

Universidad de Madrid - Facultad de Ciencias

---

SEMINARIO DE ASTRONOMIA Y GEODESIA

(Adherido a la Unión Nacional de Astronomía  
y Ciencias Afines)

Publicación núm. 57

NUEVA APORTACION AL ESTUDIO DE LA RED  
GEODESICA DE PRIMER ORDEN ESPAÑOLA Y  
SU COMPARACION CON LA RED COMPENSADA  
DEL SISTEMA EUROPEO

POR

FERNANDO MARTIN ASIN

Dr. Ingeniero Geógrafo



PUBLICADO EN «VRANIA» NÚM. 263

MADRID

1966

Depósito legal, M. 723-1958

---

SUGRAÑES HNOS. - Talleres en Tarragona - Conde de Rius, 9

# NUEVA APORTACION AL ESTUDIO DE LA RED GEODESICA DE PRIMER ORDEN ESPAÑOLA Y SU COMPARACION CON LA RED COMPENSADA DEL SISTEMA EUROPEO

por FERNANDO MARTÍN ASÍN (\*)

*Dr. Ingeniero Geógrafo*

En una publicación anterior, titulada: «Un estudio estadístico sobre las coordenadas de los vértices de la triangulación de primer orden española» (1), llegamos a unas fórmulas, en las cuales obteníamos las correcciones en longitud y latitud, que habría que sumar a las coordenadas de la Red Española, para obtener las coordenadas correspondientes de cada vértice, en la compensación realizada por el Army Map Service (A.M.S.), a toda la Red europea.

Aquel trabajo, enfocado estadísticamente, lo resolvimos con ayuda de una correlación múltiple y un ajuste de dos planos de regresión.

Intervenían en él, las coordenadas longitud y latitud y las diferencias o residuos de 271 vértices de nuestra Red de primer orden, y no fue nuestro objeto entonces, el estudiar las posibles causas de la distribución no homogénea de dichas diferencias en longitud y latitud y que entonces creimos que podían ser debidas a:

- 1) Anomalías de la gravedad.
- 2) Elección de elipsoide de referencia.
- 3) Desviación de vertical.
- 4) Reducciones topo-isostáticas.

Nos proponemos en el presente trabajo, continuación de aquél, comprobar si puede ser alguna de éstas la causa de aquellas distribuciones no homogéneas, para lo cual iremos haciendo estudios comparativos con diversos trabajos publicados, que nos irán eliminando una a una las cuatro posibles explicaciones a ellas.

(\*) Publicación núm. 57 del Seminario de Astronomía y Geodesia de la Universidad de Madrid.

(1) «Las Ciencias», vol. XXIII, núm. 3, y «Publicaciones del Seminario de Astronomía y Geodesia de la Universidad de Madrid», núm. 42 (1958).

Este estudio comparativo, será lo que constituirá la primera parte de este trabajo. Un estudio más profundo del trabajo al que anteriormente hicimos referencia, para lo que nos ayudaremos en nuestros cálculos del ordenador 1620 de I.B.M. será la segunda parte de él.

POSIBLES CAUSAS DE DISTRIBUCIÓN DE LAS DIFERENCIAS  
ENTRE LAS COORDENADAS DE LOS VÉRTICES DE LA RED  
COMPENSADA DEL SISTEMA EUROPEO

En el estudio a que antes nos hemos referido, nos encontramos con un desplazamiento de conjunto, de los vértices correspondientes a las coordenadas del sistema europeo, con relación a las del sistema español, del orden de los 4 segundos en latitud y 5 segundos en longitud.

Desplazamientos análogos se observaron en la Red italiana (1), lo que permite pensar que se trata de causas arrastradas desde la Europa Central.

Las fórmulas allí obtenidas

$$\begin{aligned}\varepsilon_{\lambda} &= 2,75642 - 0,00470 \lambda + 0,07735 \varphi \\ \varepsilon_{\varphi} &= 8,39349 - 0,04066 \lambda - 0,09514 \varphi\end{aligned}$$

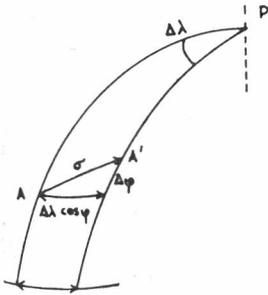
nos permiten calcular valores estadísticos de las coordenadas de los vértices geodésicos en el sistema europeo, partiendo de sus respectivas coordenadas en el sistema español.

El hecho de no ser homogénea la distribución de dichos residuos hace pensar que la causa no sea debida a compensación de nuestra Red.

Para hacer el estudio comparativo, al que antes hemos hecho referencia, vamos primeramente a hacer una representación sobre un plano, con la Red Geodésica Española de primer orden, de los residuos, no en longitud o en latitud, sino en distancia esférica entre cada pareja de valores (español y europeo) de cada vértice.

Para ello, empezamos por calcular, según se observa en la figura 1, las distancias antedichas, con ayuda de la diferencia en latitud y la diferencia en longitud. Para esta última fue preciso calcular la diferencia de longitud «reducida», o sea la diferencia de longitudes entre cada par de valores, multiplicada por el coseno de la latitud.

(1) CARLO TROMBETTI, *Risposte al questionario della Commissione di Studi núm. 3 della A.I.G., sullo Studio Critico della rete ED 1950.* (Estratto dal Bolletino di Geodesia e Scienze Affini. Rivista dell' Istituto Geografico Militare. Anno XIII. N. 3. Luglio-agosto-settembre 1954).



Así pues, hubo que calcular los desplazamientos A A

$$\sigma = \sqrt{(\Delta\varphi)^2 + (\cos \varphi \Delta\lambda)^2}$$

en todos los triángulos (271 en total), obteniendo los valores indicados en el cuadro 1, que se incluye a continuación.

CUADRO 1

N.º	$\sigma$	N.º	$\sigma$	N.º	$\sigma$
238	6,41	119	6,56	115	6,58
78	6,31	126	6,43	183	5,99
131	6,26	68	6,56	130	6,27
178	6,04	241	6,50	270	6,19
180	6,04	18	6,50	142	6,57
89	6,60	95	6,59	158	6,41
285	6,34	11	6,34	35	6,57
37	6,60	65	6,56	174	6,14
58	6,58	54	6,51	259	6,15
122	6,44	127	6,37	248	6,46
57	6,58	279	6,45	213	6,21
108	6,65	56	6,56	73	6,56
208	6,33	9	6,39	260	6,14
145	6,59	120	6,54	182	5,98
45	6,22	14	6,43	140	6,51
46	6,26	187	6,32	12	6,34
216	6,16	86	6,61	188	6,23
179	6,01	87	6,60	2	6,19
204	6,30	205	6,31	190	6,30
272	6,29	30	6,63	34	6,65
76	6,60	162	6,21	249	6,49
44	6,11	243	6,50	165	6,15
244	6,50	31	6,64	63	6,57
90	6,62	42	6,09	50	6,40
276	6,47	98	6,54	136	6,48
221	6,14	246	6,50	28	6,62
201	6,39	99	6,64	235	6,28
189	6,34	163	6,22	55	6,55
100	6,52	53	6,50	231	6,07
121	6,47	150	6,52	206	6,32
230	6,05	282	6,33	114	6,61

N.º	$\sigma$	N.º	$\sigma$	N.º	$\sigma$
146	6,53	83	6,55	176	6,08
138	6,50	173	6,12	181	6,01
278	6,44	15	6,52	154	6,46
27	6,63	222	6,09	152	6,49
253	6,06	252	6,03	116	6,61
167	6,18	280	6,31	118	6,54
66	6,57	75	6,56	164	6,15
4	6,26	239	6,52	128	6,33
62	6,56	69	6,56	184	5,96
247	6,47	159	6,35	192	6,32
32	6,64	15	6,48	219	6,18
218	6,14	93	6,58	41	6,05
258	6,08	199	6,39	263	5,98
109	6,60	61	6,57	269	6,07
212	6,20	25	6,61	232	6,12
40	6,61	79	6,59	215	6,24
59	6,58	229	5,97	284	6,30
125	6,40	224	6,05	149	6,50
24	6,59	170	6,18	38	6,70
77	6,58	70	6,56	255	6,08
129	6,31	153	6,41	48	6,31
194	6,32	80	6,61	160	6,27
5	6,17	22	6,45	19	6,47
277	6,46	240	6,50	236	6,35
8	6,36	157	6,38	26	6,61
94	6,57	191	6,31	281	6,28
227	6,36	197	6,36	96	6,59
265	6,09	155	6,39	143	6,57
207	6,30	144	6,57	10	6,51
251	6,04	1	6,11	200	6,41
94	6,57	156	6,42	226	6,05
168	6,23	36	6,59	103	6,31
20	6,46	256	6,18	139	6,56
172	6,07	223	6,12	151	6,47
72	6,57	101	6,51	97	6,59
245	6,51	124	6,45	117	6,57
242	6,51	166	6,21	110	6,63
196	6,34	257	6,18	217	6,31
209	6,28	71	6,56	177	6,00
132	6,20	47	6,34	250	6,48
133	6,19	169	6,20	171	6,08
220	6,13	91	6,60	198	6,13



