

Universidad Complutense - Facultad de Ciencias
Madrid

SEMINARIO DE ASTRONOMIA Y GEODESIA
(Coordinado con el Consejo Superior de Investigaciones Científicas,
Departamento de Mecánica y Astronomía)

Publicación núm. 96

FOTOMETRIA R G U EN UN CAMPO
DEL ANTICENTRO GALACTICO, CERCA
DEL NGC 581

por

JOSE M. GARCIA-PELAYO



PUBLICADO EN LA REVISTA DE LA REAL ACADEMIA DE CIENCIAS
TOMO LXXI, CUADERNOS 3.º Y 4.º

MADRID
1977

FOTOMETRIA RGU EN UN CAMPO DEL ANTICENTRO GALACTICO, CERCA DEL NGC 581

José M. García-Pelayo

*Cátedra de Astronomía y Geodesia, Facultad de Ciencias,
Universidad Complutense de Madrid*

Recibido 14-I-1976

En la sección del anticentro galáctico, entre los cúmulos NGC 581 y Trumpler 1 (constelación de Casiopea), se ha estudiado fotométricamente, en placas fotográficas de Ann Arbor (Michigan) y Hamburgo, un campo de 1,26 grados cuadrados conteniendo 2445 estrellas. El sistema fotométrico adoptado es el RGU, siendo la magnitud límite de la fotometría $G = 16,40$.

Al igual que en estudios anteriores realizados en otras regiones del anticentro, se identifican dos tipos de estrellas gigantes rojas con posiciones diferentes en el diagrama color-color y distinta distribución espacial.

La determinación de las magnitudes absolutas y de los excesos de color de las estrellas de la secuencia principal se ha hecho a partir del estudio de los diagramas color-color fraccionados en diferentes intervalos de magnitudes aparentes. A las gigantes rojas de ambos tipos se les ha asignado una magnitud absoluta $M(G) = +1$.

El enrojecimiento interestelar está distribuido irregularmente en la región estudiada y parece estar causado, fundamentalmente, por dos capas de materia absorbente situadas a 0,4 y 5,3 kpc de distancia, aproximadamente.

Las funciones de densidad de las estrellas de la secuencia principal y las de las gigantes rojas muestran, generalmente, un decrecimiento monótono con la distancia. Las de estas últimas coinciden con las de las estrellas de la secuencia principal pertenecientes al mismo intervalo de luminosidad, $0 < M(G) < +2$, como en otras regiones del anticentro, extendiéndose hasta poco más de 5 kpc. Para las estrellas con $M(G) > +5$, las funciones de densidad aparecen ya incompletas a distancias menores de 1 kpc.

Las densidades de las estrellas azules ($M(G) < 0$) son superiores a las encontradas en otras zonas del anticentro.

Las funciones de luminosidad se han determinado para las distancias comprendidas entre 0 y 0,8 kpc, y entre 0,8 y 1,2 kpc. La primera arroja valores de densidad menores que los correspondientes al entorno solar, excepto para los objetos

absolutamente más luminosos; la segunda muestra, hasta donde puede considerarse todavía completa, un gradiente similar al hallado en las proximidades del Sol.

In the galactic anticenter section, between NGC 581 and Trumpler 1, a field of 1.26 square degrees with 2445 stars has been studied photometrically on Ann Arbor and Hamburg Schmidt plates in the RGU system. The limiting magnitude of the photometry is 16,40.

As in previous works carried out in other anticenter regions, two types of red giants have been identified with different position in the color-color diagram and different distribution in space.

The color-color diagrams for given intervals of apparent magnitude have been used for the determination of the absolute magnitude and reddening of main sequence stars. For red giants of both types an absolute magnitude of $M(G) = +1$ is assumed.

The interstellar reddening is irregularly distributed over the field. It seems to be caused mainly by two layers of absorbing material with distances of 0.4 and 5.3 kpc.

Density functions for main sequence stars as well as for the red giants are all monotonously decreasing in distance. The combined density function for red giants of both types extends to a little more than 5 kpc and coincides with the density functions of main sequence stars of the same interval of absolute magnitude $0 < M(G) < +2$. For stars with $M(G) > +5$ the density gradients are affected by incompleteness already at distances lower than 1 kpc.

The densities for blue stars are higher than ones are founded in other anticenter regions.

Luminosity functions have been determined for distance intervals from 0-0.8 kpc and from 0.8-1.2 kpc. The first one shows lower densities than the corresponding ones of the solar neighbourhood, except for absolutely luminous objects; the other one has also lower densities but the same slope as the one of the solar neighbourhood.

1. Introducción

El objeto de este estudio fotométrico es determinar la extinción interestelar, las funciones de densidad de distintos grupos de estrellas y las funciones luminosidad a diferentes distancias del Sol, en una dirección determinada del ecuador galáctico. Tiene que ver, pues, con el problema general de la estructura galáctica. La dirección se ha elegido de acuerdo con el programa de investigación fotométrica en la sección del anticentro galáctico ($90^\circ \leq l'' \leq 270^\circ$), que patrocina el Instituto de Astronomía de la Universidad de Basilea (Suiza).

La marcha seguida es muy clara. Medidas fotométricas (fotográficas), realizadas en tres bandas espectrales convenientemente elegidas, permiten determinar las magnitudes aparentes —correspondien-

tes a cada una de las bandas— de un buen número de estrellas, seleccionadas previamente en la mencionada dirección del plano de la Galaxia. Estas estrellas cubren, naturalmente, un cierto campo de área determinada centrado en dicha dirección. Las medidas proporcionan ternas de valores que, por cada estrella, contienen tres magnitudes aparentes. En realidad, estas ternas se disponen de otro modo: una magnitud aparente (generalmente la que corresponde al visible) y dos índices de color. La ordenación de tales ternas a cada estrella estudiada constituye el punto de partida de cualquier estudio posterior de la fotometría. Tomando, a continuación, los índices de color como coordenadas se disponen los diagramas color-color fraccionados en diferentes intervalos de magnitudes aparentes. El estudio detallado de tales diagramas permite determinar estadísticamente ciertas propiedades intrínsecas de las estrellas —clase de luminosidad, magnitud visual absoluta, población estelar— y, al mismo tiempo, la influencia del medio interestelar en la energía radiante que nos llega de las estrellas, es decir, el enrojecimiento y la absorción (extinción) interestelares.

Sabiendo, entonces, cómo varía la extinción interestelar con la distancia en la dirección considerada y pudiendo, además, asignar a cada estrella una magnitud absoluta, obtenemos inmediatamente su distancia por la relación:

$$m - M - A(m) = 5 \cdot \log d - 5.$$

donde m es la magnitud aparente de la estrella que se considere, M su magnitud absoluta, d la distancia y $A(m)$ la cuantía de la absorción interestelar correspondiente a la banda espectral en la que se determinan las magnitudes aparentes m .

Finalmente, basta contar las estrellas comprendidas en determinados intervalos de magnitud absoluta y distancia, para obtener las mencionadas funciones de densidad y de luminosidad.

La determinación de la función de densidad, o de las funciones de densidad (de distintos grupos de estrellas), es uno de los problemas más importantes de la estadística estelar. Si conociésemos estas funciones en todas las direcciones de la Galaxia, habríamos conseguido determinar las características fundamentales de su estructura.

La función de luminosidad, a su vez, constituye una de las características más importantes de la composición de la población local estelar en cualquier parte de la Galaxia que se considere. Al variar

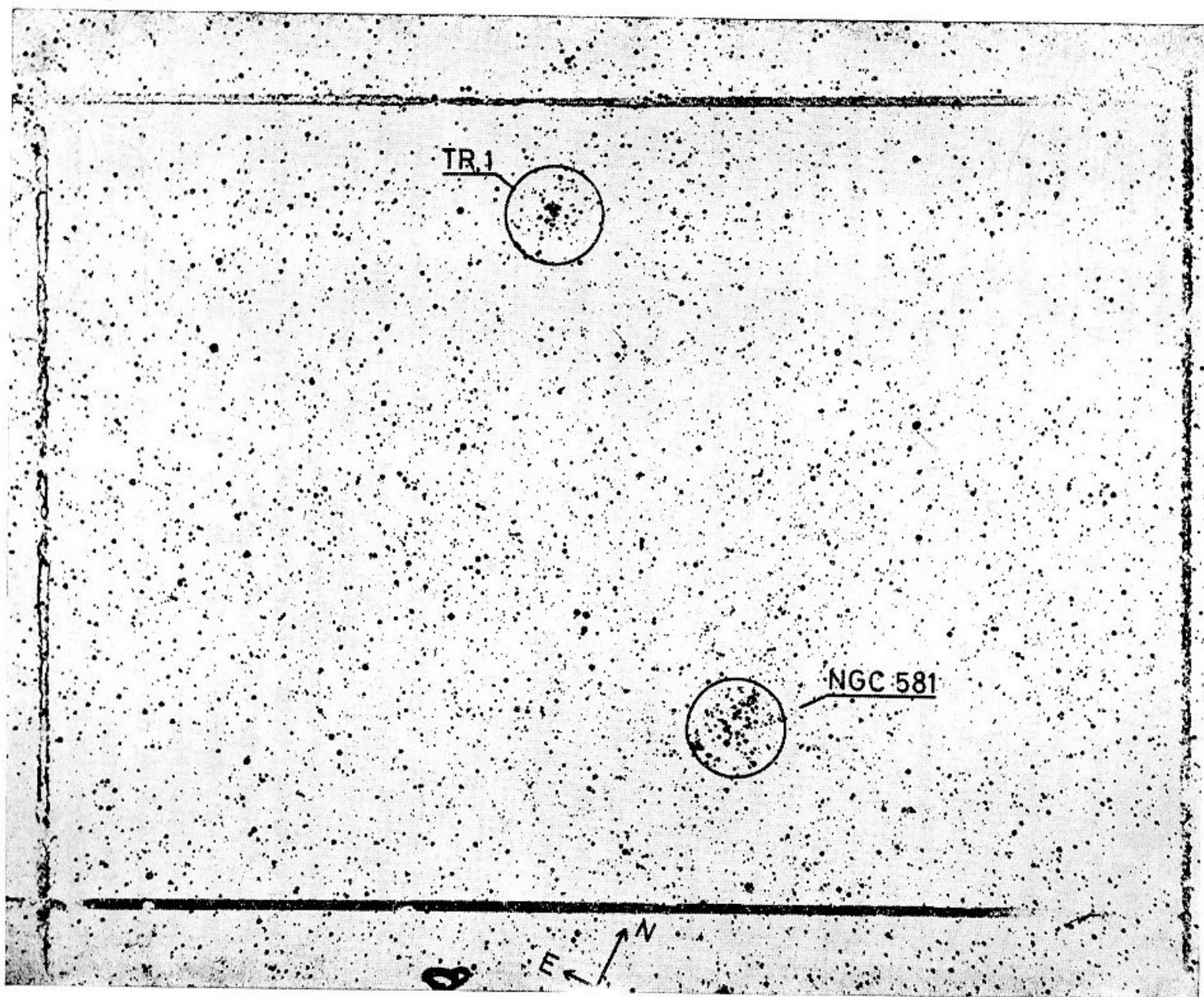


Fig. 1.—El campo estudiado en Perseo-Casiopea (reproducción de una placa G de Ann Arbor).

esta composición de unas partes a otras, lo mismo le sucederá a la función de luminosidad, su carácter dependerá de la región galáctica considerada. Por lo tanto, el conocimiento de esta función en cada punto o intervalo espacial de la Galaxia es de la mayor importancia.

Por último, si no tenemos en cuenta el efecto de la extinción interestelar, las funciones mencionadas anteriormente pueden resultar considerablemente falseadas. Así, pues, la determinación de la extinción interestelar —cómo varía en la dirección considerada— es un paso previo en este tipo de investigación, contribuyendo, por otro lado, a aumentar nuestro conocimiento de la estructura galáctica. La distribución de la materia interestelar absorbente es otro de los problemas fundamentales de la estadística estelar.

2. Las medidas

La región galáctica estudiada se encuentra situada en la constelación de Casiopea, entre los cúmulos abiertos Trumpler 1 y NGC 581, cubriendo un área de 1,26 grados cuadrados ($1^{\circ},36 \times 0^{\circ},93$). Las coordenadas ecuatoriales del centro son (época 1950.0):

$$\text{A. R.} = 1^{\text{h}} 33^{\text{m}}.2; \quad l^{\text{II}} = 128^{\circ}.4$$

$$\text{Dec.} = + 60^{\circ} 38' 3; \quad b^{\text{II}} = - 1^{\circ}.5.$$

En este campo de la Galaxia se han efectuado medidas fotométricas de 2.445 estrellas. Los datos de las placas fotográficas utilizadas vienen resumidos en la tabla 1. El sistema fotométrico adoptado es el R G U de Becker (Becker, 1953; Becker y Steinlin, 1956). Las características espectrales de este sistema lo hacen especialmente apto, más que cualquier otro de banda ancha, para determinar de un modo satisfactorio ciertas propiedades de las estrellas y del espacio interestelar, que ya hemos mencionado en la introducción de este trabajo.

Con objeto de mantener el número de estrellas a medir dentro de límites razonables y no elevarlo innecesariamente, se vienen utilizando en estos trabajos de estadística estelar dos modalidades, fundamentalmente. La primera consiste en elegir áreas pequeñas de la Galaxia, de 0,2 a 0,5 grados cuadrados y una magnitud límite alta en la fotometría, $G = 18$ ó 19 (Becker y Fang, 1973; Hersperger, 1973). En la segunda modalidad se eligen áreas más extensas, entre 1 y 2

o poco más grados cuadrados y una magnitud límite más baja, $G = 15$ ó 16 (Topaktas, 1975). Ambas presentan ventajas e inconvenientes. Con la primera, al poderse detectar objetos más débiles, pueden alcanzarse distancias próximas a los 10 kpc; a distancias com-

T a b l a 1

Datos de las placas fotográficas utilizadas en este trabajo

Placa + Filtro	n.º	Tiempo expo.	Seeing	Calidad
103aE + RG 1	AAS 4035	10 min.	1	Buena
	4036	10 min.	1	Buena
	4038	10 min.	1	Buena
	4084	10 min.	1	Buena
	HS 688	10 min.	2 - 3	Mediana
	701	10 min.	1 - 2	Buena
103 O + GG 1	AAS 4052	10 min.	1	Buena
	4054	10 min.	1	Buena
	4055	2 min.	1	Clara
	4056	10 min.	1	Buena
	4061	2 min.	1	Clara
	4062	10 min.	1	Buena
103aO + UG 2	AAS 4080	10 min.	1	Buena
	4081	10 min.	1	Buena
	4082	10 min.	1	Buena
	4083	10 min.	1	Buena
	HS 665	15 min.	2	Buena
	666	15 min.	1	Buena

AAS = Ann Arbor Schmidt; tomada con el telescopio Schmidt del observatorio universitario de Ann Arbor (Michigan).

HS = Hamburger Schmidt; tomada con el telescopio Schmidt del observatorio de Hamburgo, en Bergedorf.

prendidas entre 0,2 y 1 kpc, por ejemplo, las funciones de densidad vendrán mal definidas, debido a la pequeñez de los volúmenes que el área elegida obliga a considerar. Con áreas más extensas, en cambio, sucede todo lo contrario, las densidades determinadas a poca distancia del Sol estarán mejor definidas que en el caso anterior, quedando, sin embargo, más limitadas en alcance (unos 5 kpc como

máximo). Por supuesto, hablamos siempre de distancias contadas a partir del Sol en las direcciones consideradas. También conviene aclarar, que estos alcances en distancia se refieren a las funciones de densidad de los objetos absolutamente más luminosos que se vienen considerando en este programa del anticentro, objetos cuya $M(G) > 0$.

Combinando, pues, los resultados obtenidos con ambas modalidades en los distintos campos o regiones del plano galáctico, debe llegarse al establecimiento de funciones de densidad bien definidas a lo largo de grandes distancias (p. e., los ya mencionados 10 kpc), empezando a unos pocos cientos de parsecs del Sol. Este es uno de los objetivos del programa de investigación fotométrica del anticentro galáctico (Becker, 1972), al que ya nos hemos referido anteriormente.

Las medidas consistieron en determinar los ennegrecimientos de las imágenes estelares en las placas fotográficas. Esto se llevó a cabo con un fotómetro fotográfico de diafragma variable o *fotómetro-iris* (Becker y Beber, 1956). Las estrellas cuyas imágenes aparecen solapadas —en la literatura se las denomina estrellas-blend o simplemente blend— se midieron, como ya es corriente en este tipo de trabajos, sin conectar la electrónica del fotómetro, es decir, estimando su diámetro solamente. Por este motivo presentan en los diagramas color-color mayor dispersión que las medidas ordinariamente. No se las elimina de la fotometría para no falsear la estadística, dado que su número es siempre considerable (217 en nuestro campo) hasta extremos en que, por ejemplo, para magnitudes aparentes superiores a 17 casi el 50 por 100 de las imágenes estelares fotográficas acusan este fenómeno (Becker, 1972).

Para determinar, finalmente, las magnitudes de las estrellas seleccionadas, hay que establecer previamente una relación entre los ennegrecimientos y las magnitudes en el sistema fotométrico adoptado, es decir, hay que hacer el calibrado de las placas fotográficas. Entre los diversos métodos que existen para efectuarlo (Stock y Williams, 1962, p. 374) elegimos uno de los más precisos y rápidos que consisten en utilizar una secuencia de estrellas patrón, de magnitudes fotoeléctricas conocidas, medidas en las placas. El método operativo es relativamente sencillo: en un diagrama, se introducen en ordenadas las magnitudes fotoeléctricas patrón y en abscisas las lecturas del fotómetro fotográfico; la *curva de calibrado* se obtiene, entonces, por mínimos cuadrados o gráficamente.

Conviene observar, que debido a la no linealidad de la curva característica de cada placa, el ennegrecimiento producido por estrellas muy fuertes o muy débiles —hablamos, por supuesto, de luminosidad aparente— no es lineal, es decir, al doblar la magnitud de una estrella no disminuyen el doble, en general, las dimensiones de su imagen. Además, la respuesta no es uniforme sobre la placa. Para eliminar los *errores sistemáticos* que pueden introducirse por estas causas u otras similares (Hardorp, 1960), es aconsejable medir cada estrella en varias placas para un mismo color y obtener valores medios, bien de las lecturas correspondientes del fotómetro, bien de las magnitudes resultantes. Consiguiendo, sin embargo, que varias placas arrojen las mismas lecturas del fotómetro para unas mismas estrellas, podremos asegurar que dichas placas están libres de errores sistemáticos; lo altamente improbable es que éstos sean absolutamente idénticos en distintas placas.

Como estrellas patrón tomamos, inicialmente, 17 estrellas del cúmulo galáctico NGC 581 (Hoag et al., 1961), 24 estrellas del NGC 663 (Hoag et al., 1961) y 46 estrellas del NGC 654 (Pesch, 1960). Posteriormente, se completó la secuencia del NGC 581 con 6 estrellas más (Purgathofer, 1961). En total, 93 estrellas con magnitudes fotoeléctricas bien determinadas en el sistema UBV (Johnson y Morgan, 1953), cubriendo el intervalo de magnitudes desde $V = 7,26$ hasta $V = 16,40$ ($7,52 \leq G \leq 16,40$).

Acabamos de decir que, para aplicar el procedimiento de calibrado elegido, se necesitan las magnitudes fotoeléctricas —actualmente las más precisas— de alguna secuencia de estrellas patrón. Al no existir este tipo de medidas en el sistema R G U —definido fotográficamente—, es necesario, entonces, transformar las medidas fotoeléctricas efectuadas en algún otro sistema de banda ancha, como el UBV, al R G U. La transformación se hizo con las fórmulas de Steinlin (1968). Estas fórmulas incluyen los índices de color $(B - V)$ y $(U - B)$, y el exceso de color correspondiente al $(B - V)$, $E(B - V)$, que vale $0^m,40$, en la zona del NGC 581, $0^m,81$ en la del NGC 663 y $0^m,89$ en la del NGC 654.

