

Universidad Complutense-Facultad de Ciencias
Madrid

SEMINARIO DE ASTRONOMIA Y GEODESIA

(Coordinado con el Consejo Superior de Investigaciones Científicas.
Departamento de Mecánica y Astronomía)

Publicación núm. 78

Estudio de la calibración, técnica de medida
y automatización de datos en un comparador
para medida de placas estelares

POR

R. ORTIZ, M. J. SEVILLA Y R. VIEIRA



PUBLICADO EN «VRANIA» NÚMS. 279-280

MADRID

1974

ESTUDIO DE LA CALIBRACION, TECNICA DE MEDIDA Y AUTOMATIZACION DE DATOS EN UN COMPARADOR PARA MEDIDA DE PLACAS ESTELARES

por R. ORTIZ, M. J. SEVILLA y R. VIEIRA

INTRODUCCIÓN

En 1967 la Cátedra de Astronomía y Geodesia de la Facultad de Ciencias de la Universidad Complutense de Madrid adquirió un comparador Grubb Parsons modelo PM-20S para la medida de placas de imágenes estelares. Dicho instrumento fue instalado en las dependencias de la Cátedra en el sótano de la Facultad, buscando las mejores condiciones de estabilidad y de constancia de temperatura. Desde entonces constituye un elemento de trabajo insustituible en los programas de investigación que estamos desarrollando. Sólo el grupo de Geodesia dispone de más de 400 placas procedentes de las observaciones de Satélites Geodésicos en las estaciones de Madrid, Barcelona e Izaña (Tenerife) en las distintas campañas realizadas. Teniendo en cuenta que el tiempo que lleva consigo la medida de estas placas por dos observadores experimentados, con unos 500 puntos por término medio, es de aproximadamente 7 horas, a las que hay que añadir las que se emplean en la preparación de los datos para su ulterior utilización, resulta que la medida es de los procesos más penosos y a la vez más costosos de la reducción de las observaciones.

Todo lo anteriormente expuesto, unido a la necesidad de conseguir la máxima precisión en la medida, nos ha llevado a realizar un amplio estudio del instrumento del cual esperábamos, por sus características y calidad, obtener un rendimiento superior al conseguido hasta el mes de julio de 1972. Todo él ha sido revisado, procediendo, en los casos que así lo aconsejaron, a ajustes y recambios de elementos y ligeras modificaciones en algunos sistemas del mismo. A la vez se ha construido una unidad para la automatización de los datos de salida. Con estas mejoras se ha conseguido una mayor precisión, un manejo menos fatigoso, una sensible disminución del tiempo empleado y como consecuencia un porcentaje mínimo de errores personales, según se

desprende de los resultados obtenidos con las placas últimamente reducidas.

Por otro lado, se ha realizado un amplio estudio de la perpendicularidad de los ejes de medida y se han obtenido las correspondientes constantes. Comparadas con las que teníamos anteriormente, se observa que se ha conseguido disminuir ligeramente las correcciones.

El presente trabajo se desarrolla en cinco apartados: 1) Descripción del comparador, 2) Comprobaciones y mejoras, 3) Automatización de datos, 4) Estudio de la perpendicularidad, y 5) Técnica de la medida de placas.

1) DESCRIPCIÓN DEL COMPARADOR

El instrumento está diseñado para la medida de placas de formato de 20×20 cm con imágenes puntuales de hasta 200μ de diámetro. En él se ha buscado la eliminación de los factores mecánicos que, normalmente, condicionan la exactitud de la medida en los comparadores convencionales.

En conjunto podemos distinguir tres partes, íntimamente relacionadas entre sí, pero que admiten cierta diferenciación en orden a una mejor aclaración del funcionamiento del comparador; son a) Mecánica, b) Óptica y c) Electrónica. El esquema general puede verse en la figura 1.

Desde el punto de vista mecánico, es de principal importancia todo lo relacionado con el sistema de movimiento y con la elaboración, fijación y estabilidad del sistema de medida.

La placa fotográfica se coloca, con la emulsión hacia abajo, en un chasis, descansando sobre tres pivotes convenientemente distribuidos. Su posición se asegura con resortes de presión superior y lateral. Mediante un mecanismo apropiado, el chasis portaplacas puede hacerse girar alrededor de una esquina en una amplitud de $\pm 1 \frac{1}{2}^\circ$, lo que permite un ajuste de la posición de la placa con respecto a los ejes de movimiento. El bastidor sobre el que va montado el chasis, descansa mediante cuatro soportes en cuatro placas de cristal, fijas y perfectamente niveladas. Para disminuir el peso del conjunto y evitar las fricciones, al trasladar el bastidor sobre las placas, va provisto de un sistema de aire a presión que crea un colchón neumático en los cuatro puntos de apoyo (fig. 2).

La unión del bastidor a los sistemas de movimiento y de medida se realiza de manera independiente; por una parte y de forma magnética va unido en lados contiguos a dos marcos rectangulares y perpendiculares a los lados del bastidor. Estos marcos se apoyan en unas vías metálicas sobre las que se deslizan al comunicárseles el movimiento a través de dos motores, uno por coordenada, de doble velocidad (1 ó 10 mm/

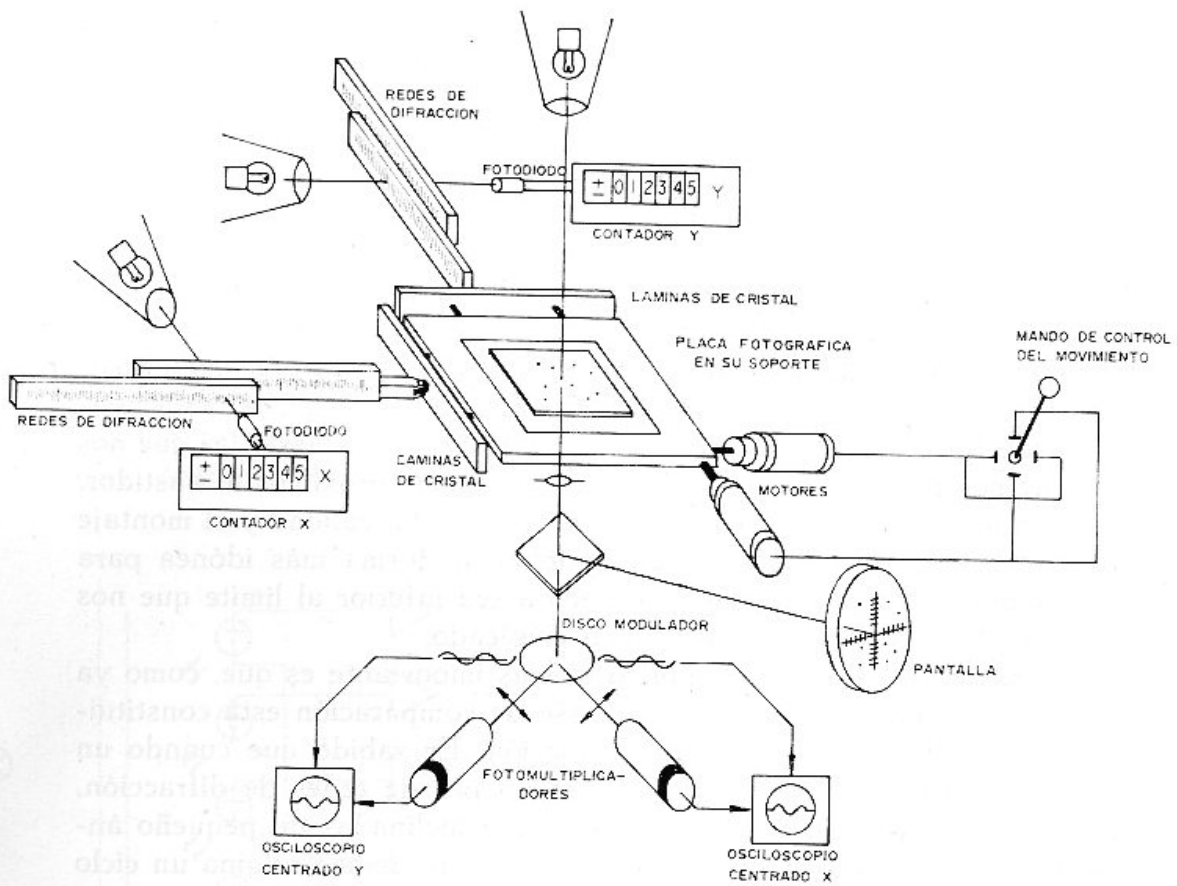


FIG. 1.

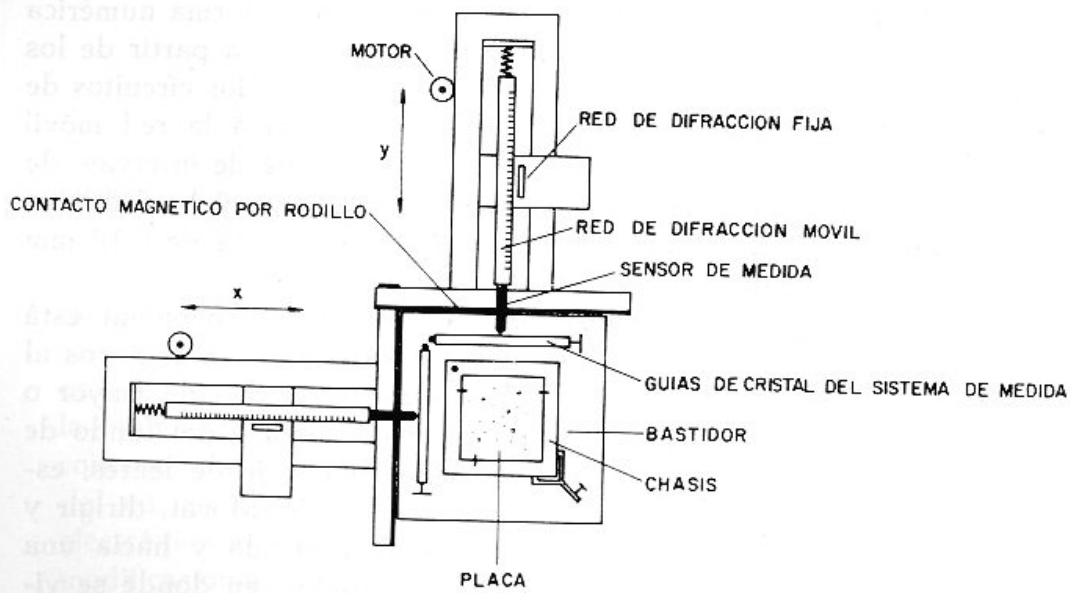


FIG. 2.

seg) y accionados por un mando único; o de los mandos manuales de movimiento lento. La conexión con el sistema de medida se hace a través de dos reglas de cristal ópticamente talladas, con unas deformaciones máximas del orden de $\pm 0.2 \mu$, que se fijan sobre el bastidor mediante unos tornillos que permiten regular la orientación y la perpendicularidad de una con respecto a la otra. Sobre estas guías de cristal se deslizan los sensores del sistema de medida, y pueden considerarse como factores de máxima responsabilidad de la precisión y garantía de la medida, y de la perpendicularidad de los ejes.

En el interior de los marcos que, como hemos dicho, reciben el movimiento y lo comunican al mecanismo de soporte de placa, van montadas de forma cinemática las redes de difracción móviles a las que nos referiremos posteriormente y en cuyos extremos, próximos al bastidor, van fijados los sensores del sistema de medida. La calidad y el montaje de todos los elementos está estudiado de la forma más idónea para lograr que su influencia sobre la medida sea inferior al límite que nos impone el sistema óptico electrónico empleado.

Desde el punto de vista óptico lo más importante es que, como ya hemos apuntado anteriormente, la base de comparación está constituida por un sistema de redes de difracción. Es sabido que cuando un haz luminoso se proyecta a través de un par de redes de difracción, con su estructura de líneas superpuestas e inclinadas un pequeño ángulo, el movimiento relativo de una línea entre ambas origina un ciclo completo de intensidad luminosa. Escogiendo convenientemente las redes, según la precisión buscada, y calculando el ángulo de inclinación necesario para que el desplazamiento relativo de una línea coincida con la unidad de longitud que se desee precisar, tendremos un procedimiento para medir desplazamientos y presentarlo de forma numérica mediante la generación, por elementos fotosensibles, y a partir de los ciclos de intensidad, de una corriente capaz de activar los circuitos de conteo de los indicadores numéricos. En nuestro caso la red móvil tiene una longitud de 200 mm que representa el límite de intervalo de medida y su estructura de líneas, al igual que la pequeña red fija, es de 100 líneas por mm, siendo la separación entre ambas de 0.10 mm con una tolerancia de $\pm 0,05$ mm.

El sistema de centrado de imagen, casi totalmente impersonal, está basado en la mayor o menor absorción que sufre un haz de rayos al atravesar la placa fotográfica incidiendo sobre una zona de mayor o menor obscurecimiento según se trate de una imagen o del fondo de placa. En el camino óptico están dispuestos una serie de lentes, espejos y láminas de caras plano paralelas que van a enfocar, dirigir y dividir el haz hacia el equipo electrónico de centrado y hacia una pantalla situada en la parte frontal del comparador, en donde se visualiza la zona de la placa que se está analizando, aumentada 10 veces

su tamaño. Simultáneamente en la misma pantalla se proyecta un retículo constituido por tres círculos concéntricos de 100, 175 y 250 μ de diámetro, que permite realizar una aproximación rápida de la imagen al lugar de medida, e incluso en caso de imposibilidad de utilizar el centrado electrónico, como ocurre con imágenes muy próximas, obtener una medida cuya precisión puede llegar a ser de $\pm 3 \mu$ cuando el operador es riguroso en el criterio y tiene la necesaria experiencia.