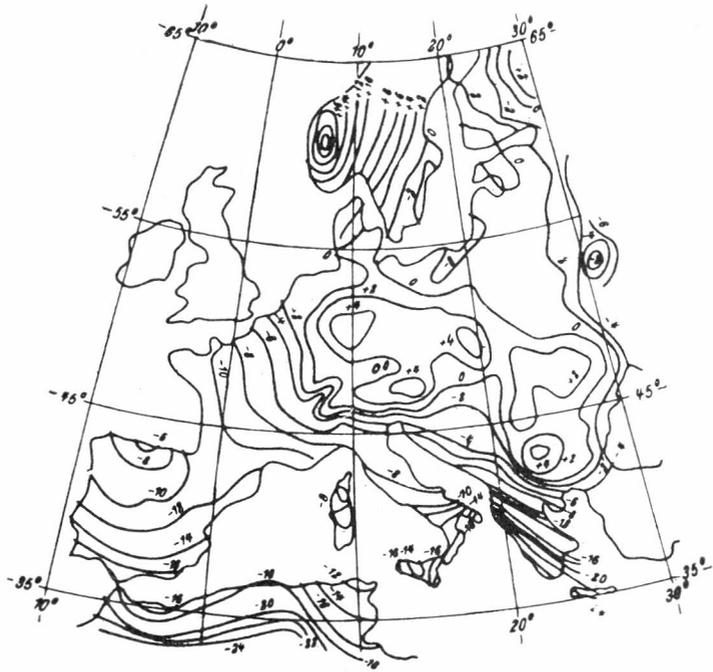
N.º	$\sigma$	N.º	$\sigma$	N.º	$\sigma$
23	6,42	274	6,42	104	6,47
85	6,60	74	6,58	29	6,59
293	6,10	107	6,61	13	6,44
211	6,27	33	6,65	102	6,48
211	6,16	112	6,58	111	6,62
52	6,44	123	6,44	92	6,57
266	6,08	228	6,03	283	6,30
210	6,31	275	6,44	161	6,26
113	6,57	225	6,09	3	6,15
82	6,54	103	6,49	254	6,08
268	6,07	64	6,57	88	6,60
81	6,56	51	6,48	175	6,12
67	6,56	273	6,44	21	6,44
237	6,36	203	6,36	233	6,13
141	6,56	6	6,30	60	6,57
49	6,36	39	6,78	202	6,35
43	6,10	7	6,32	234	6,22
				214	6,25

Con estos valores ya calculados y sobre dicho mapa de la Red Española de primer orden, representamos en cada vértice dicho valor. Esta distancia, que en todos los vértices es del orden de 6", se representa sobre dicho mapa (figura 1).

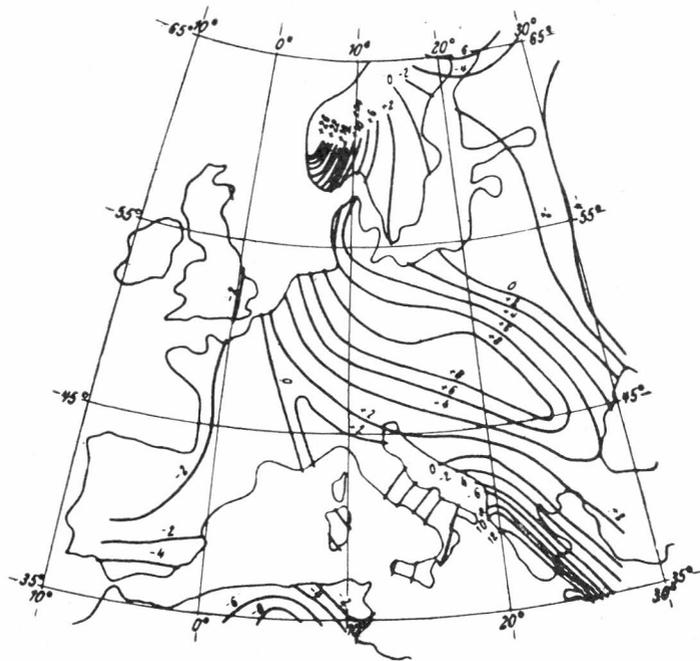
Representados estos valores, hemos procedido al trazado de unas curvas que podemos llamar iso-residuales.

Comparando dicha figura 1, con los resultados obtenidos en el trabajo «Notices Scientifiques en investigation of the Geoid in Europe» de Maj. Harry A. Lieberman, publicado en el Bulletin Géodésique, año 1955, núm. 37, 1.º septiembre 1955 (figura 2), en el que se hace un estudio con unas representaciones del elipsoide sobre el geoide, para estudiar de entre todos aquéllos, el que mejor se adapta, de la comparación de ambas representaciones (figuras 1 y 2) parece que hemos de pensar, que la distribución de los residuos encontrados sobre la Red Geodésica Española, no son debidos al elipsoide de referencia considerado, sino que hemos de buscar sus causas en otro lugar, es decir, relieve, subsuelo, isostasia, etc.

Consultamos seguidamente, varios trabajos publicados por el Servicio de Gravimetría del Instituto Geográfico, referentes a cálculo de reducciones topo-isostáticas, así como también a estudios de anomalías de gravedad, realizados con distintas fórmulas de la gravedad normal. Según la figura 3 correspondiente a una de estas publicaciones, obser-



Contours of the Geoid in Europe and Northwest Africa as based on the International ellipsoid and Central European datum for reference; contour interval = 2 metres.



Contours of the geoid: best orientation of the International ellipsoid;  $a = 6,378.388$  metres;  $f = 1,297$ ; contour interval = 2 metres.

Fig. 2.

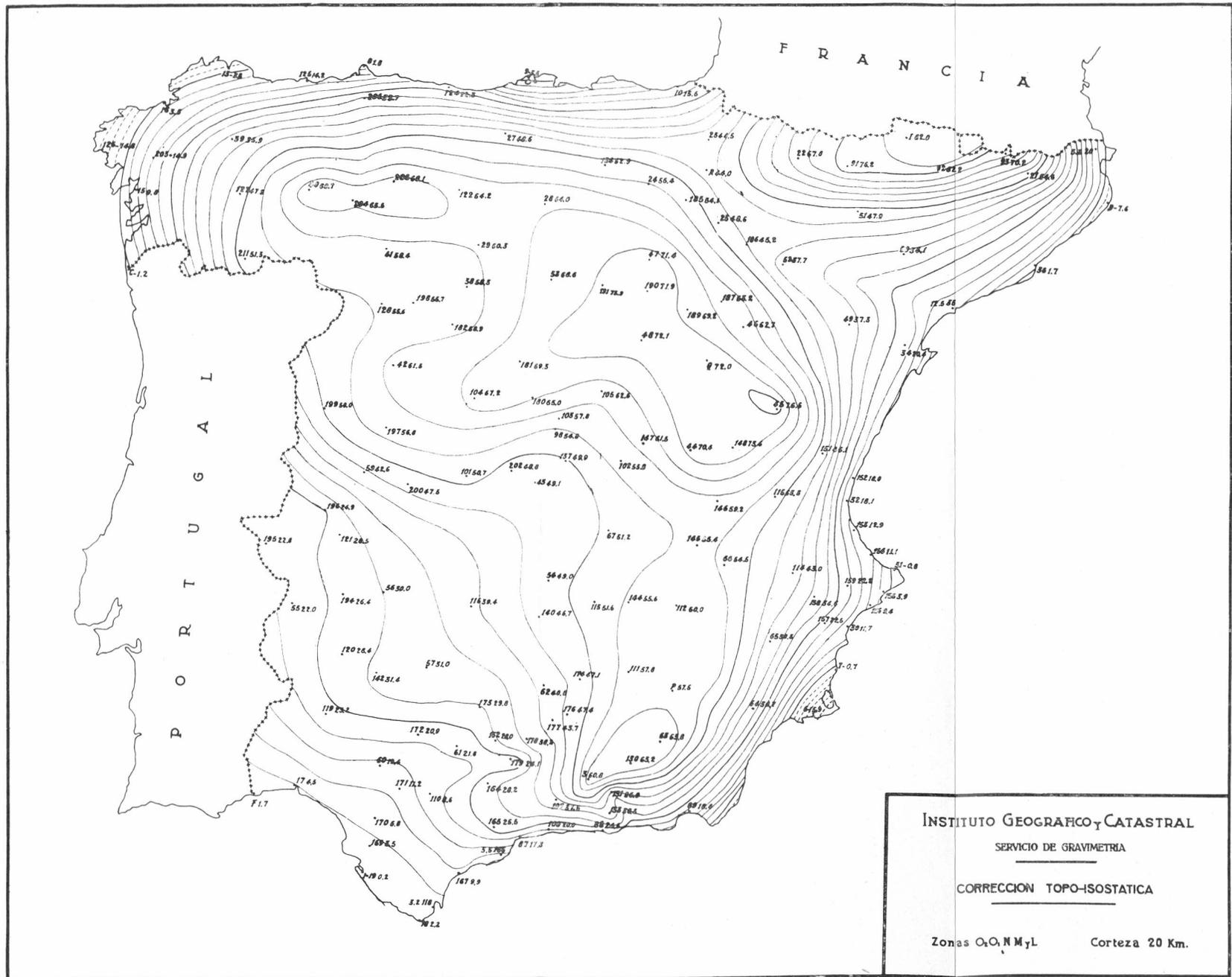


Fig. 3.

