

FACULTAD DE CIENCIAS

UNIVERSIDAD DE SANTIAGO

DEPARTAMENTO DE QUIMICA TECNICA

ANALISIS DE REACTORES TUBULARES POR RESPUESTA A IMPULSO

Memoria para optar al Grado de Doctor
en Ciencias, Sección de Químicas.

JOSE MANUEL GALLARDO ABUIN

ABRIL, 1972.

Dep. Legal: C. 135-1.972

Servicio de Mecanización de la Universidad-Santiago

DON GABRIEL TOJO BARREIRO, Catedrático Numerario y Director del Departamento de Química Técnica de la Facultad de Ciencias de la Universidad de Santiago de Compostela:

CERTIFICA :

Que la adjunta memoria titulada ANALISIS DE REACTORES TUBULARES POR RESPUESTA A IMPULSO, que para optar al Grado de Doctor en Ciencias, Sección de Químicas, presenta DON JOSE MANUEL GALLARDO ABUIN, ha sido realizada enteramente en el Departamento de Química Técnica de su cargo y bajo su inmediata dirección.

Y para que conste expide el presente certificado en Santiago de Compostela en abril de mil novecientos setenta y dos.

Esta Tesis Doctoral ha sido presentada el día 4 de Abril de 1.972, ante el
Tribunal compuesto por:

Presidente : Prof. Dr. Joaquín Ocón Garcia

Vocal : Prof. Dr. Francisco Bermejo Martínez

Vocal : Prof. Dr. José Ramón Masaguer Fernández

Vocal : Prof. Dr. Gabriel Tojo Barreiro

Secretario : Prof. Dr. Juan Pereda Marín

y ha merecido la calificación de SOBRESALIENTE CUM LAUDE.

AGRADECIMIENTOS

La presente Tesis Doctoral ha sido realizada bajo la dirección del profesor D. Gabriel Tojo, a quien expreso mi más sincero agradecimiento por la constante ayuda moral que me ha dispensado desde mi iniciación en esta rama de la Química, permitiéndome colaborar en tareas docentes, hasta la realización de la presente Tesis, que no me hubiera sido posible llevar a buen término sin sus acertados consejos y experiencia.

Al Claustro de Profesores de la Facultad de Ciencias de esta Universidad, que durante los cursos de Licenciatura y Doctorado han contribuido a mi formación científica.

Al Dr. M. Bao y a A. Blanco por su inestimable ayuda y colaboración prestada.

A todos aquéllos que directa o indirectamente han contribuido a la realización de este trabajo.

A mis padres

INTRODUCCION

El tamaño de un reactor químico puede estar condicionado por multitud de factores, además de los de tipo químico; así, la mezcla y el contacto alcanzados en función de características mecánicas, suelen modificar el comportamiento del reactor respecto al esperado admitiendo la hipótesis de mezcla ideal.

La importancia de los modelos de contacto ya fué sugerida por Bodenstein y Wolgast (1), al considerar distintos tipos de mezcla. Posteriormente, Forster y Geib (2) y Damkohler (3) han hecho estudios más detallados de las operaciones de mezcla sobre la base del modelo de dispersión axial; más tarde, MacMullin y Weber (4) iniciaron los estudios sobre reactores de mezclas. Sin embargo, no se han tenido en cuenta estos efectos en los procesos de diseño hasta la década de 1.950 en que aparecen múltiples trabajos sobre el tema, que se refieren a la determinación o predicción teórica de tipos de contacto en varios modelos de reactores.

Muchas de las publicaciones corresponden a desarrollos teóricos sobre algunos de los modelos posibles y, aún hoy, hay pocas publicaciones que contengan datos experimentales. Entre los que presentan datos experimentales tenemos, como más recientes, los de Hermode y Stevens (5) y otros que analizan modelos para reactores continuos de tanque con agitación, y de Kusunoki (6) con datos para diferentes tipos de reactores tubulares. No obstante, existe poca información experimental para contrastar el grado de aproximación de los distintos modelos teóricos. Desde el punto de vista industrial puede ser más importante la predicción de la distribución de productos que la de la conversión. Las ideas básicas han sido formuladas por Denbigh (7) y Levenspiel (8) para modelos ideales de flujo, y se dispone de muy poca información para tipos intermedios, aunque hemos de destacar las aportaciones de De Maria, Longfiel y Buttlez (9), Tichacek (10), Hoelscher (11) y Adler (12). Un estudio amplio sobre este problema para reacciones de primer orden fué presentado por Wei (13), en el que pone de manifiesto que las desviaciones de las

condiciones de flujo ideal pueden perjudicar a la distribución de los productos.

Para el estudio de los problemas de mezcla y de los tipos de contacto se utilizan los parámetros: tiempo, posición espacial y edad de un elemento de fluido (que mide el tiempo desde que ha entrado en el reactor).

En reactores de flujo en pistón es conveniente que los reactantes circulen a lo largo del reactor de una manera ordenada y ha de evitarse la existencia de bypass o de espacios muertos. La imposibilidad de evitar simultaneamente estos efectos produce una distribución de edades de los diferentes elementos de fluido.

La determinación de la curva de distribución de edades en el reactor puede efectuarse por técnicas de estímulo-respuesta, siendo la más común la determinación de la respuesta a impulso, que presenta la mayor dificultad en el modo de inyectar el trazador.

Para que el impulso sea adecuado ha de inyectarse el trazador muy rapidamente, pero para no entorpecer las características normales del flujo deberá hacerse una inyección mas bien lenta, lo que nos obliga a una solución de compromiso entre ambos extremos, que puede presentar serias dificultades para sistemas muy rápidos.

Goldich, Koutsky y Adler (14), propusieron un método en el que el trazador disuelto era incoloro hasta que se activaba por un haz luminoso a la entrada del reactor. El haz de luz produce un impulso de material coloreado sin inyectar material trazador en el sistema. Este procedimiento presenta la ventaja de que las propiedades del trazador son practicamente las mismas que las del fluido.

Lelli (15) demostró como puede obtenerse la distribución del tiempo de residencia empleando un trazador radioactivo para simular más exactamente el sistema real empleado.

Puede también presentar problemas el método de medida en el extremo de salida. Ahora bien, puesto que el trazador se supone que es muy similar al fluido en estudio hemos de emplear una propiedad adecuada para detectarlo, por ejemplo el color o la radioactividad. Douglas (16) propuso recientemente el empleo del espectrómetro de masas en ciertos sistemas, habiendo sido discutidos algunos aspectos por White (17) y Bischoff (18).

El análisis de las curvas de distribución del tiempo de residencia, permite obtener bastante información sobre el sistema considerado.

Danckwerts (19) estableció una serie de características y desarrolló los útiles matemáticos básicos. Posteriormente, en las obras de Levenspiel (20), Kramers y Westerterp (21), Himmelblau y Bischoff (22) y la revisión de Levenspiel y Bischoff (23) se desarrollan con más detalle el tratamiento del problema.

Naor y Shinar (24), indicaron el modo de determinar los espacios muertos y el bypass a partir de las curvas de distribución del tiempo de residencia; Bischoff y MacKracken (25) dan una información detallada de los métodos operatorios para algunos problemas reales, siendo empleada esta información por Metcalfe (26), y por Sinclair y Maughton (27).

La aplicación de la información obtenida conduce a la predicción de las características de los reactores químicos. Sin embargo, el objetivo final será disponer de información conjunta sobre la mezcla, el contacto y la velocidad de reacción para predecir las características del equipo. De las curvas de distribución del tiempo de residencia solo podemos tener una información parcial de los modelos de flujo, ya que solo dan información de la macromezcla y no de la micromezcla, por lo que parece que existen unos límites estrechos de micromezcla, encontrándose que sus efectos son menores del 10-20 por ciento de la conversión.

Como vemos, la distribución del tiempo de residencia, es un factor fundamental para el diseño de reactores de flujo. Para condiciones complejas, podemos hacer predicciones cuantitativas aproximadas con la ayuda de diferentes modelos (modelo de dispersión, de celda, y de canal). En ellos, el coeficiente de mezcla longitudinal es una magnitud característica que nos permite fijar los tiempos de residencia.

La significación del tiempo de residencia, en problemas de ingeniería es un parámetro importante para los reactores continuos, ya que por definición, es el tiempo que la mezcla permanece en el aparato, y juntamente con la velocidad de reacción o la de transporte de materia, determina el grado alcanzado en la transformación, en el intercambio o en las dimensiones del reactor para alcanzar un grado de transformación previamente establecido. En el cálculo de

reactores de flujo en pistón se había partido en un principio, de la suposición de que todos los elementos de fluido, permanecían el mismo tiempo dentro del reactor pero, en la mayoría de los casos, dicha hipótesis es incorrecta debido a que la difusión molecular causa una mezcla de la nueva corriente con el contenido del reactor.

La existencia de este hecho puede ser comprobada experimentalmente, añadiendo un trazador a toda corriente o a elementos de volumen aislados, y observando analíticamente su aparición en el flujo de salida. Según el tipo de reactor encontramos una representación más o menos amplia del tiempo de residencia para la corriente de mezcla, que en unos casos es muy corta y en otros muy larga, por lo que los métodos de cálculo en los que se supone un tiempo único de residencia para toda la corriente de mezcla, solo pueden suministrar resultados aproximados.

Puesto que la Tecnología Química ha de tratar de hacer predicciones con la mayor seguridad y precisión sobre el rendimiento y dimensiones de un reactor químico, se comprende fácilmente que el problema de la distribución de tiempos de residencia ha de tener una importancia creciente, como pone de manifiesto el elevado número de publicaciones que aparecen sobre este tema.

OBJETO

Este trabajo es una contribución a la sistematización en el diseño de reactores químicos reales teniendo en cuenta las características de tipo químico de la reacción a efectuar, constante cinética, orden y concentraciones iniciales y las características del reactor que se emplea.

El problema matemático que significa tener en cuenta todos los factores citados a la hora de diseñar un reactor químico ha abierto las puertas de la ingeniería química a los expertos en matemáticas, encontrándose actualmente muchos matemáticos trabajando en Ingeniería Química, especialmente en reactores químicos. Esto ha desarrollado mucho el aspecto matemático del diseño, pero ha desvirtuado un poco el sentido físico de los parámetros a considerar; así, se dispone de métodos de análisis de datos para obtener los coeficientes de dispersión, difusión y otros módulos adimensionales, sin un verdadero sentido físico de su significado.