La electrónica constituye el último eslabón en los sistemas de medida de centrado de imagen. En el primero (fig. 3) mediante elementos fotosensibles se logra que las variaciones de intensidad a que da lugar el movimiento relativo de las redes se conviertan en fluctuaciones de corriente eléctrica, obteniendo por cada paso de una línea una onda aproximadamente sinusoidal. Esta onda se utiliza para disparar los

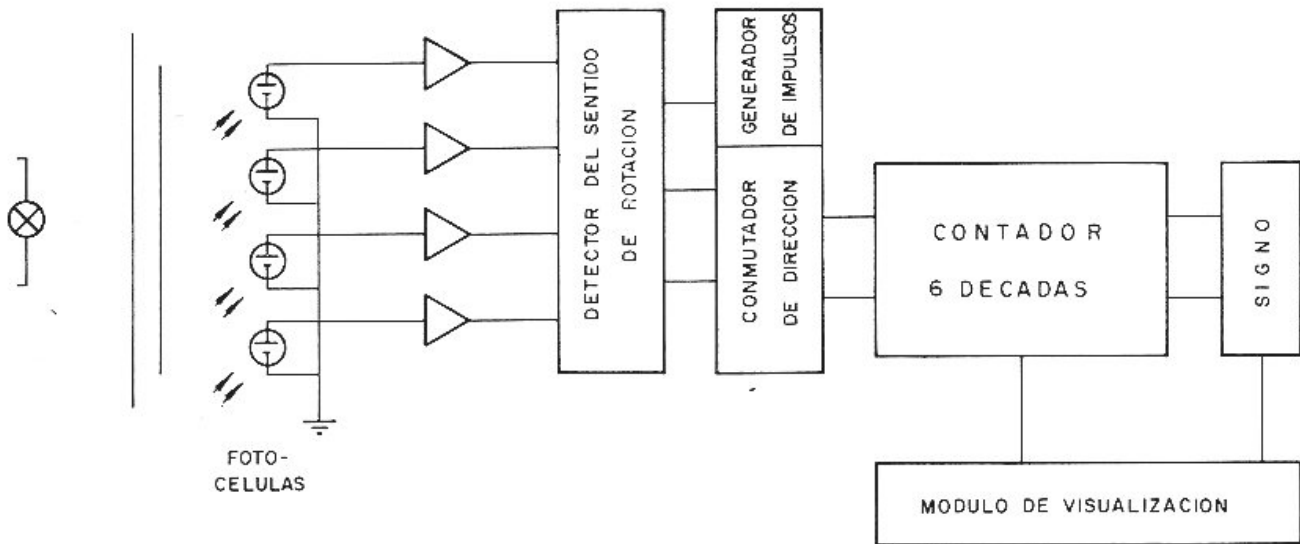
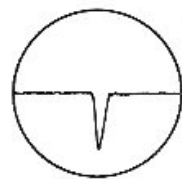


FIG. 3.

elementos monestables que generan la sucesión de impulsos activadores del desplazamiento de un dígito, en un sentido determinado, en los contadores. El sistema de avance de éstos utiliza técnica binaria, estando provistos de los decodificadores transistorizados que realizan la conversión al sistema decimal. La presentación de la medida se hace en dos contadores de 6 cifras y signo cada uno de ellos, correspondiendo la última cifra a la micra, límite de apreciación del comparador. Cada contador lleva incorporado un dispositivo que permite la puesta a cero del mismo a voluntad de los operadores. En el sistema de centrado electrónico el haz luminoso que atraviesa la placa, tras sufrir diversas modificaciones, llega a una lámina plano paralela inclinada, que puede girar alrededor del eje óptico. Una imagen sobre la placa dentro de la

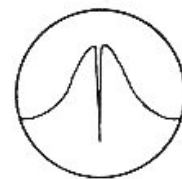
zona iluminada se proyecta sobre la lámina, en donde el haz se divide, parte se transmite refractándose y conservando la dirección, aunque trasladada proporcionalmente al espesor e inclinación de la placa, y parte se refleja. El haz transmitido se enfoca sobre una pantalla provista de dos ranuras dispuestas perpendicularmente. Debido a la rotación de la lámina, la imagen puntual describirá una circunferencia sobre la pantalla atravesando sucesivamente ambas ranuras a cada giro de la lámina y generándose una corriente en sendos fotomultiplicadores situados detrás de las mismas. Por otro lado el haz reflejado se enfoca en una ranura, provista también de un elemento fotosensible



PANTALLA OSCILOSCOPIO
SIN IMAGEN



PANTALLA OSCILOSCOPIO
CON IMAGEN DESCENTRADA



PANTALLA OSCILOSCOPIO
CON IMAGEN CENTRADA

FIG. 4.

que genera un impulso de referencia correspondiente a las posiciones de centrado de la imagen puntual, es decir al mínimo de intensidad en los fotomultiplicadores situados detrás de las dos ranuras dispuestas en la pantalla. Las señales obtenidas y el impulso de sincronismo se envía a las placas de dos osciloscopios. El centrado perfecto se consigue cuando se logra la simetría total del mínimo invertido con respecto al impulso de referencia (fig. 4).

El equipo eléctrico se completa con la fuente de alimentación, sistemas de control de temperatura e iluminación, motores de movimiento

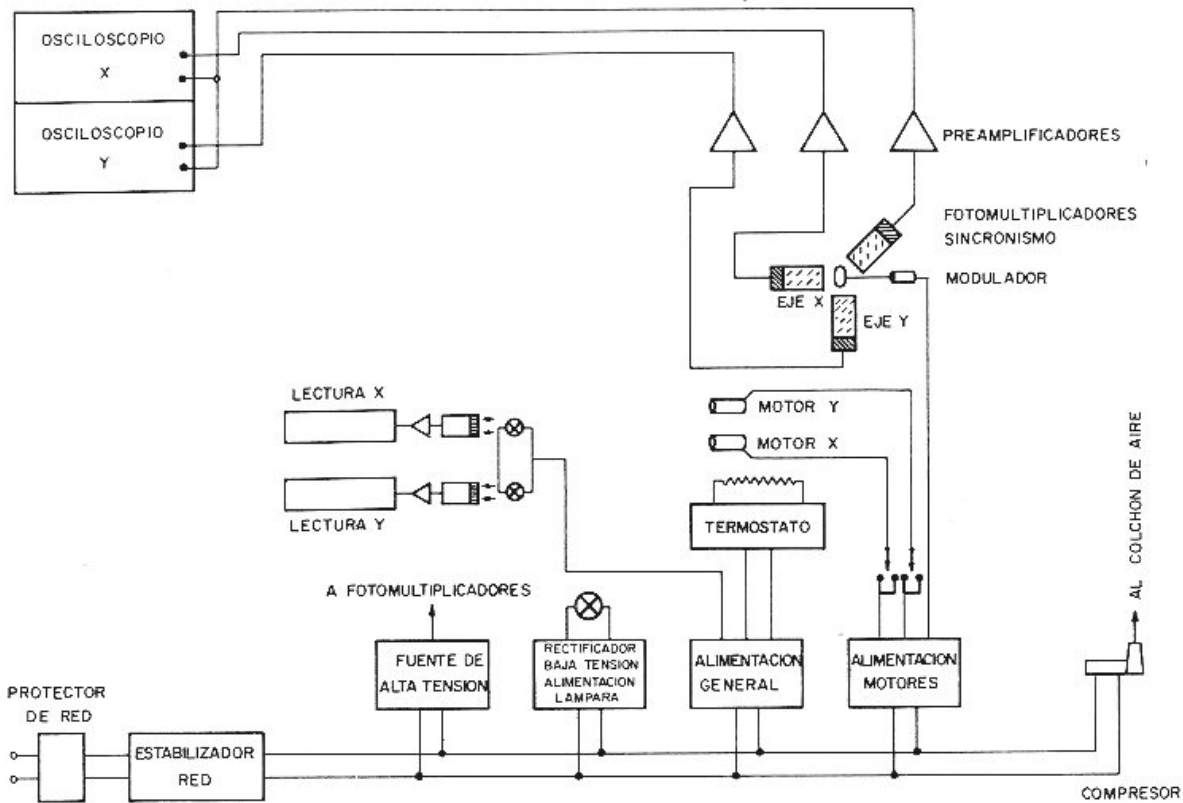


Fig. 5.

y bombeo de aire a presión y los indicadores y fusibles de funcionamiento. El esquema eléctrico general puede verse en la fig. 5.

2) COMPROBACIONES Y MEJORAS

Desde la puesta a punto inicial del comparador y el comienzo de las medidas de placas, han existido motivos para pensar que el comparador no funcionaba totalmente de acuerdo con las características facilitadas por los fabricantes. No obstante, se achacaron en parte las deficiencias, claramente puestas de manifiesto en el tratamiento posterior de los datos obtenidos con un porcentaje de puntos aberrantes superior al normal, al sistema de obtención de los registros fotográficos. Para desterrar cualquier sospecha de este tipo en una de las visitas efectuadas por los Sres. Sevilla y Vieira al Instituto Geográfico Nacional Francés en Paris, solicitamos se nos facilitara una placa por ellos obtenida y el permiso para poder medirla con uno de los comparadores que posee dicho organismo. A nuestra vuelta a Madrid, la misma placa fue medida con nuestro instrumento y sometidos los datos

obtenidos al mismo tratamiento numérico. Los resultados fueron los siguientes:

Repetibilidad de la medida

Comparador Grubb-Parsons: mejor que $\pm 2 \mu$

Comparador Zeiss del I.G.N.: mejor que $\pm 6 \mu$

Eliminando en ambos casos un 10 % de puntos aberrantes

Reducción: Con 63 puntos

Comparador Grubb-Parsons: Error cuadrático medio: 4.217μ

Comparador Zeiss del I.G.N.: Error cuadrático medio: 3.167μ

Reducción: Con 50 puntos

Comparador Grubb-Parsons: Error cuadrático medio: 2.894μ

Comparador Zeiss del I.G.N.: Error cuadrático medio: 2.197μ

Como se ve por el resultado de la comparación de ambas medidas, el funcionamiento de nuestro comparador no era del todo correcto. No obstante existieron otras causas, además de la ya reseñada, que justificaron la revisión y puesta a punto a que ha sido sometido. Otras deficiencias detectadas fueron las siguientes:

a) La repetibilidad de las medidas de las referencias de estabilidad llegaron a dar diferencias de ± 5 y de forma aleatoria.

b) El sistema de aire a presión y de termostatación no respondían de acuerdo con las características.

c) La imagen electrónica en los osciloscopios, para puntos de calidad fotográfica media, era defectuosa, inestable y con un ruido de fondo superior al previsible.

d) En ciertas medidas se detectaron saltos del orden de la decena de micras en los indicadores numéricos, de la coordenada Y, que posteriormente pudieron relacionarse con el sistema de movimientos al observar que cuando ocurrían, no siempre, era en la misma posición del conjunto móvil.

e) La fuente de alta tensión acusaba falta de estabilidad.

f) En algunas medidas quedó bloqueado el contador de la coordenada X.

g) El retículo de centrado visual no coincidía con la posición de centrado que se obtenía electrónicamente.

REVISIONES REALIZADAS

Realmente el comparador ha sido desmontado sistema a sistema y analizado individualmente cada uno de ellos. Las siguientes averías fueron detectadas y corregidas.

1) Sistema de aire a presión: pérdidas en la membrana de la bomba y en uno de los puntos de inyección. Las plataformas de cristal no estaban bien niveladas.

2) El sensor de la coordenada X del sistema de medida no estaba bien centrado con respecto a las guías de cristal pulido sobre las que se desliza y éstas a su vez presentaban zonas en las que se habían depositado residuos que falseaban la medida provocando los saltos a los que aludíamos anteriormente.

3) La distancia entre redes fue comprobada y corregida.

4) Se ha estabilizado la corriente de entrada que presentaba fluctuaciones superiores al 10 %.

5) En la fuente de alimentación se han reemplazado varios elementos que acusaban funcionamiento defectuoso.

6) Se han revisado y sustituido por otros en buen estado algunos de los circuitos impresos correspondientes a los contadores numéricos.

7) El sistema óptico de proyección, para el centrado óptico y electrónico ha sido corregido lográndose una buena coincidencia del centrado por retículo con el casi impersonal de los osciloscopios.

8) Mediante la modificación de los circuitos de alimentación de los preamplificadores correspondientes a los fotomultiplicadores se ha conseguido una disminución apreciable del ruido de fondo.

9) Se ha procedido a una limpieza y engrase total de las partes del instrumento que lo necesitaban.

10) Dado que el formato normal de las placas que se utilizan es de 19×19 cm y el chasis que nos fue servido con el instrumento era para placas de 20×20 cm, se han construido dos chasis; uno para las placas de 19×19 cm y otro ajustable para cualquier formato inferior. Con ello se consigue eliminar los suplementos que habían sido construidos para adaptar nuestras placas al formato del chasis. Probablemente esto podía dar lugar a cierta inestabilidad durante la realización de la medida.

3) AUTOMATIZACIÓN DE DATOS

La gran cantidad de datos proporcionados por la medida de una placa es necesario expresarla de forma conveniente para su adecuado tratamiento por ordenadores. Para ello se ha diseñado y puesto a punto una unidad de adaptación a una perforadora de tipo comercial IBM. 545 y a una impresora MINIWATT modelo 60 SR. Tal módulo se ha concebido pensando conseguir en todo momento la mayor flexibilidad posible en cuanto a adaptación se refiere, no sólo para poder acoplarlo a cualquier equipo de medida, sino también con vistas a su conexión a diversas unidades de registro tales como, además de la citada perforadora, equipos de grabación en cinta magnética, impresoras, perforadoras de cinta, etc., etc.

Dada la diversidad de fuentes de información digitales existentes en lo que a técnicas de suministro de datos se refiere, y teniendo pre-

sente sus diferentes códigos de trabajo, se ha ideado la unidad de adaptación que nos ocupa bajo el punto de vista del código decimal ordinario, tratando al efecto caracteres numéricos, signo y, punto decimal o notación exponencial, con lo que su utilidad en cualquier equipo que utilice un código distinto resulta inmediata sin más que intercalar el correspondiente decodificador.

En la presente exposición se comienza por describir a grandes rasgos las características de la citada perforadora en lo que a su funcionamiento mediante control a distancia se refiere, describiendo a continuación la unidad auxiliar construida con objeto de automatizar totalmente el proceso de perforación en una ficha ordinaria de uno o varios datos numéricos.

CARACTERÍSTICAS GENERALES DE LA PERFORADORA UTILIZADA

A grandes rasgos la perforadora IBM-545 es una variante de las conocidas 029, disponiendo del necesario equipo para su manipulación a distancia. En esencia difiere de ésta en la existencia de un circuito auxiliar que permite bloquear la correspondiente entrada de información exterior en caso de perforación manual y viceversa.

El conexionado necesario para su uso automático desde el exterior podemos clasificarlo en cuatro grupos diferentes:

a) Tensiones necesarias para alimentaciones y referencias con vistas al acoplamiento de las distintas unidades de control.

b) Entradas correspondientes a las 12 perforaciones distintas posibles en una columna de ficha ordinaria así como salto de columna, repetición, liberación y alimentación de fichas. Para su funcionamiento precisan de un impulso rectangular de 48 v. de altura y 20 ms. de duración, debiendo estar espaciados al menos en 100 ms. con objeto de evitar perforaciones anómalas o la repetición de un mismo carácter o instrucción.

c) Entradas de control automático de distribución de perforaciones en una ficha. Consiste en el control exterior de las instrucciones existentes a priori en el tambor de programación de la perforadora. Clasificados en dos grupos en todo análogos, previstos para la utilización del conjunto en programación doble, consta de 24 contactos agrupados en 12 entradas y 12 salidas. Sin más que cortocircuitar cada entrada con su correspondiente salida, se activa la instrucción previamente programada en el tambor de la perforadora así: uniendo los correspondientes contactos del registro 11, activaremos el control de salto automático en el programa 1, con el 4, la limitación de campo en el programa 2 y así sucesivamente con la totalidad de instrucciones.

d) Entradas y salidas correspondientes a las distintas alarmas y errores que puedan provocarse como consecuencia de manipulaciones

erróneas en la unidad intermedia de control, así como señales del funcionamiento correcto de las operaciones realizadas. Evidentemente su utilidad estará en función de la proximidad existente entre la perforadora y el equipo de medida. Dado que en nuestro caso tal distancia es considerable, es de destacar que tales señales, materializadas en diversos pilotos, proporcionan la única referencia existente para saber si se está perforando correctamente o, por el contrario, se ha cometido algún error.