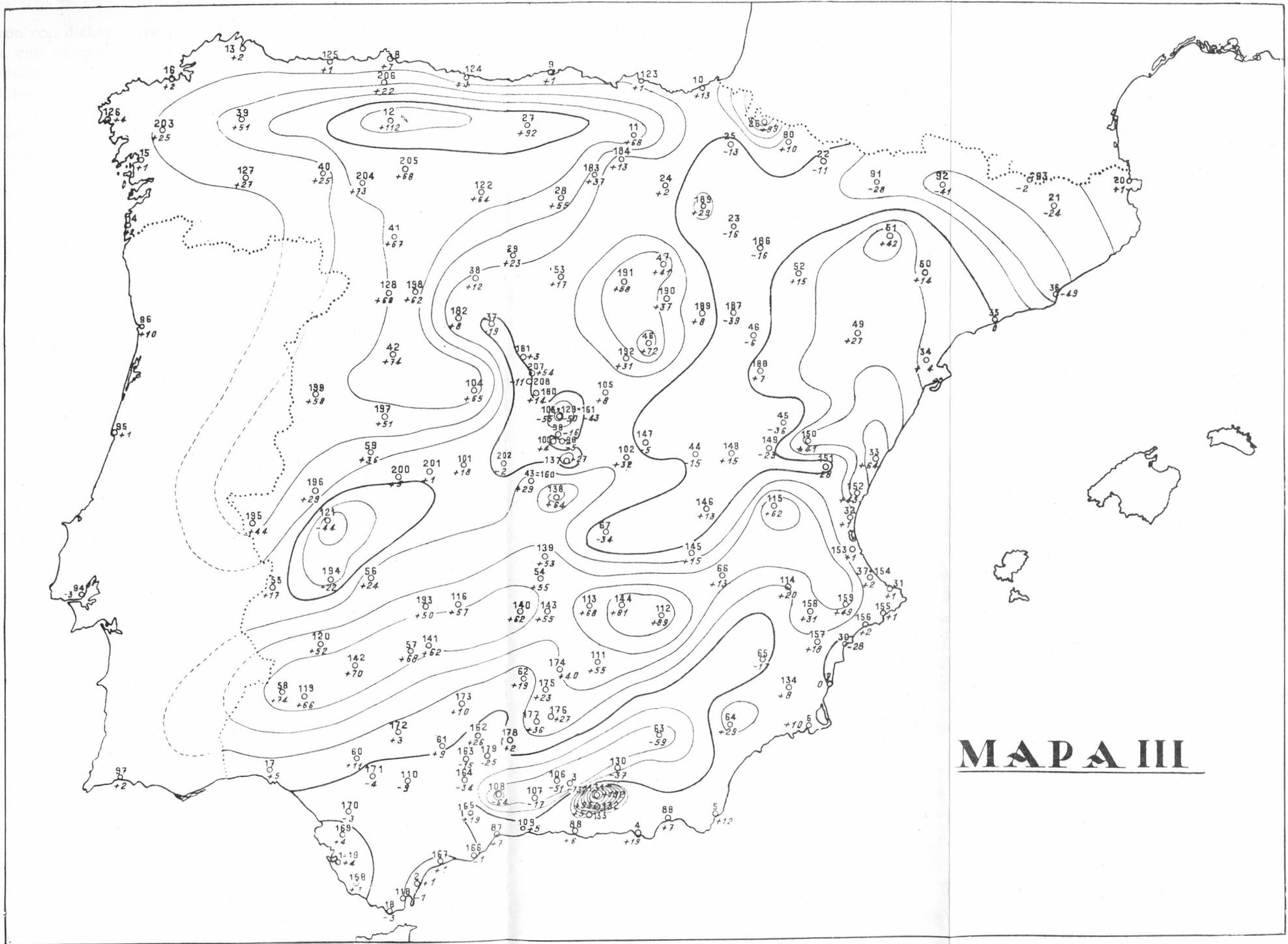


Fig. 4.

vamos una representación con dichas correcciones y al compararlo con nuestra figura 1, vemos que no existe ninguna relación entre ellas.

Pensando en la desviación relativa de la vertical y su efecto en las observaciones geodésicas, veamos si pudiera ser ésta la causa que buscamos.

El cálculo de una geodésica, se efectúa sobre un determinado elipsoide de referencia, pero las observaciones se efectúan con un aparato, cuya puesta en estación se refiere a la dirección de la vertical astronómica, que no coincide con la normal al citado elipsoide, por lo que habrá que efectuar una corrección a las observaciones efectuadas, debida a este hecho, es decir, que el error que se comete en la puesta en estación, o sea su inclinación, equivaldría al originado por una desviación de la vertical.

Vemos pues que si tuviésemos un mapa de España, en el cual estuviesen reflejadas las desviaciones relativas de la vertical, su comparación con el plano de nuestras curvas iso-residuales podría ponernos de manifiesto si hay o no alguna relación entre ambos. Ahora bien, no disponemos de valores de desviación relativa, más que en unos pocos puntos de España. Además para conseguir una precisión grande en este trazado de curvas de desviación deberíamos tener valores no de España, sino de extensiones próximas (océanos y mares próximos). Esto es en la actualidad prácticamente imposible, por lo que tampoco debemos fiarnos demasiado de estos datos.

Hemos consultado varios mapas con curvas de anomalías de gravedad, con distintas fórmulas de la gravedad normal: Helmert 1901 y Helmert 1905. También con la última de Casinis (fórmula oficial hoy día).

El Servicio de Gravimetría del Instituto Geográfico, nos facilitó entre otros, el trabajo «Formule de la Gravité normale en Espagne» de Luis Lozano (1), en el cual desarrolla y obtiene el autor unas fórmulas para obtención de dicha gravedad normal en España. Con ellas se obtuvo una representación de dichas anomalías (figura 4). Fundamentalmente, el empleo de unas fórmulas u otras, no hacen variar dicha representación y observamos que comparando nuestro plano de curvas iso-residuales con éste, no existe relación entre ambos.

Así pues, las causas de las desviaciones que estamos buscando, no debemos tampoco buscarlas en las anomalías de la gravedad.

Hemos comprobado que la distribución de los residuos hallados, no parece que sea debida a elección del elipsoide de referencia (2).

(1) Publicado por el Instituto Geográfico y Catastral (año 1951).

(2) Este extremo ha sido comprobado con más garantía en un trabajo aún no publicado por don José María González Aboin, a quien agradecemos el habernos dado esta información.

Tampoco a desviación de vertical (aunque no podemos asegurar este hecho, por falta de datos). Tampoco a anomalías de gravedad, ni a reducciones topo-isostáticas.

#### ESTUDIO DEL PROBLEMA CON AYUDA DEL ORDENADOR 1620 DE IBM

Hemos creído interesante, obtener las fórmulas de transformación de las coordenadas del sistema español, a las del sistema europeo, atendiendo por separado, a las dos zonas que indicamos en la figura 6, ya que como hemos indicado varias veces, a lo largo de este trabajo, se comportan de modo distinto, fundamentalmente en latitud, los vértices según se hallen incluidos en la zona norte o en la zona sur.

Por otro lado, en el trabajo, al que hemos hecho referencia debido a que en la época en que se realizó no disponíamos de ordenadores electrónicos, el estudio se hizo, utilizando valores normales, obtenidos formando agrupaciones de los datos en intervalos de clase, de forma que en cada uno de ellos, agrupamos los vértices correspondientes. Dichos intervalos de clase, eran de extensión 30'.

Con estos intervalos de clase, se calcularon las medias y desviaciones standard, mediante las cuales se obtuvieron los coeficientes de correlación que nos llevaron a la obtención de las fórmulas de paso.