Los valores de R y G calculados con las fórmulas de Steinlin de las estrellas cuyo $(B - V) \geq 1^m,00$ necesitan una corrección adicional:

$$G = G_{\text{calc.}} - 0^m,22 \quad R = R_{\text{calc.}} - 0^m,15,$$

donde el subíndice «calc.» se refiere, precisamente, a los valores calculados con las fórmulas de Seteinlin. Estas correcciones, cuyo error medio puede estimarse en $\pm 0^m,01$, se han determinado empíricamente, a partir de la desviación sistemática que presentan estas estrellas respecto a las curvas de calibrado definidas por las que tienen su $(B - V) < 1^m,00$. En todos los campos estudiados hasta el momento se han encontrado estas mismas correcciones. Una vez aplicadas, se observa que las estrellas corregidas presentan la misma dispersión, por término medio, respecto a las curvas de calibrado que las otras estrellas.

El cúmulo NGC 581, por otro lado, está situado dentro del campo estudiado, mientras que el NGC 663 y el NGC 654 se encuentran a $1^{\circ},3$ y $1^{\circ},4$, respectivamente, del centro del mismo; hay que contar, pues, con posibles errores de campo. Además, hay que tener en cuenta que los cúmulos NGC 663 y 654, situados bastante próximos el uno del otro, pueden conducir a errores de campo distintos que el NGC 581. Efectivamente, así sucede en nuestro caso, donde exceptuando las placas U, dos placas G y una R, las demás ofrecen con su duplicidad de curvas de calibrado (pudo observarse entre ambas secuencias, la definida por el NGC 663 y el NGC 654 por un lado, y la definida por el NGC 581, una diferencia sistemática comprendida entre $0^m,22$ —placas R— y $0^m,26$ —placas G—) varias posibilidades para establecer definitivamente la escala de magnitudes propias en cada banda o color.

Para decidir este último punto, hubo que recurrir al diagrama color-color (Becker, 1962). Como en este diagrama las estrellas no afectadas de enrojecimiento interestelar se agrupan de un modo bien determinado, y las afectadas se desplazan respecto a las primeras según una dirección bien determinada también, basta observar el comportamiento de una muestra de estrellas —para las distintas combinaciones de índices de color que se derivan de las posibles curvas de calibrado—, para decidir qué índices de color están libres de errores sistemáticos y, por extensión, qué curvas de calibrado son las correctas. De este modo, se eligieron unas 150 estrellas distribuidas lo más uniformemente posible por todo el campo y cubriendo todo el intervalo de magnitudes aparentes G accesible a la medida. Se determinaron, a continuación, sus magnitudes —con todas las posibles curvas de calibrado— e índices de color y, para cada combinación posible de estos últimos se elaboró el correspondiente diagrama color-color. Del examen de estos diagramas resultó que, en el caso de

las placas R, la escala quedaba definida por el NGC 581, mientras que para las placas G lo era por los cúmulos NGC y 654. Tras este test necesario para fijar las escalas de magnitudes propias de la fotometría, se aplicaron correcciones aditivas a las secuencias desviadas en cada caso.

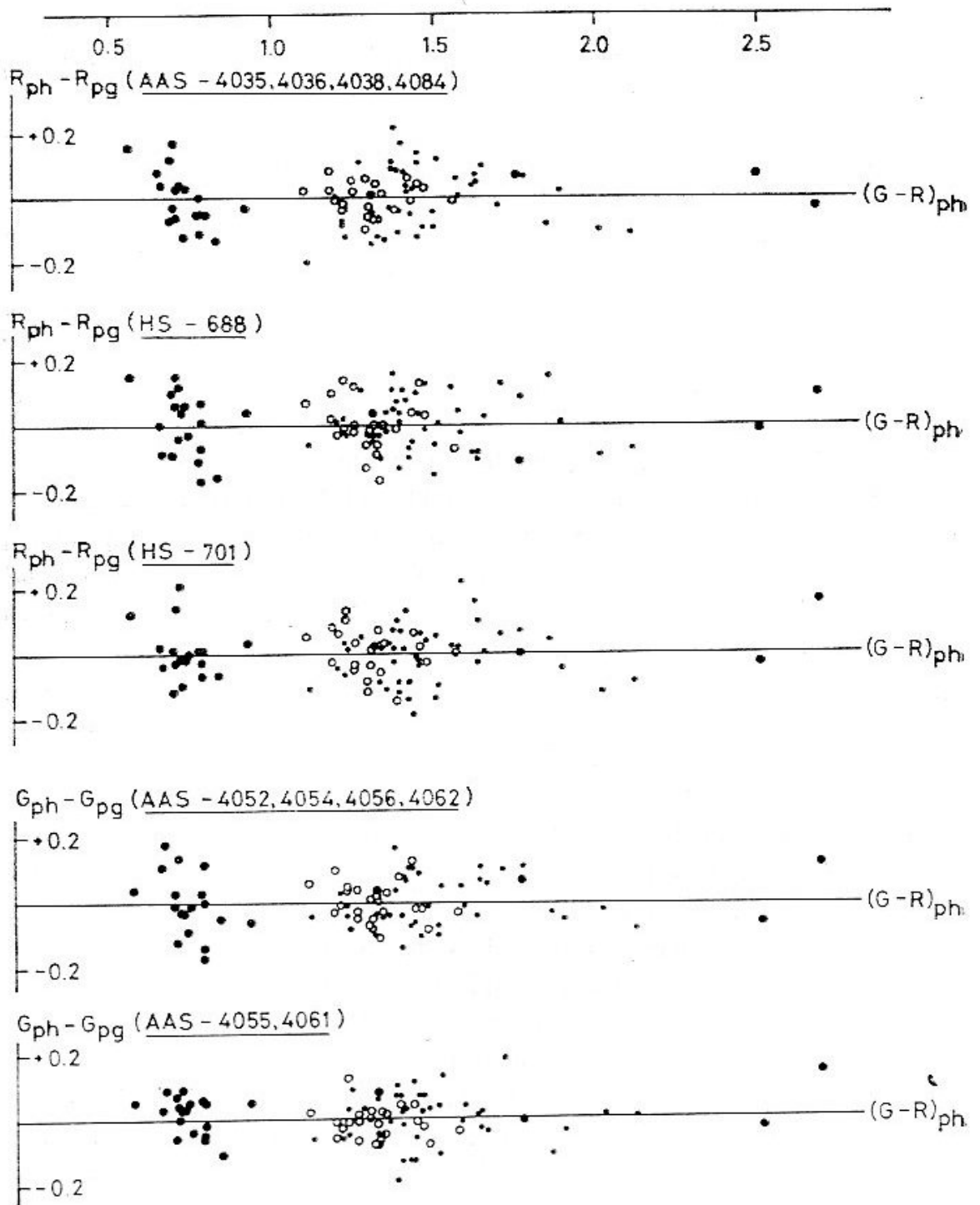


Fig. 2 a.—Ecuaciones de color, placas G y R.

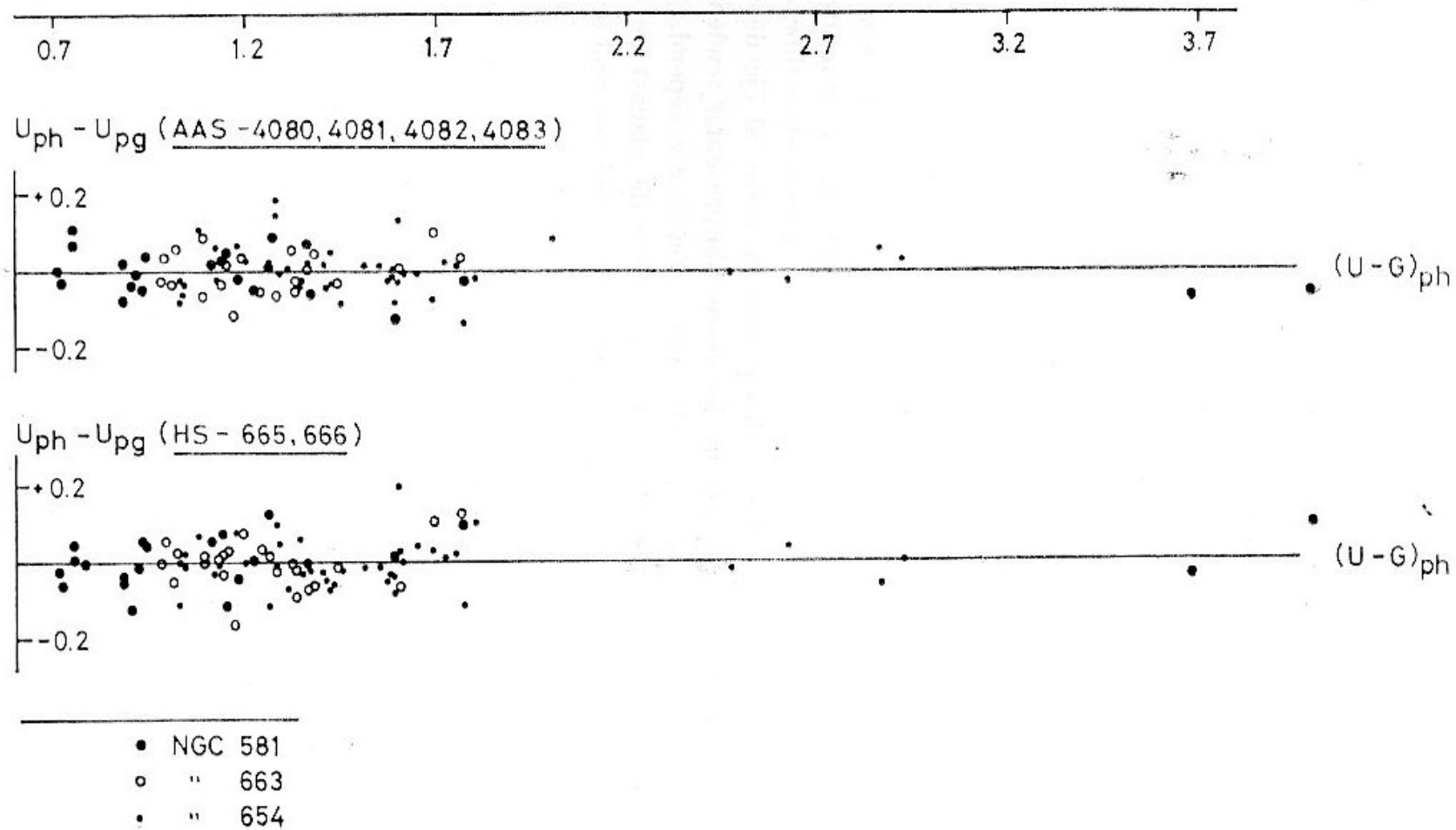


Fig. 2 b.—Ecuaciones de color, placas U.

Finalmente, las curvas de calibrado se obtuvieron por mínimos cuadrados con ayuda de un programa de cálculo automático que ajusta puntos mediante polinomios de grados sucesivos, seleccionando como representativo de la curva de calibrado el de menor dispersión. En cada caso, computando polinomios de grados comprendidos entre 2 y 9, se encontró siempre uno de dispersión mínima. Estas dispersiones oscilan $\pm (0,070 \pm 0,005)^m$ y $\pm (0,090 \pm 0,007)^m$.

Para poder disponer de curvas de calibrado con las que determinar las magnitudes de las estrellas-blend hubo que medir las estrellas patrón, esta vez, con la electrónica desconectada, estimando diámetros solamente. Evidentemente, las curvas de calibrado obtenidas con estas medidas presentan una dispersión mayor que las otras, entre 2 y 4 veces.

En las figuras 2a y 2b se ha representado gráficamente, para cada curva de calibrado, la dependencia del color de los residuos. Otro paso necesarios para pasar del sistema de magnitudes propias al sistema patrón (Stock y Williams, 1962, p. 374). El subíndice «ph» se refiere a magnitudes fotoeléctricas patrón, y el «pg» a magnitudes fotográficas de estrellas patrón (leídas en las curvas de calibrado). Puede verse que la dispersión de los puntos en torno al eje de abscisas es bastante uniforme en todos los casos, sin presentar tendencias sistemáticas de ningún tipo. No cabe, pues, considerar dependencias de color individuales (para cada placa o grupo de placas) en este caso. Sin embargo, esto no quiere decir que no existan realmente. Existen de hecho. Las regresiones lineales que usualmente se llevan a cabo para determinar las posibles ecuaciones de color, proporcionan siempre coeficientes de escala y de cero. Ahora bien, sucede que estos coeficientes suelen ser a veces —como en nuestro caso— del mismo orden que los errores de medida, e igualmente respecto a sus propias dispersiones; no tiene sentido, por tanto, considerarlos.

Como, posteriormente, por cada color se median las magnitudes obtenidas con cada curva de calibrado, aún cabe esperar algún tipo de relación entre los índices de color, habida cuenta que las magnitudes deben combinarse para formar estos últimos. Entonces, esas pequeñas dependencias del color, que individualmente no se tienen en cuenta, pueden acumularse en el proceso de mediar las magnitudes y formar, luego, los índices de color, dando lugar a efectos de color considerables. En todo caso hay que transformar al sistema patrón los tres componentes de la terna de medidas fotométricas: magnitud y dos índices de color. De la correlación, pues, entre los

índices de color fotoeléctricos y fotográficos de las estrellas patrón resultó:

$$(U - G)_{ph} = (U - G)_{vc}$$

$$(G - R)_{ph} = 0.89 \cdot (G - R)_{pg} + 0.15.$$

Donde se ve que el índice de color $(U - G)_{pg}$ no necesita transformación ulterior al sistema patrón, mientras que el $(G - R)_{pg}$ ya se ve que sí. Esta transformación se aplicó posteriormente a los $(G - R)_{pg}$ de todas las estrellas del campo.

Para ver, todavía, si las magnitudes de las estrellas programa estaban afectadas por errores de campo y de calibrado internos, se examinaron las magnitudes de cada placa (o grupo de placas, si para ellas se había determinado una curva de calibrado media), con la intención de descubrir si presentaban diferencias sistemáticas —de escala y de cero— frente a los correspondientes valores medios de las otras placas del mismo color. Es decir, se trató de comprobar la existencia de posibles *ecuaciones de magnitud* —en sentido análogo al de ecuación de color— entre las distintas placas de un mismo color. Por otro lado, se dividió el campo en 24 zonas de, aproximadamente, igual área, para ver si las magnitudes de cada placa diferían localmente de las magnitudes medias de las otras placas del mismo color, es decir, comprobar la existencia de posibles *errores de campo* internos. La experiencia demuestra, sin embargo, que, en general, no es posible corregir las magnitudes de cada placa o grupo de placas de errores de campo y ecuaciones de magnitud separada e iterativamente. El motivo fundamental es que la corrección total no converge. Sin embargo, es posible reducir ambos errores considerablemente mediante una corrección combinada. Por otro lado, puede apreciarse también, al poner en práctica estos métodos de búsqueda de errores sistemáticos, una marcada interdependencia entre ambos tipos de errores, es decir, vuelve a subrayarse la imposibilidad de una corrección separada.

En el desarrollo del método de corrección hemos seguido el esquema utilizado por Schaltenbrand (1975). En las tablas 3 y 4 pueden verse los valores de ambos tipos de errores antes y después de aplicar las correspondientes correcciones. Nos ha parecido un buen modo de presentar la información, claro y compacto. Además, así se evitan las complicaciones inherentes a las tablas numéricas excesivamente recargadas y, de paso, se permite una apreciación rápida y fácil

tanto de los órdenes de magnitud de ambos tipos de errores, como de la eficacia y cuantía de las correcciones. Finalmente, los errores medios de las magnitudes se dan en la tabla 2.

Conviene no olvidar, como bien puede apreciarse en las tablas 3 y 4, que los errores sistemáticos están siempre presentes, afectan-

T a b l a 2

Errores medios de las magnitudes aparentes

Magnitud	R \pm	Magnitud	G \pm	Magnitud	U \pm
< 11	0,044	< 12	0,036	< 14	0,037
11 - 12	0,047	12 - 13	0,035	14 - 15	0,036
12 - 13	0,047	13 - 14	0,037	15 - 16	0,037
13 - 14	0,051	14 - 15	0,039	16 - 17	0,039
14 - 15	0,053	15 - 16	0,041	17 - 18	0,040
> 15	(0,052)	> 16	(0,047)	> 18	0,041

T a b l a 3

Valores típicos de las ecuaciones de magnitud

Magnitud	Antes de corregir	Después de corregir
R (10 - 15)	\pm 0,128	\pm 0,017
G (11 - 16)	\pm 0,022	\pm 0,005
U (12 - 18)	\pm 0,029	\pm 0,010

T a b l a 4

Valores típicos de los errores de campo

Magnitud	Antes de corregir	Después de corregir
R (< 15)	\pm 0,124	\pm 0,036
G (< 16)	\pm 0,028	\pm 0,017
U (< 18)	\pm 0,041	\pm 0,023

NOTA.—Estos valores se han calculado para la media de cada grupo de seis placas.

do a las escalas de magnitudes establecidas; nunca se eliminan por completo, sólo se los mantiene dentro de ciertos límites razonables.

Respecto a los errores medios de las magnitudes correspondientes a estrellas-blend, puede decirse, son de 2 a 4 veces mayores que los de las estrellas medidas normalmente.

Las magnitudes límite dadas por las estrellas de las secuencias patrón son:

$$R_{\text{lim.}} = 14,72; \quad G_{\text{lim.}} = 16,40; \quad U_{\text{lim.}} = 18,40.$$

Los valores arrojados por las placas son ligeramente superiores, aproximadamente $0^{\text{m}},3$ en G, $0^{\text{m}},7$ en R y $0^{\text{m}},3$ en U, que son, precisamente, las cuantías de las extrapolaciones llevadas a cabo, sólo en unos pocos casos, en las curvas de calibrado. No se apreció nada sistemático en el comportamiento de las estrellas cuyas magnitudes fueron, así, extrapoladas, cuando se las representó en el diagrama color-color.

3. Los diagramas color-color

El diagrama color-color, o diagrama de dos colores (DDC), es el instrumento esencial en cualquier trabajo de estadística estelar que se lleve a cabo mediante una fotometría en varias bandas. En él, las estrellas de la secuencia principal no afectadas por la extinción interestelar, se agrupan de un modo característico definiendo la llamada *curva normal* del DDC (Becker, 1962). Esta curva normal está calibrada en magnitudes visuales absolutas, $M(G)$, por Steinlin (1968). Las estrellas gigantes de los últimos tipos espectrales ocupan, también, en este diagrama su lugar característico, por debajo y a la izquierda de la rama inferior de la curva normal. En otros sistemas fotométricos de banda ancha, como el UBV, esta separación apenas puede reconocerse, apareciendo las estrellas gigantes mezcladas, inseparablemente, con las de la secuencia principal de los últimos tipos espectrales. Esto se debe, fundamentalmente, a características desfavorables de las bandas espectrales con que opera el sistema (situación mal elegida en el espectro, solapamiento considerable de algunas bandas) (Becker, 1963). Así, en este punto, el sistema R G U es superior a cualquier otro de banda ancha.

El enrojecimiento interestelar causa un desplazamiento —a veces

incluso una deformación (Becker, 1962)— de la secuencia principal, según una dirección de pendiente constante, en el sistema R G U. El desplazamiento depende, naturalmente, de la cuantía del enrojecimiento. Lo mismo le ocurre, también, a la región de las estrellas gigantes.