Son de vital importancia, por ejemplo, en el caso frecuente de repetición de una ficha o de parte de ella, liberación, fin de ficha, etc., etc.

DESCRIPCIÓN DEL EQUIPO DE CONTROL

Con objeto de conseguir una mayor claridad en la presente exposición clasificaremos los elementos que constituyen la unidad de control bajo los dos aspectos distintos de la misma, correspondientes a la perforación automática o manual.

Como se vio anteriormente, la perforadora 545 precisa para su control a distancia de un impulso de perforación, seguido de un intervalo de reposo necesario para el salto automático de columna, en consecuencia, precisaremos de una onda rectangular asimétrica de 100 ms. de duración a nivel 0 y de 20 ms. a nivel 1.

A su vez, dado que la información a perforar, aparece en general en forma de un signo, una serie de caracteres numéricos y un punto decimal, seguido de otros caracteres, la perforación automática de un dato precisará de una exploración de tal conjunto, realizada en nuestro caso de izquierda a derecha dado el sentido de desplazamiento de una ficha ordinaria. A su vez deberá sincronizarse tal barrido con el comienzo del nivel 0 de los impulsos de perforación, para evitar la superposición de ambas operaciones que podría ocasionar la perforación de falsos caracteres o el erróneo posicionamiento de un dígito.

UNIDAD DE AUTOMATIZACIÓN DE DATOS

Con objeto de no modificar el sistema de contadores originales se ha diseñado la unidad de adaptación utilizando la tensión que aparece en bornes de cada lámpara del contador. En este sentido se ha puesto a punto una puerta «Y» en cuya salida aparece un impulso de +48 v, cuando coinciden en sus dos entradas la tensión de iluminación y un impulso de excitación (figura 6). El impulso de salida de ésta activa una puerta «O» cuya salida se envía sobre un amplificador.

Dada la existencia de 12 dígitos, seis por cada eje, cada uno de ellos con diez caracteres decimales, se han construido doce matrices con diez conjuntos de puertas «Y» y «O» cada una, así como dos de

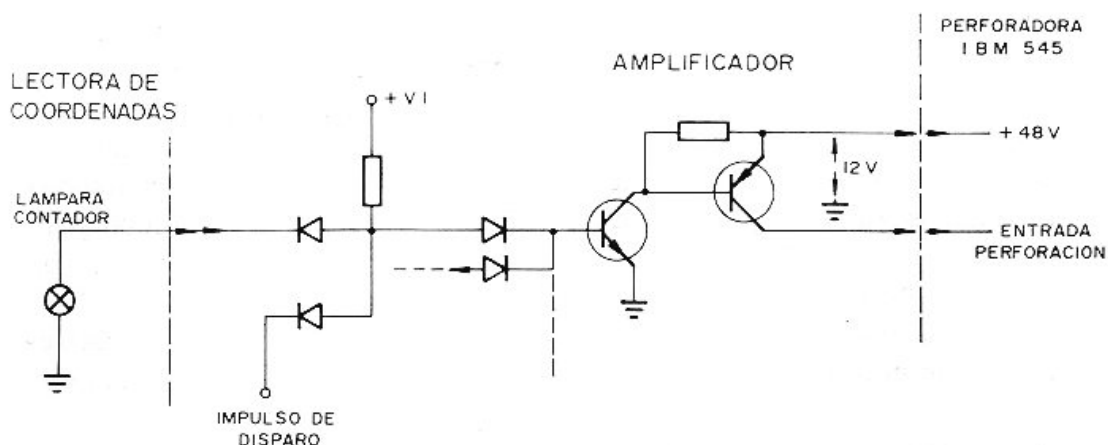


Fig. 6.

dos circuitos puerta para los correspondientes signos. A su vez se han diseñado doce amplificadores, correspondientes a diez cifras decimales visuales y a los signos más y menos necesarios en cada lectura. A la entrada de cada amplificador vienen conectadas en paralelo las salidas de las doce puertas correspondientes a cada carácter decimal (figuras 7 y 8). Los amplificadores están constituidos por dos transistores del tipo NPN y PNP respectivamente, utilizando el último de ellos como carga de colector el bobinado de los relés de perforación de la IBM-545. Esta pareja constituye un circuito monoestable capaz de bascular al recibir un impulso procedente de los circuitos puerta anteriormente descritos (figura 9).

Tal y como se ha descrito en una comunicación anterior *, la perforadora precisa para su control a distancia de un impulso de perforación, seguido de un intervalo de reposo necesario para el salto de columna. A tal efecto se necesita una onda rectangular asimétrica constituida por impulsos de 48 v y 20 ms. de duración espaciados 100 ms. En consecuencia, se necesitará el equipo apropiado para abrir las puertas sucesivamente, en concordancia con estas exigencias.

Dado que es necesaria la perforación de dos coordenadas, de signo y seis cifras cada una de ellas, se ha diseñado un módulo de control constituido básicamente (fig. 10), por un oscilador que genera la onda cuadrada, un circuito selector de la coordenada que se trate de perforar y dos circuitos de exploración, uno por coordenada que conectan sucesivamente un generador de impulsos, controlado por el mismo oscilador a los correspondientes circuitos puerta.

En la figura 11 aparece el esquema general con los elementos que constituyen cada unidad bloque. Se han utilizado módulos digitales

(*) R. Ortiz, A. Osorio, M. Sevilla y R. Vieira. «Unidad de adaptación de la perforadora IBM-545 a equipos de medida digitales». Boletín del C.C.U.M., núm. 19, junio 1972.

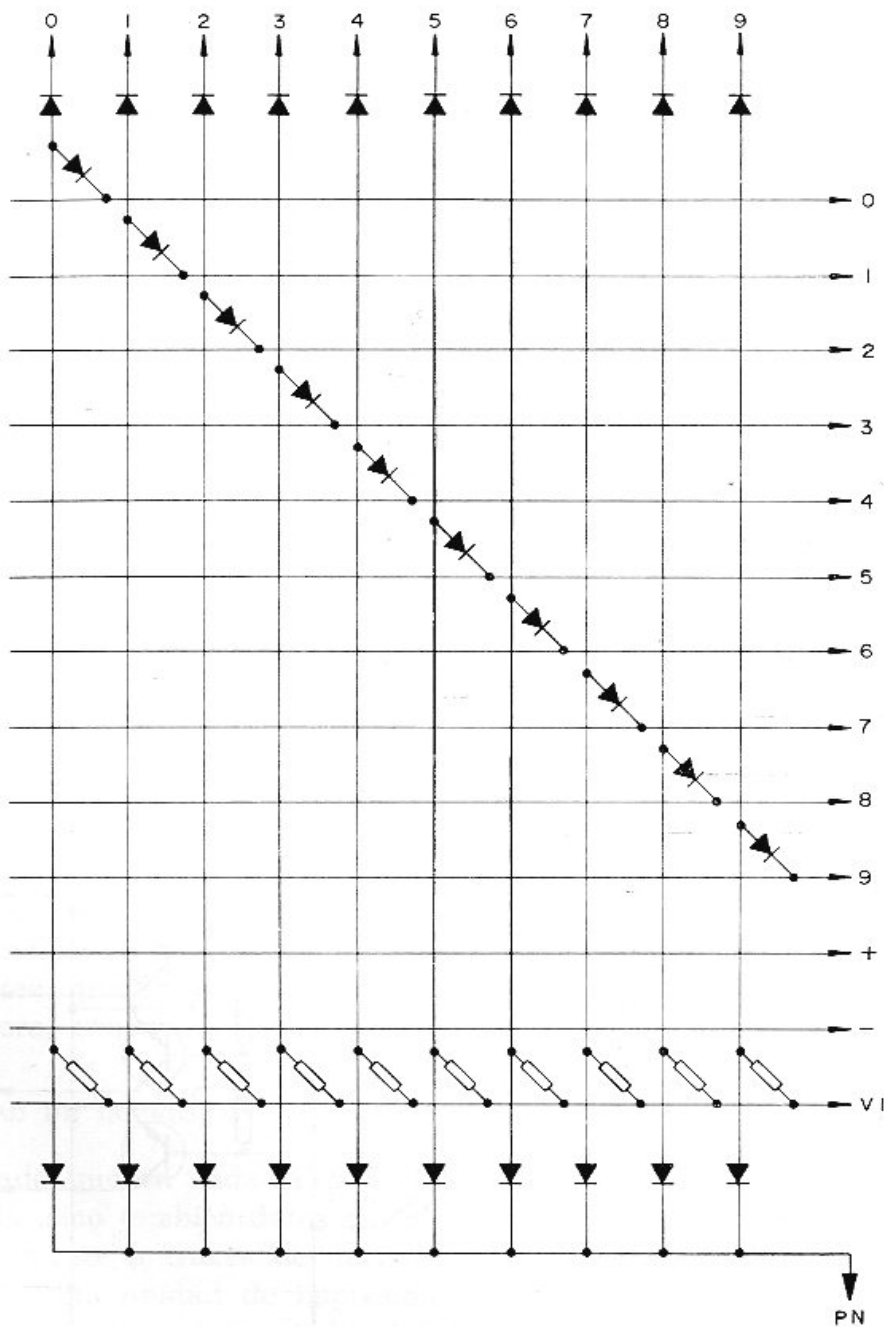


FIG. 7.

de lógica «NOR» tipo NORBIT 60 de Miniwatt pues presentan la ventaja de ser de mayor comodidad en su utilización en la realización de prototipos, frente a otros existentes con mayor nivel de integración, pero que exigen la construcción de circuitos impresos adecuados.

Para la construcción de los selectores se han utilizado dos relés giratorios Schrack tipo RT 600024 de dos circuitos doce posiciones puesto que su velocidad de respuesta es totalmente compatible con las

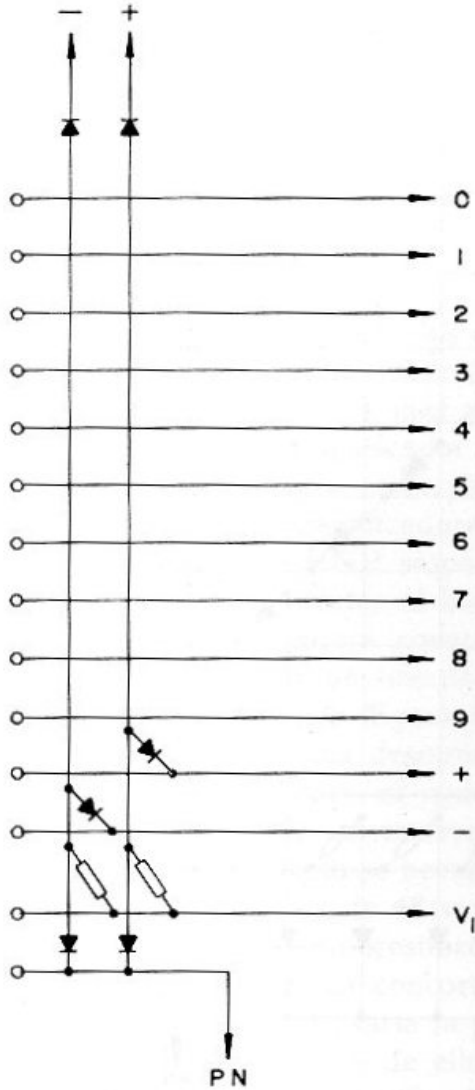


FIG. 8.

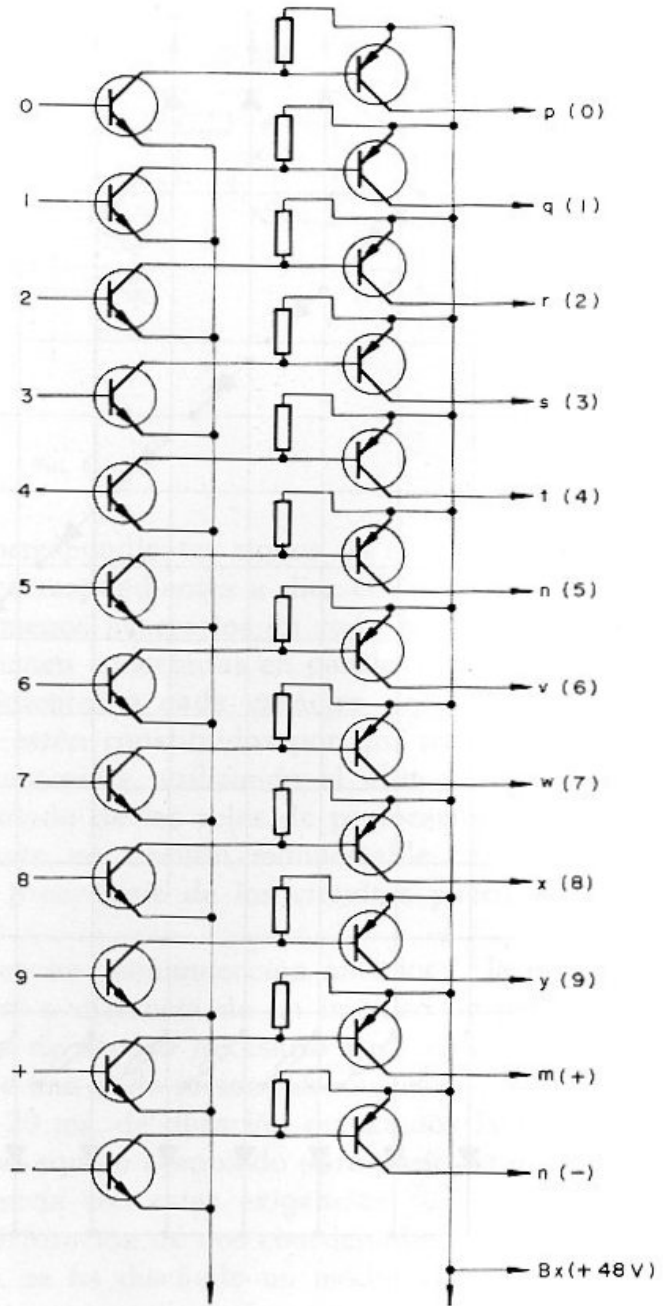


FIG. 9.

necesidades de la perforadora utilizada, y no justificaría el empleo de contadores puramente electrónicos de precio más elevado.