Nuevamente ahora vamos a abordar el mismo problema, aunque los elementos de los que vamos a disponer nos van a permitir realizar el estudio desde un punto de vista más ambicioso. En efecto, vamos a generalizar las fórmulas obtenidas entonces, introduciendo una nueva coordenada: la altitud. Asimismo, en esta ocasión, no vamos a necesitar realizar las agrupaciones, a que hemos hecho mención, pues hemos realizado este estudio, con ayuda del Ordenador 1620 de IBM, que nos permitirá vértice por vértice, ir calculando los parámetros precisos, para con ellos y en escasos minutos, alcanzar los resultados que entonces precisaron varios meses de trabajo.

Por otra parte, y en vista como antes dijimos, del distinto comportamiento de los vértices (figura 5) de la zona norte y la zona sur, hemos considerado interesante realizar ahora, además del estudio incluyendo todos los vértices, otros dos, en los que respectivamente sólo consideramos los de la zona norte y los de la zona sur.

Por tanto, obtendremos tres resultados distintos, que nos permitirán obtener las correcciones que habremos de aplicar a los vértices del llamado sistema español, para obtener las correspondientes del sistema europeo.

Nos surgió la primera dificultad al comprobar que no existía programa preparado para resolver este problema en IBM, por lo que hubimos de empezar por preparar el programa que necesitábamos, en



Fig. 5.

el cual, tratábamos de buscar los coeficientes  $a_i$   $b_i$  de las fórmulas siguientes:

$$\varepsilon_{\lambda} = a_1 + a_2 \lambda + a_3 \varphi + a_4 h \quad [1]$$

$$\varepsilon_{\varphi} = b_1 + b_2 \lambda + b_3 \varphi + b_4 h \quad [2]$$

siendo  $\lambda$  longitudes españolas,  $\varphi$  latitudes españolas y  $h$  altitudes sobre el nivel del mar.

Tratamos pues de buscar para cada vértice (partiendo de su longitud, latitud y altitud), los valores  $\varepsilon_{\lambda}$  y  $\varepsilon_{\varphi}$  que sumados a sus correspondientes longitudes y latitudes españolas, nos den las del sistema europeo.

Ya vemos, que vamos a manejarnos en un espacio de cuatro dimensiones, ya que hemos de buscar una correlación entre 4 variables que serán, según los casos  $\lambda\varphi h\varepsilon_{\lambda}$  y  $\lambda\varphi h\varepsilon_{\varphi}$ :

Manejamos 271 vértices. Tenemos por tanto 271 ecuaciones del tipo [1] y otras tantas del tipo [2]; cada vértice nos dará un conjunto de valores  $\lambda_i$   $\varphi_i$   $h_i$  y con cada conjunto de éstos, obtendremos una ecuación del tipo [1] teniendo en total 271 ecuaciones con las cuatro incógnitas a determinar

$$a_1 \ a_2 \ a_3 \ a_4$$

Lo mismo con [2].

Resuelto por el método de mínimos cuadrados, obtendremos estos coeficientes que buscamos.

Pues bien, éste era el problema que teníamos que programar para el ordenador que en lenguaje Fortram está expresado en el cuadro 2.

#### CUADRO 2

##### ENTER SOURCE PROGRAM, PUSH START

---

```

08300    DIMENSION A(4), B(4), X(5, 6)
08300    1  FORMAT (4X, 11, 8F2.0, F6.2, 2F3.2)
08392    2  FORMAT (4F12.7)
08430    DO 10 I = 1,5
08442    DO 10 J = 1,6
08454    X(I, J) = 0.0
08538    10 CONTINUE
08610    X(5,1) = 1.0
08634    11 READ 1, IG, A(1), A(2), A(3), A(4), B(1), B(2), B(3),
        B(4), AL, DO, DA
08790    IF (B(1) — 0.0) 12, 20, 12
08858    12 X(5,2) = 3600.0*A(1) + 60.0*A(2) + A(3) + 0.01*A(4)

```

```
09002      X(5,3) = 3600.0*B(1) + 60.0*B(2) + B(3) + 0.01*B(4)
09146      X(5,4) = AL
09170      X(5,5) = DO
09194      X(5,6) = DA
09218      IF (IG-1) 13, 14, 14
09286      13 X(5,2) = - X(5,2)
09322      14 DO 15 I = 1,4
09334          DO 15 J = 1,6
09346          X(I, J) = X(I, J) + X(5, I)*X(5, J)
09610      15 CONTINUE
09682          GO TO 11
09690      20 X(2,1) = X(1,2)
09714          X(3,1) = X(1,3)
09738          X(3,2) = X(2,3)
09762          X(4,1) = X(1,4)
09786          X(4,2) = X(2,4)
09810          X(4,3) = X(3,4)
09834          DO 25 I = 1,4
09846          L = I + 1
09882          DO 21 J = L, 6
09894          X(I, J) = X(I, J)/X(I, I)
10110      21 CONTINUE
10146          IF(L-4) 22, 22, 30
10214      22 DO 24 K = L, 4
10226          DO 23 J = L, 6
10238          X(K, J) = X(K, J) - X(K, I)*X(I, J)
10538      23 CONTINUE
10574      24 CONTINUE
10610      25 CONTINUE
10646      30 DO 33 I = 1,3
10658          M = I + 1
10694          DO 32 K = M, 4
10706          N = K + 1
10742          DO 31 J = N, 6
10754          X(I, J) = X(I, J) - X(I, K)*X(K, J)
11054      31 CONTINUE
11090      32 CONTINUE
11126      33 CONTINUE
11162          TYPE 2,X(1,5), X(2,5), X(3,5), X(4,5)
11222          PUNCH 2,X(1,5), X(2,5), X(3,5), X(4,5)
11282          TYPE 2,X(1,6), X(2,6), X(3,6), X(4,6)
11342          PUNCH 2,X(1,6), X(2,6), X(3,6), X(4,6)
11402          STOP
11450          END
```

PROG SW1 ON FOR SYMBOL TABLE, PUSH START  
SW 1 OFF TO IGNORE SUBROUTINES, PUSH START  
PROCESSING COMPLETE

En él observamos que las longitudes y latitudes las transforma el ordenador en segundos, y en estas unidades es como dará los resultados finales.

El programa, como se observa, se realizó con 33 instrucciones.

Como luego veremos, para emplear las fórmulas que nos facilite el ordenador, habremos de entrar con longitudes y latitudes dadas en segundos, aunque a partir de dichas fórmulas daremos las correspondientes para entrar con grados y fracción de grados, que es como las obtuvimos en nuestro anterior trabajo, lo que nos permitirá comparar los resultados entre ambos.

El hecho de que en las fichas con la entrada de datos, en la primera columna de cada ficha, esté indicado con 1 ó 0, según que los vértices pertenezcan a la zona Norte o a la Sur, permitió, aplicando el mismo programa, hacer los estudios por separado de ambas zonas, y asimismo el estudio del conjunto total.

El ordenador, una vez efectuados los cálculos indicados en el programa, obtuvo los coeficientes  $a_i$   $b_i$  que indicamos en las fórmulas [1] y [2], y la salida de máquina con los resultados obtenidos aparecen en el cuadro 3. En él vemos claramente los tres estudios de los coeficientes, primero para el conjunto de todos los vértices, después los que corresponden a la zona Norte, y finalmente los de la Sur.

Estos resultados representan: el primero de cada pareja de líneas, el término independiente que hemos llamado  $a_1$  o  $b_1$ , respectivamente, para los residuos en longitud o latitud; el coeficiente segundo, de ambas líneas, nos da los coeficientes que llamamos (fórmulas [1] [2])  $a_2$   $a_3$   $b_2$   $b_3$ ; ahora bien, hemos de entrar, como hemos dicho antes, con longitudes y latitudes dadas en segundos y centésimas de segundo.

Finalmente, los últimos coeficientes corresponden a los  $a_3$   $b_3$ , que son los que habremos de multiplicar por la altitud de cada vértice, dada en metros y centímetros.