Los DDC suelen dibujarse para diferentes intervalos de magnitudes aparentes G , con objeto de facilitar su estudio y tratamiento. Desde luego, sería deseable seleccionar los intervalos de una forma menos convencional que la nuestra, correspondiendo, por ejemplo, a cambios en el gradiente de densidad (Becker y Fang, 1973; Hersperger, 1973) y en el enrojecimiento, pero esto sólo es posible después de completar el estudio de todos ellos, a modo de una segunda aproximación que, en general, no es necesario hacer.

Así dispuestos, los DDC se usan para determinar los excesos de color, es decir, el enrojecimiento interestelar en la dirección del campo; suele hablarse de una *función de enrojecimiento* («reddening function», «Verfärbungsfunktion») ya que, de hecho, lo que se determina es cómo varía el enrojecimiento con la distancia en la dirección considerada. También, para determinar las magnitudes absolutas de las estrellas de la secuencia principal e identificar las estrellas gigantes de los últimos tipos espectrales, las gigantes rojas. La experiencia demuestra que, por término medio, puede asignarse a estas estrellas (las pertenecientes a la Población I) una magnitud absoluta media $M(G) = +1.00$ (Becker, 1962; Becker, 1972; Becker y Fang, 1973).

En las figura 3a a 3j pueden verse los DDC para todas las estrellas de nuestro campo. Cabe destacar, de un modo general, en todos ellos dos grupos dominantes de estrellas. Uno formado por estrellas de la secuencia principal con magnitudes absolutas comprendidas entre 0 y +5, y el otro formado por las gigantes rojas. Ambos grupos se encuentran separados por un hueco situado aproximadamente en $U - G = 2.25$. Puede apreciarse, también, en la mayoría de los diagramas todavía un tercer grupo, constituido enteramente por estrellas azules ($M(G) < 0$). Este fenómeno no es muy frecuente en la sección del anticentro.

Conviene señalar, que la distribución de las estrellas en los DDC refleja la densidad espacial y la función de luminosidad, que se determinan con su ayuda.

En algunos campos del anticentro galáctico se ha encontrado, que las gigantes rojas no guardan la misma posición, en los DDC,

respecto a la curva normal (Becker, 1972; Becker y Fang, 1973; Hersperger, 1973; Topaktas, 1975). Parece existir un intervalo en $(G-R)$, desde $0^m,20$ a la izquierda de la curva normal hasta unas $0^m,15$ a la derecha de ella, donde pueden presentarse las gigantes

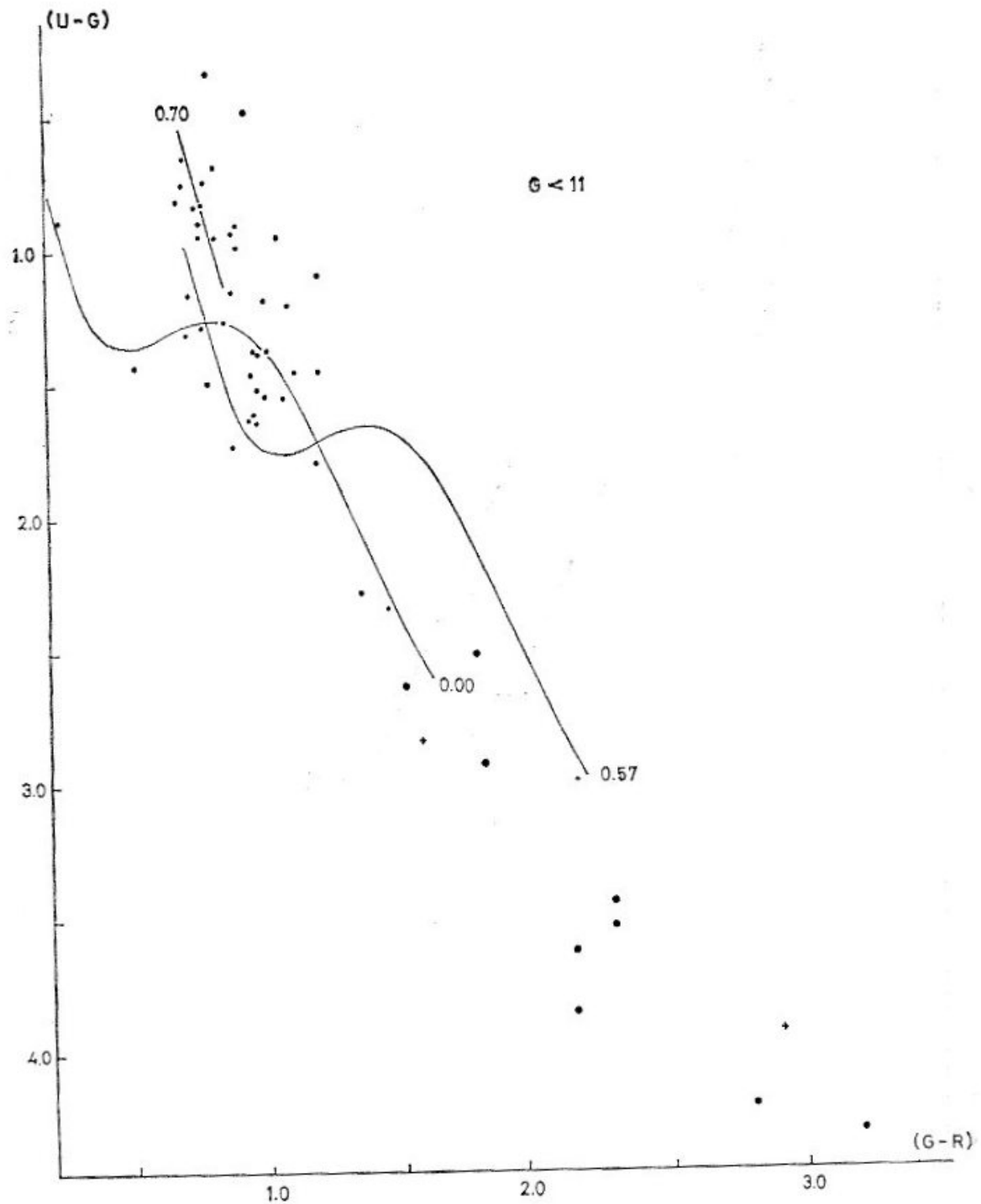
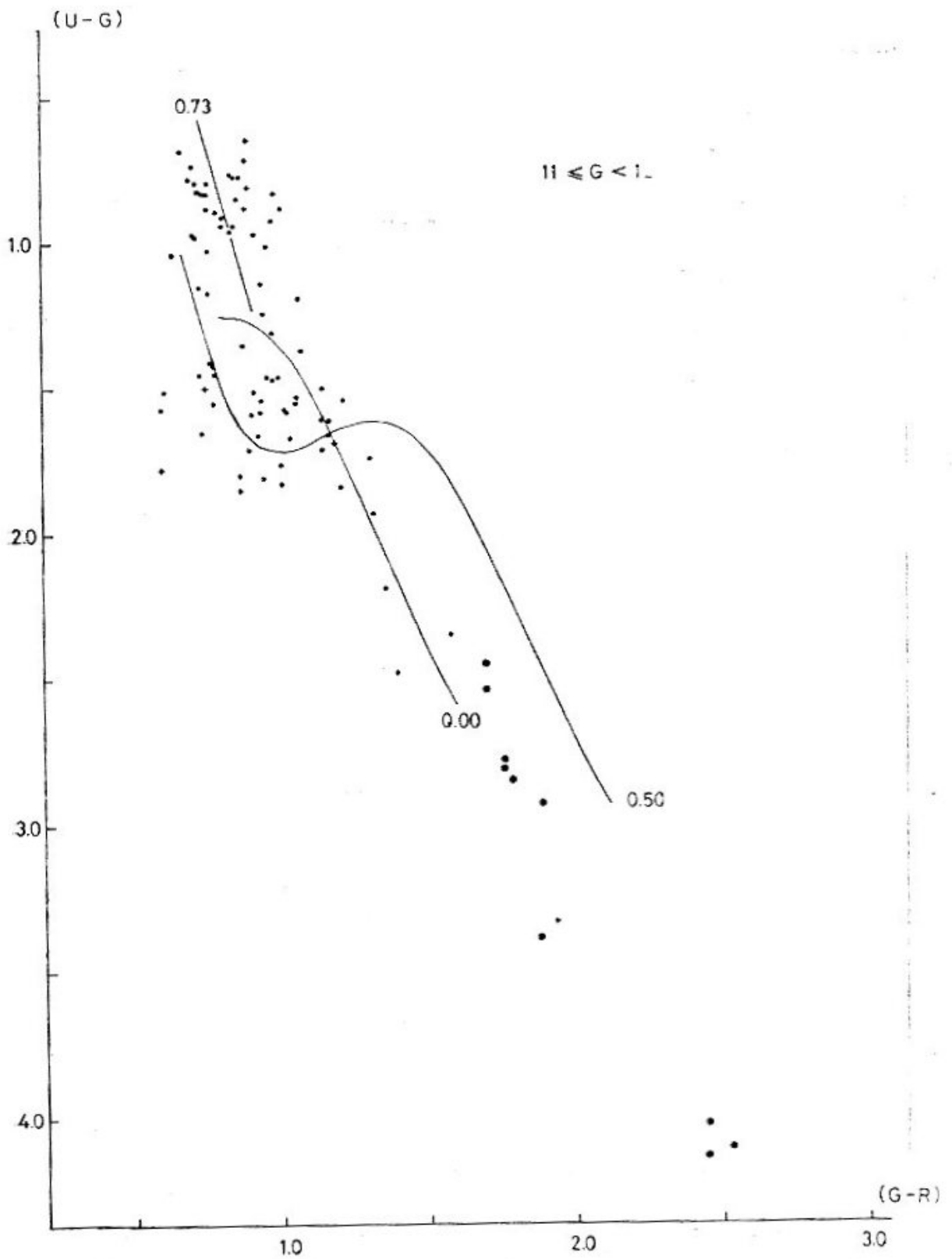
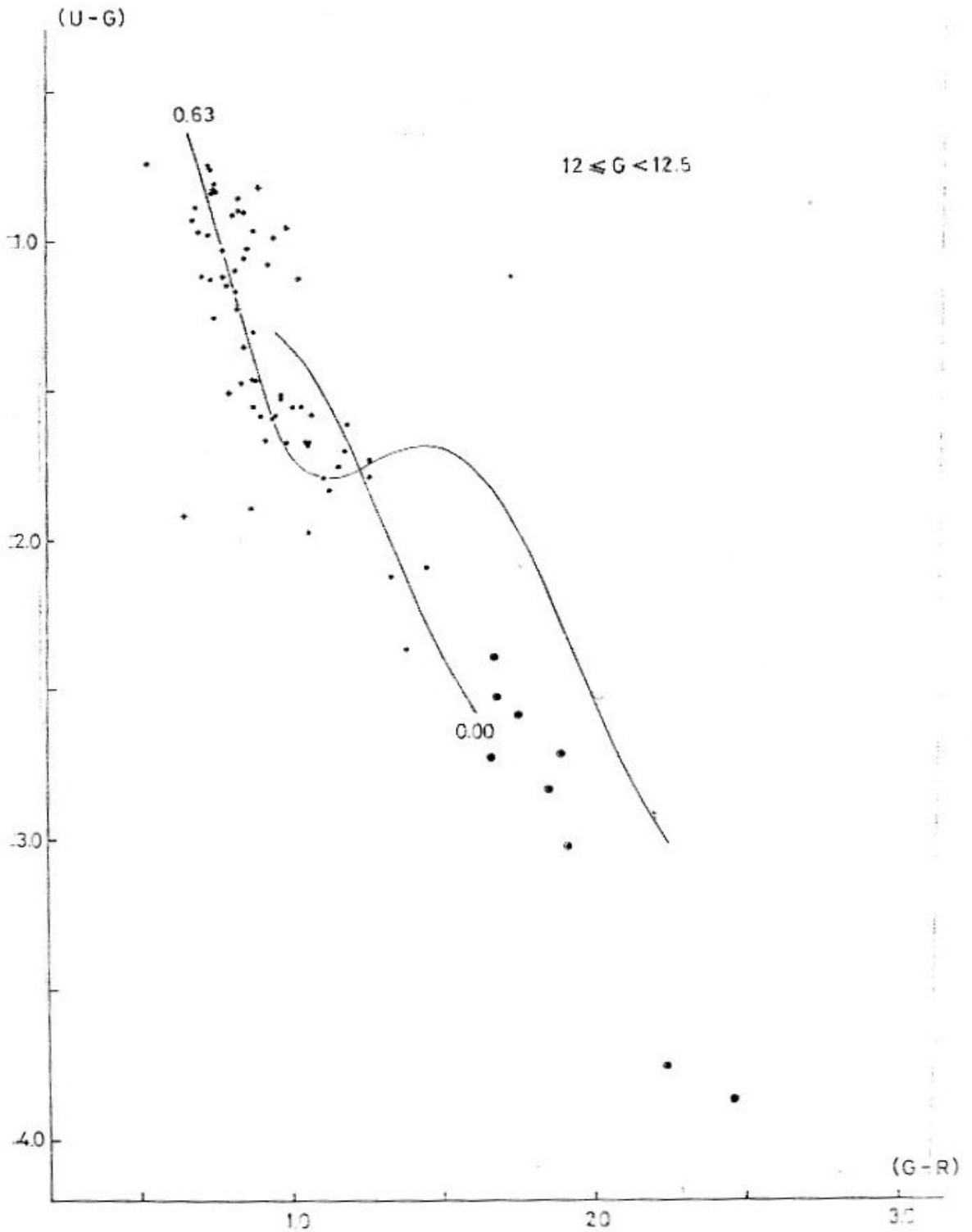


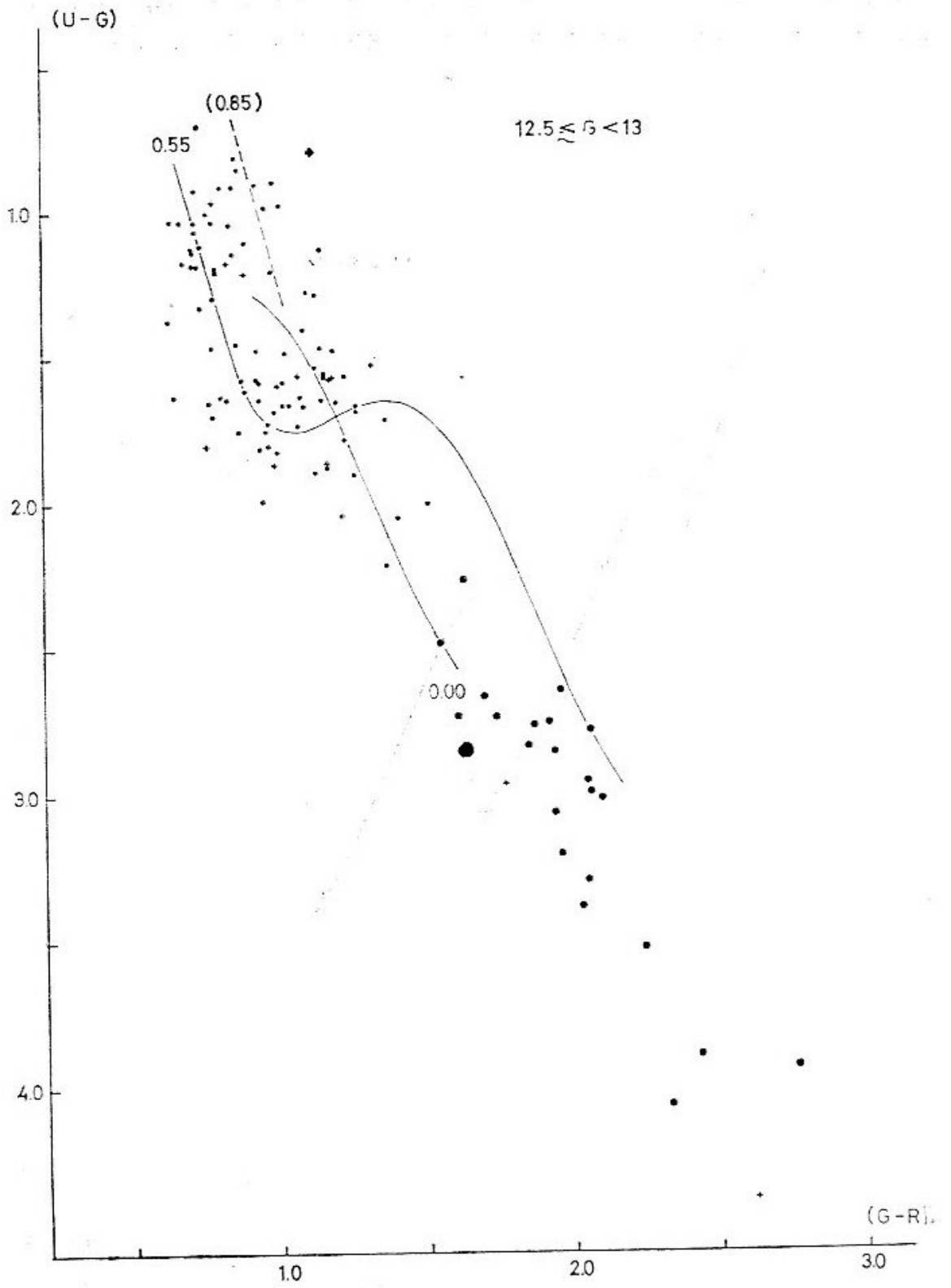
Fig. 3 a.—Diagramas color-color: • = estrellas de la secuencia principal; ● = gigantes «i»; ○ = gigantes «d»; + = estrellas-blend. Se indican los valores de $E(G-R)$.

rojas. Este comportamiento se ha observado también en algunos cúmulos galácticos (Becker, 1972; Becker y Fang, 1973). Evidentemente, si se quiere usar estas estrellas en la determinación de excesos

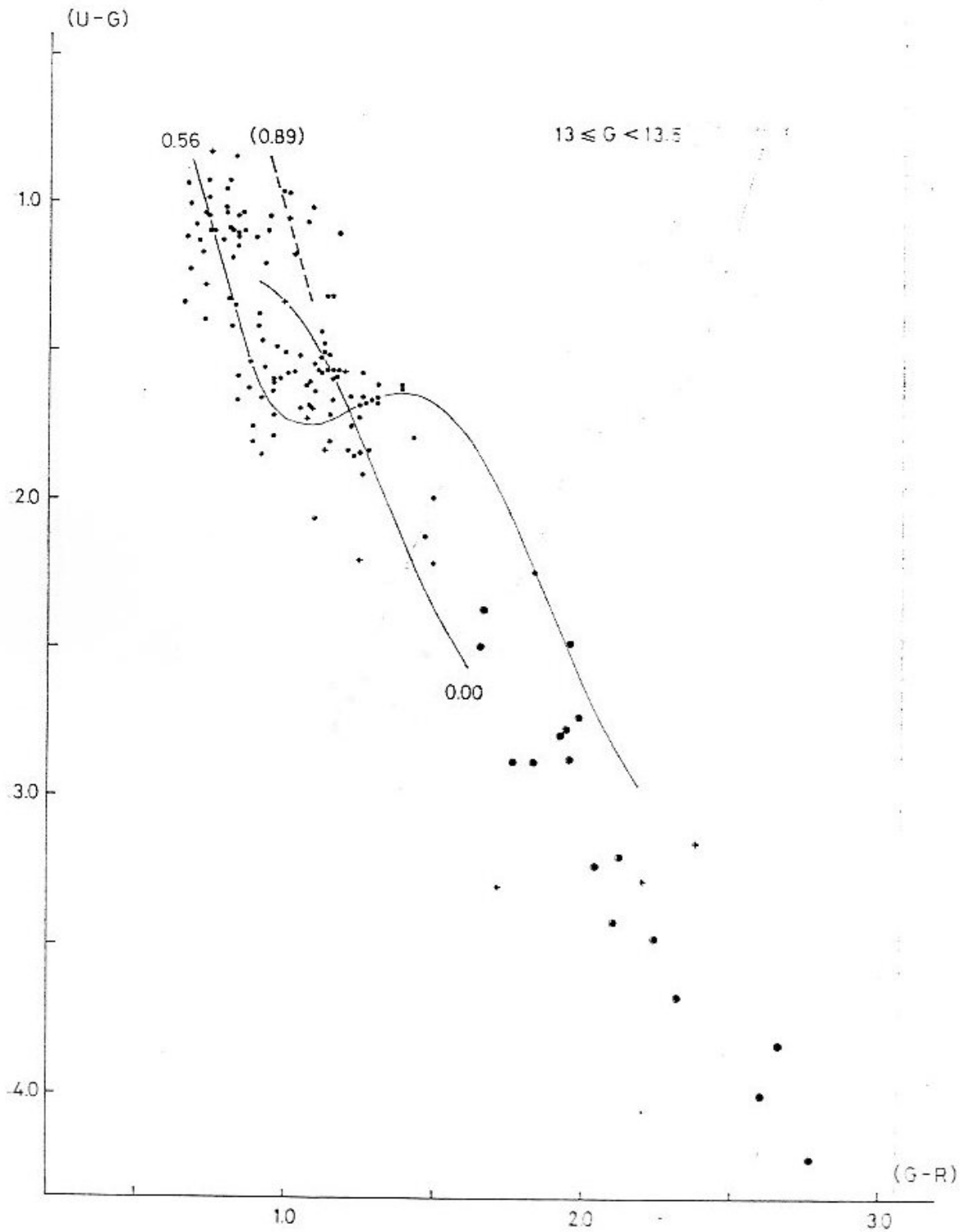


de color, debe establecerse previamente cuál es su posición normal no afectada por la extinción interestelar. Si no se tienen en cuenta estas diferencias —correspondientes a los dos tipos de gigantes ya mencionados: gigantes-lado-izquierdo = gigantes «i», y gigantes-