Nuestro propósito es hacer un estudio de la mezcla, dispersión y desviación de la idealidad en un reactor tubular experimental siguiendo las técnicas de estímulo—respuesta, y además tratar de correlacionar los datos en función de parámetros con auténtico significado físico. Para ello utilizaremos una técnica de estímulo en impulso imperfecto con dos puntos de medida, obteniendo curvas C por medida de conductividades.

PARTE TEORICA

Cuando un fluido pasa a través de un equipo de proceso puede experimentar diferentes cambios: calentarse, enfriarse, ganar o perder materia por transferencia con una fase contigua, o reaccionar químicamente.

Para predecir las características del equipo hemos de conocer:

- a).- La velocidad de modificación del fluido en función de las variables adecuadas.
- b).- Como pasa el fluido a través del equipo.

De todos los tipos de flujo posibles hay dos que tienen un interés particular, que corresponden a dos modelos idealizados: flujo en pistón y flujo en mezcla completa. En el flujo en pistón se supone que el fluido se mueve a través del recipiente sin mezclarse con el fluido que entró antes o entrará después que él; circula a continuación del otro. En el flujo en mezcla completa se supone que el fluido está perfectamente mezclado y presenta una composición uniforme en todo el recipiente. Los métodos de diseño basados en estos modelos ideales de flujo son relativamente sencillos, y han sido desarrollados para equipos de transferencia de materia y calor, así como para reactores químicos.

Todo dispositivo real se aleja en mayor o menor grado de los modelos de flujo ideales, y los métodos de diseño no son tan directos como los utilizados para el caso de los modelos ideales de flujo, y en muchos casos no se han estudiado todavía.

En recipientes reales, y para un diseño adecuado, debe de tenerse en cuenta la desviación del flujo real, con respecto a estas idealizaciones.

Para el tratamiento de estos modelos no ideales consideramos dos grupos:

1.- Flujo de un fluido único.- La mayor aplicación está en el diseño de reactores químicos (sistemas homogéneos y catalizados por sólidos empleando reactores tubulares sin relleno, de lecho de relleno, o de lecho fluidizado). De menor importancia es la aplicación

transferencia de calor desde un fluido único, y en la contaminación de fluidos que circulan sucesivamente por una tubería.

2.- Flujo de dos fluidos.— La mayor aplicación está en la absorción, en la extracción y en la destilación, con o sin reacción química. Otras aplicaciones bastante importantes son: cambiadores de calor y reactores sólido—fluido en reacciones no catalizadas (procesos de horno alto y reducción de minerales metálicos).

METODOS DE ESTIMULO-RESPUESTA PARA LA CARACTERIZACION DEL FLUJO

El estímulo o señal de entrada, consiste simplemente en la inyección de un trazador introducido de un modo conocido en la corriente de fluido que entra en el reactor; esta señal puede ser de cualquier tipo: una señal cíclica, un impulso, un escalón o cualquier señal arbitraria de entrada. La respuesta o señal de salida, es la que corresponde al trazador que esta saliendo del recipiente.

Restringiremos este tratamiento a un fluido único, de densidad constante, en condiciones de flujo estacionario.

Definiremos una serie de términos en relación con el flujo no ideal de fluidos:

1.- Recipientes cerrados y abiertos.

a).— Definimos un recipiente cerrado como aquel en que el fluido entra y sale solamente por flujo global. Existe por lo tanto un flujo en pistón en las corrientes de entrada y salida. En un recipiente cerrado no hay difusión ni dispersión a la entrada ni salida, de modo que no hay material moviéndose en torbellinos en la entrada ni en la salida del recipiente.

b).— Un recipiente abierto es aquel en el que las corrientes de entrada y salida no cumplen las exigencias del flujo en pistón de un recipiente cerrado. Cuando solo la entrada o la salida satisfacen las condiciones del recipiente cerrado, tenemos un recipiente semiabierto a semicerrado.

2.- Tiempo medio de residencia de un fluido en un reactor.

El tiempo medio de residencia de un fluido en un recipiente se define del siguiente modo:

$$\bar{t} = \frac{\text{(volúmen del recipiente)}}{\text{(caudal del fluido a la salida del recipiente)}}$$

$$\bar{t} = \frac{V}{v} \quad 1$$

3.- *Tiempo reducido*

Es conveniente medir el tiempo, en función del tiempo medio de residencia del fluido en el recipiente. Esta medida, llamada tiempo reducido, es adimensional y esta dada por:

$$\theta = \frac{t}{\bar{t}} \quad 2$$

4.- *Curva I. Función de distribución interna.*

Es evidente que, en general, los diferentes elementos de un fluido, al seguir diferentes caminos a lo largo del reactor, tardarán tiempos diferentes en pasar a su través. La función I es una medida de la distribución de las edades del fluido en el reactor, definida de tal manera que $I d\theta$ es la fracción de material contenida en el reactor cuyas edades están comprendidas entre θ y $\theta + d\theta$. Como la suma de todas las fracciones del material contenido en el recipiente ha de ser la unidad, esta suma será también el área total bajo la curva representativa de I frente a θ , es decir:

$$\int_0^{\infty} I d\theta = 1 \quad 3$$

La fracción de material contenida en el reactor con un tiempo de permanencia reducido inferior a θ_1 , será:

$$\int_0^{\theta_1} I d\theta \quad 4$$

La fracción de material contenida en el reactor con tiempo de residencia reducido superior a θ_1 , será:

$$\int_{\theta_1}^{\infty} I \, d\theta = 1 - \int_0^{\theta_1} I \, d\theta \quad 5$$

5.- Curva E. Función de distribución de salida o función de distribución del tiempo de residencia de un fluido en un recipiente.

De modo similar a la función de distribución interna, designamos por E a la medida del tiempo de distribución de los diferentes elementos del fluido que salen del reactor. De este modo, E es una medida de la distribución de los tiempos de residencia del fluido dentro del reactor. También aquí la edad se mide desde el instante en que el fluido entra en el reactor.

La función E se define de tal manera que $E d\theta$ es la fracción del material en la corriente de salida cuya edad está comprendida entre θ y $\theta + d\theta$. Entonces el área bajo la curva E frente a θ será:

$$\int_0^{\infty} E \, d\theta = 1 \quad 6$$

La fracción de material en la corriente de salida con tiempo de residencia reducida inferior a θ_1 , es:

$$\int_0^{\theta_1} E \, d\theta \quad 7$$

mientras que la fracción de material con tiempo de residencia reducido superior a θ_1 , será:

$$\int_{\theta_1}^{\infty} E \, d\theta = 1 - \int_0^{\theta_1} E \, d\theta \quad 8$$

6.- Curva F.

Cuando la corriente de fluido que entra en el reactor no contiene trazador alguno, y le imponemos una señal trazadora en escalón o variación de la concentración hasta C_0 en la corriente de fluido que entra al reactor, la curva representativa de la concentración del trazador a la salida del reactor (midiendo la concentración a la salida en función de su concentración a la entrada) frente al tiempo (en unidades reducidas) se denomina curva F.

La curva F varía de cero a uno.

7.- Curva C.

Se denomina curva C a la curva representativa del trazador en la corriente de salida, que corresponde a la respuesta de una señal trazadora en impulso (señal trazadora que se inyecta de modo virtualmente instantáneo). frente al tiempo (en unidades reducidas). Esta función suele llamarse función delta. Del mismo modo que en la curva F se toman coordenadas adimensionales; es decir, las concentraciones se miden en función de la concentración inicial del trazador inyectado, C_0 , si está uniformemente distribuido a lo largo del reactor, y el tiempo se mide en unidades reducidas. De acuerdo con esto, el área bajo la curva C vale siempre la unidad, por consiguiente:

$$\int_0^{\infty} C \, d\theta = \int_0^{\infty} \frac{C}{C_0} d\theta = 1 \quad 9$$

siendo,

$$C_0 = \int_0^{\infty} C \, d\theta = \frac{1}{t} \int_0^{\infty} C \, dt \quad 10$$

8.- Relaciones entre las curvas F, C, I y E en recipientes cerrados.

Veamos las relaciones entre F, C, I y E en un recipiente cerrado, y consideremos un fluido que circule en régimen estacionario a través del reactor, y provoquemos una señal trazadora en escalón en el fluido que entra al reactor. Suponemos que el trazador es un segundo fluido que se introduce en el reactor en el instante $t = 0$, en lugar del fluido que circulaba inicialmente.

En cualquier instante $t = \theta$, $\theta = 0$, por aplicación de un balance de materia al reactor resulta:

$$\begin{array}{l} \text{Velocidad de entrada} \\ \text{del trazador} \end{array} = \begin{array}{l} \text{Velocidad de salida} \\ \text{del trazador} \end{array} + \begin{array}{l} \text{Velocidad de acumulación} \\ \text{en el reactor} \end{array}$$

o bien

$$\begin{aligned} \text{Caudal de entrada del segundo} \\ \text{fluido al recipiente} \end{aligned} = \begin{pmatrix} \text{Caudal de salida} \\ \text{del fluido} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \text{Fracción del segundo fluido} \\ \text{en la corriente de salida} \end{pmatrix} + \\ + \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} \text{Volúmen del} \\ \text{recipiente} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \text{Fracción del segundo fluido} \\ \text{que no ha salido} \end{pmatrix}$$

o lo que es lo mismo;

$$v \frac{m^3}{seg} = vF \frac{m^3}{seg} + \frac{d}{dt} \left| v \int_0^\theta I d\theta \right| \frac{m^3}{seg} \quad 11$$

Dividiendo por v y teniendo en cuenta que $V/v = \bar{t}$ y que $dt/\bar{t} = d\theta$, se deduce:

$$1 = F + I \quad 12$$

Por otra parte, en el instante θ :

Fracción del segundo
fluido en la corriente de salida = Fracción del fluido en la corriente
de salida de edad inferior a θ

$$y \quad F = \int_0^{\theta} E \, d\theta \quad 13$$

De forma análoga, por una señal de entrada del trazador en impulso, se puede demostrar que:

$$C = I \quad 14$$

Estas expresiones son suficientes para correlacionar F, C, y E en cualquier instante θ . En resumen:

$$F + I = 1$$

$$C = E$$

$$F = 1 - I = \int_0^{\theta} E \, d\theta = \int_0^{\theta} C \, d\theta \quad 15$$

$$C = E = \frac{dF}{d\theta} = - \frac{dI}{d\theta}$$

Estas relaciones indican como las experiencias estímulo-respuesta, empleando entradas tanto en escalón como en impulso, permiten obtener la distribución de tiempos, tanto para el fluido contenido en el reactor como para el que sale del mismo.

