso presente en:

$$\eta_{xy}^2 = \frac{1}{\sigma_x^2} \sum \frac{n_j (x_m - a)^2}{N} \qquad \eta_{yx}^2 = \frac{1}{\sigma_y^2} \sum \frac{n_i (y_m - b)^2}{N}$$

Los valores medios x_m , y_m , representados gráficamente en función de y , x , determinan las curvas de regresión de x en y , y de y en x , siendo los coeficientes de regresión:

$$b_1 = r \frac{\sigma_x}{\sigma_y} \qquad b_2 = r \frac{\sigma_y}{\sigma_x}$$

las pendientes de las rectas de regresión, cuando éstas son lineales, respecto a los ejes y , x , respectivamente.

El coeficiente de correlación r puede determinarse únicamente en el caso en que los caracteres que se estudian puedan medirse. Varía en valor absoluto entre 0 y 1, y permite estimar el grado de dependencia entre x e y , en el caso de que las regresiones correspondientes sean lineales, correspondiendo el valor 0 a la independencia de x e y , y el valor 1, cuando existe entre las variables una relación funcional.

La razón de correlación η_{xy} queda definida aun en el caso de que la variable y no sea medible. Varía entre 0 y 1 cuando existe una relación funcional entre ambas. Cuando las regresiones son lineales:

$$\eta_{xy}^2 = \eta_{yx}^2 = r^2$$

Las razones de correlación no pierden su significado aun en el caso de que las regresiones no sean lineales. Si tal ocurre, $\eta_{xy}^2 - r^2$, $\eta_{yx}^2 - r^2$, miden el grado de divergencia de las regresiones de x en y , y de y en x respecto a la linealidad.

De acuerdo con las fórmulas anteriores, hemos calculado los valores del cuadro número 10.

CUADRO NÚM. 11
Correlación (P, e) y [x = log. (10 P), y = e]

r'	r	$\eta_{x,y}$	$\eta_{y,x}$	$\eta_{x,y}^2 - r^2$	$\eta_{y,x}^2 - r^2$	N	Autor
0.168	0.187	0.222	0.196	0.0144	0.0032	334	Pensado... 1955
0.22	0.30	0.42	0.36	0.0864	0.0396	192	Bonnet... 1947

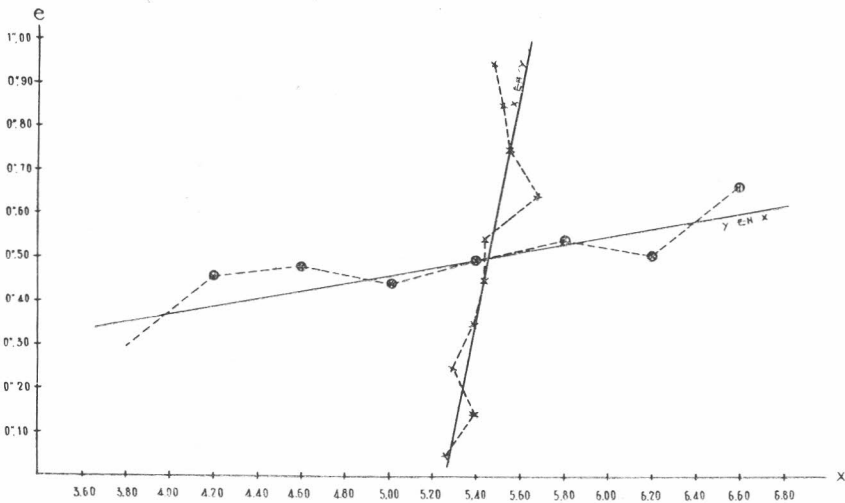
Las rectas de regresión correspondientes a la correlación (x, y) tienen por ecuaciones:

$$y_m - 0.501 = 0.090(x - 5.463) \text{ para la regresión de } y \text{ en } x$$

$$x_m - 5.463 = 0.390(y - 0.501) \text{ para la regresión de } x \text{ en } y$$

y pueden verse en la figura número 4.

FIG. N° 4 LINEA DE REGRESION



Los coeficientes de correlación son pequeños, y del mismo orden para las correlaciones [log. (10P), e] y (P, e) y en ambos casos inferiores a los valores obtenidos por Bonnet.

Las líneas de regresión quedan bien representadas por las rectas correspondientes, y esto tiene también su confirmación en el pequeño valor de las diferencias $\eta^2_{xy} - r^2$, $\eta^2_{yx} - r^2$.

Siendo la distribución de las x e y casi normales, como hemos visto en el estudio de la repartición de estas variables, y las regresiones lineales, el valor elevado del coeficiente de contingencia parece debe encontrar justificación en las irregularidades de distribución producidas por la escasa frecuencia de las variables x e y en algunos de los intervalos en que se han dividido, principalmente en los intervalos extremos de la variable x .