Los primeros resultados, que corresponden al conjunto de todos los vértices, y que dan  $\epsilon_\lambda$   $\epsilon_\varphi$  se aplicarán, pues, en la forma siguiente:

### CUADRO 3

ENTER SUBROUTINES, PUSH START  
1620 FORTRAN VER-2 SUBR SET 2 8/63  
LOAD DATA

COEFICIENTES PARA EL CONJUNTO  
DE TODOS LOS VERTICES

2,6620443 — 0000010      0000222      — 0000109  
8,4386918 — 0000102      — 0000270      0000406

ENTER SUBROUTINES, PUSH START  
1620 FORTRAN VER-2 SUBR SET 2 8/63  
LOAD DATA

COEFICIENTES PARA LOS VERTICES  
DE LA ZONA NORTE

2,5079425 — 0000024      0000232      — 0000038  
11,3287790 — 0000107      — 0000464      0000379

ENTER SUBROUTINES, PUSH START  
1620 FORTRAN VER-2 SUBR SET 2 8/63  
LOAD DATA

COEFICIENTES PARA LOS VERTICES  
DE LA ZONA SUR

2,9368989      0000006      0000202      — 0000179  
6,2280987 — 0000091      — 0000109      0000284

$$\begin{aligned} \varepsilon_{\lambda} &= 2,6620443 - 0,0000010 \lambda + 0,0000222 \varphi - 0,0000109 h \\ \varepsilon_{\varphi} &= 8,4386918 - 0,0000102 \lambda - 0,0000270 \varphi + 0,0000406 h \end{aligned} \quad [3]$$

Si en ellas multiplicamos los coeficientes de  $\lambda$  y  $\varphi$  por 3,600, para entrar en ellas con grados y fracción de grados en lugar de entrar con segundos, quedarían en la forma

$$\begin{aligned} \varepsilon_{\lambda} &= 2,6620443 - 0,0036000 \lambda + 0,0799200 \varphi - 0,0000109 h \\ \varepsilon_{\varphi} &= 8,4386918 - 0,0367200 \lambda - 0,0972000 \varphi + 0,0000406 h \end{aligned} \quad [4]$$

Recordemos las fórmulas obtenidas en aquel trabajo anterior, que daba esas mismas diferencias, pero sin intervenir las altitudes:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{\lambda} &= 2,75642 - 0,00470 \lambda + 0,07735 \varphi \\ \varepsilon_{\varphi} &= 8,39349 - 0,04066 \lambda - 0,09514 \varphi \end{aligned} \quad [5]$$

La comparación de ambas, [4] y [5], nos comprueba que los resultados obtenidos en aquel trabajo fueron correctos, ya que las diferencias que se observan debemos achacarlas al hecho de intervenir ahora la altitud.

Ahora hemos avanzado más, ya que obtenemos nuevas fórmulas, para aplicarlas cuando el vértice que queramos calcular pertenezca a la zona norte o a la sur. Pues debido al distinto comportamiento de

ambas, hace que si aplicamos estas fórmulas del conjunto de vértices, se falseen los resultados.

Esto, que se ve gráficamente en la figura 6, se nos acusa al observar las fórmulas obtenidas para los vértices de la zona Norte:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{\lambda} &= 2,5079425 - 0,0000024 \lambda + 0,0000232 \varphi - 0,0000038 h \\ \varepsilon_{\varphi} &= 11,3287790 - 0,0000107 \lambda - 0,0000464 \varphi + 0,0000379 h \end{aligned} \quad [6]$$

en donde vemos que el término independiente de  $\varepsilon_{\varphi}$  en esta fórmula es 11,328, mientras que el mismo coeficiente para todo el conjunto era (fórmula [4]) 8,439. Estas diferencias entre ambos coeficientes se acusan igualmente al considerar las fórmulas que nos daban los vértices de la zona Sur:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{\lambda} &= 0,9368989 + 0,0000006 \lambda + 0,0000202 \varphi - 0,0000179 h \\ \varepsilon_{\varphi} &= 6,2280987 - 0,0000091 \lambda - 0,0000109 \varphi + 0,0000284 h \end{aligned} \quad [7]$$

en donde este mismo coeficiente para dicha zona sur vale 6,228.

A partir de estas fórmulas, y mediante un nuevo programa (cuadro 4), el ordenador procedió, para cada vértice de los 271 empleados en todos los cálculos anteriores, a someterlos a dichas fórmulas también por separado, es decir, considerando todo el conjunto, o bien vértices de la zona Norte o bien los de la zona Sur, y obtener para cada uno de ellos los residuos (o errores, que es como se han denominado en la salida de máquina del ordenador) que habríamos obtenido en longitud y latitud. Es decir, que entrando con  $\lambda \varphi h$  de cada vértice, y como siempre por separado para la zona Norte aplicando las fórmulas [6], para la Sur con las fórmulas [7] y para todo el conjunto con las [3], el ordenador nos calculó los valores  $\varepsilon_{\lambda}$  y  $\varepsilon_{\varphi}$  teóricos correspondientes.

CUADRO 4

ENTER SOURCE PROGRAM, PUSH START

---

08300	DIMENSION C(2,4), S(6), A(4), B(4)
08300	1 FORMAT (I4, I1, 8F2.0, F6.2, 2F3.2)
08382	2 FORMAT (4F12.7)
08420	3 FORMAT (9H RO2 LON, F11.7, 9H RO2 LAT, F11.7)
08498	4 FORMAT (I4, 2F11.2, F9.2, 4F6.2)
08556	10 READ 2, C(1,1), C(1,2), C(1,3), C(1,4)
08616	READ 2, C(2,1), C(2,2), C(2,3), C(2,4)
08676	ENE = 0.0
08700	DO 11 I = 1,6
08712	S(I) = 0.0

```
08760 11 CONTINUE
08796 12 READ 1, IP, IG, A(1), A(2), A(3), A(4), B(1), B(2),
      B(3), B(4), AL, D
08964     IF (B(1) — 0.0) 13, 20, 13
09032 13 ENE = ENE + 1.0
09068     FON = 3600.0*A(1) + 60.0*A(2) + A(3) + 0.01*A(4)
09212     FAT = 3600.0*B(1) + 60.0*B(2) + B(3) + 0.01*B(4)
09356     IF (IG-1) 14, 15, 15
09424 14 FON = — FON
09460 15 DEDO = C(1,1) + C(1,2)*FON + C(1,3)*FAT +
      + C(1,4)*AL — DO
09616     DEDA = C(2,1) + C(2,2)*FON + C(2,3)*FAT +
      + C(2,4)*AL — DA
09772     S(1) = S(1) + DEDO**2
09820     S(2) = S(2) + DEDA**2
09868     S(3) = S(3) + DO**2
09916     S(4) = S(4) + DA**2
09964     S(5) = S(5) + DO
10000     S(6) = S(6) + DA
10036     PRINT 4, IP, FON, FAT, AL, DO, DEDO, DA,
      DEDA
10144     GO TO 12
10152 20 ROCUA = 1.0 — (S(1)/(S(3) — (S(5)**2/ENE)))
10236     RACUA = 1.0 — (S(2)/(S(4) — (S(6)**2/ENE)))
10320     PAUSE
10332     PRINT 3, ROCUA, RACUA
10368     GO TO 10
10376     END
```

PROG SW1 ON FOR SYMBOL TABLE, PUSH START  
SW 1 OFF TO IGNORE SUBROUTINES, PUSH START  
1620 FORTRAN VER-2 SUBR SET 2 8/63

Estos valores teóricos los comparó con los conocidos en cada vértice (por diferencia entre las longitudes y latitudes de los dos sistemas español y europeo), y fue obteniendo las diferencias entre ambos, que han salido de máquina con sus correspondientes signos positivos o negativos, según que los valores teóricos fueran mayores o menores que los reales.

Todos estos resultados son los que aparecen en las hojas que constituyen los cuadros números 5, 6 y 7, en donde, y en el mismo orden en que aparecen en la salida de máquina, tenemos (respectivamente para todo el conjunto, para la zona Norte y para la zona Sur):

(1) Número del vértice.

- (2) Longitud de cada vértice expresada en segundos y fracción de segundo.
- (3) Latitud de cada vértice en las mismas unidades.
- (4) Altitud de cada vértice dadas en metros y centímetros.
- (5) Residuos conocidos de cada vértice  $\epsilon_{\lambda}$ .
- (6) Diferencias en segundos (positivas o negativas) entre los residuos teóricos y los reales.
- (7) Residuos conocidos de cada vértice  $\epsilon_{\varphi}$ .
- (8) Diferencias en segundos entre estos residuos reales y los teóricos calculados por el ordenador.

Solamente, de la comparación de los resultados obtenidos en los tres estudios por separado, nos damos idea en primera aproximación de las precisiones obtenidas, es decir, que alcanzamos más precisión al aplicar las fórmulas correspondientes a los vértices de la zona Norte o la Sur, sobre la precisión que obtendremos con las fórmulas de todo el conjunto.

Sin embargo, para comprobar el mejor ajuste, al hacer estos estudios por separado, hemos calculado los errores medios cuadráticos de todas las diferencias  $\epsilon_{\lambda}$  y  $\epsilon_{\varphi}$  a partir de los resultados de los cuadros 5, 6 y 7, obteniendo los siguientes valores, que resumimos en el siguiente cuadro:

	Todo el conjunto	Zona N	Zona S
Error medio cuadrático de $\epsilon_{\lambda}$ . .	8,1	8,2	7,6
Error medio cuadrático de $\epsilon_{\varphi}$ . .	12,0	6,8	8,1

Observamos, pues, ahora que, aplicando estas fórmulas de este trabajo, distintas en cada caso, según la situación de cada vértice sobre nuestro país, es decir, utilizando las fórmulas de la zona Norte o de la zona Sur, según que el vértice considerado pertenezca a una o a otra, llegamos a una precisión mayor que cuando solamente teníamos las calculadas en aquel trabajo anterior en el que considerábamos el conjunto de todos los vértices de la Península.