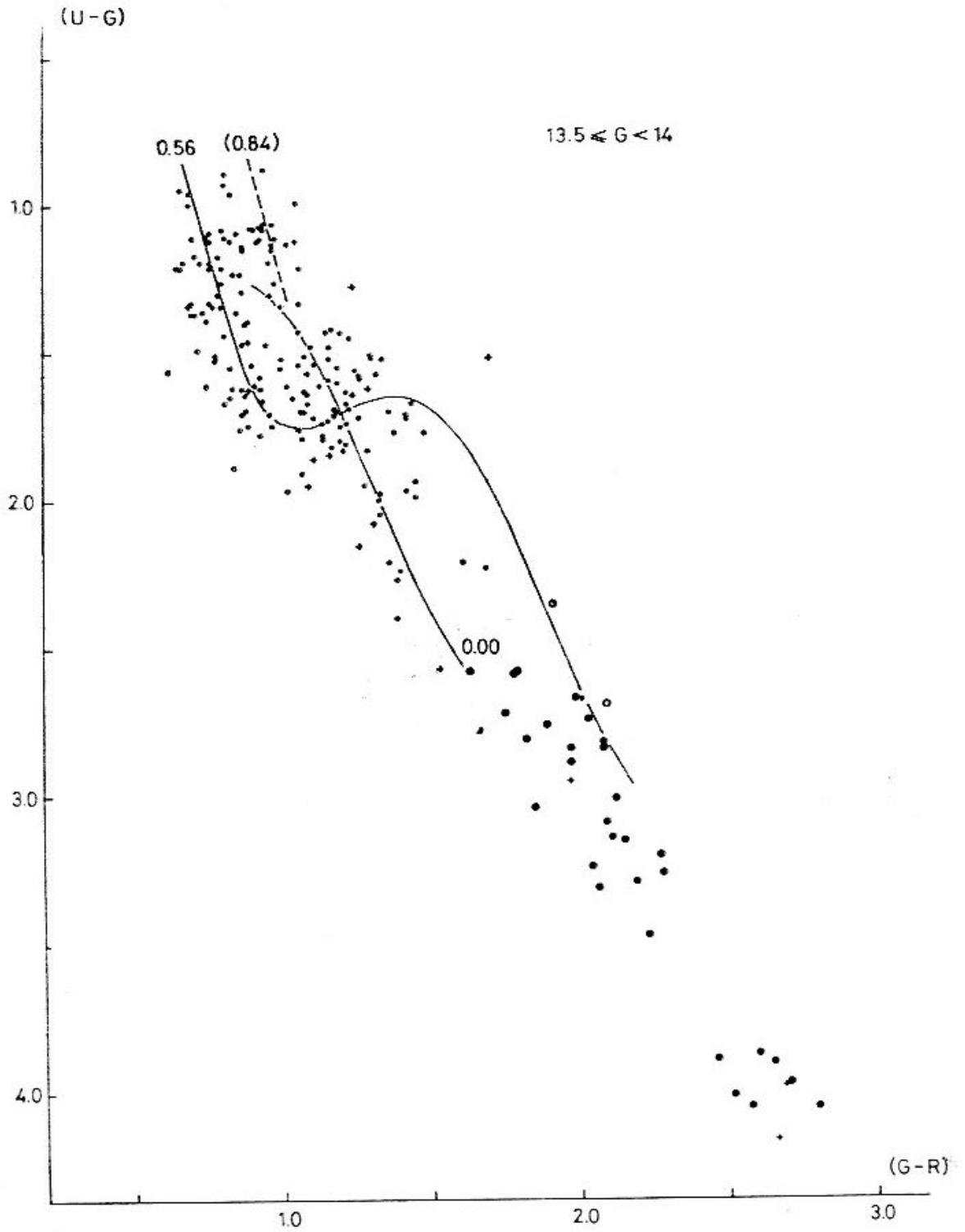


lado-derecho = gigantes «d»— puede resultar un error en el exceso de color, $E(G-R)$, de hasta $0^m,40$. El mejor modo de encontrar la posición normal de las gigantes consiste en comparar su posición con la de las estrellas de la secuencia principal de la misma magnitud

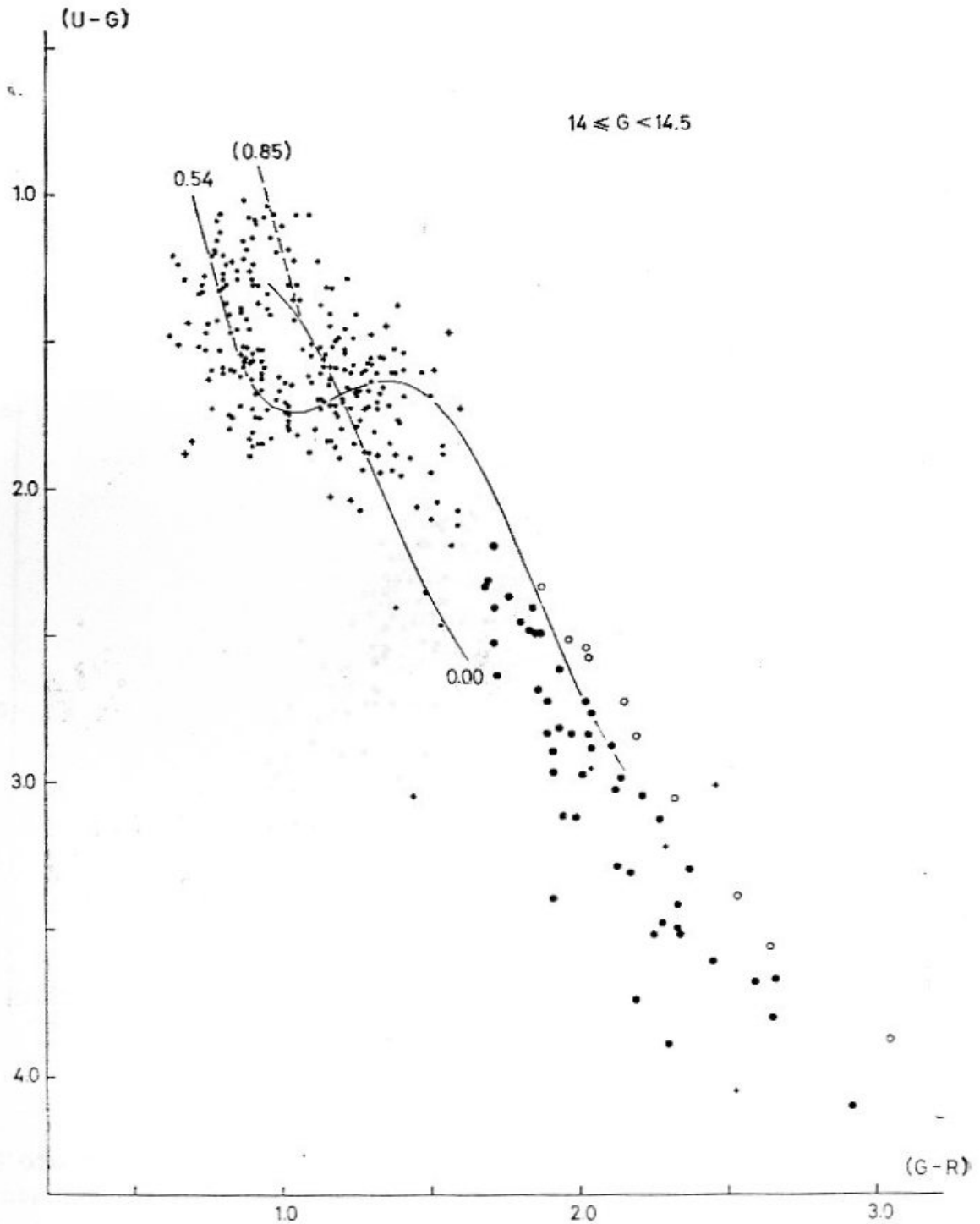


absoluta; resulta plausible suponer que ambas estarán afectadas por el mismo enrojecimiento (Becker y Fang, 1973).

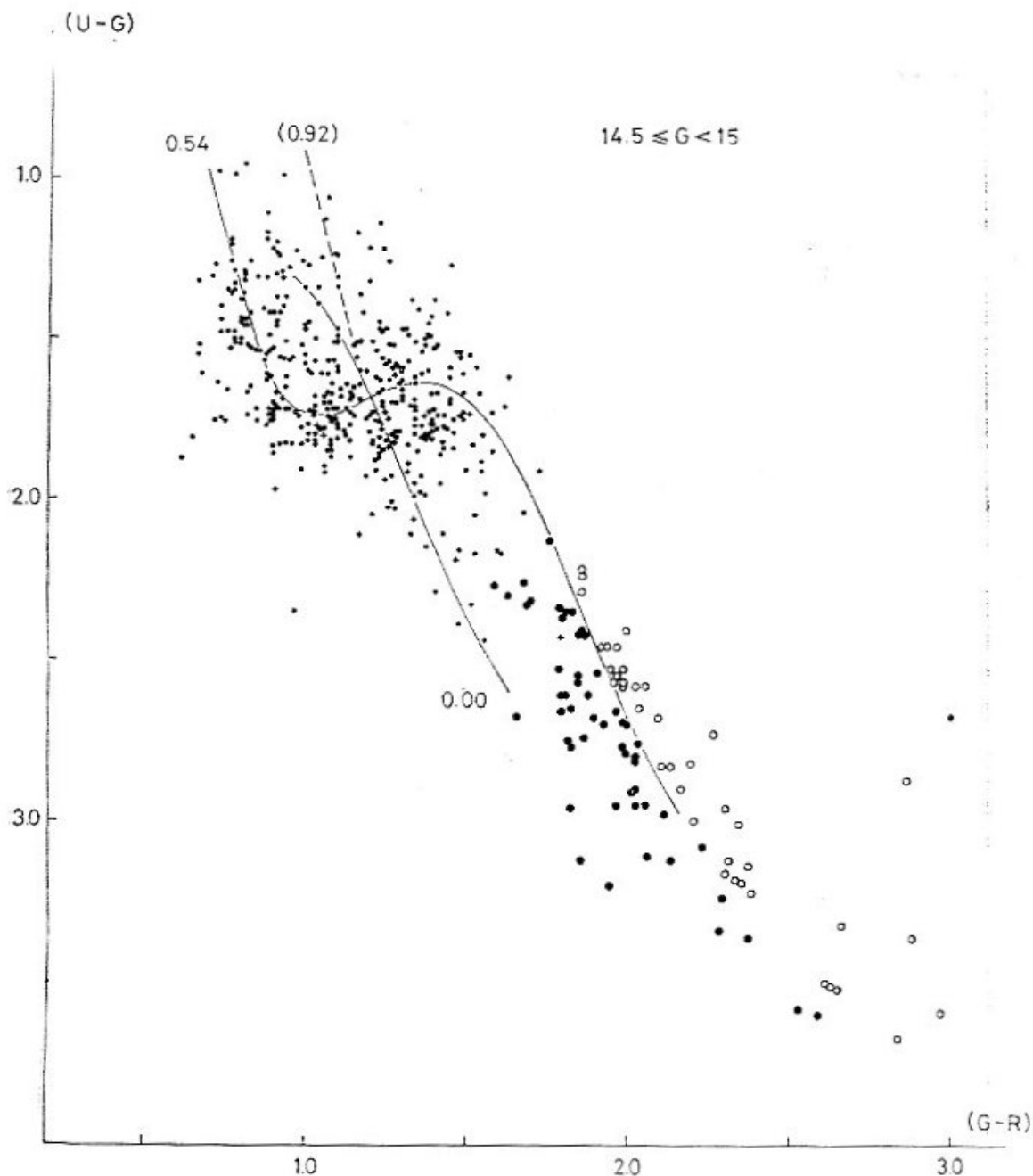
La identificación de las gigantes rojas se ha basado en los tres-



critérios que, normalmente, se vienen usando en este tipo de trabajos: el criterio del hueco («gap-criterium», «Lücke-Kriterium»), el criterio de la densidad («density-criterium», «Dichte-Kriterium») y el criterio del desplazamiento («displacement-criterium», «Verschie-

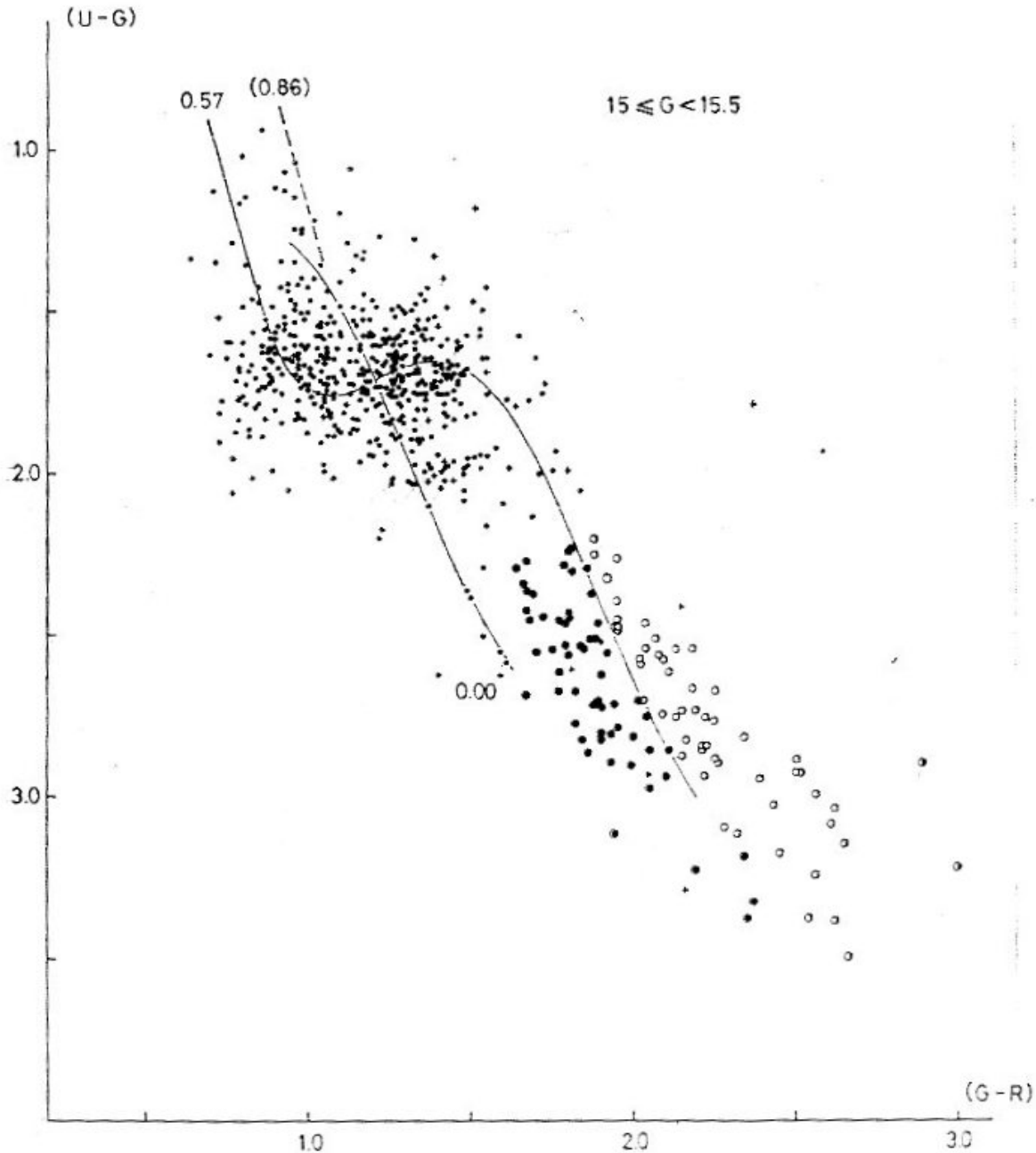


bung-Kriterium») (Becker, 1962). Este último se ha modificado en el sentido de que las estrellas gigantes no sólo se presentan a la izquierda y por debajo de la curva normal, sino también a la dere-



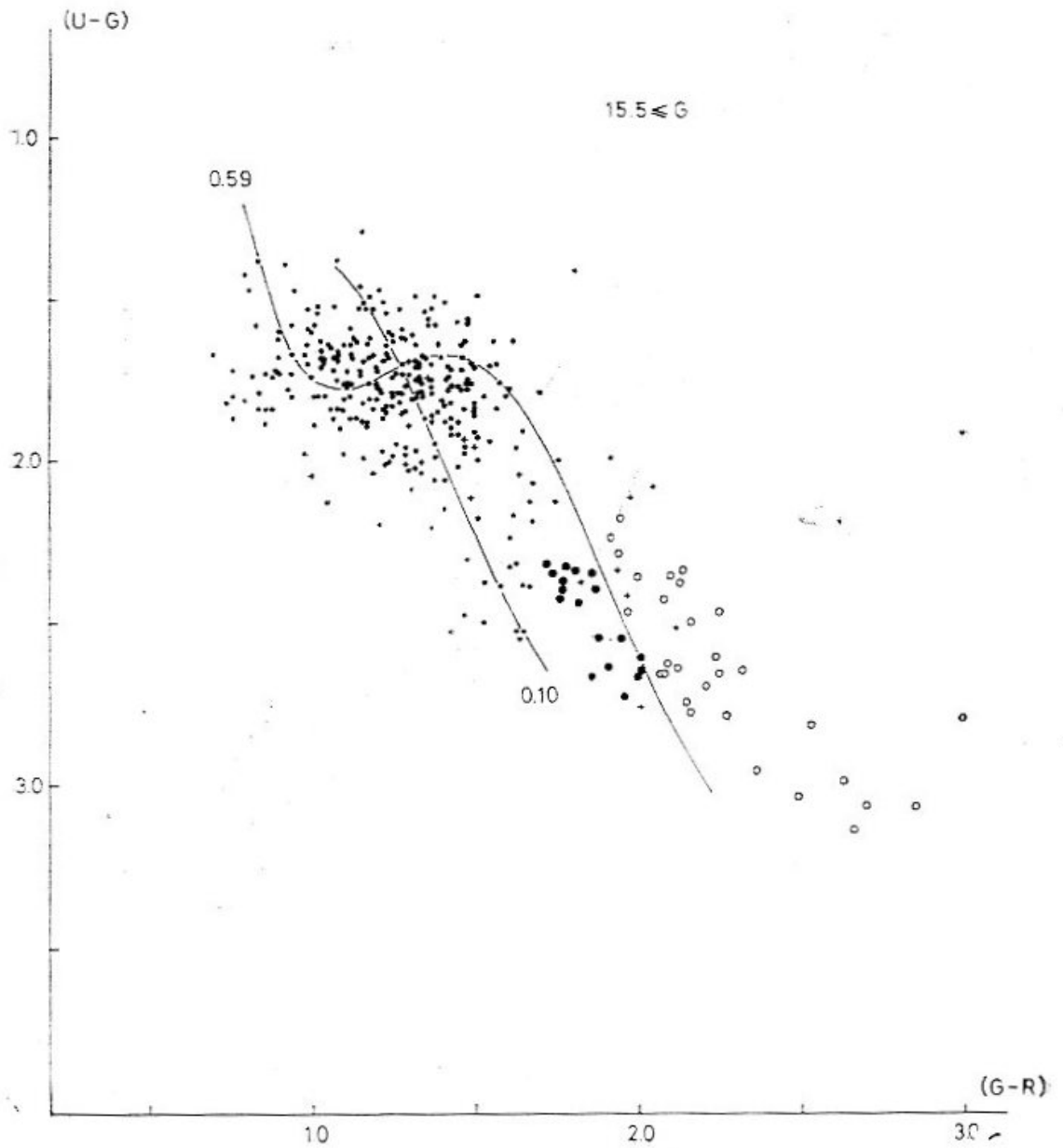
cha y por encima de la misma. Se puede añadir, todavía, un cuarto criterio que consiste en postular, que las estrellas gigantes de ambos tipos deben verificar la función de enrojecimiento determinada en la dirección del campo.