Las funciones de distribución del tiempo pueden expresarse en unidades ordinarias de tiempo, mejor que en unidades adimensionales, y las designaremos por E(t) e I(t). De acuerdo con esta definición, E(t) dt será la fracción de material en la corriente de salida con edad comprendida entre t y t + dt; en consecuencia:

$$E = \bar{t} E(t) \quad \text{con} \quad \int_0^{\infty} E(t) \, dt = 1$$

$$I = \bar{t} I(t) \quad \text{con} \quad \int_0^{\infty} I(t) \, dt = 1 \quad 16$$

$$\bar{t} \theta = t \quad \text{con} \quad \bar{t} = \frac{V}{v} = \bar{t}_E = \int_0^{\infty} t E(t) \, dt$$

9.- Función intensidad

La función intensidad, $\Lambda(t)dt$, es la fracción de fluido de edad t en el recipiente que lo abandonará en un tiempo comprendido entre t y $t + dt$.

El propósito original de la función intensidad, fué para identificar lo que se llama estanqueidad. Este término incluía los espacios muertos y el bypass, ya que ambos comprenden una parte del fluido que está estancado con respecto al otro. A partir de la definición física de $\Lambda(\theta)$ se puede razonar su forma cualitativa para diferentes casos. Si todo el fluido atraviesa el recipiente de forma regular, lo más probable es que salga el elemento de fluido que ha estado más tiempo dentro del reactor. Por otra parte la mayor parte del fluido, abandonará el reactor después de un tiempo igual al tiempo medio de residencia y muy poco permanecerá un tiempo diferente.

Por lo tanto la función $\Lambda(\theta)$ tendrá la siguiente forma:

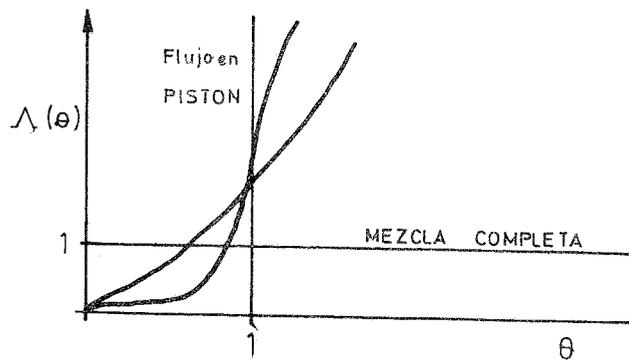


Fig. 1

Cuando hay estancamiento la función $\Lambda(\theta)$ tiene una forma diferente; si existen espacios muertos, la fracción principal de fluido tendrá una función $\Lambda(\theta)$ similar a la ya indicada. Después de su paso a través del recipiente, el fluido que permanece estancado tiene una pequeña probabilidad de salir hasta que se alcance un tiempo aproximadamente igual a su tiempo medio logarítmico de permanencia. La función $\Lambda(\theta)$, no será por más tiempo monotonamente creciente

y tendrá una porción decreciente en algún lugar, pasando el tiempo medio. Eventualmente saldrá todo el fluido y por lo tanto la función $\Lambda(\theta)$ se incrementará para estos tiempos largos.

Para bypass, que es en cierto modo simétrico al espacio muerto, se emplea casi el mismo argumento. Para tiempos pequeños, la cantidad de fluido en bypass tendrá una función $\Lambda(\theta)$ creciente. Después de que este fluido sale, el que permanece tendrá una baja probabilidad de salir, hasta la proximidad del tiempo medio de permanencia, en que la función $\Lambda(\theta)$ crece de nuevo. Así para estos dos casos la función intensidad tendrá la forma:

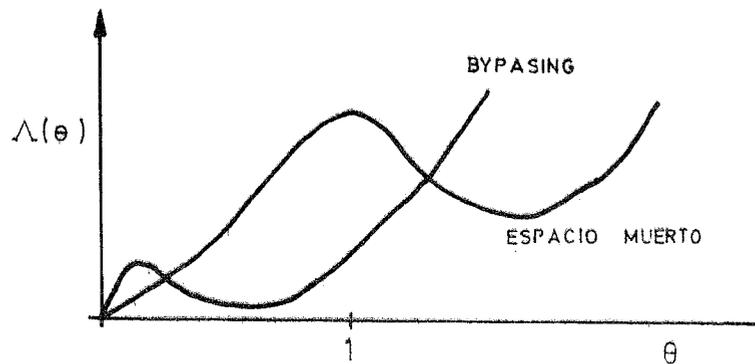


Fig. 2

Cuando las funciones E y/o I pueden usarse para comprobar el espacio muerto o el bypass, en realidad Λ no da más información que ellas, incluso no es un buen método ya que las estimaciones cuantitativas de volumen muerto o que pasa en bypass no pueden obtenerse de una manera fácil de la curva Λ , como en los casos de las funciones I y E. Sin embargo, si el tiempo verdadero de permanencia no se conoce, la curva E no puede emplearse para determinar espacios muertos, ya que E es una medida de la distribución de tiempos de residencia, mientras que la función Λ es independiente del tiempo, teniendo siempre la misma forma por considerar solamente los máximos debidos a estas situaciones del flujo, por lo cual no es necesario conocer el tiempo de permanencia.

10.— Espacios muertos

No hay verdaderos espacios muertos en un sistema real, ya que incluso en una zona completamente inmóvil tiene lugar transporte de materia por difusión molecular. Sin embargo, frecuentemente existe alguna región del recipiente en el que el tiempo de permanencia será muy superior al del resto del fluido.

Para todos los propósitos de tipo práctico esta región está muerta y es un espacio indeseable en el recipiente. La existencia de espacios muertos se observa fácilmente a partir de la función E teniendo en cuenta las siguientes características:

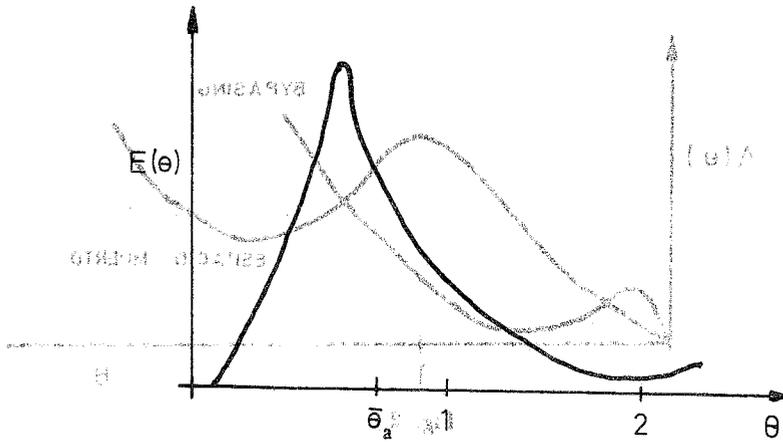


Fig. 3

La curva tendrá una cola larga correspondiente al fluido que permanece en el espacio muerto.

Como hemos indicado, la verdadera media será igual al volumen del recipiente dividido por el caudal. Sin embargo, los datos para tiempos superiores a 2-3 veces el tiempo medio de residencia, no suelen resultar de suficiente exactitud para emplearlos en los cálculos. Esto significa que las integrales estarán truncadas en $\theta = 2, 3$, por lo que la media aparente calculada será

$$\theta_m = \int_0^n \theta E(\theta) d\theta \quad n \approx 2, 3 \quad 17$$

la media verdadera sería:

$$1 = \bar{\theta} \int_0^{\infty} \theta E(\theta) d\theta = \int_0^N \theta E(\theta) d\theta + \int_N^{\infty} \theta E(\theta) d\theta \quad 18$$

Puesto que en esta situación la curva tiene una cola larga, la segunda integral es una fracción apreciable del total:

$$\bar{\theta}_m < 1 \quad \text{ó} \quad \bar{\tau}_m < \bar{\tau}$$

La media aparente de una media del volumen muerto:

$$\bar{\tau}_m = \frac{V_{\text{activo}}}{Q_{\text{activo}}} = \frac{V - V_{\text{muerto}}}{Q_{\text{activo}}} = \bar{\tau} \cdot \bar{\theta}_m \quad 19$$

Un problema que se presenta al hacer uso de estas relaciones es que se supone conocido el verdadero tiempo medio de residencia. Como no puede encontrarse a partir de las curvas de trazador, debido a la imprecisión de la cola, debe de conocerse de modo independiente.

11.- Bypass.

En un sistema físico no hay realmente bypass instantáneo ya que todo el fluido tarda algún tiempo en atravesar el recipiente.

Si algún fluido pasa a través de él en un tiempo igual al 10 por ciento al 20 por ciento del tiempo de permanencia de la corriente principal, se puede decir que hay bypass en el sistema. La función E sería por lo tanto:

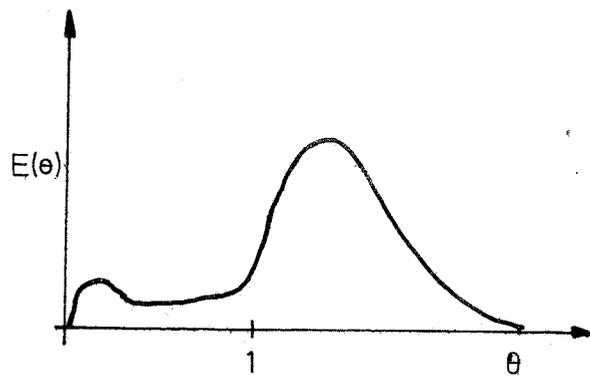


Fig. 4

El primer máximo representaría el fluido en bypass y el segundo la fracción principal del fluido. Debido a la interacción entre la corriente en el bypass y el resto del fluido, los máximos estarían probablemente un poco confusos en un caso real y no se distinguirían tan fácilmente.