A su vez, y dadas las necesidades existentes, en la mayor parte de la información a tratar, de introducir en forma manual datos, constantes o referencias, tales como coordenadas teóricas, índices de ficheros, etc., se ha incluido en la unidad de adaptación, un teclado auxiliar, así como los correspondientes mandos de control de ficha, como son

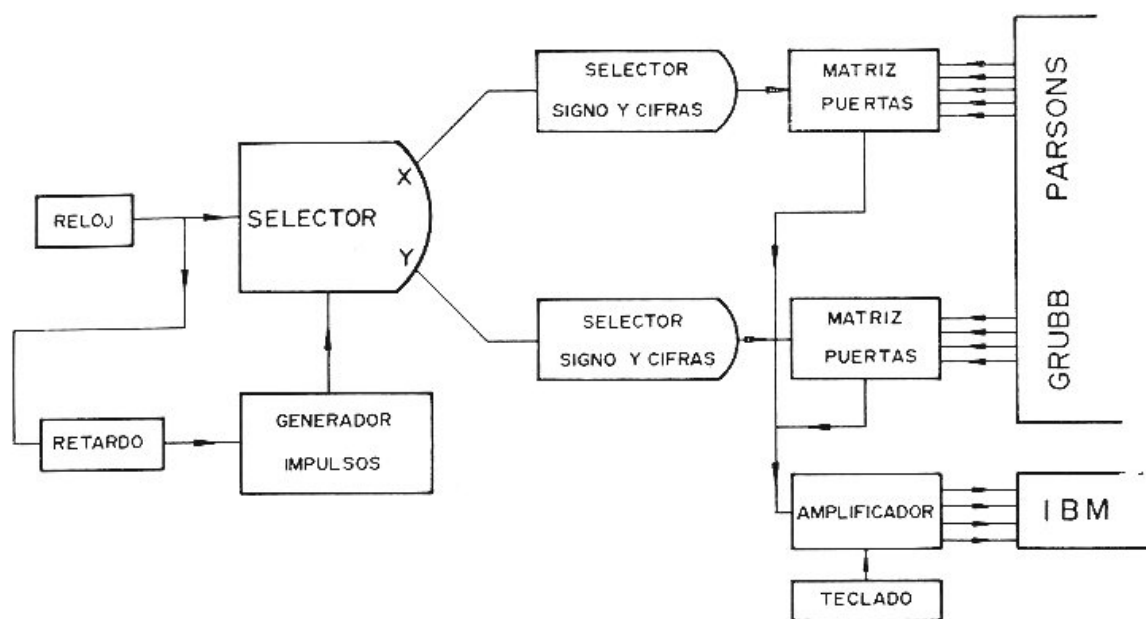


Fig. 10.

posicionado, repetición, alimentación, liberación, etc. Estos controles se realizan a través de un sistema de relés actuando sobre el control a distancia de la perforadora (figura 12).

Finalmente se dispone de los indicadores luminosos necesarios que permiten, gracias a las salidas de impulsos test de que dispone la perforadora, conocer la evolución de las operaciones realizadas.

UNIDAD DE IMPRESIÓN

Dado que en cada ficha se perfora no sólo la información de la medida, sino también datos complementarios de la misma introducidos manualmente a través del teclado auxiliar, se ha creído conveniente adaptar una unidad de impresión de datos que refleje en todo momento las perforaciones realizadas. Con ello, se puede tener un control permanente del proceso de perforación, detectándose posibles errores personales.

Como unidad bloque se ha elegido una impresora Miniwatt modelo 60 SR que dispone de tarjetas de programación para 20 y 64 caracteres alfanuméricos (CM 20). La presente unidad se ha preparado para 64 caracteres con entrada BCD de seis líneas (USASCII-CODE). Su velocidad de impresión es de 60 líneas de 20 caracteres por minuto. Para la adaptación de esta unidad ha sido necesaria la puesta a punto de una unidad de memoria de almacenamiento intermedio debido a la

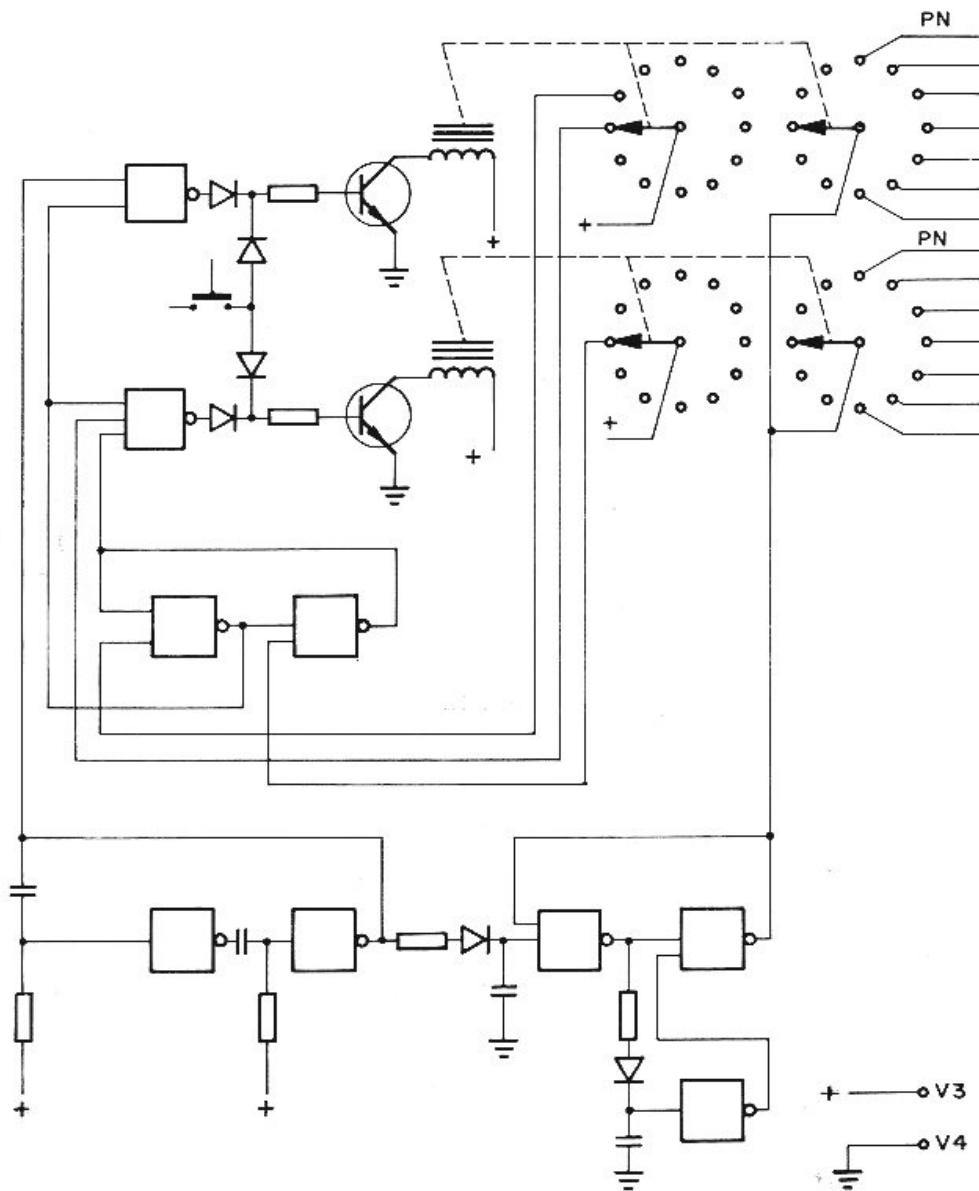


FIG. 11.

gran discrepancia existente entre las velocidades de impresión y perforación (figura 13).

4) TÉCNICA DE LA MEDIDA CON EL COMPARADOR GRUBB-PARSONS PM 20S APLICADA AL CASO DE PLACAS DE SATÉLITES GEODÉSICOS

La medida de una placa en un comparador consiste en asignar coordenadas a aquellos puntos de la misma que interese según el programa de que se trate.

En el caso concreto de placas obtenidas de satélites geodésicos

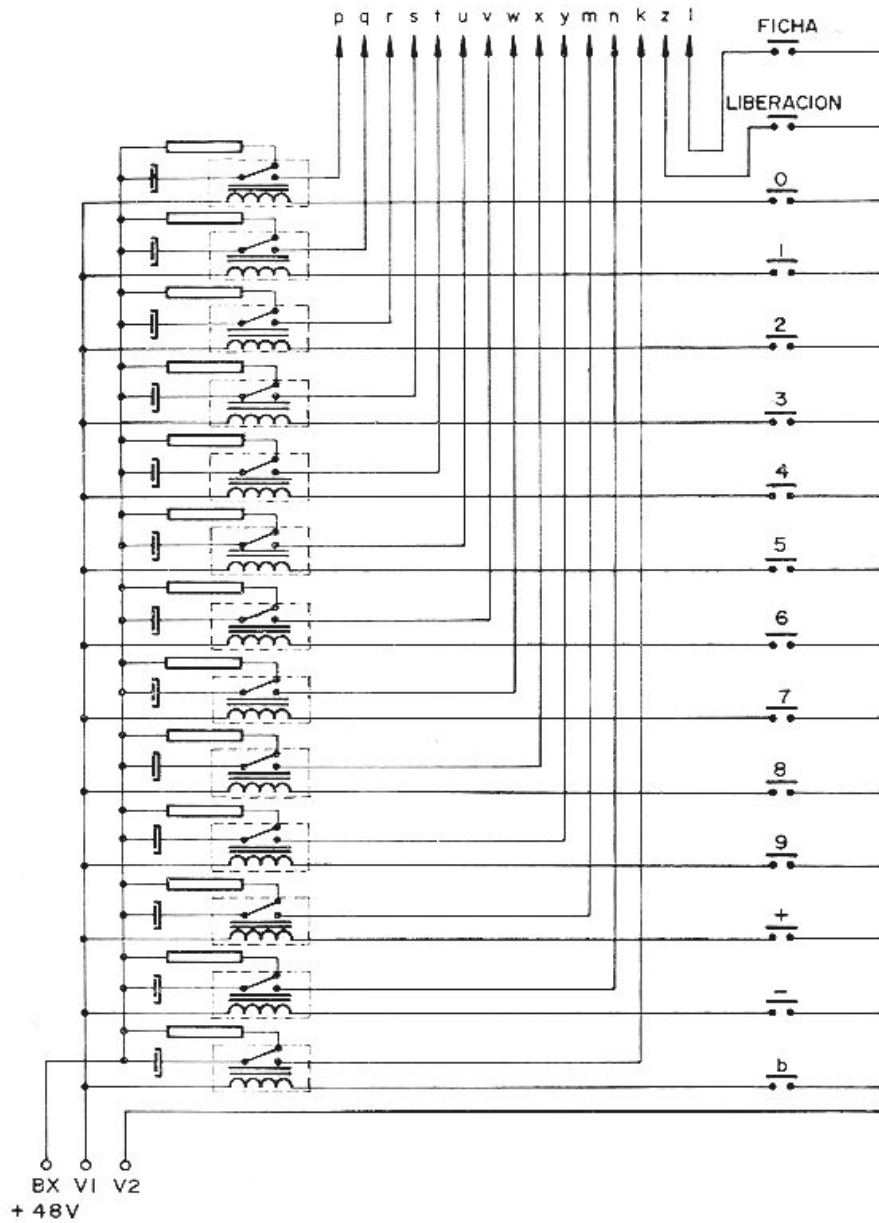


FIG. 12.

pasivos sobre fondo de estrellas, los puntos cuyas imágenes interesa medir son las puntuales de las estrellas y los trazos de la trayectoria del satélite.

Antes de situar la placa en el comprador debe decidirse cuáles son las imágenes estelares que interesan y cuál es el trozo de trayectoria de satélite que se debe medir.

En cuanto a las imágenes estelares, se dispone a priori de un listado de coordenadas x e y teóricas para todas las estrellas, obtenidas

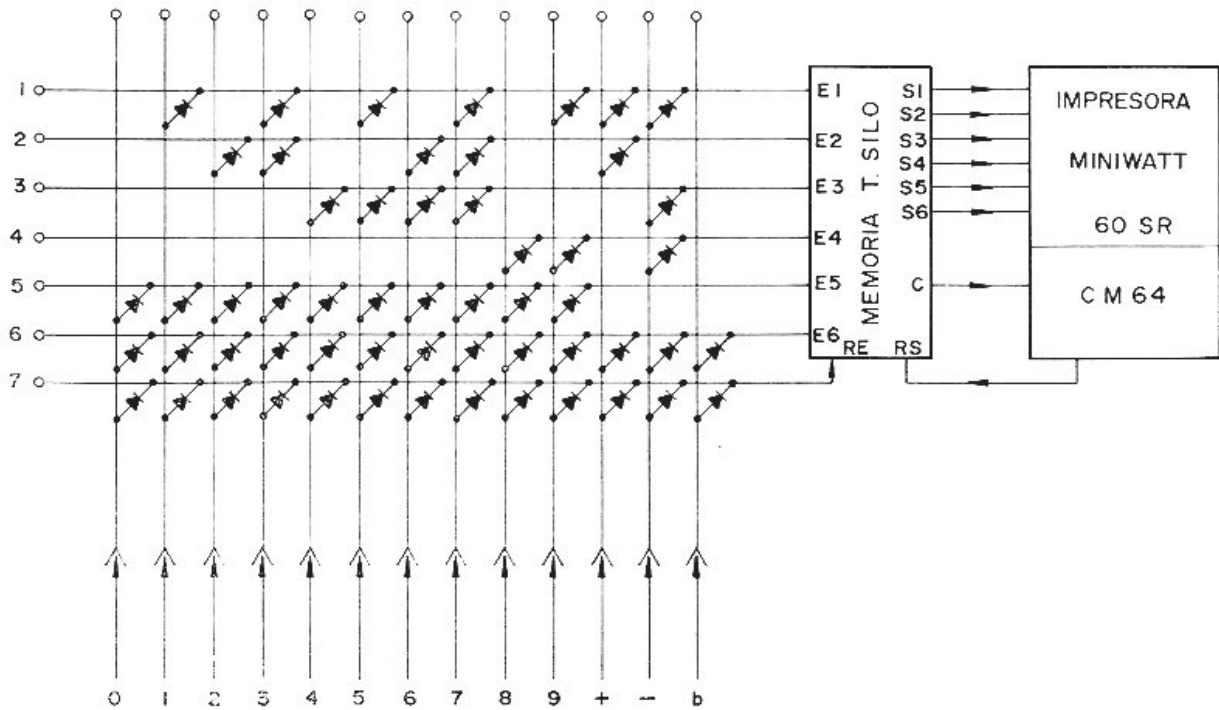


FIG. 13.

por cálculos astronómicos y que deben ser muy próximas a las coordenadas medidas que resulten. Teniendo esto en cuenta podríamos guiarnos por el principio de que a mayor número de imágenes medidas, mayor garantía alcanzaríamos en la reducción de la placa, por consiguiente, deberían medirse todas las estrellas que aparezcan en la zona útil (dicha zona dependerá de la cámara fotográfica utilizada). Ahora bien si este criterio se sigue, en una placa medianamente buena, aparecería tan gran número de estrellas que la operación de medida sobrepasaría los límites de tiempo de funcionamiento normal del comparador y de cansancio de los operadores. Por consiguiente, sólo se utilizará este criterio cuando el número de estrellas sea pequeño.

Corrientemente para cada estrella existen cuatro imágenes, dos obtenidas antes del paso del satélite y dos después, y es necesario medir las cuatro para después efectuar un estudio analítico de la estabilidad de la cámara fotográfica durante la observación. A las imágenes producidas antes del paso del satélite se les llamará de pre-reducción y a las producidas después de post-reducción.