Teniendo en cuenta todas estas cosas, la identificación de las gigantes «d» resulta relativamente fácil en nuestro caso. Su posición en los DDC no puede ser ni de estrellas de la secuencia principal,



ni de gigantes «i». Sin embargo, para las gigantes «i» las cosas cambian. Su posición coincide con la de las estrellas de la secuencia principal cuya $M(G) > 6$ que no están afectadas, o lo están muy poco, por el enrojecimiento interestelar. Tal es el caso para las es-

trellas con $G > 14,50$, siendo imposible algunas veces decidir a cuál de los dos grupos pertenecen tales estrellas. En cualquier caso se trata, afortunadamente, de unas pocas estrellas, con lo cual el error que pueda cometerse al formar las funciones de densidad es muy pequeño.



4. La determinación del enrojecimiento interestelar

Como la extinción interestelar (Sharpless, 1963) es *selectiva*, es decir, depende de la longitud de onda, el debilitamiento que ocasiona en la luz de las estrellas va acompañado de una *coloración* de la misma. Como el efecto de la extinción decrece al aumentar la longitud de onda, esta coloración se manifiesta siempre en un *enrojecimiento*. Esto lleva consigo un aumento del índice de color intrínseco o verdadero (correspondiente a la estrella no enrojecida) en una cantidad igual, por definición, al *exceso de color*, dando lugar al índice de color aparente u observado. Así, en el sistema R G U, considerando el índice de color $(G - R)$, tendríamos:

$$(G - R) = (G - R)_0 + E(G - R)$$

donde $(G - R)$ = índice de color observado; $(G - R)_0$ = índice de color intrínseco, y $E(G - R)$ = exceso de color.

También se tiene, por definición:

$$E(G - R) = A(G) - A(R)$$

siendo $A(G)$, $A(R)$ las absorciones en las bandas G y R, respectivamente.

Como en la práctica, en muchos casos, se conoce el índice de color intrínseco —al contrario que la magnitud verdadera, que depende de la distancia— comparándolo con el observado puede determinarse el exceso de color. Si, además, puede establecerse una relación entre enrojecimiento y absorción, puede pasarse del exceso de color medido al valor de la absorción y, con ello, de la magnitud aparente observada a la magnitud aparente corregida de absorción. Los distintos métodos que existen para establecer esta relación pueden verse en Sharpless (1963) y Mihalas (1968).

En el sistema R G U se tiene:

$$A(G)/E(G - R) = 2.69$$

En una fotometría en tres bandas interesa conocer además la relación que existe entre los excesos de color correspondientes a cada uno de los índices de color. Esta relación proporciona, precisamen-

te, la pendiente de la dirección de enrojecimiento (ver sección 3). En el sistema R G U vale:

$$E(U - G)/E(G - R) = 0.70,$$

que es constante. En otros sistemas fotométricos de banda ancha, como el UBV por ejemplo, esta relación depende del enrojecimiento mismo, efecto debido a la anchura excesiva de las bandas utilizadas:

$$E(U - B)/E(B - V) = 0.72 + 0.05 \cdot E(B - V)$$

(Steinlin, 1968).

En los DDC, la influencia del enrojecimiento interestelar se manifiesta por los desplazamientos que ocasiona a las estrellas de la secuencia principal (a veces deformación, incluso) y, asimismo, a las estrellas gigantes rojas, en la mencionada dirección de enrojecimiento.

En nuestro caso, se identifican con relativa facilidad distintas partes de la secuencia principal desplazadas según distintos valores de enrojecimiento. Esquema que, por término medio (ver figuras 3a a 3j), se va repitiendo de diagrama en diagrama. Esto indica, en principio, que en la dirección de nuestro campo no existe un aumento continuo del enrojecimiento con la distancia, sino más bien que está causado por la presencia de nubes discretas de materia interestelar.

Cada una de las partes desplazadas se caracteriza por un cierto exceso de color medio y por unos *módulos de distancia* aparentes, $G - M(G)$, máximo y mínimo. Puede suponerse que el exceso de color vale en todo el intervalo espacial considerado, aunque, desde luego, los límites no quedan definidos de un modo preciso. Téngase en cuenta que, por un lado, el número de estrellas que define cada parte no es muy grande; segundo, que la dispersión de las magnitudes absolutas juega también su papel; tercero, que la dispersión de los índices de color, ocasionada por los errores, influye a su vez en los valores de las magnitudes absolutas, y, por último, que el tamaño de los intervalos de G que definen los distintos DDC es limitado. Todas estas observaciones explican el que los intervalos de distancia puedan estar solapados.

En la tabla 5 se dan los resultados del estudio de los DDC. Se indica cada parte de la secuencia principal desplazada por el enrojecimiento que, al mismo tiempo, puede seguirse en las figuras 3a a 3j.

Tabla 5

Módulos de distancia aparentes y excesos de color medios de la estrellas de la secuencia principal y de las gigantes rojas

G	E (G — R)	m — M		G	E (G — R)	m — M	
		min.	máx.			min.	Máx.
(gigantes rojas «d + i»)							
< 11,0	0.70	12,5	13,7	< 11,0	0.57	—	9,7
	0.57	9,1	11,0				
	0.00	3,2	5,5				
11,0 - 12,0	0.73	13,2	15,1	11,0 - 12,0	0.50	10,0	11,0
	0.50	9,5	11,1				
	0.00	5,1	6,6				
12,0 - 12,5	0.63	10,5	14,9	12,0 - 12,5	0.63	11,0	11,5
	0.00	5,2	6,3				
12,5 - 13,0	0.55	9,6	14,3	12,5 - 13,0	0.55	11,5	12,0
	0.00	6,1	7,4				
	(0.85)	(14,2)	(16,1)				
13,0 - 13,5	0.56	9,9	14,9	13,0 - 13,5	0.56	12,0	12,5
	0.00	6,3	8,0				
	(0.89)	(14,3)	(15,9)				
13,5 - 14,0	0.56	10,3	15,6	13,5 - 14,0	0.56	12,5	13,0
	0.00	—	8,5				
	0.00	6,6	7,1				
	(0.84)	(14,8)	(15,8)				
14,0 - 14,5	0.54	10,3	15,0	14,0 - 14,5	0.54	13,0	13,5
	0.00	6,7	7,7				
	(0.85)	(15,1)	(16,5)				
14,5 - 15,0	0.54	10,3	15,1	14,5 - 15,0	0.54	13,5	14,0
	0.00	7,3	8,2				
	(0.92)	(15,8)	(17,0)				
15,0 - 15,5	0.59	14,5	16,2	15,0 - 15,5	0.57	14,0	14,5
	0.00	7,5	9,8				
	(0.86)	(16,0)	(17,6)				
> 15,5	0.59	11,4	15,4	> 15,5	0.59	14,5	15,0
	0.14	7,8	8,8				

: Valor dudoso

() Estrellas azules más enrojecidas de cada DDC.

Los excesos de color, E (G — R), se han representado gráficamente en función de los correspondientes módulos de distancia aparentes en

la figura 12a. La dependencia entre ambas cantidades indica la existencia de una capa de absorción, bastante bien definida, que empieza a unos 440 pc y caracterizada además por un exceso de color medio $E(G - R) = 0^m,56$, y una absorción $A(G) = 2,69 \cdot E(G - R) = 1^m,51$. Estas cotas de enrojecimiento se mantienen constantes hasta unos 8,5 kpc. Por otro lado, se observa una segunda capa de absorción cuyo comienzo es difícil de precisar, principalmente debido al solapamiento de que antes hemos hablado. Podemos dar, de un modo aproximado, la distancia de 5,3 kpc para el comienzo de la citada capa. El exceso de color correspondiente vale $0^m,30$ en $(G - R)$ y la absorción $A(G) = 0^m,81$. Análogamente, estos últimos valores de la extinción interestelar se mantienen constantes hasta más allá de los 10 kpc. Es interesante hacer notar, que esta segunda capa de absorción se ha determinado a partir de estrellas azules exclusivamente, es decir, estrellas cuyas $M(G) < 0$. No es corriente encontrar en un campo del anticentro tal cantidad de estrellas azules —algunas pueden ser supergigantes o gigantes luminosas— pero dejaremos para más adelante la discusión acerca de qué puede indicar su presencia en la dirección estudiada.

Existen también dos grupos de estrellas (figs. 3a y 3b) cuyos excesos de color se apartan $0^m,15$ de las dos soluciones de enrojecimiento anteriores. Esto hace pensar que la distribución del exceso de color en el área estudiada es bastante irregular; por un lado, la existencia de las dos capas que hemos mencionado parece estar bien establecida; por otro, sin embargo, estos dos grupos de estrellas parecen indicar bien una nueva capa, intermedia entre las dos anteriores, bien un aumento de la absorción con la distancia entre los módulos de distancia 12,5 y 15,0. Es evidente que, como otra capa de absorción, tiene menos peso que las otras y, además, estas estrellas se encuentran en una zona del DDC que puede, eventualmente, estar ocupada por otro tipo de estrellas distinto de la secuencia principal (Becker, 1962 y 1963; Steinlin, 1956).

Las gigantes rojas verifican la función de enrojecimiento encontrada bastante bien. Todas ellas parecen estar afectadas como máximo del enrojecimiento de la primera capa, $0^m,56$. Nos referimos a las gigantes «i»; respecto a las gigantes «d» cabe decir, que aún no se conoce muy bien su posición normal no enrojecida en el DDC, de modo que no se las utiliza para determinar excesos de color. De considerarlas como estrellas de la secuencia principal obtendríamos las cruces (fig. 12a) situadas entre $(m - M) = 10$ y $(m - M) = 12$,

y si se las considera como gigantes «ii», las situadas entre $(m - M) = 5$ y $(m - M) = 6$. En ambos casos discreparían de la función de enrojecimiento encontrada.

En la figura 12a se ha indicado también la posición de los cúmulos galácticos Trumpler 1 y NGC 581, que habla a favor de nuestra solución de enrojecimiento correspondiente a la primera capa de absorción.

Volviendo a las estrellas cuyo $E(G - R) > 0^m,56$, no es fácil discutir las y combinarlas con las restantes estrellas sin que surjan discrepancias de algún tipo. Pudiera ser que estas estrellas más enrojecidas se concentren de algún modo en determinadas zonas del campo indicando con ello un reparto irregular del enrojecimiento. Así sucede, en efecto. Las estrellas cuyo $E(G - R) = 0^m,56$ están uniformemente distribuidas por todo el campo; las afectadas por un $E(G - R) = 0^m,71$ tienen cierta predilección por la parte sudeste, mientras que las más fuertemente enrojecidas ($E(G - R) = 0^m,86$) ocupan una franja que se extiende de este a oeste por el norte. Respecto a este último grupo cabe añadir, que se encuentran a distancias mayores que las restantes y que desde luego son las más interesantes, todas ellas de los primeros tipos espectrales, muy luminosas y localizadas a distancias considerables (unos 6 kpc) donde pudiera muy bien existir otro brazo espiral galáctico. Resulta curioso también observar que el grupo de $E(G - R) = 0^m,71$ viene a coincidir en distancia muy aproximadamente con el brazo espiral de Perseo-Casiopea. Por último, hacemos notar que en las proximidades del campo estudiado, la distribución del enrojecimiento es bastante irregular como bien puede observarse en los excesos de color correspondientes a los muchos cúmulos abiertos concentrados en esta región de la Vía Láctea: NGC 559 ($E(G - R) = 1^m,48$), NGC 581 ($E(G - R) = 0^m,56$), NGC 637 ($E(G - R) = 0^m,45$), NGC 659 ($E(G - R) = 0^m,80$), NGC 654 ($E(G - R) = 0^m,89$), NGC 663 ($E(G - R) = 0^m,81$) y Trumpler 1 ($E(G - R) = 0^m,63$). Exceptuando el NGC 559 todos los demás se encuentran a distancias superiores a los 2 kpc y pertenecen al brazo espiral de Perseo. Nuestras estrellas más luminosas provienen en parte de distancias mayores.

En la figura 12b se ha representado, en función del módulo de distancia verdadero —corregido de absorción interestelar—:

a) con rectas de trazo continuo, nuestra función de enrojecimiento,

b) a trazos, la determinada por FitzGerald (1968), y

c) a trazos y puntos intercalados, la determinada por Neckel (1966, 1967).

Las determinaciones de FitzGerald y Neckel proceden de sendos estudios sobre la distribución del enrojecimiento interestelar en el plano de la Galaxia. Los objetos seleccionados son siempre estrellas de la secuencia principal de los primeros tipos espectrales (O y B), supergigantes azules, cefeidas galácticas y estrellas RR Lyrae, es decir, objetos muy luminosos detectables a grandes distancias. Por otro lado, las áreas investigadas son bastante mayores que la nuestra (6, 9 grados cuadrados, e incluso mayores), lo que entraña una baja densidad de objetos por área estudiada y, consiguientemente, una mayor dispersión en torno a los valores medios determinados (ver, p. e., FitzGerald, 1968), deben tomarse, pues, como primeras aproximaciones. La enorme utilidad de estos trabajos reside en que nos indican si el patrón de absorción interestelar es sencillo o complicado en la dirección que se pretende estudiar, sirviendo así de guía en estas investigaciones fotométricas, pues permiten evitar aquellas direcciones donde la variación del enrojecimiento con la distancia adopta formas muy complicadas, cosa que aumentaría considerablemente el margen de decisiones a la hora de estudiar los DDC.

En resumen, refiriéndonos todavía a la figura 12b, diremos que se trata de determinaciones de enrojecimiento hechas en condiciones distintas a la nuestra. Lo más notable es el punto en que las tres coinciden: entre los 400 y 600 pc una capa de absorción, y la constancia del enrojecimiento hasta más allá de los 5 kpc.

Las correcciones de absorción individuales pueden determinarse de dos modos. Uno consiste en utilizar la función de enrojecimiento, tal como aparece en la figura 12a, o sea, excesos de color en función de módulo de distancia aparentes, y el otro en tomar las correcciones en función de los excesos de color determinados para cada intervalo particular de la tabla 5. La diferencia, en $E(G - R)$, entre ambos puede llegar a valer $0^m,10$ y hasta $0^m,27$ en $(m - M)$ (Hersperger, 1973), pero generalmente es del orden de unas pocas centésimas de magnitud. Hemos escogido el primer método por resultar más cómodo, habida cuenta que el patrón de absorción es relativamente sencillo en nuestro caso.

La determinación del enrojecimiento es sin duda la parte más laboriosa de este tipo de trabajos, y también la más complicada te-

niendo en cuenta el considerable margen de decisiones que existe a la hora de estudiar los excesos de color a que pueden estar sometidos distintos grupos de estrellas. Tratándose, en último término, de determinar cómo se distribuyen las estrellas según magnitud absoluta, etc., el estudio de la variación del enrojecimiento con la distancia es un paso necesario, si no se quiere falsear notablemente la estadística (Van Rhijn, 1965; Mihalas, 1968).

5. La determinación de las magnitudes absolutas $M(G)$

Las magnitudes absolutas de las estrellas de la secuencia principal se han determinado como ya es costumbre en este tipo de trabajos. A cada estrella se le asigna la magnitud absoluta correspondiente al punto más próximo sobre la curva normal —en el DDC—, desplazada según la cuantía del exceso de color. La precisión de las magnitudes absolutas obtenidas de este modo puede estimarse únicamente. En primer lugar, no se conoce exactamente la dispersión del calibrado de la curva normal del DDC en magnitudes absolutas. Por el modo de llevarlo a cabo (Steinlin, 1968) a cada punto de la curva normal le corresponde un valor medio de $M(G)$, más bien que un valor fijo, bien determinado. Así que, por ejemplo, un error de medida de $\pm 0^m,04$ en los índices de color puede ocasionar un error en $M(G)$ comprendido entre $\pm 0^m,2$ y $\pm 0^m,5$ (Topaktas, 1975; Becker, 1972), dependiendo de la posición de la estrella en el DDC. Combinando este error con una estimación de la dispersión de las magnitudes absolutas sobre la curva normal, resulta un error, estimado por tanto, de $\pm 0^m,5$ a $\pm 0^m,7$. Hay que decir también, que no parece haber errores sistemáticos en el calibrado de la curva normal, que puedan afectar seriamente a las magnitudes absolutas (Steinlin, 1968).

Las estrellas dobles espectroscópicas no pueden identificarse, generalmente, en los DDC. Se las trata como individuales. Para sistemas binarios en que las componentes sean del mismo tipo espectral y clase de luminosidad, el error en la magnitud absoluta puede llegar a valer $0^m,75$ (Topaktas, 1975), siendo, sin embargo, el índice de color correcto. Para los sistemas formados por estrellas de diferentes tipos espectrales, el error en la magnitud absoluta de la componente más luminosa será menor; el índice de color resultará incorrecto esta vez. No puede decirse con qué frecuencia se presentan

Tabla 6

Densidad espacial (por pc^3), $\log D + 10$, de las estrellas de la secuencia principal con magnitudes absolutas comprendidas entre 0 y +2

Distancia (kpc)	n.º	$\log D + 10$	Distancia (kpc)	n.º	$\log D + 10$
0 a)	19	6.63	3,2 - 3,4	29	5,54
0,0 - 0,2	—	—	3,4 - 3,6	37	5,60
0,2 - 0,4	—	—	3,6 - 3,8	24	5,36
0,4 - 0,6	13	6,83	3,8 - 4,0	19	5,21
0,4 - 0,6	13	6,83	4,0 - 4,2	14	5,04
0,6 - 0,8	20	6,72	4,2 - 4,4	13	4,96
0,8 - 1,0	26	6,62	4,4 - 4,6	14	4,95
1,0 - 1,2	19	6,31	4,6 - 4,8	2	4,15
1,2 - 1,4	19	6,17	4,8 - 5,0	3	
1,4 - 1,6	15	5,94	5,0 - 5,2	—	3,67
1,6 - 1,8	30	6,13	5,2 - 5,6	2	
1,8 - 2,0	20	5,86	5,4 - 5,6	2	
2,0 - 2,2	24	5,85			
2,2 - 2,4	31	5,88	5,6 - 5,8	—	
2,4 - 2,6	38	5,90	5,8 - 6,0	1	
2,6 - 2,8	45	5,91	6,0 - 6,2	1	3,45
2,8 - 3,0	30	5,67	6,2 - 6,4	1	
3,0 - 3,2	33	5,65	6,4 - 6,6	1	

a) Valor para las proximidades del Sol (Glise, 1969).

estos sistemas entre las estrellas de nuestro campo. La posición de tales sistemas en los DDC y sus efectos pueden verse en Steinlin (1956).