Esta precisión, que en cuanto a longitud no es mucho mayor, en cambio, en cuanto a latitud, no hay más que observar el cuadro de los errores medios cuadráticos para ver el mayor ajuste obtenido con las fórmulas correspondientes.

Únicamente nos cabrá la duda para aquellos vértices que pertenezcan a la línea de separación de ambas zonas (fig. 5), en que parece

lógico aconsejar aplicar para dichos vértices las tres fórmulas, y quizás inclinarnos sobre la obtenida con todo el conjunto de vértices.

Terminamos este estudio dando resumidas las fórmulas obtenidas y calculadas con el ordenador 1620 de IBM, para obtener los residuos o diferencias en longitud y latitud, que hemos de sumar a las correspondientes coordenadas geográficas de cada vértice (del sistema español) para pasar a las mismas coordenadas del sistema europeo.

Como en las fórmulas anteriores [3], [6] y [7] era preciso entrar en ellas con segundos y fracción de segundo, aquí las vamos a dar transformadas, de forma que entremos en ellas con longitud y latitud dadas en grados y fracción de grado y con altitud en metros y centímetros, ya que nos parece más cómodo darlas así para su uso:

FORMULAS PARA EL CONJUNTO  
DE TODOS LOS VERTICES

$$\varepsilon_{\lambda} = 2,6620443 - 0,0036000 \lambda + 0,0799200 \varphi - 0,0000109 h$$

$$\varepsilon_{\varphi} = 8,4386918 - 0,0367200 \lambda - 0,0972000 \varphi + 0,0000406 h$$

FORMULAS PARA LOS VERTICES  
DE LA ZONA NORTE

$$\varepsilon_{\lambda} = 2,5079425 - 0,0086400 \lambda + 0,0835200 \varphi - 0,0000038 h$$

$$\varepsilon_{\varphi} = 11,3287790 - 0,0385200 \lambda - 0,1670400 \varphi + 0,0000379 h$$

FORMULAS PARA LOS VERTICES  
DE LA ZONA SUR

$$\varepsilon_{\lambda} = 2,9368989 + 0,0021600 \lambda + 0,0727200 \varphi - 0,0000179 h$$

$$\varepsilon_{\varphi} = 6,2280987 - 0,0327600 \lambda - 0,0392400 \varphi + 0,0000284 h$$

CUADRO 5

ERRORES PARA LOS VERTICES  
DE TODO EL CONJUNTO

(1)	(6)	(8)	(1)	(6)	(8)
223	-0,03	0,04	178	0,07	0,10
229	0,07	0,17	180	0,06	0,12
218	0,02	0,00	208	-0,04	-0,07
187	-0,21	0,21	45	-0,01	-0,00
205	-0,02	-0,04	46	-0,05	0,00
162	-0,15	0,24	216	0,02	-0,02
42	0,04	0,12	179	0,08	0,09
163	-0,08	0,16	272	0,02	-0,00
238	-0,13	-0,03	44	0,02	0,07

(1)	(6)	(8)	(1)	(6)	(8)
221	— 0,03	0,01	211	— 0,01	— 0,07
189	— 0,18	0,18	271	0,11	0,03
230	— 0,00	0,15	266	— 0,03	0,12
253	— 0,01	0,12	210	— 0,03	— 0,06
167	— 0,00	0,11	268	0,11	0,08
173	— 0,04	0,19	224	— 0,02	0,12
222	— 0,01	0,08	256	— 0,04	0,04
252	0,00	0,11	166	— 0,03	0,13
183	0,09	0,13	169	— 0,00	0,10
270	0,06	0,04	228	— 0,01	0,08
174	— 0,03	0,18	225	— 0,03	0,07
259	0,08	0,06	263	0,00	0,12
213	0,01	— 0,03	269	0,12	0,05
260	0,12	0,01	232	0,00	0,05
182	0,10	0,10	215	— 0,02	— 0,04
188	0,40	— 0,06	255	— 0,02	0,08
2	— 0,18	0,22	48	— 0,01	— 0,05
190	0,21	— 0,02	160	— 0,15	0,20
165	— 0,05	0,18	236	— 0,11	— 0,00
235	— 0,05	0,01	226	— 0,01	0,09
231	0,04	0,09	217	— 0,02	— 0,03
206	— 0,00	— 0,06	177	0,07	0,11
176	— 0,01	0,14	171	— 0,09	0,19
181	0,07	0,13	161	— 0,20	0,25
164	— 0,11	0,24	3	— 0,10	0,18
184	0,10	0,16	254	— 0,01	0,10
192	0,15	— 0,00	175	— 0,00	0,16
219	— 0,02	— 0,01	237	— 0,08	— 0,04
41	0,00	0,11	43	0,00	0,13
258	0,12	0,08	6	— 0,03	— 0,04
212	0,01	— 0,02	7	— 0,01	— 0,05
5	— 0,07	0,17	233	0,03	0,02
8	— 0,03	— 0,08	234	— 0,01	— 0,00
227	— 0,04	0,11	214	— 0,01	— 0,07
265	— 0,04	0,08	4	— 0,03	0,02
207	— 0,02	— 0,05	170	0,01	0,03
251	— 0,00	0,13	1	— 0,17	0,21
168	— 0,04	0,14	257	— 0,08	0,07
172	— 0,05	0,20	47	— 0,01	— 0,10
209	— 0,02	— 0,01	32	— 0,09	0,08
220	— 0,02	0,05	247	0,00	0,02
293	— 0,04	0,09	62	— 0,02	— 0,15

(1)	(6)	(8)	(1)	(6)	(8)
119	— 0,04	— 0,05	138	0,17	— 0,23
126	0,02	0,02	278	0,01	— 0,12
68	— 0,02	— 0,09	27	— 0,05	0,01
241	— 0,08	— 0,09	83	0,00	0,09
18	0,16	— 0,14	15	0,12	— 0,23
95	0,04	0,06	280	0,10	0,10
11	0,11	— 0,06	75	— 0,02	— 0,02
65	— 0,03	— 0,14	239	— 0,10	— 0,12
54	0,00	— 0,23	69	— 0,03	— 0,09
127	0,05	0,07	159	0,04	— 0,10
279	0,03	— 0,09	15	0,16	— 0,21
56	— 0,03	— 0,26	93	0,12	0,03
9	— 0,02	— 0,09	115	— 0,02	— 0,06
120	— 0,04	— 0,04	130	0,07	0,12
14	0,13	— 0,16	142	0,05	— 0,23
86	— 0,04	0,14	158	— 0,00	— 0,11
87	— 0,04	0,13	35	— 0,04	0,14
30	— 0,08	0,05	248	0,02	0,05
243	— 0,11	— 0,06	73	— 0,03	— 0,01
31	— 0,07	0,07	140	0,08	— 0,24
98	— 0,00	0,11	12	0,15	— 0,10
246	— 0,10	— 0,00	34	— 0,10	0,11
99	— 0,02	0,16	249	0,02	0,03
150	— 0,10	— 0,13	63	— 0,06	— 0,16
131	0,09	0,16	50	— 0,01	— 0,15
89	— 0,04	0,11	136	0,25	— 0,20
285	0,13	0,11	28	— 0,06	0,03
37	0,10	0,08	55	— 0,01	— 0,21
58	0,04	— 0,28	114	— 0,02	— 0,07
122	— 0,03	0,03	154	— 0,06	— 0,09
57	— 0,02	— 0,26	152	— 0,10	— 0,12
108	— 0,09	0,00	116	— 0,02	— 0,07
145	— 0,08	— 0,23	118	— 0,05	— 0,05
204	— 0,02	— 0,09	128	0,08	0,28
76	— 0,00	— 0,03	109	— 0,08	0,01
244	— 0,10	— 0,06	40	0,09	0,09
90	— 0,05	0,13	59	0,01	— 0,30
276	— 0,02	— 0,11	125	0,03	0,04
201	— 0,01	— 0,13	24	— 0,04	— 0,03
100	— 0,00	0,11	77	— 0,02	0,04
121	— 0,03	0,00	129	0,07	0,10
146	— 0,06	— 0,21	194	0,13	— 0,02