En el caso de que el número de estrellas sea excesivo, no deben medirse todas las que figuran en la placa, sino las seleccionadas según el criterio siguiente.

Primeramente, sobre una hoja de papel milimetrado, o con el grá-

fico producido por el ordenador al calcular las coordenadas teóricas, se representan los ejes de la placa y con relación a ellos las imágenes de las estrellas dadas por sus coordenadas teóricas. Para esto será una buena guía disponer de un positivo de la fotografía.

Entonces se seleccionan unas 16 estrellas de forma que se tengan cuatro por cuadrante y por lo menos una por octante de placa; además las imágenes no han de estar demasiado alejadas del centro de la placa. En realidad, lo importante es conseguir que las imágenes seleccionadas estén repartidas de forma uniforme alrededor de la posición útil de la trayectoria del satélite.

El tramo de trayectoria de satélite a medir, vendrá determinado por el intervalo de simultaneidad que se deba reducir y cuyas direcciones interesan. La identificación se hará por recuento desde las oculaciones de puntos de la trayectoria realizadas durante la observación y cuyos tiempos correspondientes son conocidos.

En la colocación de la placa en el comparador debe procurarse que sus ejes sean aproximadamente paralelos a los del aparato; para ello se intentará conseguir que las lecturas de las componentes verticales de las dos referencias laterales de fondo de cámara sean aproximadamente iguales. Como reseñamos en la descripción inicial, el chasis portaplaca puede hacerse girar alrededor de una esquina, mediante un sistema de tornillo.

En estas condiciones se bloquea bien la placa para evitar que se mueva durante la medida.

Si la concordancia anterior no se ha logrado perfectamente, con las estrellas bien identificables se determina la diferencia entre las coordenadas medidas y las teóricas. Generalmente ésta diferencia se mantiene a lo largo de toda la placa; así pues una vez obtenida, se corrigen las coordenadas teóricas para una más fácil búsqueda e identificación posterior.

MÉTODO DE MEDIDA ANTERIOR A LA AUTOMATIZACIÓN

Ahora ya puede procederse a la medida de la placa, operación que en el método directo se realiza por dos operadores A y B; mientras el uno utiliza la máquina, el otro anota y controla los resultados. El desarrollo de la operación es el siguiente:

Operador A.

- Medida de dos referencias de fondo de cámara
(marcas fiduciarias)
- Medida de cuatro referencias de estabilidad
- Medida de las imágenes estelares
- Medida de los trazos del satélite
- Medida de las cuatro referencias de estabilidad

Operador B

- Medida de las cuatro referencias de estabilidad
- Medida de los trazos del satélite
- Medida de las imágenes estelares
- Medida de las cuatro referencias de estabilidad
- Veamos estas fases más detenidamente.

De las referencias de fondo de cámara solamente se miden las situadas sobre el eje x, su identificación no da lugar a dudas. El fin de esta medida es encontrar las coordenadas del centro de la placa, que será la media de las medidas de las referencias. Situados los contadores en dichas coordenadas, el comparador permite la puesta a cero de los mismos asignando así coordenadas (0,0) al centro de placa.

Las cuatro referencias de estabilidad deben ser pequeñas y de forma muy regular que evite imprecisión en el centrado electrónico de las imágenes, si es posible círculos perfectos. Deberán estar situadas a unos siete centímetros del centro de la placa y en las direcciones de las diagonales. Recuérdese que las dimensiones de las placas son de 19×19 cm² y la zona útil es un círculo de 6 cm con centro en el de la placa. El objeto de las referencias de estabilidad es, como su nombre indica, estimar la estabilidad de la placa en el comparador durante la operación de medida.

Después de cada serie de medidas de estas referencias, se deben comparar con las precedentes: si la media de las diferencias resultantes queda inferior, en x y en y a 2 micras, se puede concluir que la placa es estable. Si esto no ocurre, hay que averiguar lo que ha pasado, en principio una traslación o una rotación; en cualquiera de los casos es preciso repetir la medida desde el principio.

Cuando se cambie de operador, el que va a comenzar su trabajo debe medir las referencias de estabilidad después de que el operador que finaliza termine de medirlas, entre otras razones para comparar su ecuación personal y ver si sus resultados son compatibles con los del primero.

La media de las diferencias entre los resultados de dos operadores no debe ser nunca mayor de 2 micras. Si esto ocurre, hay que repetir la medida procurando mejorar tanto la atención como las condiciones de enfoque, luminosidad, etc.

En cuanto a las estrellas se miden las imágenes seleccionadas previamente y que estén bien impresionadas; si la medida es dudosa debe dársele un peso que indique esta anomalía. Si una imagen seleccionada no se puede medir, debe ser reemplazada por otra situada, si es posible, en el mismo octante que la que se elimina. La operación finaliza cuando han sido medidas todas las estrellas seleccionadas.

La medida de las estrellas de pre y postreducción se realiza según el mismo principio y de forma independiente.

Para localizar la estrellas a medir, se toman las coordenadas teóricas corregidas por el desplazamiento del que hablamos antes y se mueve el portaplacas hasta que aparezcan en los contadores estas coordenadas; entonces en la zona enfocada aparecerá la imagen, que primero se centra en el retículo de la pantalla, afinando con los oscilógrafos. Cuando se considere la imagen bien centrada, se anotan las coordenadas que dan los contadores.

Los puntos de trayectoria del satélite se miden de forma análoga a las imágenes estelares, si bien en este caso una vez identificado el primer punto los demás se medirán en serie teniendo buen cuidado en no saltarse ninguno. Si existen zonas de fase del satélite o puntos imposibles de medir, deberá indicarse en el correspondiente impreso de medida.

Los resultados se presentarán en hojas de codificación (ver anexos 1, 2 y 3) dividiendo los resultados finales en tres tipos: referencias, estrellas y satélites con las siguientes especificaciones.

a) Referencias de estabilidad

1, 2, 3 y 4 indica el número de la referencia
A,B indicativos de los operadores
x,y coordenadas medidas correspondientes
I medidas de ida
V medidas de vuelta
D diferencias

b) Referencias para coordenadas del centro

I referencia de la izquierda
D referencia de la derecha
x,y coordenadas medidas
A,B indicativos de los operadores
S suma
M valores medios
 x_c, y_c coordenadas del centro

c) Estrellas

Su interpretación no ofrece dudas, si bien las coordenadas x e y medidas serán las medias de las obtenidas por los operadores A y B.

d) Satélite

TUC tiempo correspondiente al trazo
x,y coordenadas medidas
A medidas del operador A

CATEDRA DE ASTRONOMIA Y GEODESIA

GEODESIA ESPACIAL

MEDIDA DE PLACAS

PLACA Nº _____

FECHA _____

OPERADORES

A _____
B _____

REFERENCIAS

ESTABILIDAD

	1	2	3	4
A	I			
	V			
B	I			
	V			
	D			

COORDENADAS CENTRO

	I		D	
A	x	y	x	y
B				
S				
M				

ANEXO I.

$(X_c, Y_c) =$

$X_I + X_D$ $Y_I + Y_D$

CATEDRA DE ASTRONOMIA Y GEODESIA
GEODESIA ESPACIAL

MEDIDA DE PLACAS

PLACA N° _____

FECHA _____

N° _____

SATELITE

A _____

OPERADORES

B _____

T.U.C.		X	Y	T.U.C.		X	Y
A	B	.	.	A	B	.	.
M		.	.	M		.	.
A	B	.	.	A	B	.	.
M		.	.	M		.	.
A	B	.	.	A	B	.	.
M		.	.	M		.	.
A	B	.	.	A	B	.	.
M		.	.	M		.	.
A	B	.	.	A	B	.	.
M		.	.	M		.	.
A	B	.	.	A	B	.	.
M		.	.	M		.	.
A	B	.	.	A	B	.	.
M		.	.	M		.	.
A	B	.	.	A	B	.	.
M		.	.	M		.	.
A	B	.	.	A	B	.	.
M		.	.	M		.	.
A	B	.	.	A	B	.	.
M		.	.	M		.	.

B medidas del operador B
M media de A y B

Se recomienda sumo cuidado con el manejo de datos, ya que una equivocación de un milímetro es muy frecuente, pero inadmisible.

MÉTODO AUTOMÁTICO

El acoplamiento al comparador Grubb-Parsons de la unidad de digitalización y perforación automática permite el obtener la información de medida dada por los contadores directamente en fichas perforadas (por IBM 545) e impresas (Impresora Miniwat). Mediante la mesa de perforación auxiliar, se puede introducir en las fichas y en el listado de la impresora todos los datos adicionales a la medida y necesarios para la reducción, como son el número de la estrella, sus coordenadas teóricas, etc... Este sistema ahorrará tiempo en la operación de medida de una placa, y lo que es más importante, evitará no pocas equivocaciones en el manejo de resultados.

Así pues en el método automático, aunque las operaciones de medida son las mismas que en el método directo, es conveniente organizar el trabajo a fin de obtener el máximo rendimiento del sistema. Se procederá pues de la siguiente forma.

El operador A maneja el comparador y el B controla el proceso.

Las medidas de las referencias se realizan igual que en el caso anterior.

Para proceder a la medida de las estrellas se programa previamente el tambor de la perforadora de acuerdo con el formato que se desee utilizar, en nuestro caso será el siguiente.

I 1, I 3, 4F7. 3, 48x correspondiente a:

I 1: indicativo de la imagen medida siendo 1 o 2 para la prereducción y 3 o 4 para la postreducción. Este dígito será perforado por el operador B desde la consola destinada al efecto.

I 3: número de la estrella, figura en el listado de coordenadas teóricas, también será perforado por el operador B.

4F7. 3: coordenadas de las estrellas, x,y teóricas, que tomadas del listado serán perforadas por el operador B y x e y medidas por A que serán perforadas automáticamente.

En cuanto al orden de operar, el operador B leerá las coordenadas teóricas de una estrella, y el operador A la buscará; si puede medirla lo indica al operador B quien comienza a perforar el indicativo, el número de la estrella y sus coordenadas teóricas; mientras tanto el operador A habrá centrado la imagen y procederá a pulsar la perforación automática de las coordenadas medidas. Simultáneamente la impresora nos da el listado de todo lo perforado. Finalizada esta fase, se

cambia automáticamente de ficha y el operador B leerá las coordenadas teóricas de la estrella siguiente.

Finalizada la medida de estrella por el operador A se cambia el programa del tambor de la perforadora para comenzar la medida del satélite; en este caso se usa 3x, 2F7.3, 63x que indica, que a partir de la columna 4 se perforan las coordenadas x e y medidas del satélite. La orden de perforación la da el operador A cuando haya centrado la imagen. Estos resultados también quedan impresos.

Una vez que el operador A termina el satélite, mide las referencias de estabilidad que el operador B controla; si hay concordancia se continua la medida pasando B a ocupar la misión de A y viceversa.

Para perforar las medidas de satélite de B se vuelve a cambiar el programa de la perforadora por el 17x, 2F7.3, 49x, cargando las perforadoras con las fichas que tienen los resultados de satélite A. El operador B mide el satélite y A compara los resultados con los suyos mediante los contadores y el listado que hizo la impresora. Si existe concordancia, perfora automáticamente la medida de B; si no, anula la ficha. Así se continua hasta finalizar el satélite.

Vuelve a cambiarse el programa del tambor de la perforadora para proceder a la medida de las estrellas por B. Se usa el 32x, 2F7.3, 34x, y se carga la perforadora con las fichas que tienen los resultados de estrellas de A. B comienza a medir y A controla los resultados de igual forma que hizo con el satélite.

En caso de perforación automática los valores medios de A y B serán calculados a posteriori en la reducción de la placa.

Siempre B finalizará midiendo por última vez las referencias de estabilidad.

5) DETERMINACIÓN DE LAS CONTANTES DE PERPENDICULARIDAD DE LOS EJES DEL COMPENSADOR GRUBB-PARSONS PM 20S

Consideremos en el comparador tres sistemas de referencia constituidos por el mismo centro y los siguientes ejes:

a) *Ejes de deslizamiento* X_c, Y_c según las direcciones de los carriles del movimiento mecánico. Sobre estos ejes tendremos unas coordenadas verdaderas de los puntos (x_c, y_c) .

b) *Ejes de difracción* X_m, Y_m según las direcciones de las redes de difracción del comparador. En este sistema tendremos las coordenadas medidas (x_m, y_m) que aparecen en los contadores.

c) *Ejes teóricos rectangulares* X_r, Y_r . En este sistema se tendrán las coordenadas cartesianas rectangulares (x_r, y_r) de los puntos.

Para la determinación de las constantes de perpendicularidad consideraremos el caso general en el que supondremos que los ejes de deslizamiento no coinciden con los ejes de difracción y que ni unos ni

otros son perpendiculares entre sí. Interesa pues, obtener unas relaciones que den las coordenadas rectangulares x_r , y_r en función de las coordenadas medidas x_m , y_m por el comparador a través de las coordenadas x_c , y_c según los ejes de deslizamiento.

I. HIPÓTESIS SOBRE LA NO COINCIDENCIA DE LOS EJES DE DESLIZAMIENTO Y LOS EJES DE DIFRACCIÓN.

Supongamos en el plano de medida dos puntos A y B cuyas coordenadas de uno respecto del otro queremos obtener.

Para, ir de A a B el comparador lo hace según sus guías por dos ejes paralelos a los de deslizamiento a través de C, resultando así las coordenadas verdaderas (fig. 14).

$$\begin{aligned}x_c &= CA \\y_c &= CB\end{aligned}$$

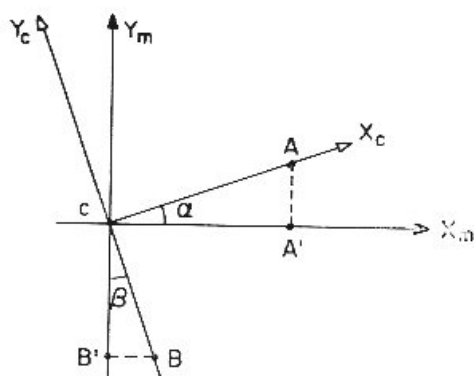


FIG. 14.

Al mismo tiempo las redes de difracción se desplazan normalmente unas distancias:

$$\begin{aligned}x_m &= CA' \\y_m &= CB'\end{aligned}$$

que serán las coordenadas medidas.

Sean α y β los ángulos que forman los ejes X_c con X_m e Y_c con Y_m respectivamente. En estas condiciones, según la figura 14, obtenemos las siguientes fórmulas de transformación:

$$\begin{aligned}x_m &= x_c \cos \alpha \\y_m &= y_c \cos \beta\end{aligned}$$

de donde

$$x_c = x_m \cdot \frac{1}{\cos \alpha}$$

$$y_c = y_m \cdot \frac{1}{\cos \beta}$$

y estas fórmulas nos dan la relación entre las coordenadas medidas y las coordenadas verdaderas.

II. HIPÓTESIS SOBRE LA NO PERPENDICULARIDAD DE LOS EJES DE DESLIZAMIENTO

Sean, como hemos dicho, X_c, Y_c los ejes de deslizamiento y X_r, Y_r los ejes teóricos ortogonales. Si hacemos coincidir los ejes Y_c e Y_r entonces los ejes X_c y X_r formarían un cierto ángulo γ debido a la supuesta no perpendicularidad de X_c, Y_c .