La función I sería:

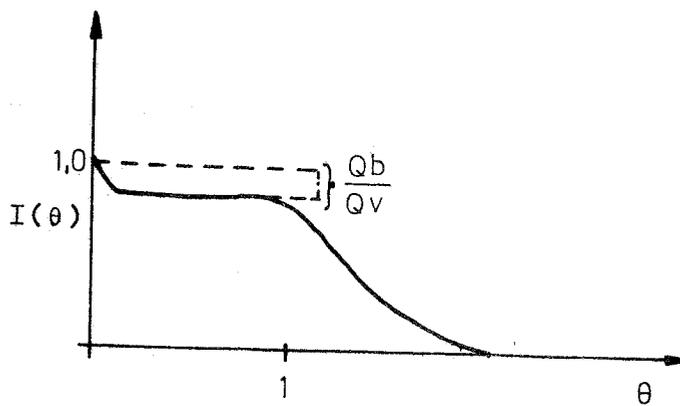


Fig. 5

En este caso es más fácil de utilizar la función I que la función E. Si hay una gran cantidad de espacios muertos y de bypass, la distinción entre ambos no está claramente establecida, ya que

depende de la parte de fluído que se tome como principal.

Cualquier situación más complicada que el simple espacio muerto o el bypass es fácil de visualizar a partir de la inspección de las distribuciones de tiempo. Ciertas características de las curvas, tales como los momentos, se han propuesto para este fin, pero no han sido de mucha utilidad.

12.- Media y varianza de una distribución,

Hay dos tipos de parámetros relacionados con cada distribución de edad $y = f(x)$, denominados momentos de la distribución. El r -ésimo momento con respecto al origen, $r = 0, 1, 2, \dots$ se define por:

$$M'_r = \frac{\int_0^{\infty} x^r f(x) dx}{\int_0^{\infty} f(x) dx} \quad 20$$

y el r -ésimo momento con respecto a la media o centroide de la distribución, $r = 0, 1, 2, \dots$, se define por:

$$M_r = \frac{\int_0^{\infty} (x - \mu)^r f(x) dx}{\int_0^{\infty} f(x) dx} \quad 21$$

La propiedad más importante de los momentos de una distribución es que definen completamente la distribución; de aquí que puedan emplearse para comparar las distribuciones sin comparar las curvas reales de distribución. Los momentos más usados son el primer momento con respecto al origen, que generalmente se denomina media o centroide de distribución, que se define como:

$$\mu = M'_1 = \frac{\int_0^{\infty} x f(x) dx}{\int_0^{\infty} f(x) dx} \quad 22$$

y el segundo momento con respecto a la media, denominado usualmente la varianza, mide la desviación de la distribución con respecto a la media, y es equivalente al cuadrado de los radios de giro de la distribución. Para una distribución continua se define como

$$\sigma^2 = M_2 = \frac{\int_0^{\infty} (x-\mu)^2 f(x) dx}{\int_0^{\infty} f(x) dx}$$

MODOS DE UTILIZAR LA INFORMACION DE TRAZADORES

Supongamos que tenemos dos tipos distintos de información: la distribución de tiempos de residencia para un fluido que no cambia y pasa a través del recipiente, y la cinética para un cambio que se va a efectuar en el recipiente. Veamos si podemos predecir el tamaño del recipiente para efectuar este cambio.

Si el sistema se comporta como lineal de una propiedad intensiva del fluido, puede predecirse el tamaño, ya que:

$$\begin{array}{l} \text{Información de trazadores} \\ \text{para un fluido que no cam-} \\ \text{bia} \end{array} + \begin{array}{l} \text{Información Cinética para un} \\ \text{proceso con cinética lineal con} \\ \text{respecto a una propiedad in-} \\ \text{tensiva del fluido} \end{array} = \begin{array}{l} \text{Características del equipo} \\ \text{cuando se efectua el pro-} \\ \text{ceso} \end{array}$$

Como ejemplo consideremos los tres casos siguientes:

a).— Reactor isotérmico con una reacción de primer orden.

El conocimiento de las constantes cinéticas y las respuestas características del sistema son suficientes para predecir el comportamiento del recipiente como reactor.

b).— Reactor no isotérmico.

Si la temperatura, y por lo tanto la velocidad, es una función de la posición del trazador además de la cinética, no se puede predecir el comportamiento.

c).— Transferencia de calor para un fluido en un cambiador de calor.

Debido a que la transferencia de calor depende, no sólo de la temperatura del fluido y de las paredes del recipiente, sino también del tipo de contacto, las características del recipiente para

funcionar como cambiador de calor, no pueden predecirse contando sólo con la información del trazador y con el coeficiente de transferencia de calor.

Si no se satisfacen las condiciones de linealidad en la cinética del cambio, no se pueden predecir las características del equipo a partir de estos grupos de información separados. En tales circunstancias se debe conocer un tipo real de flujo en el recipiente antes de hacer predicciones de las características.

Como indicamos anteriormente, no suele ser posible la obtención y definición experimental del flujo real. Generalmente, se postula un modelo de flujo que se aproxime de modo razonable al flujo real y se utiliza después este modelo para propósitos de predicción. Por supuesto, si un modelo de flujo refleja fielmente la situación real, sus curvas predichas de respuesta se ajustarán concretamente a las respuestas del trazador en el recipiente real; ésta es una de las condiciones que ha de cumplir la selección de un modelo satisfactorio.

Los parámetros de estos modelos se correlacionan con las propiedades físicas del fluido, la geometría del recipiente, y el caudal; una vez obtenidas estas correlaciones para los tipos de procesos de fluidos, se puede caracterizar el flujo no ideal en los reactores sin recurrir a la experimentación.

Se pueden utilizar muchos modelos para caracterizar este flujo no ideal; algunos están hechos sobre la analogía de la mezcla y flujo real con un proceso difusional, y se llaman **MODELOS DE DISPERSION**. Otros representan regiones de flujo con distintos tipos de flujo interconectados entre sí; los modelos de este tipo se denominan **MODELOS COMBINADOS**.

Los modelos de dispersión, son particularmente útiles para representar el flujo en tubos vacíos o en lechos de relleno, que están mucho más cerca del caso ideal del flujo en pistón que del caso opuesto del flujo en mezcla completa. En tubos vacíos la mezcla es debida tanto a la difusión molecular como a la turbulencia, superpuestas al efecto del perfil de velocidades. En lechos de relleno, la mezcla es debida al desdoblamiento de las corrientes de fluido y su circulación alrededor de las partículas y también a las variaciones de velocidad a través del lecho de relleno.

Debemos tener en cuenta que el proceso de mezcla implica un reagrupamiento o redistribución de materia por deslizamiento o por formación de remolinos, y si ésto se repite un gran número de veces en el reactor, podemos considerar que estas perturbaciones son de tipo estadístico, y por lo tanto podemos aplicar las ecuaciones correspondientes a otros fenómenos estadísticos, tales como los de transmisión de calor o los de difusión molecular. Es más conveniente aplicar las correspondientes a la difusión molecular, que viene dada por la ecuación de Fick, así la difusión molecular en una dirección x es:

$$\frac{\delta C}{\delta t} = D \frac{\delta^2 C}{\delta x^2} \quad 24$$

siendo D el coeficiente de difusión molecular.

De modo análogo podemos considerar un modelo de dispersión para mezcla completa de un fluido circulando en la dirección x , que también se representa por la ley de difusión de Fick:

$$\frac{\delta C}{\delta t} = D \frac{\delta^2 C}{\delta x^2} \quad 25$$

en la que D es un parámetro que denominamos coeficiente de dispersión longitudinal o axial y caracteriza el grado de mezcla durante el flujo. Como los procesos elementales en los que se basa este modelo y su representación matemática, se consideran de naturaleza estadística, tienen lugar normalmente en regiones pequeñas del reactor, lo cual nos lleva a que este modelo representará satisfactoriamente el flujo que no se desvíe demasiado del flujo ideal en pistón. Reactores reales de este tipo son los de lecho de relleno y los tubulares.

En la tabla (1) se da una lista de las ecuaciones correspondientes a los distintos modelos de dispersión, desde el más general hasta el más restringido.

T A B L A.- I

M O D E L O S D E D I S P E R S I O N			
Nombre Modelo	Parámetro		Ecuaciones
Dispersión general: Incluída reacción química	Densidad constante	D, u	$\frac{\partial C}{\partial T} + u \cdot \nabla C = \nabla \cdot (D \cdot \nabla C) + S + r_c \quad (1-1)$
Dispersión general en coordenadas cilíndricas	Flujo global en dirección eje. Simetría radical	$D_R(R), D_L(R), u(R)$	$\frac{\partial C}{\partial T} + u(R) \frac{\partial C}{\partial X} = \frac{\partial}{\partial X} D_L(R) \cdot \frac{\partial C}{\partial X} + \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} R D_R(R) \frac{\partial C}{\partial R} + S + r_c \quad (1-2)$
Dispersión uniforme	Coefficientes de dispersión independientes posición	$D'_{Rm}, D'_{Lm}, u(R)$	$\frac{\partial C}{\partial T} + u(R) \frac{\partial C}{\partial X} = D'_{Lm} \frac{\partial^2 C}{\partial X^2} + \frac{D'_{Rm}}{R} \frac{\partial}{\partial R} R \frac{\partial C}{\partial R} + S + r_c \quad (1-3)$
Flujo disperso en Pistón	Fluído que fluye con velocidad media.	D_R, D_L, u	$\frac{\partial C}{\partial T} + u \frac{\partial C}{\partial X} = D_L \frac{\partial^2 C}{\partial X^2} + \frac{D_R}{R} \frac{\partial}{\partial R} R \frac{\partial C}{\partial R} + S + r_c \quad (1-4)$
Flujo en Pistón disperso axialmente	No varían las propiedades en dirección radial.	$D'_L, u.$	$\frac{\partial C}{\partial T} + u \frac{\partial C}{\partial X} = D'_L \frac{\partial^2 C}{\partial X^2} + S + r_c \quad (1-5)$

1.- Modelos de dispersión general.

La ecuación (1-1) es la representación general del modelo de dispersión. El coeficiente de dispersión es función de las propiedades del fluido y de la situación del flujo; las primeras tienen un efecto más pronunciado a velocidades de flujo bajas pero casi ninguno a altas velocidades.

En esta representación general el coeficiente de dispersión y la velocidad del fluido, son funciones de la posición. El coeficiente de dispersión D , es también en general anisótropo; en otra palabra, tiene diferentes valores para distintas direcciones. Por lo tanto el coeficiente puede representarse por un tensor del segundo orden, y si se hace que el eje principal se corresponda con el del sistema de coordenadas, el tensor estará formado únicamente por los elementos de la diagonal.