(1)	(6)	(8)	(1)	(6)	(8)
277	0,01	— 0,11	275	0,00	— 0,14
94	0,07	0,09	103	— 0,09	0,15
20	0,16	— 0,08	64	— 0,04	— 0,16
72	— 0,02	— 0,05	51	— 0,01	— 0,22
245	— 0,13	— 0,01	273	— 0,00	0,11
242	— 0,12	— 0,07	284	0,14	0,13
196	0,06	— 0,01	149	— 0,10	— 0,13
132	0,09	0,18	38	— 0,11	0,09
133	0,12	0,18	19	0,21	— 0,14
23	0,20	0,01	26	— 0,06	— 0,02
85	— 0,02	0,14	281	0,11	0,11
52	— 0,00	— 0,20	96	0,04	0,05
113	— 0,04	— 0,03	143	— 0,04	— 0,25
82	— 0,01	0,18	10	0,14	— 0,02
81	0,00	0,11	200	— 0,02	— 0,12
67	— 0,04	— 0,10	103	0,12	— 0,01
199	— 0,04	— 0,12	139	0,08	— 0,21
61	— 0,03	— 0,20	151	— 0,10	— 0,10
25	— 0,06	— 0,01	97	0,00	0,07
79	— 0,02	0,05	117	— 0,02	— 0,08
70	— 0,01	— 0,09	110	— 0,07	0,01
153	— 0,06	— 0,08	250	0,04	0,02
80	— 0,00	0,02	198	0,01	— 0,01
22	0,14	— 0,01	104	— 0,09	0,16
240	— 0,12	— 0,08	29	— 0,06	0,10
157	— 0,00	— 0,07	13	0,13	— 0,16
191	0,14	— 0,04	102	— 0,05	0,19
197	0,04	— 0,05	111	— 0,05	— 0,05
155	— 0,03	— 0,06	92	0,09	0,10
144	— 0,05	— 0,22	283	0,12	0,10
156	— 0,02	— 0,10	88	— 0,04	0,14
36	0,08	0,09	21	0,19	— 0,06
101	— 0,03	0,16	141	0,04	— 0,24
124	— 0,00	0,02	49	— 0,01	— 0,11
71	— 0,04	— 0,06	203	— 0,00	— 0,12
91	0,10	0,07	39	— 0,09	0,08
274	0,00	— 0,11	60	0,00	— 0,22
74	— 0,03	— 0,03	202	— 0,02	— 0,10
107	— 0,08	0,00	66	— 0,05	— 0,14
33	— 0,08	0,09	282	0,12	0,11
112	— 0,05	— 0,02	78	0,00	0,00
123	— 0,01	0,03	53	— 0,02	— 0,19

CUADRO 6  
ERRORES PARA LOS VERTICES  
DE LA ZONA NORTE

(1)	(6)	(8)	(1)	(6)	(8)
223	— 0,05	0,00	206	— 0,00	— 0,08
229	0,07	0,04	176	— 0,00	0,00
218	0,01	— 0,04	181	0,07	0,01
187	— 0,18	0,14	164	— 0,08	0,10
205	— 0,02	— 0,09	184	0,10	0,01
162	— 0,12	0,12	192	0,18	— 0,03
42	0,04	— 0,02	219	— 0,05	— 0,04
163	— 0,06	0,05	41	0,01	— 0,02
238	— 0,14	— 0,00	258	0,10	0,09
178	0,07	— 0,02	212	0,00	— 0,08
180	0,06	0,00	5	— 0,05	0,05
208	— 0,04	— 0,08	8	— 0,02	— 0,15
45	— 0,00	— 0,10	227	— 0,06	0,06
46	— 0,04	— 0,08	265	— 0,07	0,06
216	0,01	— 0,08	207	— 0,02	— 0,09
179	0,08	— 0,03	251	— 0,00	0,03
272	0,00	0,05	168	— 0,01	0,03
44	0,03	— 0,04	172	— 0,03	0,06
221	— 0,05	— 0,02	209	— 0,01	— 0,05
189	— 0,15	0,12	220	— 0,03	— 0,00
230	— 0,00	0,04	293	— 0,07	0,08
253	— 0,01	0,02	211	— 0,02	— 0,10
167	0,02	— 0,02	271	0,09	0,08
173	— 0,02	0,06	266	— 0,06	0,11
222	— 0,03	0,03	210	— 0,04	— 0,07
252	0,00	— 0,00	268	0,08	0,08
183	0,09	0,00	224	— 0,03	0,05
270	0,05	0,08	256	— 0,06	0,03
174	— 0,01	0,07	166	— 0,00	0,02
259	0,06	0,08	169	0,02	— 0,01
213	0,00	— 0,08	228	— 0,04	0,02
260	0,09	0,04	225	— 0,06	0,02
182	0,10	— 0,03	263	— 0,01	0,03
188	0,43	— 0,10	269	0,09	0,06
2	— 0,15	0,09	232	— 0,00	— 0,02
190	0,24	— 0,06	215	— 0,03	— 0,07
165	— 0,02	0,04	255	— 0,03	0,00
235	— 0,06	0,02	48	— 0,00	— 0,12
231	0,04	— 0,00	160	— 0,12	0,12

(1)	(6)	(8)	(1)	(6)	(8)
236	— 0,12	0,00	6	— 0,01	— 0,13
226	— 0,04	0,02	7	— 0,00	— 0,13
217	— 0,04	— 0,05	233	0,02	— 0,05
177	0,07	— 0,02	234	— 0,02	— 0,06
171	— 0,08	0,04	214	— 0,02	— 0,09
161	— 0,17	0,15	4	— 0,01	— 0,08
3	— 0,08	0,04	170	0,03	— 0,11
254	— 0,01	0,01	1	— 0,15	0,06
175	0,01	0,04	257	— 0,10	0,07
237	— 0,09	— 0,01	47	— 0,00	— 0,17
43	0,01	0,00			

CUADRO 7  
ERRORES PARA LOS VERTICES  
DE LA ZONA SUR

(1)	(6)	(8)	(1)	(6)	(8)
32	— 0,10	0,01	98	0,00	0,02
247	0,00	0,01	246	— 0,10	0,03
62	— 0,04	— 0,08	99	— 0,03	0,07
119	— 0,05	— 0,04	150	— 0,12	— 0,02
126	0,03	0,03	131	0,09	0,19
68	— 0,04	— 0,04	89	— 0,05	0,06
241	— 0,09	— 0,01	285	0,14	0,09
18	0,11	— 0,05	37	0,09	— 0,03
95	0,03	— 0,02	58	0,01	— 0,16
11	0,06	0,12	122	— 0,03	0,04
65	— 0,04	— 0,07	57	— 0,04	— 0,13
54	— 0,02	— 0,07	108	— 0,12	0,01
127	0,06	0,08	145	— 0,10	— 0,12
279	0,03	— 0,04	204	— 0,05	0,10
56	— 0,05	— 0,12	76	— 0,01	— 0,05
9	— 0,07	0,12	244	— 0,10	0,00
120	— 0,05	— 0,02	90	— 0,06	0,05
14	0,10	— 0,01	276	— 0,03	— 0,03
86	— 0,05	0,07	201	— 0,05	0,07
87	— 0,05	0,07	100	0,00	0,03
30	— 0,09	0,01	121	— 0,03	0,04
243	— 0,11	— 0,00	146	— 0,08	— 0,08
31	— 0,08	0,02	138	0,13	— 0,09

(1)	(6)	(8)	(1)	(6)	(8)
278	0,02	— 0,04	94	0,07	— 0,01
27	— 0,07	— 0,00	20	0,13	— 0,00
83	0,01	0,00	72	— 0,04	— 0,04
15	0,09	— 0,09	245	— 0,13	0,02
280	0,11	0,11	242	— 0,12	— 0,00
75	— 0,02	— 0,03	196	0,00	0,18
239	— 0,11	— 0,02	132	0,10	0,23
69	— 0,04	— 0,04	133	0,13	0,23
159	0,04	0,01	23	0,17	0,05
15	0,12	— 0,07	85	— 0,03	0,07
93	0,12	— 0,06	52	— 0,03	— 0,02
115	— 0,04	— 0,04	113	— 0,06	— 0,00
130	0,07	0,17	82	— 0,03	0,08
142	0,02	— 0,12	81	0,00	0,01
158	— 0,00	— 0,01	67	— 0,05	— 0,04
35	— 0,05	0,06	199	— 0,08	0,09
248	0,02	0,02	61	— 0,05	— 0,10
73	— 0,04	— 0,01	25	— 0,09	0,00
140	0,05	— 0,09	79	— 0,03	— 0,01
12	0,11	0,07	70	— 0,03	— 0,05
34	— 0,10	0,02	153	— 0,08	0,04
249	0,02	0,00	80	— 0,00	— 0,04
63	— 0,07	— 0,08	22	0,11	0,03
50	— 0,05	0,05	240	— 0,13	0,00
136	0,21	— 0,09	157	— 0,01	0,03
28	— 0,08	0,00	191	0,08	0,16
55	— 0,04	— 0,08	197	— 0,00	0,13
114	— 0,04	— 0,06	155	— 0,04	0,05
154	— 0,07	0,00	144	— 0,07	— 0,11
152	— 0,12	— 0,01	156	— 0,03	— 0,00
116	— 0,03	— 0,06	36	0,07	— 0,01
118	— 0,06	— 0,02	101	— 0,03	0,07
128	0,05	0,29	124	0,00	0,03
109	— 0,10	0,03	71	— 0,05	— 0,03
40	0,09	— 0,03	91	0,10	— 0,04
59	— 0,00	— 0,17	274	0,00	— 0,02
125	0,03	0,07	74	— 0,04	— 0,03
24	— 0,06	— 0,00	107	— 0,11	0,03
77	— 0,03	— 0,00	33	— 0,09	0,02
129	0,08	0,12	112	— 0,08	0,01
194	0,08	0,16	123	— 0,01	0,06
277	0,01	— 0,04	275	0,01	— 0,05