En estas condiciones las coordenadas de un punto P en uno y otro sistema son (figura 15):

$$\begin{aligned} x_c &= OH \\ y_c &= HP \\ x_r &= OK \\ y_r &= KP \end{aligned}$$

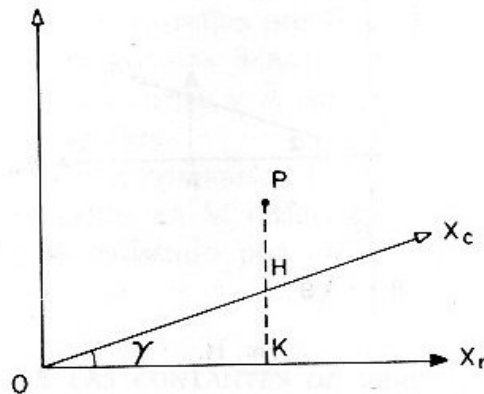


FIG. 15.

y la relación existente entre ellas es:

$$\begin{aligned} x_r &= OK = OH \cos \gamma \\ y_r &= KP = KH + HP = OH \operatorname{sen} \gamma + HP \end{aligned}$$

o lo que es lo mismo

$$\begin{aligned} x_r &= x_c \cos \gamma \\ y_r &= y_c + x_c \operatorname{sen} \gamma \end{aligned} \quad (2)$$

III. RELACIONES DEFINITIVAS

Sustituyendo (1) en (2) obtenemos la relación entre las coordenadas cartesianas rectangulares y las coordenadas medidas en el comparador. Resulta pues:

$$x_r = x_m \frac{\cos \gamma}{\cos \alpha}$$

$$y_r = y_m \frac{1}{\cos \beta} + x_m \frac{\operatorname{sen} \gamma}{\cos \beta}$$

Cambiando de notación resulta:

$$\begin{aligned} x_r &= ax_m \\ y_r &= bx_m + cy_m \end{aligned} \quad (3)$$

donde a, b, y c son las constantes del comparador debidas a la no perpendicularidad de los ejes.

$$a = \frac{\cos \gamma}{\cos \alpha}$$

$$b = \frac{\operatorname{sen} \gamma}{\cos \beta}$$

$$c = \frac{1}{\cos \beta}$$

OBTENCIÓN DE LOS PARAMENTOS a, b, c

Consideremos en el plano de medida varios puntos (el experimento puede montarse a base de imágenes estelares puntuales sobre una placa fotográfica, por ejemplo de las utilizadas en Geodesia Espacial).

De estos puntos podemos obtener unas coordenadas medidas x_i^o y_i^o (el centro de placa se determina por unas referencias que este tipo de placa posee y este centro O se tomará como origen, pues el comparador admite esta posibilidad con la puesta a cero de los contadores). Las coordenadas cartesianas rectangulares correspondientes vendrán dadas por (3), esto es:

$$\begin{aligned} x_{r_i}^o &= ax_i^o \\ y_{r_i}^o &= bx_i^o + cy_i^o \end{aligned}$$

Si giramos el plano de medida un cierto ángulo, por ejemplo de unos 90°, obtendremos para los mismos puntos (el centro de la placa O' puede volver a determinarse a partir de las referencias, operación que debe hacerse con sumo cuidado) unas coordenadas medidas \bar{x}_i , \bar{y}_i a las que corresponderán unas coordenadas rectangulares dadas por:

$$\begin{aligned} \bar{x}_{r_i}^{o'} &= a \bar{x}_i \\ \bar{y}_{r_i}^{o'} &= b \bar{x}_i + c \bar{y}_i \end{aligned}$$

En el sistema de coordenadas rectangulares el cuadrado de la distancia entre cada dos puntos del plano es un invariante frente a los giros de dicho plano.

Ahora bien las coordenadas medidas antes y después de girar la placa no están referidas a un mismo origen, entonces pueden referirse a un punto de dicha placa que sea el mismo en ambos casos y al que supondremos de coordenadas (u, v) y (\bar{u}, \bar{v}) antes y después del giro respectivamente; estos cambios pueden hacerse mediante traslaciones dadas por:

$$\begin{aligned} x_i &= x_i^o - u & \bar{x}_i &= \bar{x}_i^{o'} - \bar{u} \\ y_i &= y_i^o - v & \bar{y}_i &= \bar{y}_i^{o'} - \bar{v} \end{aligned}$$

y esto proporciona unas nuevas coordenadas rectangulares:

$$\begin{aligned} x_{r_i} &= a x_i & \bar{x}_{r_i} &= a \bar{x}_i \\ y_{r_i} &= b x_i + c y_i & \bar{y}_{r_i} &= b \bar{x}_i + c \bar{y}_i \end{aligned}$$

las cuales permiten establecer para cada punto medido en dos posiciones (inicial y girada) una ecuación de condición del tipo:

$$x_{r_i}^2 + y_{r_i}^2 = \bar{x}_{r_i}^2 + \bar{y}_{r_i}^2$$

y si esto lo ponemos en función de las coordenadas medidas obtenemos:

$$(a x_i)^2 + (b x_i + c y_i)^2 = (a \bar{x}_i)^2 + (b \bar{x}_i + c \bar{y}_i)^2$$

que desarrollando queda:

$$a^2 x_i^2 + b^2 x_i^2 + c^2 y_i^2 + 2bc x_i y_i = a^2 \bar{x}_i^2 + b^2 \bar{x}_i^2 + c^2 \bar{y}_i^2 + 2bc \bar{x}_i \bar{y}_i$$

o bien

$$(a^2 + b^2) (x_i^2 - \bar{x}_i^2) + 2bc(x_i y_i - \bar{x}_i \bar{y}_i) + c^2 (y_i^2 - \bar{y}_i^2) = 0$$

Considerando esta ecuación para cada punto, obtendríamos un sistema homogéneo que nos daría la solución trivial.

Dado que las constantes de perpendicularidad son según (3)

$$a = \frac{\cos \gamma}{\cos \alpha} \quad b = \frac{\sin \gamma}{\cos \alpha} \quad c = \frac{1}{\cos \beta}$$

podemos suponer $c=1$, lo cual implica el admitir que el ángulo β es muy pequeño, cosa que puede hacerse en una primera aproximación.

Hecho esto, la última ecuación se transforma en

$$(a^2 + b^2) (x_i^2 - \bar{x}_i^2) + 2b (x_i y_i - \bar{x}_i \bar{y}_i) + (y_i^2 - \bar{y}_i^2) = 0$$

y tomando como nuevas variables

$$\begin{aligned} M &= a^2 + b^2 \\ N &= 2b \end{aligned} \quad (4)$$

resulta

$$(x_i^2 - \bar{x}_i^2) M + (x_i y_i - \bar{x}_i \bar{y}_i) N + (y_i^2 - \bar{y}_i^2) = 0 \quad (5)$$

que proporciona una ecuación para cada punto medido.

Considerando varios puntos (x_i, y_i) , $i=1, \dots, n$, resulta un sistema de ecuaciones que resuelto por el método de mínimos cuadrados nos proporciona los valores más probables de las incógnitas M y N y sus errores medios cuadráticos m_M , m_N , así como el error medio cuadrático m del sistema.

Una vez obtenidos M y N interesa obtener los parámetros a y b ; esto se hace mediante las expresiones (4) de donde deducimos:

$$\begin{aligned} a &= \sqrt{M - \frac{N^2}{4}} \\ b &= N/2 \\ c &= 1 \end{aligned} \quad (6)$$

Entonces las ecuaciones de la transformación (3) quedan

$$\begin{aligned} x_r &= a x_m \\ y_r &= b x_m + y_m \end{aligned} \quad (7)$$

En virtud de la Teoría de Errores, resulta para a y b que sus errores medios cuadráticos vienen dados por:

$$\begin{aligned} m_a &= \left(\frac{1}{4M - N^2} m_M^2 + \frac{M^2}{16M - 4N^2} m_N^2 \right)^{1/2} \\ m_b &= \frac{1}{2} m_N \end{aligned} \quad (8)$$

De esta forma quedan determinadas las constantes de perpendicularidad del comparador y sus errores medios cuadráticos. Los valores que se obtengan nos garantizan las medidas efectuadas con dicho comparador, bien despreciando los errores de perpendicularidad si se consideran inferiores a la precisión del aparato, bien corrigiendo los valores obtenidos en la medida por aplicación de las fórmulas (7).

CÁLCULO PRÁCTICO DE LOS PARÁMETROS a Y b

Para el cálculo práctico de los parámetros a y b se tomó una placa fotográfica (obtenida el día 15-VIII-69) y se midieron 142 puntos convenientemente distribuidos con respecto a un origen O establecido

en función de las referencias laterales de la placa. La medida se hizo por duplicado interviniendo en ella M. J. Sevilla y L. Escudero, tomándose como definitivas las medias de las medidas obtenidas por ambos observadores. Fueron eliminadas aquéllas en que las diferencias eran superiores a 4 micras.

A continuación se giró la placa unos 90° y se midieron otra vez los mismos puntos, con origen en un nuevo centro de placa O'. Todas las medias de las medidas realizadas figuran en el listado que se acompaña al final de este trabajo.

Para el cálculo de los coeficientes se ha tomado como origen el punto 42 de coordenadas (-03.230, -00.255), (-00.004, -03.062) antes y después del giro respectivamente, por lo que ha sido preciso realizar las traslaciones correspondientes.

Aplicando a continuación la ecuación (5)

$$(x_i^2 - \bar{x}_i^2) M + (x_i y_i - \bar{x}_i \bar{y}_i) N + (y_i^2 - \bar{y}_i^2) = 0$$

han resultado los coeficientes del sistema de ecuaciones de observación, como figuran en el listado.

Resuelto el sistema por el método de Mínimos Cuadrados se obtienen los siguientes valores:

$$M = 0.999928243$$

$$N = 0.000418887$$

con los siguientes errores medios cuadráticos

$$m = 0.384603411$$

$$m_M = 0.000013210$$

$$m_N = 0.000013217$$

Obtenidos estos valores y mediante las expresiones (6) se calculan los parámetros de perpendicularidad; éstos son:

$$a = 0.999964096$$

$$b = 0.000209443$$

$$c = 1$$

y por (7) se obtienen sus errores

$$m_a = 0.000006601$$

$$m_b = 0.000006609$$

$$m_c = 0$$

con lo que las expresiones (3) quedan:

$$x_t = 0.999964096 \cdot X_m$$

$$y_t = 0.000209443 \cdot X_m + Y_m$$

Todo el proceso de cálculo precedente se realizó con el ordenador IBM 7090 del CCUM por medio del programa COMPAR en Fortran IV cuyo listado figura en el anexo IV junto con sus resultados.

DISCUSIÓN DE RESULTADOS

A la vista de los valores de los parámetros obtenidos cabe pensar si será necesario introducir unas fórmulas correctivas tales como las (3) para las coordenadas medidas.

Tomamos el siguiente criterio: Si en algún punto del plano de medida las correcciones que según los parámetros es preciso efectuar a los valores dados directamente por el comparador sobrepasan los límites de precisión del mismo, entonces concluimos que es preciso efectuar dicha corrección; en caso contrario no es necesario.

En condiciones normales de funcionamiento las características técnicas del comparador Grubb-Parsons PM 20S nos indican que la precisión del aparato es de ± 1 micra en cualquier parte del rango de medida cubierto por los ejes.

Tenemos, pues, un punto de dicho plano, por ejemplo el de coordenadas $x=50.000$, $y=-50.000$ y veamos cuál es su transformado según los parámetros que acabamos de obtener.

Tenemos:

$$x_t = 49.998$$

$$y_t = 49.990$$

de donde las correcciones vendrán dadas por las diferencias

$$c_x = x - x_t = 0.002$$

$$c_y = y - y_t = -0.010$$

En vista de los valores de dichas correcciones concluiremos que las medidas que se hagan con el comparador Grubb-Parsons PM 20S, siempre que no se haya alterado el montaje de la parte fundamental de medida, es decir que persistan las condiciones en que se encontraba el día 10 de julio de 1971, fecha en que se realizó la medida, deberán corregirse de acuerdo con las fórmulas (3) por considerarse que sus ejes no son perpendiculares.

Nuevas constantes de perpendicularidad

El 27 de julio de 1972 después de efectuar los reglajes a que se refieren los apartados anteriores, fue preciso determinar nuevamente los parámetros de perpendicularidad midiéndose para ello, con las mismas técnicas anteriores, la placa que sirvió para la determinación primitiva de los parámetros. La medida por duplicado se realizó por los mismos operadores de la primera determinación.

En el listado que se adjunta figuran las coordenadas medidas y los coeficientes del sistema de ecuaciones de observación, para cuya determinación se tomó como origen el punto de coordenadas (3.280; 0.033) directas y (-1.133, 2.589) giradas.

Los valores de los parámetros obtenidos en esta segunda determinación fueron:

$$\begin{aligned}a &= 1.000016823 \\b &= 0.000156842 \\c &= 1\end{aligned}$$

Con errores

$$\begin{aligned}m_a &= 0.000\ 006117 \\m_b &= 0.000\ 005566\end{aligned}$$

ligeramente inferiores a los de la primera determinación.

Veamos ahora el transformado del punto $x = 50.000$, $y = -50.000$ aplicando las ecuaciones (3) con los nuevos coeficientes

$$\begin{aligned}x_t &= 50.0008 &= 50.001 \\y_t &= -49.9922 &= -49.992\end{aligned}$$

y se obtienen unas correcciones

$$\begin{aligned}C_x &= x - x_t = -0.001 \\C_y &= y - y_t = -0.008\end{aligned}$$

Se observa, pues, comparado con las correcciones anteriores un ligero avance en cuanto a la precisión de las medidas que, no obstante, deberán corregirse por no perpendicularidad de ejes.