2.- Modelo general de dispersión para flujo simétrico en tubos.

La primera simplificación de importancia es para el caso de flujo axial simétrico en recipientes cilíndricos. El tensor del coeficiente de dispersión se reduce a

$$D = \begin{vmatrix} D_L(R) & 0 & 0 \\ 0 & D_R(R) & 0 \\ 0 & 0 & D_R(R) \end{vmatrix} \quad 26$$

y la ec. (1-1) se reduce a la ecuación (1-2). Con los coeficientes de dispersión axial y radial, $D_L(R)$ y $D_R(R)$, y la velocidad de fluido, funciones de la posición radial, son imposibles las soluciones analíticas de la ecuación. Esto hace difícil la evaluación del coeficiente de dispersión de ahí que se necesiten posteriores simplificaciones que permitan una solución analítica de la ecuación diferencial.

3.- Modelo de dispersión uniforme.

Si se toman independientes de la posición, los coeficientes de dispersión radial y axial, obtenemos la ecuación (1-3) para la que en algunos casos se pueden conseguir soluciones analíticas. A los parámetros de este modelo los llamaremos coeficientes de dispersión uniformes, por lo que los parámetros del modelo serán D_{Rm} , D_{Lm} y $u(R)$.

4.- Modelo de flujo disperso en pistón.

Incluso cuando son constantes los coeficientes de dispersión, el perfil de velocidades crea dificultades a la hora de resolver la ecuación en derivadas parciales. Es por lo tanto corriente que se tome la velocidad constante e igual a su valor medio \bar{u} . Con todos los coeficientes constantes, es fácil de obtener en algunas situaciones una solución analítica de la ecuación.

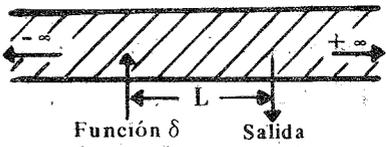
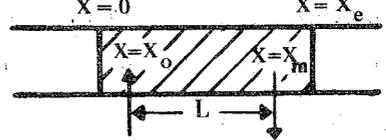
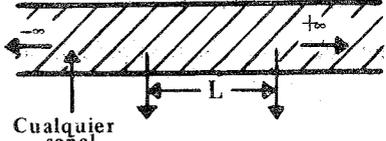
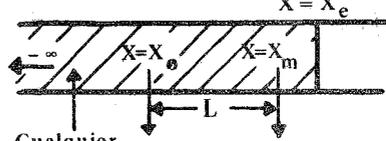
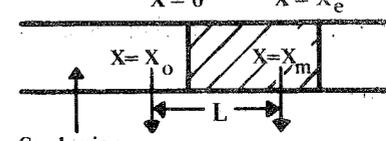
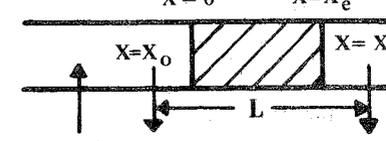
Este modelo con perfil de velocidad plano y con valores constantes para coeficientes de dispersión se llama modelo de flujo disperso en pistón, y se caracteriza matemáticamente con la ecuación (1-4). Los parámetros de este modelo son D_R , D_L y \bar{u} .

En este modelo, el efecto del perfil de velocidad se diluye dentro de los coeficientes de dispersión. Comparando, vemos que los coeficientes de dispersión calculados por el modelo general de dispersión o por el modelo de dispersión uniforme, son más básicos, en el sentido de que no presentan dos efectos combinados dentro de un mismo coeficiente.

5.- Modelos de flujo disperso axialmente en pistón.

Cuando en el fluido que está circulando por un recipiente cilíndrico no hay variación de la composición en dirección radial, la dispersión observada sólo tiene lugar en la dirección del flujo. En tal caso la ecuación (1-4) se reduce a la (1-5); y estamos ante el modelo de flujo disperso axialmente en pistón, con parámetros D_L y u . Con este modelo se simplifican grandemente los problemas de tipo matemático ya que se elimina totalmente la variable radial; descendiendo el número de variables independientes a una, debido a estas simplificaciones, es conveniente utilizar esta forma siempre que sea posible.

TABLA 2
ESQUEMAS EXPERIMENTALES

Esquema experimental	Expresion para calcular el coeficiente de dispersión.	Autor
<p>(a)</p>  <p>Función δ de entrada</p> <p>Salida</p>	$\mu_{\infty} = 1 + 2/P$ $\sigma_{\infty}^2 = 2'P + 8, P^2$	Levenspiel y Smith (28)
<p>(b)</p>  <p>Función δ</p>	$\mu, \text{ Ec. (43)}$ $\sigma^2, \text{ Ec. (44)}$	Van der Laan (29)
<p>(c)</p>  <p>Cualquier señal</p>	$\Delta\mu_{\infty} = \mu_m - \mu_o = 1, \text{ Ec. (51)}$ $\Delta\sigma_m^2 = \sigma_m^2 - \sigma_o^2 = 2'P, \text{ Ec. (52)}$	Bischoff (33)
<p>(d)</p>  <p>Cualquier señal</p>	$\Delta\mu, \text{ Ec. (53)}$ $\Delta\sigma^2, \text{ Ec. (54)}$	Bischoff (33)
<p>(e)</p>  <p>Cualquier señal</p>	Véase (34)	Bischoff y Levenspiel (34)
<p>(f)</p>  <p>Cualquier señal</p>	Véase (34)	Bischoff y Levenspiel (34)

MEDIDA DE LOS COEFICIENTES DE DISPERSION

1.- Inyección del trazador

El método a seguir, para medir los coeficientes de dispersión consiste en introducir en algún modo conocido un trazador en el sistema. Se mide la concentración del trazador aguas abajo, y se puede calcular el coeficiente de dispersión por análisis de los datos de concentración. Para estas experiencias de trazador se considera que no hay reacciones químicas.

Si tenemos en cuenta que un elemento de volumen encierra una fuente de trazador que pasa por unidad de tiempo y área a través de una superficie, habrá una pérdida neta de trazador a través de dicho elemento de volumen igual a la cantidad que diverge de la fuente; si por otra parte en el volumen que se considera, por ejemplo, entre las células de medida, no hay entrada de trazador, el término "fuente" es igual a 0, es decir en el interior no hay ni fuentes ni sumideros. Entonces, en el balance de materia debe incluirse un término que nos indique la pérdida neta de trazador; a este término se llama término fuente y viene dado por:

$$S = \frac{1}{\pi} \delta(X - X_0) f(R) \quad 27$$

donde

I = velocidad de inyección de trazador

$\delta(X-X_0)$ función delta de Dirac, indicando que la inyección esta hecha en la posición

$$\begin{aligned} X_0 \\ f(R) &= 1/E^2 & R < E \\ f(R) &= 0 & E \leq R \leq R_0 \end{aligned}$$

E = Radio del tubo inyector.

Si la ecuación (27) se sustituye en la ecuación (1-2) obtenemos:

$$\frac{\partial C}{\partial t} + u(R) \frac{\partial C}{\partial x} = D_L(R) \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} + \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} R D_R(R) \frac{\partial C}{\partial R} + \frac{1}{\pi} \delta(X-X_0) f(R)$$

Esta ecuación es el punto de partida de la discusión detallada de las técnicas de medida que se hacen a continuación.

2.- Modelo de flujo disperso axialmente en pistón.

a).- Se utilizan corrientemente tres métodos para encontrar el coeficiente de dispersión axial, referidos a una inyección de trazador no estacionaria, bien un impulso o una función delta, un escalón, o una función periódica tal como una onda senoidal; y se mide la concentración de trazador aguas abajo del punto de inyección.

La modificación en la señal de entrada efectuada por el sistema puede relacionarse con el coeficiente de dispersión que caracteriza la intensidad de mezcla axial en el sistema. Esta técnica que da información sobre el coeficiente de dispersión a partir del desfase y el amortiguamiento a lo largo del reactor se ha aplicado mucho a reactores cerrados.

En general se necesitan varios momentos, definidos anteriormente, para caracterizar cualquier curva arbitraria de trazador. Sin embargo, bajo las suposiciones del modelo de dispersión, la curva de trazador se genera por un proceso aleatorio, de modo que tan solo dos momentos deben ser considerados independientes y el resto de ellos, es una función de estos dos. Por conveniencia se toman como independientes los dos primeros momentos, el primero con respecto al origen, denominado media, y el segundo con respecto a la media, denominado varianza, Levenspiel y Smith (28) relacionaron la varianza con el coeficiente de dispersión.

El problema siguiente es encontrar una relación funcional entre la varianza de la curva de trazador y el coeficiente de dispersión. Esto se hace resolviendo la ecuación diferencial parcial para la concentración, con el coeficiente de dispersión como parámetro, y, para las condiciones de contorno correspondientes a cualquier conjunto experimental determinado, deducir la varianza de esta expresión teórica. El coeficiente de dispersión del sistema puede entonces calcularse a partir de la función anteriormente dada y de la varianza encontrada experimentalmente.

b).— *Inyección en impulso perfecto.*

Pondremos primeramente la ecuación (28) en la forma adecuada para la solución matemática, haciendo los terminos radiales iguales a cero, la velocidad constante y sustituyendo D'_{L} por $D_L(R)$, esto da:

$$\frac{\partial C}{\partial t} + u \frac{\partial C}{\partial x} = D'_L \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} + \frac{1}{\pi} \delta(X-X_0) \frac{1}{R_0^2} \quad 29$$

La función $f(R)$ se hace $1/R_0^2$, debido a que la inyección de trazador es ahora una función del tiempo.