El modo de asignar a cada estrella una magnitud absoluta puede, en algunos casos, no ser único (Becker, 1972). En concreto, en aquellas partes de la secuencia principal próximas a los valores $M(G) = 2$ y $M(G) = +4$. Afortunadamente se trabaja con grupos constituidos por muchas estrellas, de manera que esta falta de unicidad en la asignación de la magnitud absoluta puede compensarse estadísticamente, hasta cierto punto.

Otra fuente de ambigüedad la constituye el hecho de que para estrellas muy enrojecidas la intersección de la dirección de enroje-

«cimiento con la secuencia principal no está unívocamente determinada en todos los casos. En algunas partes de la secuencia principal pueden existir hasta tres posibilidades para el exceso de color y la magnitud absoluta (Becker, 1972). La solución, en cada caso particular, debe buscarse observando el comportamiento de otras estrellas en el mismo o en otros DDC. Una decisión equivocada conducirá a un punto que no verifique la función de enrojecimiento definida por las demás estrellas, lo que llevaría a su revisión y corrección inmediata. En cualquier caso, son raras las estrellas afectadas por esta ambigüedad, así que su influencia en los gradientes de densidad, o en la función de luminosidad, es despreciable.

Una vez determinadas las magnitudes absolutas de todas las estrellas-programa, como conocemos ya sus magnitudes aparentes, podemos determinar sus distancias a partir de los correspondientes módulos de distancia, corregidos de extinción interestelar. Disponiendo, entonces, de la magnitud absoluta y de la distancia de cada estrella, podemos efectuar la estadística y obtener las funciones de densidad y de luminosidad (Becker, 1962; Van Rhijn, 1965; Sobolev, 1962).

6. Las funciones de densidad de las gigantes rojas

En la tabla 7 pueden verse las funciones de densidad de cada uno de los dos tipos de gigantes, así como la definida por ambos tipos juntos (ver figs. 5 y 7). Se aprecia la diferente distribución espacial de ambos grupos, «d» e «i». El gradiente es más pronunciado para las gigantes «i», siendo aproximadamente constante para las «d». Resultados similares se han encontrado en otros campos de anticentro (Becker y Fang, 1973; Hersperger, 1973; Gschwind, 1975; Topaktas, 1975).

No podemos asegurar nada sobre la correlación que parece existir entre las estrellas gigantes y la materia interestelar causante del enrojecimiento (Becker y Fang, 1973), sobre todo porque nuestra magnitud límite es más baja y el número de gigantes «d» pequeño comparado con los encontrados en otros trabajos. La mayoría de las gigantes «d» encontradas en nuestro campo se encuentran situadas por detrás, desde luego, de la primera capa de absorción y delante de la segunda. Lo que sí es cierto, es que algunas de ellas per-

tenecen al brazo espiral de Perseo (a partir de los 2 kpc, aproximadamente).

T a b l a 7

Densidad espacial (por pc³), log D + 10, de ambos tipos de estrellas gigantes rojas (d = lado derecho, i = lado izquierdo)

Distancia (kpc)	Gigantes "d"		Gigantes "i"		Todas "d + i"	
	n.º	log D + 10	n.º	log D + 10	n.º	log D + 10
0 a)	20	6,64	20	6,64	20	6,64
0,0 - 0,2	—		1		1	6,99
0,2 - 0,4	—		2		2	6,45
0,4 - 0,6	1	4,90	11	6,42	12	6,79
0,6 - 0,8	—		11		11	6,46
0,8 - 1,0	—		9		9	6,16
1,0 - 1,2	—		21		21	6,35
1,2 - 1,4	1	4,69	10	5,99	11	5,93
1,4 - 1,6	—		15		15	5,94
1,6 - 1,8	2		15		17	5,88
1,8 - 2,0	1		22		20	5,84
2,0 - 2,2	2	4,97	22	5,72	24	5,85
2,2 - 2,4	7		16		23	5,75
2,4 - 2,6	4		23		27	5,75
2,6 - 2,8	8		22		30	5,73
2,8 - 3,0	11	5,29	12	5,44	23	5,55
3,0 - 3,2	23		20		43	5,77
3,2 - 3,4	12		23		35	5,62
3,4 - 3,6	14		19		33	5,55
3,6 - 3,8	12	4,99	7	4,99	19	5,26
3,8 - 4,0	13		9		22	5,27
4,0 - 4,2	4		8		12	4,97
4,2 - 4,4	9		8		17	5,08
4,4 - 4,6	9	4,58	2	4,23	11	4,85
4,6 - 4,8	5		1		6	4,55
4,8 - 5,0	2		—		2	
5,0 - 5,2	1	3,86	1	3,38	2	3,98
5,2 - 5,4	2		2		2	

a) Valor para las proximidades del Sol (Glise, 1969).

En la figura 5 (parte superior) puede verse cómo varía la función de densidad de todas las gigantes con la distancia. Con el símbolo

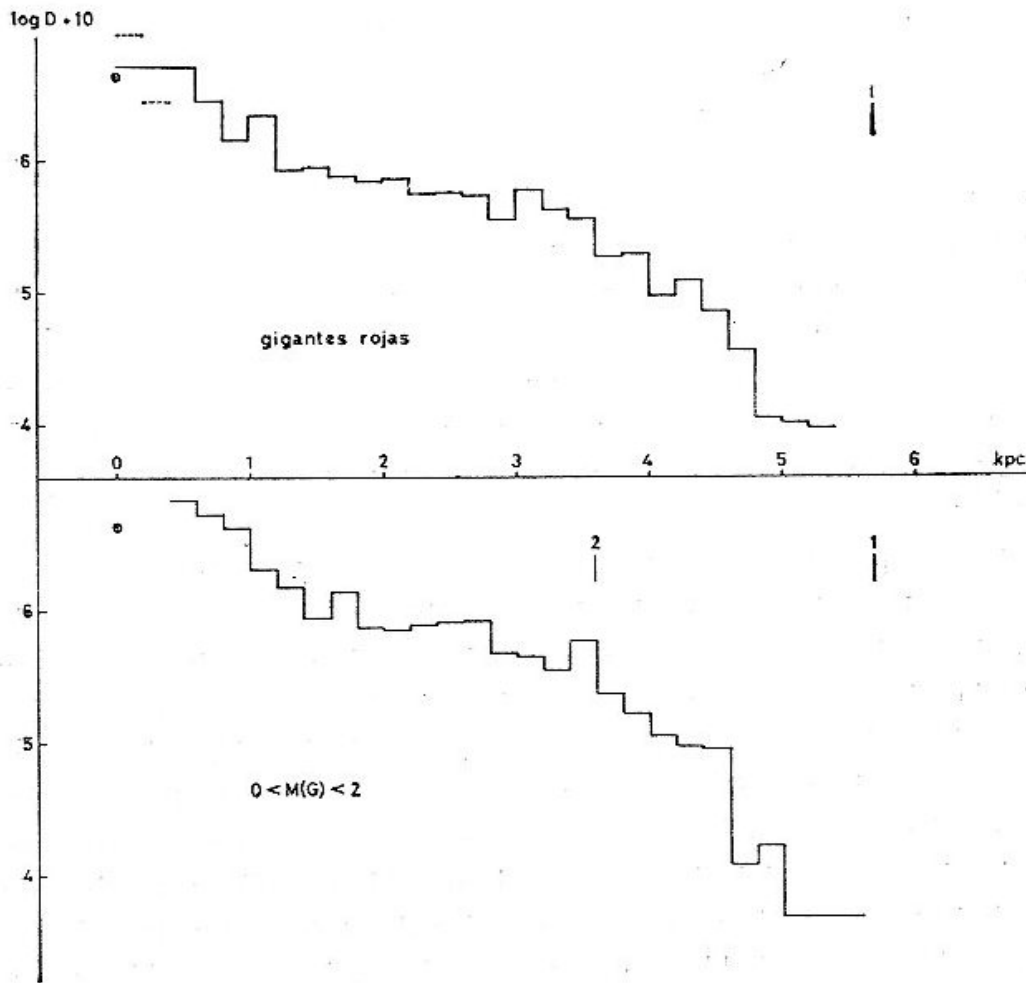


Fig. 5.—Funciones de densidad de las gigantes rojas y de las estrellas de la secuencia principal con $0 < M(G) < 2$.

“⊙” indicamos el valor de la densidad correspondiente a las proximidades del Sol (aproximadamente, una esfera centrada en el Sol, de 22 pc de radio; Gliese, 1969). La aparente constancia entre 0 y 0,6 kpc se debe a que hemos intentado compensar el efecto de los volúmenes pequeños (ver sección 1). Al intervalo espacial comprendido entre 0 y 0,2 kpc le corresponde un volumen tan pequeño que basta la presencia de una sola estrella para elevar la densidad considerablemente. En el siguiente intervalo, el volumen aumenta en un factor de 8 respecto al primero; sin embargo, es todavía lo bastante pequeño como para que no aparezcan muchas estrellas, con lo cual la densidad baja considerablemente también. Las líneas a trazos de la figura ilustran lo que acabamos de decir. Por eso hemos calculado

la densidad para el intervalo que se extiende desde 0 a 0,6 kpc. De cualquier modo se observan densidades superiores a las encontradas en las proximidades del Sol. Este resultado coincide con el de McCuskey (1965) bastante bien (fig. 10b). El gradiente es prácticamente el mismo en ambos casos.

Puede observarse, además, en la figura 5 la constancia del gradiente entre, aproximadamente, 1 y 2,8 kpc. La dirección de nuestro campo intersecta al brazo espiral de Perseo a unos 1,8 kpc abandonándolo a unos 3 kpc, aproximadamente. Este hecho parece quedar débilmente reflejado en la variación de la densidad. Bien es verdad, que no puede hablarse de una correlación clara entre la concentración de estrellas, que se supone debe acompañar a un brazo espiral, y las funciones de densidad determinadas (Becker, 1972). Sin embargo, hay que resaltar, que el brazo espiral de Perseo está muy poco definido hacia el anticentro galáctico; no sucede como con el brazo espiral de Sagitario, muy abundante en objetos de todo tipo y, por tanto, muy bien definido hacia el centro de la Galaxia.

Al determinar estas funciones de densidad, no se ha tenido en cuenta la dispersión de las magnitudes absolutas en torno al valor medio adoptado, $M(G) = +1^m,0$. El valor de la dispersión no se conoce. McCuskey (1966) supuso una dispersión de $\pm 0^m,6$ en $M(V)$; la dispersión de $M(G)$ puede esperarse, entonces, será menor porque depende de menos del tipo espectral que $M(V)$. De acuerdo con Gschwind (1975) puede aceptarse un valor de $\pm 0^m,5$, aunque el verdadero valor sea probablemente menor. No se han corregido, pues, las funciones de densidad por este efecto. La experiencia demuestra (Gschwind, 1975; Topaktas, 1975) que cuando los gradientes de densidad tienen este carácter monótono, las correcciones suavizan las fluctuaciones sin cambiar el gradiente.

7. Las funciones de densidad de las estrellas de la secuencia principal

Se determinaron para diferentes intervalos de magnitudes absolutas. En todos los intervalos considerados, los límites hasta los que pueden considerarse completas las funciones de densidad están bien definidos. En las figuras 5 y 6 se han señalado estos límites con trazos verticales, llevando encima el correspondiente valor de la magnitud absoluta. La obtención es muy sencilla: dada una magnitud límite

$m_{lim.}$ y una absorción interestelar $A(d, M)$, puede determinarse a qué distancia dejarán de verse las estrellas de una magnitud absoluta dada:

$$m_{lim.} - M - A(d, M) = 5 \cdot \log d - 5,$$

siendo d la distancia. De este modo hemos determinado estos límites («completeness limits», «Vollständigkeitsgrenze»).

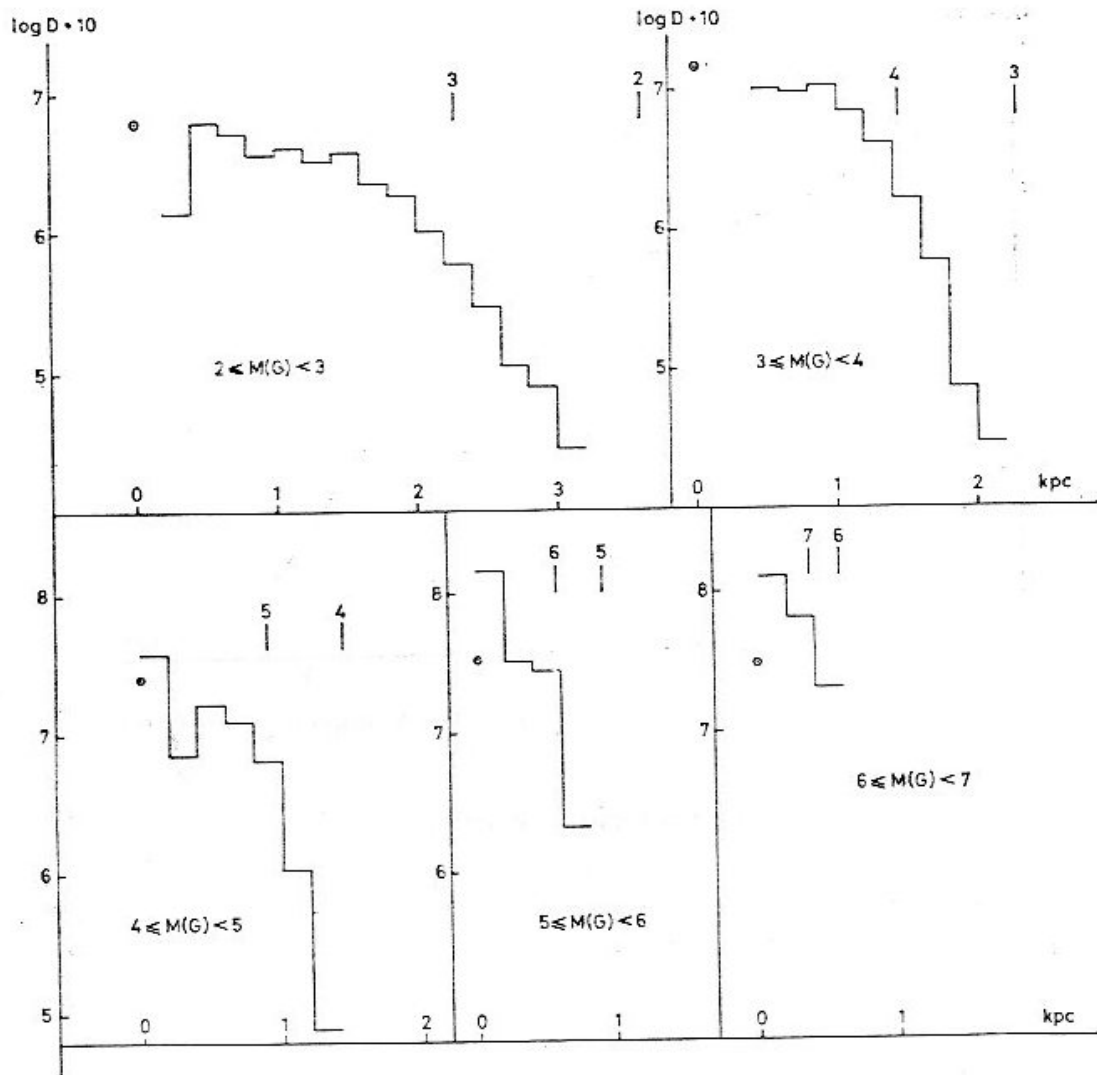


Fig. 6.—Funciones de densidad de las estrellas de la secuencia principal.

En la tabla 6 se dan los valores de las densidades para las estrellas cuya magnitud absoluta está comprendida entre 0 y + 2. En la figura 5 puede verse la gráfica correspondiente. Es interesante notar que su comportamiento es muy similar al de las gigantes, incluso con esa constancia del gradiente hasta 2,8 kpc. Esta circunstancia se da en

otros campos de la Galaxia, la distribución espacial parecida de las gigantes rojas y de las estrellas tipo A0.

Nuestros resultados concuerdan también con los obtenidos por McCuskey (1965) (fig. 10a). Nuestras densidades son más altas debido a que los límites establecidos —en $M(G)$ — para los dos grupos que se comparan no son los mismos. En el sistema R G U se asigna a las estrellas de tipo espectral B8 una $M(G) = -0,1$, y a las A0 una

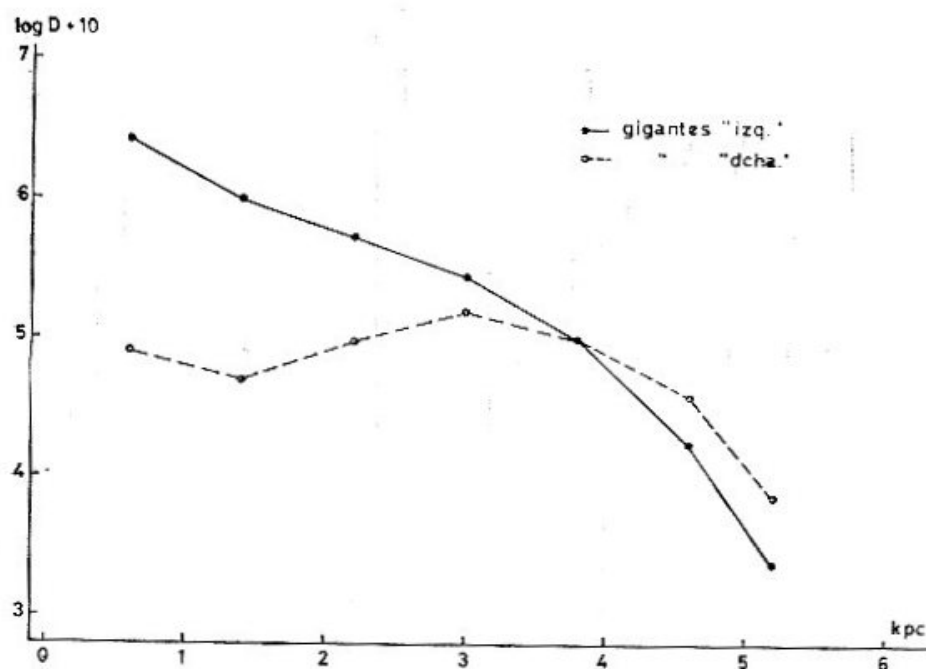


Fig. 7.—Funciones de densidad de las estrellas gigantes «d» e «i».

$M(G) = +1,2$. Hemos preferido comparar el grupo completo ($0 < M(G) < 2$) para no tener que manipular la función de densidad, ya que tampoco se ha corregido por la dispersión de las magnitudes absolutas, dado el carácter del gradiente.

En la figura 6 pueden verse las funciones de densidad para los restantes grupos de estrellas, y en la tabla 8 los correspondientes valores numéricos. Para el grupo con $2 \leq M(G) < 3$, el gradiente es similar al anterior, mostrando un carácter monótono hasta sobrepasar los 2 kpc donde empiezan a faltar las estrellas de $M(G) < 3$. Igualmente, se ha señalado en cada caso el valor de la densidad para el entorno solar (Gliese, 1969).