*Cátedra de Astronomía y Geodesia
Facultad de Ciencias
Universidad Complutensa. Madrid.*

```

C DETERMINACION DE LAS CONSTANTES DE PERPENDICULARIDAD
C DEL COMPARADOR GRUBB PARSONS PM205
  DOUBLE PRECISION S(3,3),B(2,3),X(2),EX(2),ETA,RES
  DIMENSION A(132,3)
  WRITE(6,201)
  I=1
  1 READ(5,100) XD,YD,XR,YR
    IF(XD.EQ.999.) GO TO 2
    WRITE(6,211) I,XD,YD,XR,YR
    XD=XD+3.230
    YD=YD+0.255
    XR=XR+0.004
    YR=YR+3.062
    A(I,1)=XD*XD-XR*XR
    A(I,2)=XD*YD-XR*YR
    A(I,3)=YD*YD-YR*YR
    I=I+1
    GO TO 1
  2 NN=I-1
    WRITE(6,200)
    WRITE(6,202) ((A(I,J),J=1,3),I=1,NN)
    CALL MINI22 (NN,A,S,B,X,EX,ETA)
    WRITE(6,203)
    WRITE(6,204) (X(I),I=1,2)
    WRITE(6,204) (EX(I),I=1,2)
    WRITE(6,205) ETA
C CALCULO DE LOS PARAMETROS REALES
  PA=SQRT(X(1)-X(2)*X(2)/4.)
  PB=X(2)/2.
  PC=1.
  A1=(1./(4.*X(1)-X(2)*X(2)))*EX(1)*EX(1)
  A2=(X(2)*X(2)/(16.*X(1)-4.*X(2)*X(2)))*EX(2)*EX(2)
  EA=SQRT(A1+A2)
  EB=EX(2)/2.
  EC=0.
  WRITE(6,206)
  WRITE(6,207) PA,PB,PC
  WRITE(6,208) EA,EB,EC
  WRITE(6,209)
  DO 5 K=1,NN
    RES=A(K,1)*X(1)+A(K,2)*X(2)+A(K,3)
  5 WRITE(6,210) K,RES
100 FORMAT(4F7.3)
200 FORMAT(1H1,40X,38HCOEFICIENTES ECUACIONES DE OBSERVACION,/)
201 FORMAT(1H1,50X,19HCOORDENADAS MEDIDAS//40X,3HNUM,7X,2HXD,7X,2HYD,
17X,2HXR,7X,2HYR/)
202 FORMAT(40X,3F14.7)
203 FORMAT(1H1,40X,36HRESOLUCION DEL SISTEMA DE ECUACIONES,/)
204 FORMAT(1H0,40X,5F25.9)
205 FORMAT(1H0,40X,13HERROR MEDIC =,F20.9,/)
206 FORMAT(1H1,50X,31HPARAMETROS DE PERPENDICULARIDAD,/)
207 FORMAT(1H0,37X,3HA =,F15.9,4X,3HB =,F15.9,4X,3HC =,F15.9)
208 FORMAT(1H0,36X,4HEA =,F15.9,3X,4HEB =,F15.9,3X,4HEC =,F15.9)
209 FORMAT(1H1,50X,19HRESIDUALES//)
210 FORMAT(40X,13,20X,F15.7)
211 FORMAT(40X,13,2X,4F9.3)
  STOP
  END

```

```

C MINIMOS CUADRADOS CON SOLO DOS INCOGNITAS
  SUBROUTINE MINI22 (NN,A,S,B,X,EX,ETA)
  DOUBLE PRECISION S(3,3),B(2,3),X(2),EX(2),ETA
  DIMENSION A(NN,3)

```

```

DO 1 I=1,3
DO 1 J=1,3
S(I,J)=0.
DO 1 L=1,NN
1 S(I,J)=S(I,J)+A(L,I)*A(L,J)
DO 2 I=1,2
DO 2 J=2,3
K=I+1
B(I,1)=-S(I,3)
B(I,J)=0.
2 B(I,K)=1.
S(1,1)=DSQRT(S(1,1))
S(1,2)=S(1,2)/S(1,1)
S(2,2)=DSQRT(S(2,2)-S(1,2)*S(1,2))
B(1,1)=B(1,1)/S(1,1)
B(1,2)=B(1,2)/S(1,1)
DO 3 J=1,3
B(2,J)=(B(2,J)-S(1,2)*B(1,J))/(S(2,2)*S(2,2))
3 B(1,J)=(B(1,J)-S(1,2)*B(2,J))/S(1,1)
DO 4 I=1,2
4 X(I)=B(I,1)
Z=NN-2
ETA=S(3,3)
DO 5 J=1,2
5 ETA=ETA+S(J,3)*X(J)
ETA=DSQRT(ETA/Z)
DO 6 I=1,2
J=I+1
6 EX(I)=(DSQRT(B(I,J)))*ETA
RETURN
END

```

CCORDENADAS MEDIDAS

NUM	XD	YD	XR	YR
1	-77.595	24.957	-25.061	-77.469
2	-75.425	26.068	-26.168	-75.302
3	-75.177	25.490	-25.601	-75.054
4	-74.485	6.508	-6.615	-74.329
5	-70.515	9.355	-9.472	-70.362
6	-70.240	8.773	-8.894	-70.084
7	-68.454	10.581	-10.699	-68.302
8	-62.447	34.868	-34.999	-62.342
9	-62.231	34.312	-34.441	-62.119
10	-62.595	28.321	-28.454	-62.474
11	-55.682	13.128	-13.274	-55.535
12	-55.944	13.665	-13.811	-55.797
13	-56.185	20.137	-20.284	-56.052
14	-46.025	60.005	-60.169	-45.957
15	-43.242	31.286	-31.459	-43.129
16	-41.500	46.024	-46.199	-41.409
17	-41.315	45.503	-45.684	-41.224
18	-41.582	31.230	-31.408	-41.467
19	-38.945	40.245	-40.424	-38.842
20	-38.346	28.738	-28.921	-38.228
21	-37.024	17.921	-18.101	-36.887
22	-36.780	17.418	-17.607	-36.639
23	-35.375	17.967	-18.158	-35.242
24	-32.026	15.723	-15.921	-31.889
25	-31.780	15.245	-15.444	-31.639
26	-30.735	39.350	-39.544	-30.634
27	-26.413	47.908	-48.118	-26.330
28	-26.254	47.443	-47.657	-26.154
29	-25.159	26.733	-26.944	-25.032
30	-21.414	35.490	-35.708	-21.308
31	-20.455	8.850	-9.070	-20.303
32	-20.195	8.403	-8.621	-20.043
33	-17.785	65.032	-65.259	-17.723

34	-16.655	43.504	-43.739	-16.560
35	-16.475	43.063	-43.295	-16.377
36	-13.001	58.348	-58.581	-12.929
37	-10.482	10.767	-11.008	-10.332
38	-10.225	10.351	-10.593	-10.074
39	-8.798	46.692	-46.939	-8.711
40	-7.935	24.476	-24.715	-7.814
41	-7.715	24.053	-24.303	-7.592
42	-3.230	-0.255	-0.004	-3.062
43	-1.589	13.547	-13.804	-1.452
44	-1.342	13.153	-13.414	-1.199
45	3.768	27.757	-28.029	3.888
46	3.978	27.361	-27.634	4.101
47	3.913	47.916	-48.185	3.996
48	6.099	62.441	-62.719	6.159
49	6.232	62.052	-62.331	6.295
50	8.649	37.580	-37.864	8.756
51	8.840	37.198	-37.484	8.943
52	9.852	17.587	-17.874	9.986
53	10.385	64.056	-64.344	10.438
54	14.630	20.031	-20.326	14.762
55	14.865	19.671	-19.971	14.999
56	17.238	36.205	-36.504	17.344
57	19.889	11.753	-12.059	20.031
58	20.139	11.403	-11.708	20.288
59	22.494	8.942	-9.254	22.648
60	22.710	26.891	-27.201	22.828
61	22.930	26.553	-26.871	23.051
62	26.785	45.873	-46.195	26.878
63	28.200	79.467	-79.793	28.233
64	28.285	79.108	-79.434	28.315
65	29.838	0.117	-0.444	29.998
66	30.120	-0.205	-0.124	30.287
67	39.795	37.553	-37.901	39.898
68	45.152	29.781	-30.141	45.268
69	45.368	29.503	-29.864	45.478
70	56.313	19.223	-19.604	56.443
71	57.540	37.468	-37.851	57.642
72	57.732	37.221	-37.604	57.837
73	62.946	30.915	-31.312	63.061
74	63.510	34.905	-35.305	63.616
75	-72.540	-8.975	8.861	-72.357
76	-65.465	-39.316	39.186	-65.237
77	-65.082	-39.866	39.736	-64.852
78	-53.794	-34.639	34.489	-53.568
79	-53.424	-35.171	35.019	-53.197
80	-43.471	-48.467	48.296	-43.227
81	-43.069	-48.964	48.791	-42.822
82	-36.117	-20.560	20.371	-35.917
83	-26.750	-33.221	33.016	-26.527
84	-26.385	-33.682	33.471	-26.159
85	-26.515	-42.944	42.739	-26.279
86	-20.222	-56.252	56.026	-19.966
87	-19.795	-56.694	56.471	-19.539
88	-18.912	-46.239	46.017	-18.669
89	-15.743	-55.099	54.876	-15.487
90	-15.325	-55.547	55.321	-15.067
91	-13.025	-2.827	2.587	-12.854
92	-12.575	-26.630	26.396	-12.367
93	-12.225	-27.051	26.813	-12.014
94	-8.574	-68.147	67.901	-8.305
95	-7.922	-57.947	57.701	-7.663
96	-7.495	-58.372	58.127	-7.231
97	-2.865	-37.807	37.549	-2.639
98	2.698	-66.244	65.981	2.968
99	3.145	-66.647	66.379	3.421
100	3.428	-57.242	56.976	3.690
101	4.845	-74.249	73.981	5.135
102	7.488	-39.009	38.731	7.713
103	12.093	-10.637	10.351	12.274
104	11.368	-22.987	22.699	11.568

105	14.875	-62.326	62.039	15.138
106	15.328	-62.697	62.404	15.588
107	15.248	-67.705	67.413	15.518
108	15.115	-76.867	76.576	15.414
109	18.207	-10.394	10.091	18.390
110	18.485	-49.357	49.051	18.728
111	20.875	-32.615	32.309	21.096
112	21.237	-32.964	32.656	21.458
113	22.058	-8.864	8.556	22.240
114	26.870	-19.514	19.197	27.069
115	27.138	-72.140	71.827	27.417
116	27.614	-72.504	72.181	27.895
117	33.428	-32.984	32.659	33.643
118	34.380	-9.335	9.001	34.560
119	36.918	-45.617	45.281	37.156
120	37.336	-45.925	45.586	37.568
121	43.281	-42.359	42.006	43.517
122	43.687	-42.651	42.311	43.917
123	46.913	-36.652	36.296	47.141
124	47.500	-7.371	7.009	47.676
125	47.811	-7.648	7.281	47.985
126	48.215	-53.832	53.471	48.471
127	54.398	-50.126	49.756	54.646
128	60.207	-26.534	26.146	60.411
129	69.965	-32.821	32.412	70.181
130	78.828	-45.176	44.751	79.070
131	77.546	-21.924	21.499	77.746
132	77.925	-22.129	21.706	78.121

COEFICIENTES ECUACIONES DE OBSERVACION

4902.2998657	-3739.3065186	-4900.7565918
4527.5629883	-3790.4762878	-4525.7172241
4521.1643066	-3695.0546875	-4520.0429077
5033.5695801	-953.0436935	-5033.2470703
4437.6281128	-1283.8052368	-4436.9378662
4411.3078613	-1200.7918396	-4410.4435425
4139.7871094	-1404.5090485	-4138.8386230
2282.0030518	-4154.3822021	-2280.4932556
2295.2110291	-4073.2333984	-2292.8517456
2714.8006897	-3386.6856079	-2713.1979370
2575.1193848	-1398.2818146	-2574.3109741
2588.1324768	-1461.8909912	-2587.2137451
2392.9535828	-2154.4955139	-2392.1063843
-1788.4151917	-5159.6043091	1791.2865753
611.5431290	-2522.3259277	-610.5298004
-669.3850708	-3542.5369568	671.2534485
-636.1951599	-3485.9335327	637.4562836
484.6646881	-2413.5832825	-483.6387863
-358.2151337	-2892.6850586	360.0415802
396.9405823	-2035.0133820	-396.0535049
814.5330353	-1226.3707428	-813.7636261
815.7369003	-1183.9850616	-815.0799789
703.7332993	-1169.9418945	-703.5111008
575.8587189	-918.9418411	-575.6994324
576.7088928	-883.7538681	-576.3949203
-806.8865738	-2179.5323486	808.3408051
-1777.5054779	-2236.0793457	1778.2747040
-1740.7038116	-2198.6017761	1741.8586884
-244.8825531	-1183.6916351	245.6712341
-944.1177444	-1301.4422455	944.7884521
214.5082626	-313.1405258	-214.3510494
213.5585327	-293.2082443	-213.3933945
-4046.3668518	-1906.9557953	4047.4472046
-1732.5195465	-1177.7995758	1732.6540375
-1698.6806335	-1150.1665649	1699.1598663

-3335.7924194	-1150.5891571	3336.9538574
-68.4965105	-159.9306221	68.6315832
-63.1968961	-148.4390354	63.3190908
-2171.8915710	-526.5366974	2172.1095276
-588.4964752	-233.7860222	589.0408478
-570.3261566	-219.0958443	570.3579483
0.	0.	0.
-187.7471161	44.8670812	187.9031048
-176.2635536	50.2971334	176.3036938
-736.4286041	390.8017197	736.3696289
-711.4616241	396.9698143	711.3348770
-2270.3862610	684.1469345	2270.6298218
-3846.1409302	1163.1859741	3845.7615051
-3795.1254272	1172.7425537	3794.6087341
-1292.2689209	896.8714294	1291.8220520
-1259.0654907	902.0050964	1258.6071472
-148.1981754	466.5767937	148.0866528
-3954.2672119	1744.1842194	3953.6545410
-94.0040779	724.5272675	93.8268166
-71.2520599	721.1849365	70.8457565
-913.3109894	1491.0822449	912.9267273
389.1651192	555.9990540	-389.0945625
409.1265335	545.7241898	-409.3135262
576.1616592	474.4011192	-576.4192734
-66.7932129	1408.2975464	66.6132126
-37.4900894	1402.8752289	36.7800903
-1232.7082367	2767.4904175	1231.3887634
-5378.4395142	5002.6591187	5376.2200928
-5315.9295044	4993.3999023	5313.9694824
1093.2989960	26.8476954	-1092.8251648
1112.2080536	5.6693798	-1112.1532593
414.9680023	3254.7442322	-416.1167297
1432.5791168	2909.7229004	-1433.6275940
1470.1459351	2895.5836487	-1470.5930328
3161.2088013	2326.0765076	-3161.4524841
2260.5974426	4589.8908691	-2261.9508972
2302.6053772	4574.4142456	-2304.2375793
3399.0720215	4132.8847046	-3400.6820679
3208.0669556	4700.3783569	-3209.7299805
4725.2877197	1218.6833496	-4725.7585449
2337.3391418	4867.5994873	-2339.9689026
2246.4022827	4905.5541382	-2248.9727783
1366.9510651	3480.6959534	-1368.5965576
1292.8270874	3508.4517517	-1294.3911438
-713.5518646	3880.0685730	711.1696930
-793.8060760	3880.6069946	791.7091064
666.4141388	1337.1911316	-667.1579742
-537.1299667	1550.1746063	536.1509399
-584.4215851	1547.1742401	583.8929214
-1284.7727814	1986.3775787	1283.3215942
-2850.6327820	1898.6321106	2849.9187317
-2915.0263672	1865.4505920	2913.8691101
-1872.0072784	1439.3708038	1870.9497833
-2855.2391357	1368.1469574	2853.4836731
-2914.5665588	1332.9333496	2913.0852051
89.2287416	50.5638108	-89.2680788
-609.6309662	492.1263695	609.0576019
-638.2414551	481.0958023	637.8873062
-4582.5305786	718.8407516	4581.8345947
-3307.8521118	536.1915588	3307.1976318
-3361.0228577	490.2171364	3360.2051086
-1410.0945282	-29.5913982	1409.9737549
-4318.8789063	-789.0723343	4318.1872559
-4366.0619507	-853.6099777	4365.8683472
-3202.3913574	-764.1483994	3201.9286499
-5408.5745239	-1203.9565582	5407.9210815
-1385.5246582	-832.7349777	1385.7718506
127.5683041	-317.8876572	-127.4069738
-302.3246002	-663.9866104	302.7069168
-3521.5427856	-2252.9779968	3521.5690613
-3550.3590088	-2322.7077942	3551.1808167