Si definimos C'_{med} como la concentración de trazador, incluso si está distribuida en todo el recipiente, para un impulso perfecto, tenemos:

$$I = C'_{med} \cdot V \cdot \delta(t) \quad 30$$

Es conveniente pasar a variables adimensionales:

$$\theta = u \cdot t / L = vt / V$$

$$x = X / L$$

$$P = u L / D'_L$$

L = longitud de la sección de prueba

$$c' = C / C'_{med}$$

La ecuación (29) se convierte entonces en:

$$\frac{\partial C'}{\partial \theta} + \frac{\partial C'}{\partial x} = \frac{1}{P} \frac{\partial^2 C'}{\partial x^2} + \delta(X-X_0) \delta(\theta) \quad 31$$

La media y la varianza de la curva de trazador se definen como

$$\mu_1 = \int_0^{\infty} \theta C' d\theta = \begin{array}{l} \text{media con respecto a origen} \\ \text{al origen} \end{array} = \text{primer momento con respecto} \quad 32$$

$$\sigma^2 = \int_0^{\infty} (\theta - \mu_1)^2 C' d\theta = \text{segundo momento con respecto a la media} \quad 33$$

Como demostraron Van der Laan (29) y Aris (20), si se utilizan las transformadas de Laplace para resolver la ec. (31), la μ_1 y σ_2 pueden obtenerse fácilmente con las relaciones

$$\overline{\partial C'}$$

$$\mu_1 = - \lim_{P \rightarrow 0} \frac{\overline{\partial C'}}{\partial P} \quad 34$$

$$\sigma^2 + \mu_1^2 = \lim_{P \rightarrow 0} \frac{\overline{\partial^2 C'}}{\partial P^2} \quad 35$$

y en general

$$\mu_n = \int_0^{\infty} \theta^n C' d\theta = \text{n-simo momento respecto al origen}$$

$$\mu_n = (-1)^n \lim_{P \rightarrow 0} \frac{\overline{\partial^n C'}}{\partial P^n} \quad 36$$

donde

p = variable de la transformada de Laplace

$\overline{c'}$ = transformada de Laplace de c'

La única diferencia que existe ahora en los distintos tratamientos depende de las condiciones de contorno utilizadas para resolver la ec. (31).

El tipo más sencillo de condiciones de contorno utilizadas para resolver la ec. (16) es el llamado "condiciones de tubo infinito". Con estas condiciones se supone que el recipiente abarca

desde menos infinito a más infinito. Físicamente esto significa que se desprecian los cambios de flujo a la entrada y salida del recipiente. Por regla general el fluido se mete dentro del recipiente en que va a ser medida la dispersión por un tubo que presenta características de dispersión distintas a las del recipiente. Por esto el tubo en la salida tendrá características diferentes a las del recipiente. Estos efectos en los extremos afectarán a las medidas de dispersión dentro del recipiente principal, y deberían tenerse en cuenta. Se sabe, que si el trazador se inyecta y se mide bastante lejos de los extremos del recipiente, estos efectos son despreciables.

Levenspiel y Smith (28) trataron el caso más sencillo; utilizando la suposición de recipiente abierto y un impulso en función delta perfecto, encontraron, que la concentración evaluada para $x = 1$ viene dada por:

$$C' = \frac{1}{2} \left(\frac{P}{\pi \theta} \right)^{0.5} \exp \left(- \frac{P(1-\theta)^2}{4\theta} \right) \quad 37$$

A partir de esta ecuación o de su transformada de Laplace, el primer y segundo momento son:

$$\mu_{\infty} = 1 + 2/P \quad 38$$

$$\sigma_{\infty}^2 = 2/P + 8/P^2 \quad 39$$

Van der Laan (29) hizo extensivo esto a condiciones de contorno mucho más generales que tuviesen en cuenta, la diferente dispersión de las zonas de entrada y de salida. Estas condiciones de contorno fueron introducidas inicialmente por Whener y Wilhelm (31). Suponían, que el sistema total podía considerarse dividido en tres secciones, una sección de entrada para $X = -\infty$ hasta $X = 0$ (designada con subíndice a), y la sección de prueba desde $X = 0$ hasta $X = X_e$, y la sección de salida desde X_e hasta $+\infty$ señalada con subíndices b.

Cada sección presenta distintas características de dispersión.

Los valores del problema de contorno tenían entonces la forma:

$$\frac{\partial C'_a}{\partial \theta} + \frac{\partial C'_a}{\partial x} - \frac{1}{P_a} \frac{\partial^2 C'_a}{\partial x^2} = 0 \quad x \leq 0 \quad 40a$$

$$\frac{\partial C'}{\partial \theta} + \frac{\partial C'}{\partial x} - \frac{1}{P} \frac{\partial^2 C'}{\partial x^2} = \delta(X-X_0) \delta(\theta) \quad 0 \leq X \leq X_e \quad 40b$$

$$\frac{\partial C'_b}{\partial \theta} + \frac{\partial C'_b}{\partial x} - \frac{1}{P_b} \frac{\partial^2 C'_b}{\partial x^2} = 0 \quad X_e \leq X \quad 40c$$

Con condiciones de contorno:

$$C'_a(X, 0) = C'(X, 0) = C'_b(X, 0) = 0 \quad 41a$$

$$C'_a(-\infty, \theta) = \text{finito} \quad 41b$$

$$C'_a(0^-, \theta) = C'(0^+, \theta) \quad 41c$$

$$C'_a(0^-, \theta) - \frac{1}{P_a} \frac{\partial C'_a}{\partial x}(0^-, \theta) = C'(0^+, \theta) - \frac{1}{P} \frac{\partial C'}{\partial x}(0^+, \theta) \quad 41d$$

$$C'(X_e^-, \theta) - \frac{1}{P} \frac{\partial C'}{\partial x}(X_e^-, \theta) = C'_b(X_e^+, \theta) - \frac{1}{P_b} \frac{\partial C'_b}{\partial x}(X_e^+, \theta) \quad 41e$$

$$C'(X_e^-, \theta) = C'_b(X_e^+, \theta) \quad 41f$$

$$C'_b(+\infty, \theta) = \text{finito} \quad 41g$$

El significado físico de estas condiciones de contorno es como sigue. La ec. (41a) representa el problema justo antes de inyectar el trazador dentro del sistema, la concentración en todo lugar es 0. Las ec. (41b) y (41g) muestran que se ha inyectado una cantidad finita de trazador. Las ec. (41d) y 41e) muestran conservación de la masa y los contornos entre las secciones (29); la

cantidad total de masa que entra en el contorno es igual a la cantidad que sale. Las ec. (41c) y (41f) están basadas en el argumento físico de que la concentración debe de ser continua en la vecindad de cualquier punto. Estas condiciones de contorno se utilizarán de modo extensivo en las siguientes deducciones.

Van der Laan (29) resolvió el sistema anterior por transformadas de Laplace, obteniendo el siguiente resultado para la transformada de la concentración evaluada en $x = x_m$ (x_0, x_m, x_e):

$$C'_m = \frac{e^{\left(\frac{1}{2}-q\right)P}}{2q} \cdot \frac{(q+q_a)(q+q_b) + (q-q_a)(q-q_b) e^{-2qP(x_e-1)}}{(q+q_a)(q+q_b) - (q-q_a)(q-q_b) e^{-2qPx_e}} \cdot \frac{(q-q_a)(q+q_b) e^{-2qPx_0} + (q+q_a)(q-q_b) e^{-2qP(x_e-x_0)}}{(q+q_a)(q+q_b) - (q-q_a)(q-q_b) e^{-2qPx_e}} \quad 42$$

Puede verse, a partir de la complejidad de la ec. (42) que el encontrar la transformada inversa debe de ser muy difícil o casi imposible.

Yagi y Miyauchi (32) han dado una solución para el caso especial en que $D_a = D_b = 0$. Por fortuna, se pueden encontrar los momentos en general a partir de la ec. (42) sin evaluar la transformada inversa. Estos son:

$$\mu_1 = 1 + \frac{1}{P} \left\{ 2 - (1-a)e^{-Px_0} - (1-b)e^{-P(x_1-x_m)} \right\} \quad 43$$

$$\sigma^2 = \frac{2}{P} + \frac{1}{P} \left\{ 8 + 2(1-a)(1-b)e^{-Px_1} - (1-a)e^{-Px_0} \{ 4x_0P + 4(1+a) + (1-a)e^{-Px_0} \} - (1-b)e^{-P(x_1-x_m)} \{ 4(x_1-x_m)P + 4(1+b) + (1-b)e^{-P(x_1-x_m)} \} \right\} \quad 44$$

donde $a = P/P_a$ y $b = P/P_b$. Van der Laan (29) muestra como estas ecuaciones se reducen a formas simples en la mayoría de los casos. En particular, se reducen a la ec. (38) y (39) para un recipiente abierto donde $a = 1$ y $b = 1$.

c).— Inyección en impulso imperfecto.

Los trabajos de Levenspiel, Smith y Van der Laan dependen de la posibilidad de representar la inyección de trazador por una función delta, una idealización matemática que físicamente sólo puede aproximarse, ya que requiere que se inyecte una cantidad finita de trazador en un tiempo 0.

El proceso de inyección física que más se aproxima a una función delta perfecta, es aquel en que se inyecta la mayor parte de trazador de modo instantáneo. Sin embargo, como estamos tratando de medir las propiedades del sistema, debemos modificarlo con la inyección lo menos posible. Los dos requerimientos están en direcciones opuestas. Para satisfacer las condiciones de la función delta matemática, se debe hacer una inyección muy rápida, pero para no modificar el sistema se debe inyectar el trazador muy lentamente.

Aris (30), Bischoff (33) y Bischoff y Levenspiel (34) han utilizado un método que no requiere una función delta perfecta de entrada. Este método consiste en hacer medidas de concentración en dos puntos dentro de la sección experimental, mejor que una sola como se ha hecho con anterioridad, los diagramas de los autores anteriores así lo muestran.

Se pueden calcular las varianzas de las curvas de concentración en los dos puntos y determinar su diferencia. Esta diferencia, se puede relacionar con el parámetro y por lo tanto con el coeficiente de dispersión. No importa en qué lugar se haya efectuado la inyección del trazador, ni lo lejos que se ha hecho aguas arriba de los dos puntos de medida. La inyección puede ser cualquier tipo de impulso, no necesariamente una función delta.

Ya que el punto de inyección no tiene importancia, es conveniente basar las cantidades adimensionales sobre la longitud entre los dos puntos de medida. Aquí llamaremos X_0 al primer

punto de medida, en vez de el punto de inyección de trazador en los trabajos de Levenspiel y Smith y Van der Laan. El punto X_m será el segundo punto de medida. El punto de inyección solo necesita estar aguas arriba del punto X_0 . La ec. (31) vuelve a ser la base del desarrollo matemático. Abarcando la sección experimental desde X_0 hasta $X = X_e$, debemos medir primero en X_0 menor o igual que 0, y en X_m mayor que 0 donde el segundo punto de medida puede estar dentro de la sección experimental X_m menor o igual que X_e , o en la sección de salida X_m mayor o igual que X_e .