En el intervalo $3 \leq M(G) < 4$, el gradiente es, más o menos, constante a distancias menores de 1 kpc, disminuyendo luego de un modo regular hasta el primer límite. En el caso de las estrellas del intervalo

$4 \leq M(G) < 5$ volvemos a ver el efecto de los volúmenes pequeños en las proximidades del Sol. Los dos últimos grupos, correspondientes a los intervalos $5 \leq M(G) < 6$ y $6 \leq M(G) < 7$, muestran un comportamiento diferente al de los otros grupos. En ambos grupos empiezan ya a faltar estrellas a distancias cada vez más próximas al Sol. En este aspecto, recuerdan nuestros resultados los de Topaktas (1975) para los mismos grupos de magnitudes absolutas, es decir, abundancia de objetos poco luminosos —absolutamente— a unos pocos cientos de parsecs del Sol.

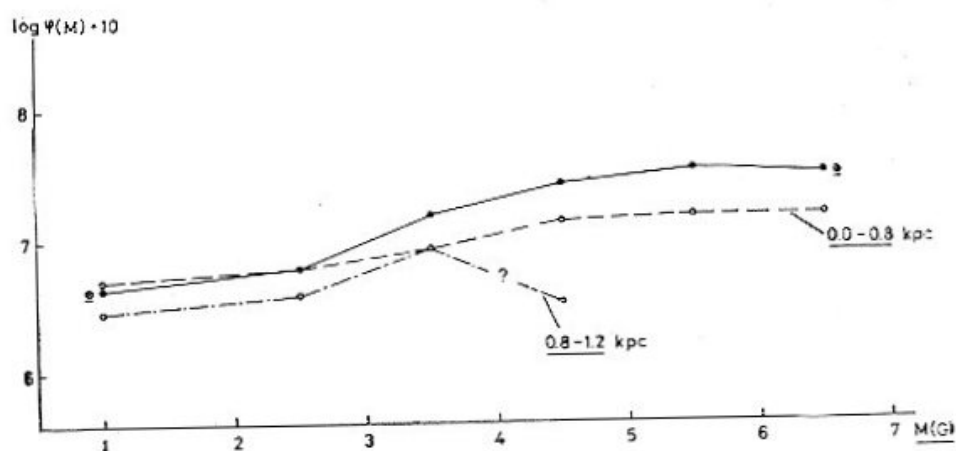


Fig. 9.—Funciones de luminosidad.

En todos los casos la extrapolación al entorno solar resulta aceptable, exceptuando, quizá, los grupos que tienen $M(G) > 5$. Sin embargo, el número de estas estrellas —15 ó 13— no es demasiado grande. Para la discusión las estrellas resultan tanto menos interesantes cuanto más absolutamente débiles son.

Todos los grupos se han comparado con los resultados de McCuskey (1965). En la figura 10c, lo hacemos para las estrellas de tipos espectrales comprendidos entre A2 y A5 ($M(G) = 1,7$ y $2,2$, respectivamente) cuyas densidades determinó McCuskey hasta una distancia de 1 kpc solamente, y las estrellas de nuestro intervalo $2 \leq M(G) < 3$. La concordancia es satisfactoria. El caso de la figura 10d ha sido excepcional. Se trata del único caso en que coinciden los límites de las magnitudes absolutas de los dos grupos que se comparan, pues en el sistema R G U se asigna a las estrellas de tipo espectral F0 una $M(G) = +3$ y a las de tipo espectral F5 una magnitud absoluta $M(G) = +4$. En las figuras 11a, 11b y 11c pueden verse los resultados de las restantes comparaciones. McCuskey engloba sus resultados

en una zona muy amplia del ecuador galáctico ($44^\circ < l^{\text{II}} < 232^\circ$), indicando el gradiente medio y los valores máximo y mínimo. Las discrepancias surgen, especialmente, dentro de los primeros 200 pc, don-

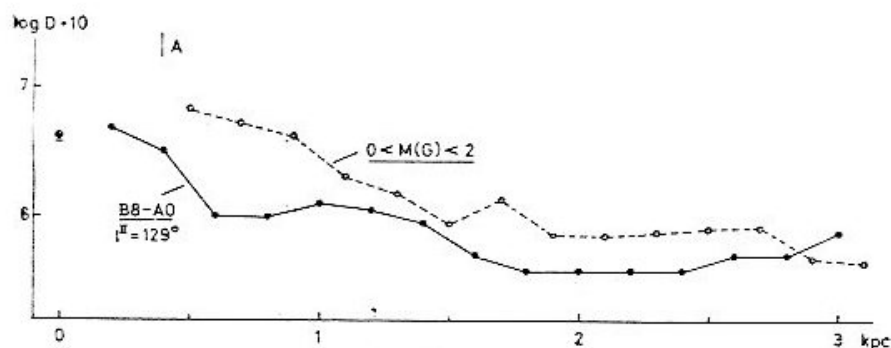


Fig. 10a

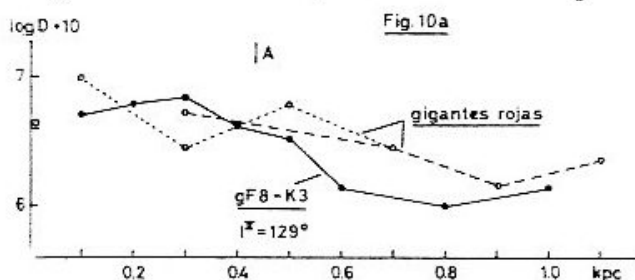


Fig. 10b

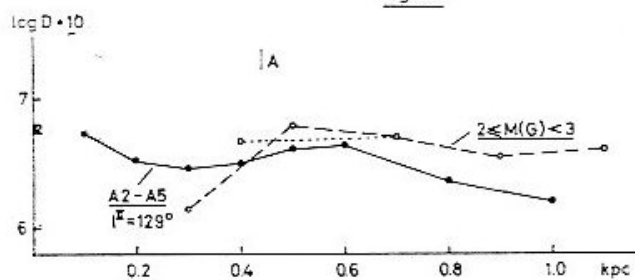


Fig. 10c

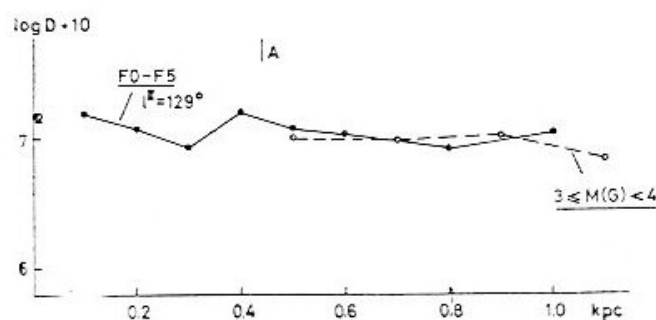


Fig. 10 a, 10 b, 10 c y 10 d.—Comparación con los resultados de McCuskey (1965).
Líneas de trazo continuo = McCuskey, a trazos = nuestros resultados.

de se pone más de manifiesto el efecto de los volúmenes pequeños. Por todo lo demás cabe decir, que es notable la coincidencia de los resultados, hasta donde lo permiten los límites de las funciones de

densidad, de dos trabajos realizados en distintas condiciones y con métodos diferentes.

Se pueden distinguir dos tipos de estrellas muy enrojecidas en nuestro campo. Uno de ellos forma una especie de grupo compacto

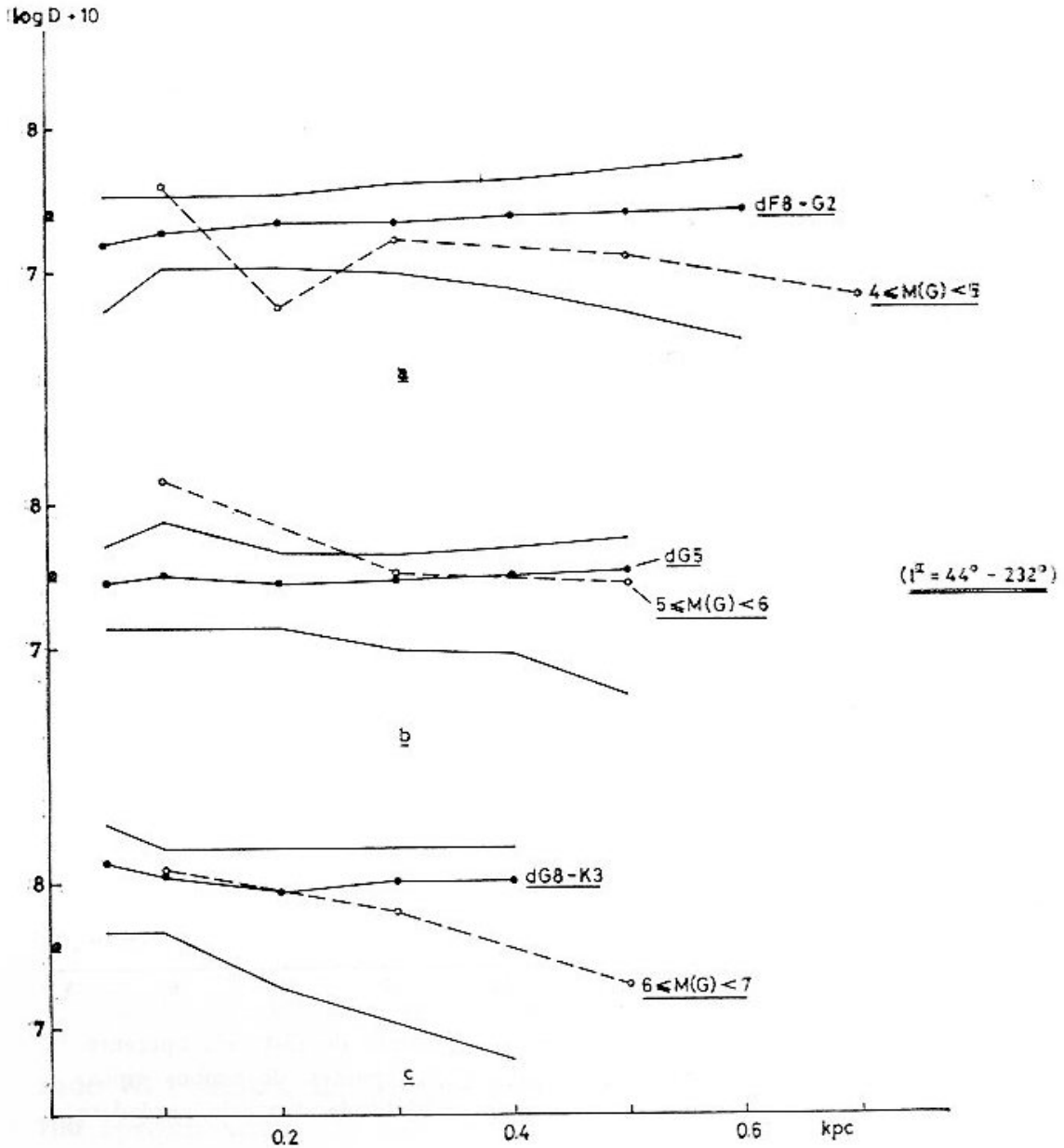


Fig. 11.—Comparación con los resultados de McCuskey (1965). Líneas de trazo continuo = McCuskey, a trazos = nuestros resultados.

en la mayoría de los DDC, el otro tipo se distribuye en una franja de enrojecimiento creciente con la distancia. Ya hemos apuntado anteriormente, que no es posible discutir estas estrellas sin que aparezcan inevitablemente contradicciones respecto a las anteriores. De todos

modos las que forman grupo compacto pueden discutirse más fácilmente que las otras, las cuales se han eliminado de la discusión. En la figura 13 pueden verse las funciones de densidad para las primeras. Los valores para el entorno solar son de Van Rhijn (1965), determi-

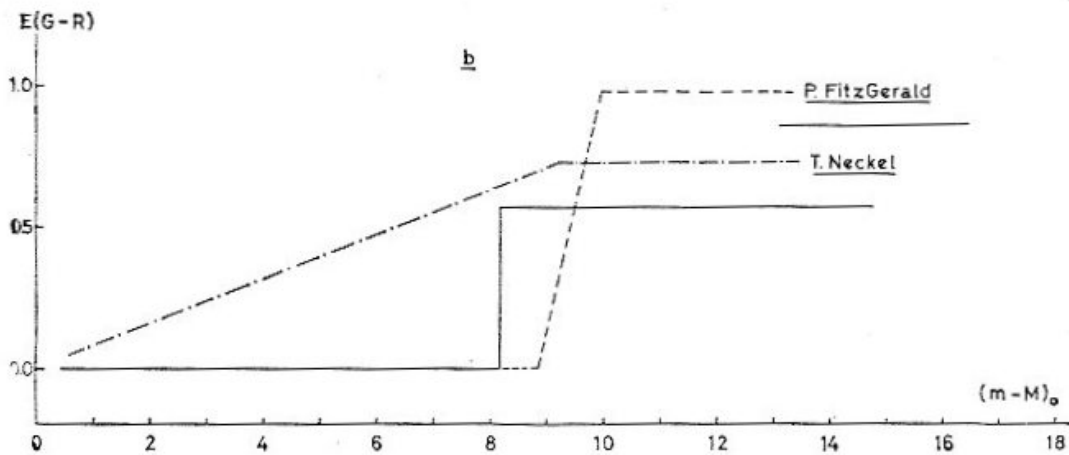
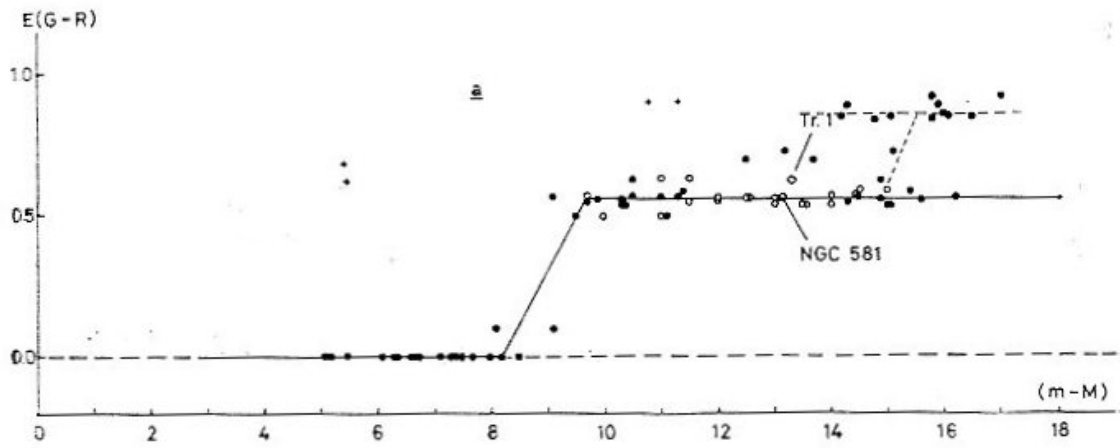


Fig. 12 a.—Exceso de color en función del módulo de distancia aparente.

● = estrellas de la secuencia principal; ○ = gigantes de ambos tipos.

Fig. 12 b.—Exceso de color en función del módulo de distancia verdadero.

nados a partir de su función de luminosidad para las M (G). Volviendo a estas últimas figuras, puede observarse para las estrellas cuya $M(G) < -2$, cómo los valores del entorno solar quedan algo por debajo de los más próximos de los nuestros. En los otros casos la extrapolación lleva de un modo aceptable a los valores de densidad válidos para las proximidades del Sol. Sería interesante estudiar nuevamente esta dirección pero con una magnitud límite mayor y menor

área, naturalmente, para ver qué indican realmente estas estrellas. Sería prematuro por nuestra parte afirmar con esta poca evidencia, que nuestra visual intercepta un nuevo brazo espiral

A continuación hacemos un balance de las estrellas que, por diversos motivos, se han eliminado de la estadística, lo cual podría modificar nuestros resultados de alguna manera. En total se han recha-

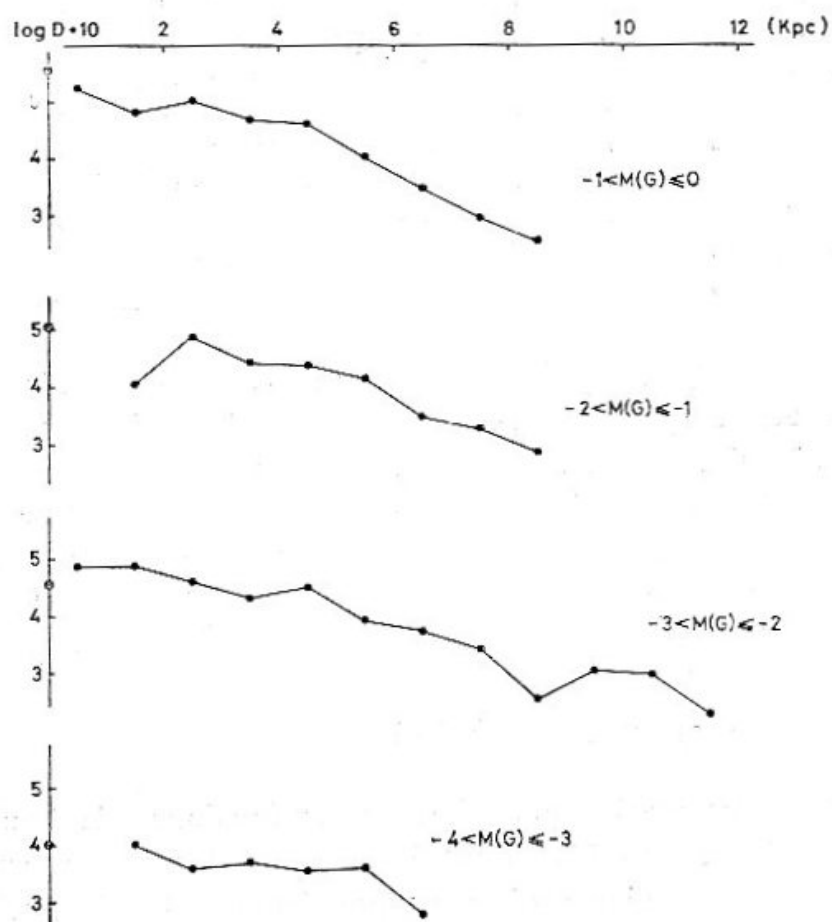


Fig. 13.—Funciones de densidad de las estrellas con $M(G) < 0$.

zado 86 estrellas, de las que 15 son blend. Esto supone un 3,5 por 100 aproximadamente del total (2.445). Las razones de haberlas eliminado han sido:

- 1.^a porque no se han encontrado en todo un grupo de placas; les falta, por lo tanto, una de las tres magnitudes R, G o U; en total 15 estrellas;
- 2.^a) por ser blend, mostrando una excesiva dispersión respecto a la curva normal del DDC; 15 en total, y
- 3.^a) por ocupar posiciones peculiares sin poderse decidir qué tipo

de objetos son o si realmente están afectadas por un enrojecimiento muy considerable, o, también, pueden tener una dispersión muy grande de sus medidas; 56 en total.

La distribución de estas estrellas según su magnitud aparente G es la siguiente (entre paréntesis figura el número de blend):

7 (—)	estrellas en el intervalo	$\leq G < 11$	(0,3 % del total)
1 (1)	»	$\leq G < 12$	(0,04 % »)
5 (2)	»	$\leq G < 12,5$	(0,2 % »)
2 (1)	»	$\leq G < 13$	(0,1 % »)
1 (—)	»	$\leq G < 13,5$	(0,04 % »)
3 (2)	»	$\leq G < 14$	(0,1 % »)
9 (2)	»	$\leq G < 14,5$	(0,4 % »)
24 (2)	»	$\leq G < 15$	(1 % »)
14 (5)	»	$\leq G < 15,5$	(0,6 % »)
5 (2)	»	$\leq G < 16$	(0,2 % »)

Las 15 estrellas que, por faltarles medidas en todas las placas de un mismo color, no pudieron representarse en los DDC, suponen un 0,6 por 100 del total de estrellas seleccionadas (2.445).