-4203.6152954	-2498.9489136	4204.2860107
-5527.9572754	-2820.3391724	5528.0358276
357.6359367	-433.9076729	-357.3889771
-1934.8517914	-2135.1583252	1936.2022858
-463.0789337	-1560.6552124	463.5606232
-468.0415115	-1601.1142731	468.6482925
566.2093277	-434.2895012	-566.0763092
537.3315811	-1158.2412109	-536.9680710
-4237.4769897	-4372.3406372	4238.4837646
-4259.3217773	-4463.0791016	4261.5820313
276.9373779	-2398.6750488	-276.0695801
1333.4220428	-680.2848969	-1332.9684448
-438.8693237	-3642.4656677	440.2235107
-432.8477478	-3704.9708557	434.9520416
398.4329987	-3915.0828857	-396.8563995
410.6456146	-3977.0094299	-409.6055908
1196.6304321	-3647.4236145	-1195.5995636
2524.3506470	-716.8202591	-2523.7071533
2552.1123657	-749.2234955	-2551.1397095
-212.9876099	-5511.9958496	214.8447876
844.9287415	-5745.5159912	-843.0966187
3340.4303589	-3326.8797913	-3338.2358093
4306.7108765	-4757.9133301	-4303.9924927
4730.5052490	-7361.9449463	-4727.7689819
6062.3829956	-3487.9495239	-6060.3872070
6114.8098145	-3537.6673584	-6112.2074585

RESOLUCION DEL SISTEMA DE ECUACIONES

0.999928243	0.000418887
0.000013210	0.000013217
ERROR MEDIO =	0.384603411

PARAMETROS DE PERPENDICULARIDAD

A =	0.999964096	B =	0.000209443	C =	1.000000000
EA =	0.000006601	EB =	0.000006609	EC =	0.

RESIDUALES

1	-0.3748642
2	-0.0669194
3	-0.7508539
4	-0.4378992
5	-0.1659544
6	0.0447802
7	0.0630948
8	-0.3941948
9	0.4883375
10	-0.0107103
11	0.0379007
12	0.1206425

13	-0.2270134
14	0.8383850
15	-0.0871398
16	0.4324624
17	-0.1534623
18	-0.0199107
19	0.6404222
20	0.0061401
21	0.1972430
22	0.1024239
23	-0.3183795
24	-0.2669735
25	-0.0976085
26	0.5991368
27	-0.0399087
28	0.3588004
29	0.3104114
30	0.1932868
31	0.0106485
32	0.0269912
33	0.5718885
34	-0.2345648
35	0.1193242
36	0.9188236
37	0.0729937
38	0.0645493
39	0.1532380
40	0.4886687
41	-0.0190624
42	0.
43	0.1882551
44	0.0738571
45	0.1575718
46	0.0905922
47	0.6930578
48	0.3838070
49	0.2468815
50	0.0215521
51	0.0098454
52	0.0945575
53	0.4016964
54	0.1329840
55	-0.0990907
56	0.3058780
57	0.2755366
58	0.0122509
59	-0.1002330
60	0.4147197
61	-0.1196531
62	-0.0717352
63	0.2620929
64	0.5131283
65	0.4066276
66	-0.0226375
67	0.1848890
68	0.0675930
69	0.6603539
70	0.5038632
71	0.4070131
72	0.1187681
73	-0.1227073
74	0.0757394
75	-0.2993901
76	-0.7584693
77	-0.6767800
78	-0.2855361
79	-0.1871544
80	-0.7056336
81	-0.4144473
82	-0.2315129
83	-0.2911263

84	0.1613735
85	-0.5269166
86	0.2858228
87	-0.1666629
88	-0.3202252
89	-0.9774760
90	-0.7138608
91	-0.0245589
92	-0.3234713
93	-0.1068236
94	-0.0660455
95	-0.1925170
96	-0.3712292
97	-0.0319874
98	-0.7122860
99	-0.2378879
100	-0.5530164
101	-0.7696791
102	-0.0022166
103	0.0190153
104	0.1258700
105	-0.6647941
106	0.1035964
107	-0.0744479
108	-0.7062110
109	0.0395362
110	0.5949253
111	-0.1388312
112	-0.0303316
113	-0.0895312
114	-0.1602264
115	-0.5207109
116	0.6963258
117	-0.1568642
118	0.0729509
119	-0.1401285
120	0.5833632
121	-0.0919948
122	-0.6553871
123	-0.5828794
124	0.1620867
125	0.4756838
126	-0.4364807
127	-0.6352668
128	0.5612467
129	0.4162941
130	-0.6870450
131	0.0997004
132	0.6816793

PUBLICACIONES DEL SEMINARIO DE ASTRONOMIA Y GEODESIA DE LA UNIVERSIDAD DE MADRID

- 1.—Efemérides de 63 Asteroides para la oposición de 1950 (1949).
- 2.—E. PAJARES: Sobre el cálculo gráfico de valores medios (1949).
- 3.—J. PENSADO: Órbita del sistema visual σ^2 U Maj (1950).
- 4.—Efemérides de 79 Asteroides para la oposición de 1951 (1950).
- 5.—J. M. TORROJA: Corrección de la órbita del Asteroide 1395 «Aribeda» (1950).
- 6.—R. CARRASCO y J. M. TORROJA: Rectificación de la órbita del Asteroide 1371 «Resi» (1951).
- 7.—J. M. TORROJA y R. CARRASCO: Rectificación de la órbita del Asteroide 1560 (1942 XB) y efemérides para la oposición de 1951 (1951).
- 8.—M. L. SIEGRIST: Órbita provisional del sistema visual Σ 728-32 Orionis (1951).
- 9.—Efemérides de 79 Asteroides para la oposición de 1952 (1951).
- 10.—J. PENSADO: Órbita provisional de Σ 1883 (1951).
- 11.—M. L. SIEGRIST: Órbita provisional del sistema visual Σ 2052 (1952).
- 12.—Efemérides de 88 Asteroides para la oposición de 1953 (1952).
- 13.—J. PENSADO: Órbita de ADS 9380 = Σ 1879 (1952).
- 14.—F. ALCÁZAR: Aplicaciones del Radar a la Geodesia (1952).
- 15.—J. PENSADO: Órbita de ADS 11897 = Σ 2438 (1952).
- 16.—B. RODRÍGUEZ SALINAS: Sobre varias formas de proceder en la determinación de períodos de las mareas y predicción de las mismas en un cierto lugar (1952).
- 17.—R. CARRASCO y M. PASCUAL: Rectificación de la órbita del Asteroide 1528 «Conrada» (1953).
- 18.—J. M. GONZÁLEZ-ABOIN: Órbita de ADS 1709 = Σ 228 (1953).
- 19.—J. BALTÁ: Recientes progresos en Radioastronomía. Radiación solar hiperfrecuente (1953).
- 20.—J. M. TORROJA y A. VÉLEZ: Corrección de la órbita del Asteroide 1452 (1938 DZ₁) (1953).
- 21.—J. M. TORROJA: Cálculo con Cracovianos (1953).
- 22.—S. AREND: Los polinomios ortogonales y su aplicación en la representación matemática de fenómenos experimentales (1953).
- 23.—J. M. TORROJA y V. BONGERA: Determinación de los instantes de los contactos en el eclipse total de sol de 25 de febrero de 1952 en Cogo (Guinea Española) (1954).
- 24.—J. PENSADO: Órbita de la estrella doble Σ 2 (1954).
- 25.—J. M. TORROJA: Nueva órbita del Asteroide 1420 «Radcliffe» (1954).
- 26.—J. M. TORROJA: Nueva órbita del Asteroide 1557 (1942 AD) (1954).
- 27.—R. CARRASCO y M. L. SIEGRIST: Rectificación de la órbita del Asteroide 1290 «Albertine» (1954).
- 28.—J. PENSADO: Distribución de los períodos y excentricidades y relación período excentricidad en las binarias visuales (1955).
- 29.—J. M. GONZÁLEZ-ABOIN: Nueva órbita del Asteroide 1372 «Haremari» (1955).
- 30.—M. DE PASCUAL: Rectificación de la órbita del Asteroide 1547 (1929 CZ) (1955).

(Continúa en la tercera de cubierta)

- 31.—J. M. TORROJA: Órbita del Asteroide 1554 «Yugoslavia» (1955).
- 32.—J. PENSADO: Nueva órbita del Asteroide 1401 «Lavonne» (1956).
- 33.—J. M. TORROJA: Nuevos métodos astronómicos en el estudio de la figura de la Tierra (1956).
- 34.—D. CALVO: Rectificación de la órbita del Asteroide 1466 «Mündleria» (1956).
- 35.—M. L. SIEGRIST: Rectificación de la órbita del Asteroide 1238 «Predappia» (1956).
- 36.—J. PENSADO: Distribución de las inclinaciones y de los polos de las órbitas de las estrellas dobles visuales (1956).
- 37.—J. M. TORROJA y V. BONGERA: Resultados de la observación del eclipse total de sol de 30 de junio de 1954 en Sydkoster (Suecia) (1957).
- 38.—ST. WIERZBINSKI: Solution des équations normales par l'algorithme des cracoviens (1958).
- 39.—J. M. GONZÁLEZ-ABOIN: Rectificación de la órbita del Asteroide 1192 «Prisma» (1958).
- 40.—M. LÓPEZ ARROYO: Sobre la distribución en longitud heliográfica de las manchas solares (1958).
- 41.—F. MÚGICA: Sobre la ecuación de Laplace (1958).
- 42.—F. MARTÍN ASÍN: Un estudio estadístico sobre las coordenadas de los vértices de la triangulación de primer orden española (1958).
- 43.—ST. WIERZBINSKI: Orbite Améliorée de h 4539 = γ Cen = Cpd $-48^{\circ}.4965$ (1958).
- 44.—D. CALVO BARRENA: Rectificación de la órbita del Asteroide 1164 «Kobolda» (1958).
- 45.—M. LÓPEZ ARROYO: El ciclo largo de la actividad solar (1959).
- 46.—F. MÚGICA: Un nuevo método para la determinación de la latitud (1959).
- 47.—J. M. TORROJA: La observación del eclipse de 2 de octubre de 1959 desde El Aaiun (Sahara) (1960).
- 48.—J. M. TORROJA, P. JIMÉNEZ-LANDI y M. SOLÍS: Estudio de la polarización de la luz de la corona solar durante el eclipse total de sol del día 2 de octubre de 1959 (1960).
- 49.—E. PAJARES: Sobre el mecanismo diferencial de un celóstato (1960).
- 50.—J. M. GONZÁLEZ-ABOIN: Sobre la diferencia entre los radios vectores del elipsoide internacional y el esferoide de nivel (1960).
- 51.—J. M. TORROJA: Resultado de las observaciones del paso de Mercurio por delante del disco solar del 7 de noviembre de 1960 efectuadas en los observatorios españoles (1961).
- 52.—F. MÚGICA: Determinación de la latitud por el método de los verticales simétricos (1961).
- 53.—M. LÓPEZ ARROYO: La evolución del área de las manchas solares (1962).
- 54.—F. MÚGICA: Determinación simultánea e independiente de la latitud y longitud mediante verticales simétricos (1962).
- 55.—P. DíEZ-PICAZO: Elementos de la órbita de la variable eclipsante V 499 Scorpionis (1964).
- 56.—J. M. TORROJA: Los Observatorios Astronómicos en la era espacial (1965).

(Continúa en la segunda de cubierta)

- 57.—F. MARTÍN ASÍN: Nueva aportación al estudio de la red geodésica de primer orden española y su comparación con la red compensada del sistema europeo (1966).
- 58.—F. SÁNCHEZ MARTÍNEZ: La Luz Zodiacal. Luz del espacio interplanetario (1966).
- 59.—J. M. GONZÁLEZ-ABOIN: Variaciones de las coordenadas geodésicas de los vértices de una red, por cambio de elipsoide de referencia (1966).
- 60.—F. SÁNCHEZ MARTÍNEZ y R. DUMONT: Fotometría absoluta de la raya verde y del continuo atmosférico en el Observatorio Astronómico del Teide (Tenerife), de enero de 1964 a julio de 1965 (1967).
- 61.—M. REGO FERNÁNDEZ: Estudio del espectro de la estrella 31 Aql. en la región $\lambda\lambda$ 4000-6600 Å (1969).
- 62.—C. MACHIN: Mareas terrestres (1969).
- 63.—J. M. TORROJA: La estación para la observación de satélites geodésicos de la Facultad de Ciencias de la Universidad de Madrid (1969).
- 64.—M. J. SEVILLA: Reducción automática de posiciones de estrellas (1970).
- 65.—J. M. TORROJA: Memoria de las actividades del Seminario de Astronomía y Geodesia de la Facultad de Ciencias de la Universidad de Madrid en 1969 (1970).
- 66.—M. J. SEVILLA: Los cálculos de estación en triangulación espacial (1970).
- 67.—MANUEL E. REGO: Determinación de las abundancias de los elementos en la atmósfera de la estrella de alta velocidad 31 Aql. (1970).
- 68.—M. J. FERNÁNDEZ-FIGUEROA: Análisis cualitativo del espectro de la estrella peculiar HD 18474 (1971).
- 69.—J. M. TORROJA: Memoria de las actividades del Seminario de Astronomía y Geodesia de la Universidad Complutense de Madrid en 1970 (1971).
- 70.—R. VIEIRA y R. ORTIZ: Descripción de un aparato para medidas de coordenadas (1971).
- 71.—J. M. TORROJA: Memoria de las actividades del Seminario de Astronomía y Geodesia de la Universidad Complutense de Madrid en 1971 (1972).
- 72.—M. J. FERNÁNDEZ FIGUEROA: Observación y estudio teórico del espectro de la estrella peculiar HD 18474 (1972).
- 73.—M. J. SEVILLA: Cálculo de las constantes de distorsión y parámetros del disco obturador para cámaras balísticas (1973).
- 74.—R. PARRA y M. J. SEVILLA: Cálculo de efemérides y previsiones de paso de satélites geodésicos (1973).
- 75.—M. REGO y M. J. FERNÁNDEZ FIGUEROA: Resultado de las observaciones de α Peg. efectuadas desde el satélite europeo TD1 (1973).
- 76.—E. SIMONNEAU: Problemas en la determinación de abundancias de elementos en las estrellas en condiciones de equilibrio termodinámico local y alejadas del equilibrio termodinámico local (1973).
- 77.—JUAN ARANDA: Construcción de modelos de estructura interna para estrellas en la secuencia principal inicial (1974).