Se inyecta el trazador en X menor que X_0 . El problema de contorno puede ser resuelto de modo análogo al de Van der Laan:

$$\frac{\partial C'_a}{\partial \theta} + \frac{\partial C'_a}{\partial x} - \frac{1}{P_a} \frac{\partial^2 C'_a}{\partial x^2} = 0 \quad x_0 \leq x \leq 0 \quad 45$$

$$\frac{\partial C'}{\partial \theta} + \frac{\partial C'}{\partial x} - \frac{1}{P} \frac{\partial^2 C'}{\partial x^2} = 0 \quad 0 \leq x \leq x_e \quad 46$$

$$\frac{\partial C'_b}{\partial \theta} + \frac{\partial C'_b}{\partial x} - \frac{1}{P_b} \frac{\partial^2 C'_b}{\partial x^2} = 0 \quad x \geq x_e \quad 47$$

con condiciones de contorno:

$$C'_a(x, 0) = C'(x, 0) = C'_b(x, 0) = 0 \quad 48a$$

$$C'_a(x, \theta) = C'_0(\theta) \quad 48b$$

$$C'_a(0^-, \theta) - \frac{1}{P_a} \frac{\partial C'_a}{\partial x}(0^-, \theta) = C'(0^+, \theta) - \frac{1}{P} \frac{\partial C}{\partial x}(0^+, \theta) \quad 48c$$

$$C'_a(0^-, \theta) = C'(0^+, \theta) \quad 48d$$

$$C' (X_e^-, \theta) = C'_b (X_e^+, \theta) \quad 48e$$

$$C' (X_e, \theta) - \frac{1}{P} \frac{\partial C'}{\partial x} (X_e, \theta) = C'_b (X_e^+, \theta) - \frac{1}{P_b} \frac{\partial C'_b}{\partial x} (X_e^+, \theta) \quad 48f$$

$$C'_b (+\infty, \theta) = \text{finito} \quad 48g$$

No hay términos fuentes en la ec. (46) debido a que el punto de inyección, se hace aguas arriba de la sección sobre la que van a ser aplicadas las ecuaciones.

Las condiciones de contorno son del mismo tipo de las utilizadas por Van der Laan (29) excepto en la ec. (48b). Esta, solo establece que vamos a medir la concentración en $X_0 = X$, que llamamos c' . La solución de las ecuaciones (45), (46) y (47) se hace por utilización de las transformadas de Laplace,

La transformada de la concentración en $x = x_m$ es:

$$\frac{\bar{C}'_m}{\bar{C}'_0} = \frac{2q_a}{\Delta} \left\{ (q - q_b) \exp \left[\left(\frac{1}{2} + q \right) P (x_m - x_e) \right] + (q + q_b) \exp \left[\left(\frac{1}{2} - q \right) P (x_m - x_e) \right] \right\} \quad x_m \leq x_e \quad 49$$

$$\frac{\bar{C}'_m}{\bar{C}'_0} = \frac{4qq_a}{\Delta} \exp \left[\left(\frac{1}{2} - q_b \right) P_b (x_m - x_e) \right] \quad x_m \geq x_e \quad 50$$

donde:

$$\Delta = (q + q_a) \left\{ (q - q_b) \exp \left[\left(\frac{1}{2} + q_a \right) P_a x_0 - \left(\frac{1}{2} + q \right) P x_e \right] + \right.$$

$$\begin{aligned}
 &+ (q+q_b) \exp \left\{ \left(\frac{1}{2} - q_a \right) P_1 x_o - \left(\frac{1}{2} - q \right) P x_e \right\} - \\
 &-(q-q_a) \left\{ (q-q_b) \exp \left\{ \left(\frac{1}{2} - q_a \right) P_a x_o - \left(\frac{1}{2} + q \right) P x_e \right\} + \right. \\
 &\left. +(q+q_b) \exp \left\{ \left(\frac{1}{2} + q_a \right) P_a x_o - \left(\frac{1}{2} - q \right) P x_e \right\} \right\}
 \end{aligned}$$

Nótese que el segundo miembro de la ec.(49) es igual a la relación entre la transformada de la concentración, en el segundo punto de medida y la transformada de la concentración, en el primer punto de medida. En la terminología de la ingeniería de control, esta cantidad es la función de transferencia del sistema entre x_o y x_m . Es posible el método de la transformada de Laplace, debido a que la ecuación de difusión es una ecuación diferencial lineal. Por lo tanto, el segundo miembro de la ec. (49), puede en principio usarse para un análisis de control, de un proceso de dispersión axial.

La media y la varianza pueden determinarse a partir de las ecuaciones (49) y (50), utilizando el método de Van der Laan (ec. 36). Los resultados son de la forma:

$$\Delta\mu_1 = \mu_{1m} - \mu_{10} = \psi_1(P, P_a, P_b, x_o, x_m, x_e) \quad 51$$

$$\Delta\sigma^2 = \sigma_m^2 - \sigma_0^2 = \psi_2(P, P_a, P_b, x_o, x_m, x_e) \quad 52$$

donde ψ_1 y ψ_2 son funciones complicadas dadas por Bischoff y Levenspiel (34). Para utilizar este método, se mide la concentración de trazador en dos puntos x_o y x_m , y se calculan las varianzas. Se halla su diferencia, valor que se usa en la ec. (52) junto con las propiedades físicas (dimensiones físicas) del aparato experimental para calcular P y de aquí D'_L .

Se tiene una simplificación interesante de estas expresiones generales, cuando se hacen las dos medidas dentro de la sección experimental. En tales circunstancias las ec. (51) y (52) se convierten en:

$$\Delta\mu_1 = 1 - \frac{1-b}{p} (1 - \exp|-P|) \exp \left\{ P(x_m - x_e) \right\} \quad 53$$

$$\begin{aligned} \Delta\sigma^2 = & \frac{2}{P} + \frac{1-b}{p^2} \exp \left\{ P(x_m - x_e) \right\} \left\{ 4(1+b)(\exp|-P|-1) + \right. \\ & + 4P(x_m - x_e) + (1-b)(\exp|-2P|-1) \exp \left\{ P(x_m - x_e) \right\} + \\ & \left. + 4 P (x_e - x_o) \exp|-P| \right\} \quad 54 \end{aligned}$$

como encontraron Aris (30) y Bischoff (33).

Estas expresiones, se reducen a formas particularmente sencillas para caso de un tubo infinito, donde $b=1$. Haciendo que el subíndice infinito se refiera a un tubo infinito, o recipiente abierto, caso como el que se muestra en el tercer esquema de la tabla II.

$$\Delta\mu_{1\infty} = 1 \quad 55$$

$$\Delta\sigma_{\infty}^2 = 2/P \quad 56$$

Es poco frecuente el uso de estas expresiones en su forma más general, ecuaciones (51) y (52); probablemente el único caso en que son necesarias sea el representado en el último esquema del trabajo de Levenspiel y Smith (26). En este trabajo las medidas se hacen fuera de la sección experimental. Estas medidas pueden utilizarse para medir la dispersión característica de un recipiente de proceso de una planta, en el que no es posible introducir el dispositivo de medida en

su interior. Con estas ecuaciones, las medidas se toman solamente a cada lado de la sección experimental. Por otra parte, si se pueden introducir los dispositivos de medida, entonces emplearemos las ecuaciones (53) a la (56). Si se comparan estas expresiones vemos que es conveniente hacer las medidas lo más lejos posible de las secciones de entrada y salida, ya que de este modo, podemos emplear las ecuaciones sencillas (55) y (56).

Como vemos las experiencias con trazadores nos pueden dar una información muy útil sobre la distribución del tiempo de residencia de un fluido en un reactor.

Lavenspiel y Turner (35) en un trabajo muy reciente demuestran que diferentes métodos de inyección del trazador dan distintas curvas de salidas y por tanto diferentes tiempos de residencia, asimismo tiene importancia la técnica de medida de forma que son posibles distintas combinaciones de estas técnicas de inyección y medida. También Lavenspiel, B.W. Lai y C. Chatline (36) obtienen la relación de las curvas de distribución de tiempos de residencia para estos cuatro casos;

- a).- Para flujo en recipientes de sección normal.
- b).- Para flujo de fluidos con difusión axial despreciable.
- c).- Para flujo de fluidos con difusión radial.
- d).- Para cualquier perfil de velocidad.

Por último hemos de destacar la aplicabilidad del modelo unidimensional, viéndose el efecto de la longitud, diámetro y viscosidad sobre el coeficiente de dispersión.

Estos estudios fueron hechos para muchas condiciones por Taylor (37) y ultimamente por C.N. Sittel, W.D. Threadgill y K.B. Schnelle (38). Los resultados a los que han llegado estos autores son una relación entre el coeficiente de dispersión D_L y el Re

$$D_L = 3,87 \cdot 10^{-5} \cdot Re^{0,764} \text{ pies}^2/\text{seg}$$

solución que se encuentra entre las de Hays (39) y la de Taylor (37).

PARTE EXPERIMENTAL

APARATOS

Para la obtención de los datos hemos empleado los siguientes aparatos:

1º.- Un Osciloscopio "Tektronix", tipo 502 A de doble entrada, que da dos señales con un amplio campo de velocidad de barrido y alta sensibilidad de entrada. Este tipo puede emplearse para dos señales X-Y separadas a sensibilidades medias, y señal simple a X-Y a altas sensibilidades. Pueden emplearse amplificadores verticales para ambas señales con una sola entrada para operación convencional. La versatilidad de este Osciloscopio hace que sea un aparato adaptable a una gran cantidad de operaciones industriales y científicas.

El campo de sensibilidad es amplia y va desde 20 v/cm a 0,1 mV/cm.

Tiene 21 velocidades de barrido calibradas desde 1 cm/seg. a 0,2 cm/seg. La desviación típica se encuentra dentro del 1 por ciento de la escala total; en todos los casos no sobrepasa el 3 por ciento de la escala total.

RETICULADO

Posee una retícula con 10 divisiones horizontales y 10 verticales de 1 cm. Las marcas luminosas tienen un grosor de 1 mm. sobre los ejes.

2º.- Generador de frecuencias, tipo, GM 2315 de la casa Philips. Este generador es de tensión alterna a baja frecuencia, estable y de débil distorsión. Gracias a los elementos de construcción, débil coeficiente de temperatura y gran contrarreacción en el amplificador, se obtiene una gran estabilidad de frecuencia durante un amplio período de utilización.

El elemento regulador está constituido por una serie de resistencias y de condensadores.