Las estrellas eliminadas presentan una distribución bastante uniforme por todo el campo. Podemos pensar, entonces, que su exclusión de la estadística no afectará los resultados de un modo notable.

8. Las funciones de luminosidad

Los datos necesarios para formar las funciones de luminosidad se han tomado de las tablas 6 y 8. En la figura 9 se han representado dos funciones de luminosidad, correspondientes a las distancias comprendidas entre 0 y 0,8 kpc, y entre 0,8 y 1,2 kpc. La primera tiene un gradiente menos pronunciado que la correspondiente al entorno solar —también representada en la figura 9 (Gliese, 1969)—; las densidades de las estrellas absolutamente más luminosas superan los valores alcanzados cerca del Sol.

En el segundo intervalo espacial, entre 0,8 y 1,2 kpc, la función de luminosidad presenta, hasta donde empieza a notarse la falta de información ocasionada por la desaparición de las estrellas de una determinada magnitud absoluta, el mismo gradiente que la del entorno solar, aunque con densidades más bajas. A distancias todavía mayores, la mencionada falta de información en los intervalos nos ha impedido determinar más funciones de luminosidad.

Sería prematuro decidir, en este punto, si las diferencias apreciadas en las funciones de luminosidad son ficticias o, por el contrario, reales. Hasta que no se hayan completado más estudios, en las dos versiones (ver sección 1), por todo el anticentro, no será posible una síntesis de todos los resultados, y un análisis detallado de lo conseguido por el programa de investigación.

Tabla 8

Densidad espacial (por pc³), log D + 10, de las estrellas de la secuencia principal, para diferentes intervalos de magnitudes absolutas

Distancia (Kpc)	$2 \leq M(G) < 3$		$3 \leq M(G) < 4$		$4 \leq M(G) < 5$		$5 \leq M(G) < 6$		$6 \leq M(G) < 7$	
	n.º	log D + 10	n.º	log D + 10	n.º	log D + 10	n.º	log D + 10	n.º	log D + 10
0 a)	27	6,78	67	7,18	117	7,41	148	7,52	136	7,48
0 0 - 0,2	—	—	—	—	4	7,59	15	8,17	13	8,10
0,2 - 0,4	1	6,14	—	—	4	6,75	24	7,52	46	7,81
0,4 - 0,6	12	6,79	20	7,01	32	7,22	55	7,45	39	7,30
0,6 - 0,8	19	6,70	37	6,99	48	7,10	8	6,32		
0,8 - 1,0	22	6,55	63	7,03	40	6,81				
1,0 - 1,2	37	6,60	66	6,85	10	6,03				
1,2 - 1,4	42	6,51	54	6,62	1	4,89				
1,4 - 1,6	64	6,57	29	6,22						
1,4 - 1,6	64	6,57	29	6,22						
1,6 - 1,8	60	6,43	13	5,77						
1,8 - 2,0	52	6,27	2	4,86						
2,0 - 2,2	34	6,00	1	4,47						
2,2 - 2,4	24	5,77								
2,4 - 2,6	14	5,46								
2,6 - 2,8	6	5,03								
2,8 - 3,0	5	4,89								
3,0 - 3,2	2	4,43								

a) Valor aceptado para las proximidades del Sol (Gliese, 1969).

Deseo expresar mi sincero agradecimiento al Prof. Dr. D. José María Torroja que sugirió y supervisó este trabajo; al Prof. Dr. W. Becker por toda la colaboración prestada y su valioso asesoramiento; y, por último, al Schweizerischer Nationalfonds zur Förde-

zung der Wissenschaftlichen Forschung por la financiación de mis viajes y estancias en Basilea.

Bibliografía

- Becker, W. 1962. *Z. Astrophys.*, **54**, 155.
 — — 1963. Stars and Stellar Systems. Univ. of Chicago Press, vol. III, Basic Astronomical Data, p. 241.
 — — 1972. *Quarterly J. Roy. Astron. Soc.*, **13**, 226.
 — — y Beber, C. 1956. *Z. Astrophys.*, **41**, 52.
 — — y Fang, Ch. 1973. *Astron. Astrophys.*, **22**, 187.
 — — y Steinlin, U. 1956. *Z. Astrophys.*, **39**, 188.
 Blaauw, A. 1965. Stars and Stellar Systems, Univ. of Chicago Press, vol. V, Galactic Structure, p. 435.
 Burkhead, M. y Seeds, M. 1971. *A. A. S. Photo-Bull.*, n.º 1.
 Gliese, W. 1969. *Astron. Rechen-Inst. Heidelberg, Mitt. A*, n.º 8.
 — — 1969. *Veröffentl. Astron. Bechen-Inst. Heidelberg*, n.º 22.
 Golay, M. 1971. *Photometrie Astronomique*, Publ. Obs. Geneve.
 Gschwind, P. 1975. *Astron. Astrophys. Suppl.*, **19**, 281.
 Hardorp, J. 1960. *Astron. Abhandl. Sternwarte Hamburg* 5, n.º 7.
 Hersperger, Th. 1973. *Astron. Astrophys.*, **22**, 195.
 Hoag, A. A., Johnson, H. L., Iriarte, B., Mitchel, R. I., Hallam, K. L. y Sharpless, S. 1961. *Publ. U. S. Naval Obs.*, 2nd series, vol. 17, part 7.
 Johnson, H. L. y Morgan, W. W. 1953. *Astrophys. J.*, **117**, 313.
 McCuskey, S. W. 1965. Stars and Stellar Systems, Univ. of Chicago Pres, vol. V, Galactic Structure, p. 1.
 Mihalas, D. 1968. *Galactic Astronomy*, W. H. Freeman and Co. S. Francisco, p. 47.
 Neckel, Th. 1966. *Z. Astrophys.*, **63**, 221.
 — — 1967. *Veröffentl. Landessternwarte Heidelberg*, n.º 19.
 Pesch, P. 1960. *Astrophys. J.*, **132**, 696.
 Pim FitzGerald, M. 1968. *Astron. J.*, **73**, n.º 10, part 1.
 Purgathofer, A. 1961. *Ann. Wien.*, vol. 26, 2.
 Schaltenbrand, R. A. 1974. *Astron. Astrophys. Suppl.*, **18**, 27.
 Sharpless, S. 1963. Stars and Stellar Systems, Univ. of Chicago Press, vol. III. Basic Astronomical Data, p. 225.
 — — 1965. Stars and Stellar Systems, Univ. of Chicago Press, vol. V, Galactic Structure, p. 131.
 Sobolev, V. V. 1969. *Physics of Stars and Stellar Systems*, Israel Program for Scientific Translations, Jerusalem, p. 443.
 Steinlin, U. 1956. *Z. Astrophys.*, **39**, 210.
 — — 1968. *Astrophys.*, **69**, 276.
 Stock, J. y Williams, A. D. 1962. Stars and Stellar Systems, Univ. of Chicago Press, *Astronomical Techniques*, p. 374.
 Topaktas, L. 1975. *Astron. Astrophys. Suppl.*, **20**, 269.

PUBLICACIONES DEL SEMINARIO DE ASTRONOMIA Y GEODESIA DE LA UNIVERSIDAD DE MADRID

- 1.—Efe­mé­ri­des de 63 Asteroides para la oposición de 1950 (1949).
- 2.—E. PAJARES: Sobre el cálculo gráfico de valores medios (1949).
- 3.—J. PENSADO: Órbita del sistema visual σ^2 U Maj (1950).
- 4.—Efe­mé­ri­des de 79 Asteroides para la oposición de 1951 (1950).
- 5.—J. M. TORROJA: Corrección de la órbita del Asteroide 1305 «Aribeda» (1950).
- 6.—R. CARRASCO y J. M. TORROJA: Rectificación de la órbita del Asteroide 1371 «Resia» (1971).
- 7.—J. M. TORROJA y R. CARRASCO: Rectificación de la órbita del Asteroide 1560 (1942 XB) y efemérides para la oposición de 1951 (1951).
- 8.—M. L. SIEGRIST: Órbita provisional del sistema visual Σ 728-32 Orionis (1951).
- 9.—Efe­mé­ri­des de 79 Asteroides para la oposición de 1952 (1951).
- 10.—J. PENSADO: Órbita provisional de Σ 1883 (1951).
- 11.—M. L. SIEGRIST: Órbita provisional del sistema visual Σ 2052 (1952).
- 12.—Efe­mé­ri­des de 88 Asteroides para la oposición de 1953 (1952).
- 13.—J. PENSADO: Órbita de ADS 9380 = Σ 1879 (1952).
- 14.—F. ALCÁZAR: Aplicaciones del Radar a la Geodesia (1952).
- 15.—J. PENSADO: Órbita de ADS 11897 = Σ 2438 (1952).
- 16.—B. RODRÍGUEZ-SALINAS: Sobre varias formas de proceder en la determinación de períodos de las marcas y predicción de las mismas en un cierto lugar (1952).
- 17.—R. CARRASCO y M. PASCUAL: Rectificación de la órbita del Asteroide 1528 «Conrada» (1953).
- 18.—J. M. GONZÁLEZ-ABOIN: Órbita de ADS 1709 = Σ 228 (1953).
- 19.—J. BALTÁ: Recientes progresos en Radioastronomía. Radiación solar hiperfrecuente (1953).
- 20.—J. M. TORROJA y A. VÉLEZ: Corrección de la órbita del Asteroide 1452 (1938 DZ₁) (1953).
- 21.—J. M. TORROJA: Cálculo con Cracovianos (1953).
- 22.—S. AREND: Los polinomios ortogonales y su aplicación en la representación matemática de fenómenos experimentales (1953).
- 23.—J. M. TORROJA y V. BONGERA: Determinación de los instantes de los contactos en el eclipse total de Sol de 25 de febrero de 1952 en Cogo (Guinea Española) (1954).
- 24.—J. PENSADO: Órbita de la estrella doble Σ 2 (1954).
- 25.—J. M. TORROJA: Nueva órbita del Asteroide 1420 «Radcliffe» (1954).
- 26.—J. M. TORROJA: Nueva órbita del Asteroide 1537 (1942 AD) (1954).
- 27.—R. CARRASCO y M. L. SIEGRIST: Rectificación de la órbita del Asteroide 1290 «Albertine» (1954).
- 28.—J. PENSADO: Distribución de los períodos y excentricidades y relación período-excentricidad en las binarias visuales (1955).
- 29.—J. M. GONZÁLEZ-ABOIN: Nueva órbita del Asteroide 1372 «Haremari» (1955).
- 30.—M. DE PASCUAL: Rectificación de la órbita del Asteroide 1547 (1929 CZ) (1955).
- 31.—J. M. TORROJA: Órbita del Asteroide 1554 «Yugoslavia» (1955).
- 32.—J. PENSADO: Nueva órbita del Asteroide 1401 «Lavonne» (1956).
- 33.—J. M. TORROJA: Nuevos métodos astronómicos en el estudio de la figura de la Tierra (1956).
- 34.—D. CALVO: Rectificación de la órbita del Asteroide 1466 «Mündleria» (1956).
- 35.—M. L. SIEGRIST: Rectificación de la órbita del Asteroide 1238 «Predappia» (1956).
- 36.—J. PENSADO: Distribución de las inclinaciones y de los polos de las órbitas de las estrellas dobles visuales (1956).
- 37.—J. M. TORROJA y V. BONGERA: Resultados de la observación del eclipse total de Sol de 30 de junio de 1954 en Sydkoster (Suecia) (1957).
- 38.—ST. WIERZBINSKI: Solution des équations normales par l'algorithme des cracoviens (1958).
- 39.—J. M. GONZÁLEZ-ABOIN: Rectificación de la órbita del Asteroide 1192 «Prisma» (1958).
- 40.—M. LÓPEZ ARROYO: Sobre la distribución en longitud heliográfica de las manchas solares (1958).
- 41.—F. MÚGICA: Sobre la ecuación de Laplace (1958).

(continúa en la tercera de cubierta)

- 42.—F. MARTÍN ASÍN: Un estudio estadístico sobre las coordenadas de los vértices de la triangulación de primer orden española (1958).
- 43.—ST. WIERZBINSKI: Orbite Améliorée de h 4530 = γ Cen = Cpd —48°, 4965 (1958).
- 44.—D. CALVO BARRENA: Rectificación de la órbita del Asteroide 1164 «Kobolda» (1958).
- 45.—M. LÓPEZ ARROYO: El ciclo largo de la actividad solar (1959).
- 46.—F. MÚGICA: Un nuevo método para la determinación de la latitud (1959).
- 47.—J. M. TORROJA: La observación del eclipse de 2 de octubre de 1959 desde El Aaiun (Sahara) (1960).
- 48.—J. M. TORROJA, P. JIMÉNEZ-LANDI y M. SOLÍS: Estudio de la polarización de la luz de la corona solar durante el eclipse total de Sol del día 2 de octubre de 1959 (1960).
- 49.—E. PAJARES: Sobre el mecanismo diferencial de un celóstato (1960).
- 50.—J. M. GONZÁLEZ-ABOIN: Sobre la diferencia entre los radios vectores del elipsoide internacional y el esferoide de nivel (1960).
- 51.—J. M. TORROJA: Resultado de las observaciones del paso de Mercurio por delante del disco solar del 7 de noviembre de 1960 efectuadas en los observatorios españoles (1961).
- 52.—F. MÚGICA: Determinación de la latitud por el método de los verticales simétricos (1961).
- 53.—M. LÓPEZ ARROYO: La evolución del área de las manchas solares (1962).
- 54.—F. MÚGICA: Determinación simultánea e independiente de la latitud y longitud mediante verticales simétricos (1962).
- 55.—P. DíEZ-PICAZO: Elementos de la órbita de la variable eclipsante V 499 Scorpionis (1964).
- 56.—J. M. TORROJA: Los Observatorios Astronómicos en la era espacial (1965).
- 57.—F. MARTÍN ASÍN: Nueva aportación al estudio de la red geodésica de primer orden española y su comparación con la red compensada del sistema europeo (1966).
- 58.—F. SÁNCHEZ MARTÍNEZ: La Luz Zodiacal. Luz del espacio interplanetario (1966).
- 59.—J. M. GONZÁLEZ-ABOIN: Variaciones de las coordenadas geodésicas de los vértices de una red, por cambio de elipsoide de referencia (1966).
- 60.—F. SÁNCHEZ MARTÍNEZ y R. DUMONT: Fotometría absoluta de la raya verde y del continuo atmosférico en el Observatorio Astronómico del Teide (Tenerife), de enero de 1964 a julio de 1965 (1967).
- 61.—M. REGO: Estudio del espectro de la estrella 31 Aql. en la región $\lambda\lambda$ 4000 6600 Å (1969).
- 62.—C. MACHÍN: Mareas terrestres (1969).
- 63.—J. M. TORROJA: La estación para la observación de satélites geodésicos de la Facultad de Ciencias de la Universidad de Madrid (1969).
- 64.—M. J. SEVILLA: Reducción automática de posiciones de estrellas (1970).
- 65.—J. M. TORROJA: Memoria de las actividades del Seminario de Astronomía y Geodesia de la Facultad de Ciencias de la Universidad de Madrid en 1969 (1970).
- 66.—M. J. SEVILLA: Los cálculos de estación en triangulación espacial (1970).
- 67.—MANUEL E. REGO: Determinación de las abundancias de los elementos en la atmósfera de la estrella de alta velocidad 31 Aql. (1970).
- 68.—M. J. FERNÁNDEZ-FIGUEROA: Análisis cualitativo del espectro de la estrella peculiar HD 18474 (1971).
- 69.—J. M. TORROJA: Memoria de las actividades del Seminario de Astronomía y Geodesia de la Universidad Complutense de Madrid en 1970 (1971).
- 70.—R. VIEIRA y R. ORTIZ: Descripción de un aparato para medidas de coordenadas (1971).
- 71.—J. M. TORROJA: Memoria de las actividades del Seminario de Astronomía y Geodesia de la Universidad Complutense de Madrid en 1971 (1972).
- 72.—M. J. FERNÁNDEZ-FIGUEROA: Observación y estudio teórico del espectro de la estrella peculiar HD 18474 (1972).
- 73.—M. J. SEVILLA: Cálculo de las constantes de distorsión y parámetros del disco obturador para cámaras balísticas (1973).
- 74.—R. PARRA y M. J. SEVILLA: Cálculo de efemérides y previsiones de pasos de satélites geodésicos (1973).
- 75.—M. REGO y M. J. FERNÁNDEZ-FIGUEROA: Resultado de las observaciones de α Peg efectuadas desde el satélite europeo TD1 (1973).
- 76.—E. SIMONNEAU: Problemas en la determinación de abundancias de elementos en las estrellas en condiciones de equilibrio termodinámico local y alejadas del equilibrio termodinámico local (1974).
- 77.—J. ARANDA: Construcción de modelos de estructura interna para estrellas en la secuencia principal inicial (1974).

- 78.—R. ORTIZ, M. SEVILLA y R. VIEIRA: Estudio de la calibración, técnica de medida y automatización de datos en un comparador para medidas de placas estelares (1974).
- 79.—M. J. SEVILLA: Método autocorrector para el cálculo de direcciones de satélites geodésicos y análisis de los errores en la restitución de un arco de órbita (1974).
- 80.—M. A. ACOSTA, R. ORTIZ y R. VIEIRA: Diseño y construcción de un fotómetro fotoeléctrico para la observación de ocultaciones de estrellas por la Luna (1974).
- 81.—T. J. VIVES, C. MORALES, J. GARCÍA-PELAYO y J. BARBERO: Fotometría fotográfica UBV del cúmulo galáctico King 19 (1974).
- 82.—R. ORTIZ y R. VIEIRA: Control automático en posición y tiempo de los sistemas de obturación de las cámaras de observación de satélites geodésicos (1975).
- 83.—J. M. TORROJA: Memoria de las actividades del Seminario de Astronomía y Geodesia de la Universidad Complutense de Madrid en 1972 y 1973 (1975).
- 84.—M. J. FERNÁNDEZ-FIGUEROA y M. REGO: α GrB en el ultravioleta lejano (1975).
- 85.—J. M. TORROJA, R. VIEIRA, R. ORTIZ y M. J. SEVILLA: Estudio de mareas terrestres en España (1975).
- 86.—M. J. SEVILLA y R. PARRA: Levantamiento gravimétrico de Lanzarote (1975).
- 87.—F. KUNDANMAL SUKHWANI: Modelos teóricos de curvas de luz. Su aplicación al sistema β Lyrae (1975).
- 88.—M. J. SEVILLA: Coordenadas astronómicas y geodésicas. Desviación relativa de la vertical (1975).
- 89.—C. TEJEDOR: Fotometría fotoeléctrica R. G. U. del cúmulo galáctico IC 2581 (1976).
- 90.—M. J. SEVILLA: Nuevos coeficientes para la reducción automática de posiciones de estrellas (1976).
- 91.—M. REGO: Técnicas observacionales en espectroscopía astrofísica (1976).
- 92.—M. J. SEVILLA: Determinación de la latitud de un lugar por distancias cenitales de la polar (método de Littrow) (1976).
- 93.—T. J. VIVES: Determinación fotométrica del tipo espectral de la componente desconocida de una estrella binaria eclipsante (1976).
- 94.—M. REGO y M. J. FERNÁNDEZ FIGUEROA: Contraste y determinación por métodos astrofísicos de fuerzas de oscilador (1977).
- 95.—M. J. SEVILLA y R. CHUECA: Determinación de acimutes por observación de la Polar. Método micrométrico. Programa de cálculo automático (1977).