(1)	(6)	(8)	(1)	(6)	(8)
103	— 0,07	0,08	198	— 0,04	0,18
64	— 0,06	— 0,08	104	— 0,08	0,12
51	— 0,04	— 0,04	29	— 0,09	0,07
273	— 0,04	0,18	13	0,09	— 0,00
284	0,16	0,11	102	— 0,05	0,12
149	— 0,12	— 0,01	111	— 0,07	— 0,03
38	— 0,11	— 0,00	92	0,08	— 0,00
19	0,17	— 0,05	283	0,14	0,10
26	— 0,08	— 0,01	88	— 0,05	0,07
281	0,12	0,12	21	0,17	0,00
96	0,04	— 0,03	141	0,01	— 0,12
143	— 0,06	— 0,12	49	— 0,04	0,08
10	0,10	0,17	203	— 0,04	0,09
200	— 0,06	0,07	39	— 0,09	— 0,03
103	0,06	0,18	60	— 0,01	— 0,12
139	0,04	— 0,11	202	— 0,06	0,11
151	— 0,11	0,01	66	— 0,06	— 0,07
97	0,00	— 0,01	282	0,13	0,10
117	— 0,03	— 0,05	78	— 0,00	— 0,04
110	— 0,10	0,01	53	— 0,05	— 0,04
250	0,05	— 0,01			

## PUBLICACIONES DEL SEMINARIO DE ASTRONOMIA Y GEODESIA DE LA UNIVERSIDAD DE MADRID

- 1.—Efemérides de 63 Asteroides para la oposición de 1950 (1949).
- 2.—E. PAJARES: Sobre el cálculo gráfico de valores medios (1949).
- 3.—J. PENSADO: Órbita del sistema visual  $\sigma^2$  U Maj (1950).
- 4.—Efemérides de 79 Asteroides para la oposición de 1951 (1950).
- 5.—J. M. TORROJA: Corrección de la órbita del Asteroide 1395 «Aribeda» (1950).
- 6.—R. CARRASCO y J. M. TORROJA: Rectificación de la órbita del Asteroide 1371 «Resi» (1951).
- 7.—J. M. TORROJA y R. CARRASCO: Rectificación de la órbita del Asteroide 1560 (1942 XB) y efemérides para la oposición de 1951 (1951).
- 8.—M. L. SIEGRIST: Órbita provisional del sistema visual  $\Sigma$  728-32 Orionis (1951).
- 9.—Efemérides de 79 Asteroides para la oposición de 1952 (1951).
- 10.—J. PENSADO: Órbita provisional de  $\Sigma$  1883 (1951).
- 11.—M. L. SIEGRIST: Órbita provisional del sistema visual  $\Sigma$  2052 (1952).
- 12.—Efemérides de 88 Asteroides para la oposición de 1953 (1952).
- 13.—J. PENSADO: Órbita de ADS 9380 =  $\Sigma$  1879 (1952).
- 14.—F. ALCÁZAR: Aplicaciones del Radar a la Geodesia (1952).
- 15.—J. PENSADO: Órbita de ADS 11897 =  $\Sigma$  2438 (1952).
- 16.—B. RODRÍGUEZ SALINAS: Sobre varias formas de proceder en la determinación de períodos de las mareas y predicción de las mismas en un cierto lugar (1952).
- 17.—R. CARRASCO y M. PASCUAL: Rectificación de la órbita del Asteroide 1528 «Conrada» (1953).
- 18.—J. M. GONZÁLEZ-ABOIN: Órbita de ADS 1709 =  $\Sigma$  228 (1953).
- 19.—J. BALTÁ: Recientes progresos en Radioastronomía. Radiación solar hiperfrecuente (1953).
- 20.—J. M. TORROJA y A. VÉLEZ: Corrección de la órbita del Asteroide 1452 (1938 DZ<sub>1</sub>) (1953).
- 21.—J. M. TORROJA: Cálculo con Cracovianos (1953).
- 22.—S. AREND: Los polinomios ortogonales y su aplicación en la representación matemática de fenómenos experimentales (1953).
- 23.—J. M. TORROJA y V. BONGERA: Determinación de los instantes de los contactos en el eclipse total de sol de 25 de febrero de 1952 en Cogo (Guinea Española) (1954).
- 24.—J. PENSADO: Órbita de la estrella doble  $\Sigma$  2 (1954).
- 25.—J. M. TORROJA: Nueva órbita del Asteroide 1420 «Radcliffe» (1954).
- 26.—J. M. TORROJA: Nueva órbita del Asteroide 1557 (1942 AD) (1954).
- 27.—R. CARRASCO y M. L. SIEGRIST: Rectificación de la órbita del Asteroide 1290 «Albertine» (1954).
- 28.—J. PENSADO: Distribución de los períodos y excentricidades y relación período excentricidad en las binarias visuales (1955).

(Continúa en la tercera de cubierta)

- 29.—J. M. GONZÁLEZ-ABOIN: Nueva órbita del Asteroide 1372 «Haremar» (1955).
- 30.—M. DE PASCUAL: Rectificación de la órbita del Asteroide 1547 (1929 CZ) (1955).
- 31.—J. M. TORROJA: Órbita del Asteroide 1554 «Yugoslavia» (1955).
- 32.—J. PENSADO: Nueva órbita del Asteroide 1401 «Lavonne» (1956).
- 33.—J. M. TORROJA: Nuevos métodos astronómicos en el estudio de la figura de la Tierra (1956).
- 34.—D. CALVO: Rectificación de la órbita del Asteroide 1466 «Mündleria» (1956).
- 35.—M. L. SIEGRIST: Rectificación de la órbita del Asteroide 1238 «Predappia» (1956).
- 36.—J. PENSADO: Distribución de las inclinaciones y de los polos de las órbitas de las estrellas dobles visuales (1956).
- 37.—J. M. TORROJA y V. BONGERA: Resultados de la observación del eclipse total de sol de 30 de junio de 1954 en Sydkoster (Suecia) (1957).
- 38.—ST. WIERZBINSKI: Solution des équations normales par l'algorithme des cracoviens (1958).
- 39.—J. M. GONZÁLEZ-ABOIN: Rectificación de la órbita del Asteroide 1192 «Prisma» (1958).
- 40.—M. LÓPEZ ARROYO: Sobre la distribución en longitud heliográfica de las manchas solares (1958).
- 41.—F. MÚGICA: Sobre la ecuación de Laplace (1958).
- 42.—F. MARTÍN ASÍN: Un estudio estadístico sobre las coordenadas de los vértices de la triangulación de primer orden española (1958).
- 43.—ST. WIERZBINSKI: Orbite Améliorée de h 4539 =  $\gamma$  Cen = Cpd  $-48^{\circ},4965$  (1958).
- 44.—D. CALVO BARRENA: Rectificación de la órbita del Asteroide 1164 «Kobolda» (1958).
- 45.—M. LÓPEZ ARROYO: El ciclo largo de la actividad solar (1959).
- 46.—F. MÚGICA: Un nuevo método para la determinación de la latitud (1959).
- 47.—J. M. TORROJA: La observación del eclipse de 2 de octubre de 1959 desde El Aaiun (Sahara) (1960).
- 48.—J. M. TORROJA, P. JIMÉNEZ-LANDI y M. SOLÍS: Estudio de la polarización de la luz de la corona solar durante el eclipse total de sol del día 2 de octubre de 1959 (1960).
- 49.—E. PAJARES: Sobre el mecanismo diferencial de un celóstato (1960).
- 50.—J. M. GONZÁLEZ-ABOIN: Sobre la diferencia entre los radios vectores del elipsoide internacional y el esferoide de nivel (1960).
- 51.—J. M. TORROJA: Resultado de las observaciones del paso de Mercurio por delante del disco solar del 7 de noviembre de 1960 efectuadas en los observatorios españoles (1961).
- 52.—F. MÚGICA: Determinación de la latitud por el método de los verticales simétricos (1961).
- 53.—M. LÓPEZ ARROYO: La evolución del área de las manchas solares (1962).
- 54.—F. MÚGICA: Determinación simultánea e independiente de la latitud y longitud mediante verticales simétricos (1962).
- 55.—P. DÍEZ-PICAZO: Elementos de la órbita de la variable eclipsante V 499 Scorpionis (1964).
- 56.—J. M. TORROJA: Los Observatorios Astronómicos en la era espacial (1965).