Nuestra conclusión es, pues, que la dependencia entre períodos y excentricidades está mejor determinada por el coeficiente de correlación que por el de contingencia, y es muy débil.

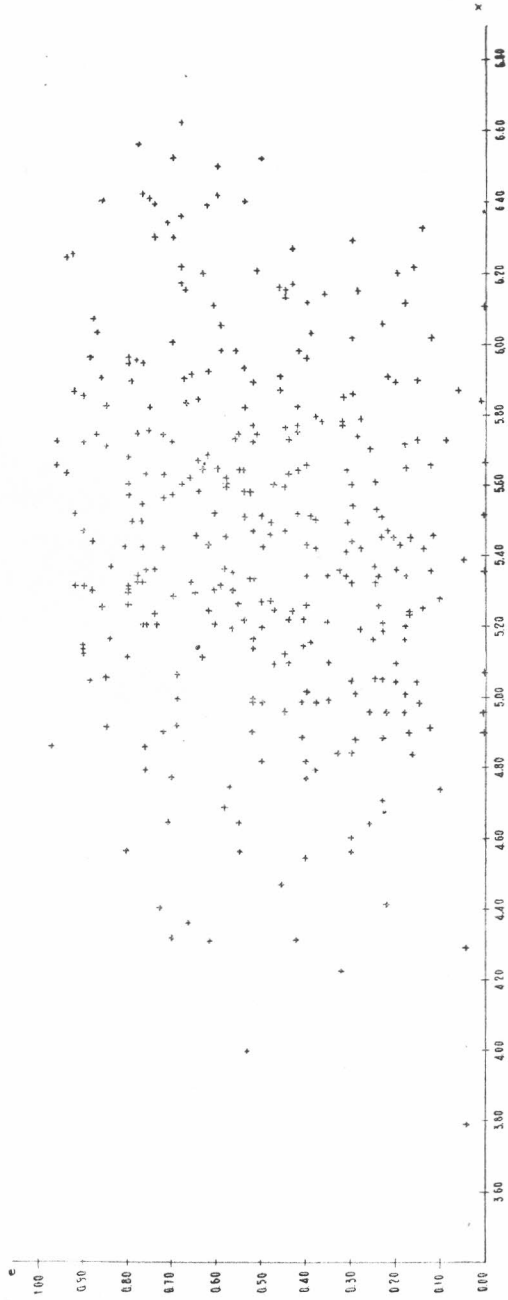
En la figura número 5 se ha representado cada par por un punto de coordenadas (x, e); salvo en el caso de períodos grandes, no aparece ninguna tendencia a que la nube de puntos, muy dispersa, tienda a desplazarse hacia valores crecientes de e . Para poder ver esto con mayor claridad, en la figura número 6 aparecen los puntos correspondientes a los valores medios de $\log. P$ (P en años) y e , tal como figuran en el cuadro número 11.

CUADRO NÚM. 12
Valores medios de P , $\log. P$ y e

P (años)	\bar{P}	$\log. \bar{P}$	\bar{e}	N
0 - 50	27.0	1.431	0.447	109
50 - 100	68.9	1.838	0.492	82
100 - 150	122.3	2.087	0.545	45
150 - 200	166.6	2.222	0.545	27
200 - 250	221.0	2.344	0.537	19
250 - 300	272.7	2.436	0.564	10
300 - 400	360.4	2.557	0.428	13
400 - 500	443.2	2.647	0.573	9
500 - 600	546.4	2.737	0.462	5
600 - 700	655.3	2.816	0.692	6
700 - 1000	802.2	2.904	0.653	6
≥ 1000	1229.3	3.090	0.710	3

La variación del valor medio de e no es uniforme, y oscila alrededor del valor 0.55; cuando el período es superior a 600 años,

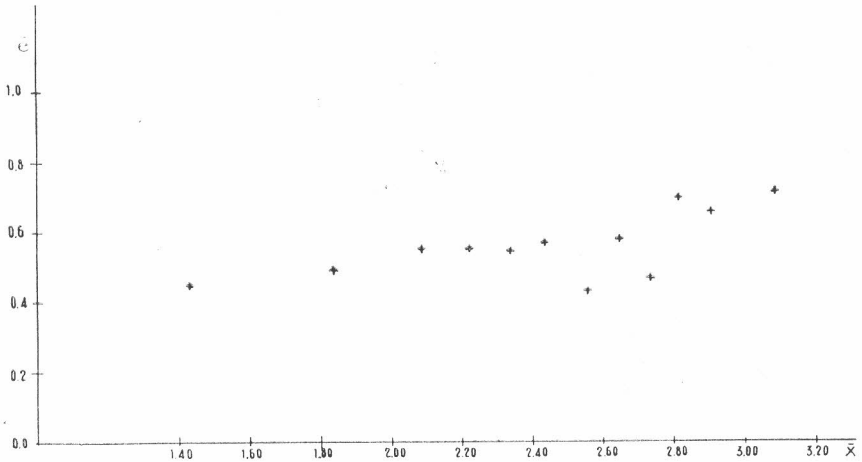
FIG. N° 5 GRAFICO [X = LOG(10P), e]



el valor de e se aparta de manera apreciable del valor anteriormente citado, lo cual no es de extrañar al tener en cuenta que la selección favorece las grandes excentricidades, cuando los períodos son también grandes respecto al intervalo de tiempo cubierto por las observaciones.

La excentricidad media general correspondiente a los 334 pares considerados en el presente trabajo, es 0.501.

FIG. N° 6



Conclusión.—Los resultados obtenidos nos hacen concluir, de acuerdo con Finsen y contrariamente a Bonnet, que no puede darse ninguna significación real a la relación período-excentricidad en las binarias visuales. Tal relación, medida por el coeficiente de contingencia o por el de correlación, puede encontrar completa justificación en las fluctuaciones de las variables, o quizá en los efectos de la selección.

Puede ocurrir, naturalmente, que exista una relación estadística entre los períodos y excentricidades de las binarias visuales, pero si tal relación existe, es seguro que es demasiado pequeña para que pueda ser puesta de manifiesto actualmente.

PUBLICACIONES DEL SEMINARIO DE ASTRONOMIA Y GEODESIA DE LA UNIVERSIDAD DE MADRID

- 1.—Efe­mé­ri­des de 63 Asteroides para la oposición de 1950 (1949).
- 2.—E. PAJARES: Sobre el cálculo gráfico de valores medios (1949).
- 3.—J. PENSADO: Órbita del sistema visual σ^2 U Maj (1950).
- 4.—Efe­mé­ri­des de 79 Asteroides para la oposición de 1951 (1950).
- 5.—J. M. TORROJA: Corrección de la órbita del Asteroide 1395 «Aribeda» (1950).
- 6.—R. CARRASCO y J. M. TORROJA: Rectificación de la órbita del Asteroide 1371 «Resi» (1951).
- 7.—J. M. TORROJA y R. CARRASCO: Rectificación de la órbita del Asteroide 1500 (1942 XB) y efe­mé­ri­des para la oposición de 1951 (1951).
- 8.—M. L. SIEGRIST: Órbita provisional del sistema visual Σ 728-32 Orionis (1951).
- 9.—Efe­mé­ri­des de 79 Asteroides para la oposición de 1952 (1951).
- 10.—J. PENSADO: Órbita provisional de Σ 1883 (1951).
- 11.—M. L. SIEGRIST: Órbita provisional del sistema visual Σ 2052 (1952).
- 12.—Efe­mé­ri­des de 88 Asteroides para la oposición de 1953 (1952).
- 13.—J. PENSADO: Órbita de ADS 9380 = Σ 1879 (1952).
- 14.—F. ALCÁZAR: Aplicaciones del Radar a la Geodesia (1952).
- 15.—J. PENSADO: Órbita de ADS 11897 = Σ 2438 (1952).
- 16.—B. RODRÍGUEZ SALINAS: Sobre varias formas de proceder en la determinación de períodos de las mareas y predicción de las mismas en un cierto lugar (1952).
- 17.—R. CARRASCO y M. PASCUAL: Rectificación de la órbita del Asteroide 1528 «Conrada» (1953).
- 18.—J. M. GONZÁLEZ-ABOIN: Órbita de ADS 1709 = Σ 228 (1953).
- 19.—J. BALTÁ: Recientes progresos en Radioastronomía. Radiación solar hiperfrecuente (1953).
- 20.—J. M. TORROJA y A. VÉLEZ: Corrección de la órbita del Asteroide 1452 (1938 DZ₁) (1953).
- 21.—J. M. TORROJA: Cálculo con Cracovianos (1953).
- 22.—S. AREND: Los polinomios ortogonales y su aplicación en la representación matemática de fenómenos experimentales (1953).
- 23.—J. M. TORROJA y V. BONGERA: Determinación de los instantes de los contactos en el eclipse total de sol de 25 febrero de 1952 en Congo (Guinea española) (1954).
- 24.—J. PENSADO: Órbita de la estrella doble Σ 2 (1954).
- 25.—J. M. TORROJA: Nueva órbita del Asteroide 1420 «Radcliffe» (1954).
- 26.—J. M. TORROJA: Nueva órbita del Asteroide 1557 (1942 AD) (1954).
- 27.—R. CARRASCO y M. L. SIEGRIST: Rectificación de la órbita del Asteroide 1290 «Albertine» (1954).
- 28.—J. PENSADO: Distribución de los períodos y excentricidades y relación periodo-excentricidad en las binarias visuales (1955).