La gama de frecuencia abarca 20, 200, 2.000 y 20.000 Hz.

El error de frecuencia es el 5 por ciento cuando el aparato alcanza su temperatura de funcionamiento.

El error de lectura es inferior al 2 por ciento.

Después de 30 minutos de calentamiento, la variación de frecuencia es inferior al 1 por ciento.

La tensión de salida es regulable desde 0,5 mV a 10 V.

La distorsión de 20 a 100 c/s es inferior al 1 por ciento, de 100 a 20.000 c/s es inferior al 0,5 por ciento.

3^o.— Rotámetros.— Para la medida de los distintos caudales de flujo, hemos empleado tres tipos de rotámetros de la casa VEB Prüfgerate—Werk Medingen Dresden.

a).— Para caudales comprendidos entre 200 y 800 l/h se empleó el tipo PF 12/4 Nr. 78715.

b).— Para caudales comprendidos entre 40 y 220 l/h, se empleó el PF 10/4 Nr 78723.

c).— Para caudales del orden de 20 a 120 l/h se usó el PF 8/4 Nr 78720.

4^o.— Caja de resistencias. Se preparó una caja de resistencias desde 500 ohmios a 100.000 ohmios conectada al circuito, para compensar los voltajes en las deflexiones.

5^o.— También se utilizó un estabilizador de corriente alterna, para evitar las fluctuaciones de la tensión.

6^o.— Para hacer las fotografías se empleó una cámara fotográfica tipo Kodak, Prontor 300S.

7^o.— Para ampliar las fotografías se empleó una ampliadora de la casa Zafir.

REACTIVOS

Se ha empleado como trazador, ácido clorhídrico PROBUS, de 23°Bé. A partir de ácido de esta concentración se prepararon varias disoluciones de distinta molaridad, para hacer pruebas y comprobar cuál de ellas era la más idónea para nuestras experiencias.

Interesa una conductividad que nos permita fotografiar las curvas, con amplio campo dentro de la pantalla del osciloscopio. Trabajamos en un campo de concentraciones bajas, que nos permitió poca variación en la conductividad y evitamos los efectos corrosivos; el esquema es el de la Fig. 6.

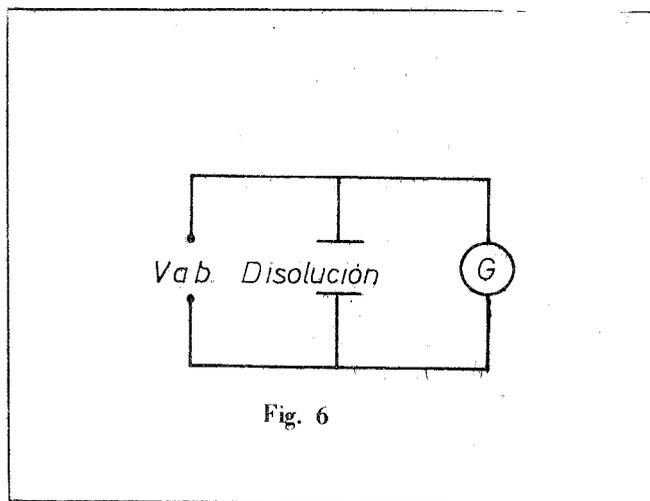
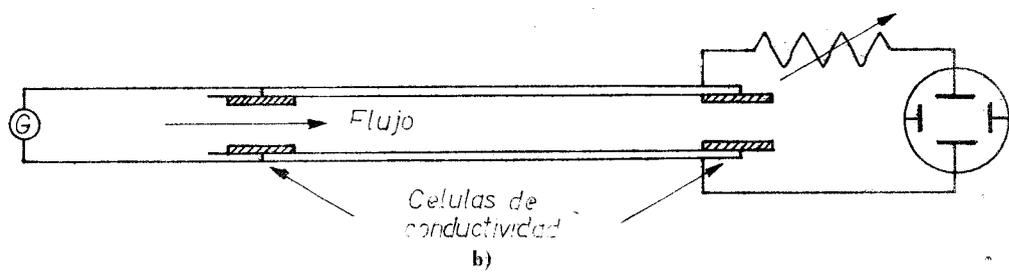
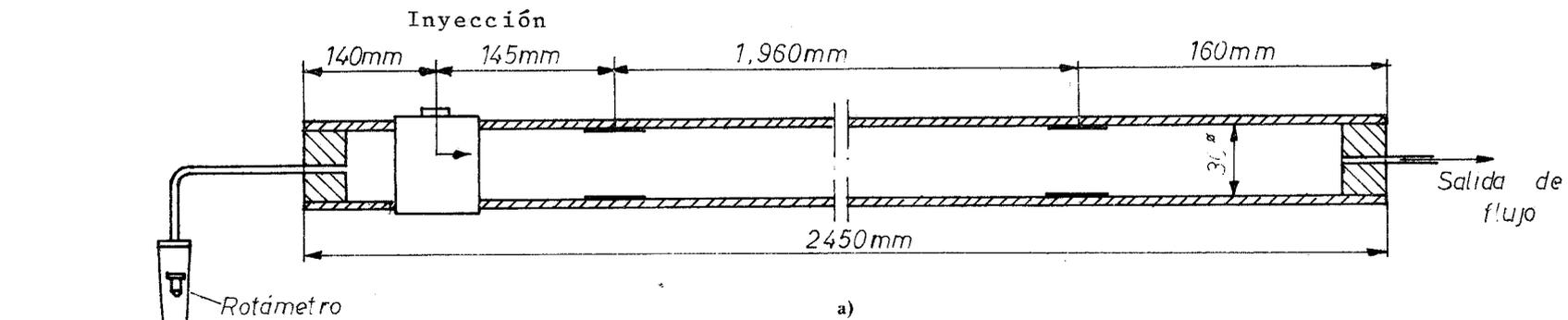


Fig. 6

Así un aumento de la conductividad de la disolución que corresponde a un aumento de la concentración de trazador en la misma, produce una disminución de V_{ab} , de modo que si conseguimos medir de modo continuo V_{ab} tendremos una medida continua de la concentración de trazador a lo largo del reactor tubular.



Figs. 7 a) y 7 b)

DISPOSITIVO EXPERIMENTAL

El Reactor experimental está constituido por un tubo prácticamente fijo, de P.V.C., de las siguientes dimensiones:

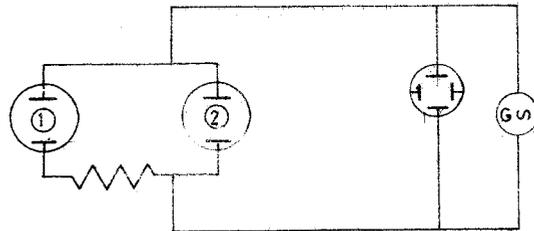
Diámetro = 3 cm.

Longitud = 196,40 cm (Distancia entre las células de medida, equivale a la longitud o zona de reacción).

Lugar de inyección = 14,5 cm. antes de la primera célula.

El esquema es el de la Fig. 7.

Las células son de acero inoxidable y están colocadas en la pared del tubo de P.V.C.; véase el dispositivo eléctrico experimental de la Fig. 8.



1 y 2 - Células de conductividad

Fig. 8

La resistencia tiene como misión amplificar las variaciones de potencial que registramos en el Osciloscopio, y compensar las curvas de entrada y salida.

El procedimiento que seguimos es el siguiente: Fijamos un caudal y hacemos pruebas variando la velocidad de barrido y la sensibilidad del osciloscopio de modo que toda la curva caiga

dentro de la pantalla.

Conseguido ésto, inyectamos trazador (0,2 cc, 0,5 M) y al mismo tiempo disparamos la cámara fotográfica previamente enfocada y fija dejando que se impresione la película. Repetimos la misma operación para la señal de salida. Revelamos la película y obtenemos los negativos de las curvas de distribución de tiempos de residencia. Pasamos estos negativos a la amplificadora ZAFIR y proyectamos sobre un papel milimetrado tomando entonces valores de X e Y en mm. Como mantenemos fijas las relaciones de amplificación y las fotografías se han hecho a la misma distancia podemos pasar fácilmente de mm a deflexión en Voltios y a tiempo de segundos ya que conocemos la velocidad de barrido. Así obtenemos los valores experimentales que trataremos después.

CONDICIONES DE OPERACION

Con el equipo ya preparado estamos en condiciones de iniciar el estudio para efectuar las medidas en el osciloscopio de rayos catódicos. Las variables que influirán para la elección de las condiciones óptimas serán:

- a).— Sensibilidad
- b).— Voltaje de entrada
- c).— Frecuencia en Kilociclos
- d).— Caudal de fluído
- e).— Volumen de inyección de trazador
- f).— Concentración de trazador
- g).— Deflexión inicial
- h).— Deflexión final
- i).— Resistencia en serie al circuito

Se han realizado distintas medidas para tratar de encontrar las mejores condiciones que se indican en la tabla 3.

De esta table se deduce que la influencia de la concentración y volumen de trazador, C_0 y V_0 , es importante ya que si se aumenta la concentración las deflexiones aumentan y si aumentamos el volumen tambien. Sin embargo, hemos tenido problemas en las deflexiones de salida; para aumentar la señal de salida en el osciloscopio se conectó al circuito una resistencia en y variable hasta que las medidas fuesen similares a las de la señal de entrada.

Los resultados se dan en la tabla 4.

De esta tabla 4, se deduce que las condiciones óptimas para efectuar las medidas de las conductividades del trazador dentro del reactor tubular son:

- 1º.— Concentración del trazador 0,5 M.
- 2º.— Volumen del trazador de 0,25 c.c.
- 3º.— Resistencia intercalada en el circuito en serie 3.400 ohmios.

T A B L A.— 3

Número experiencias	Sensibilidad Voltio/cm.	Voltaje (Voltios)	Frecuencia kilociclos	Caudal l/h.	Volumen de trazador (c.c.)	Concentración Moles/litro	Deflexión de Entrada (cm.)	Deflexión de Salida (cm.)	Resistencia ohmios
1	0,2	4,8	20	122	0,5	0,005	0,3	----	----
2	"	5,0	"	"	"	0,10	3,5	0,3	----
3	"	"	"	"	1,0	"	6,0	0,90	----
4	"	"	"	"	"	"	6,0	0,80	----
5	"	"	"	"	"	"	6,2	0,89	----
6	"	"	"	"	"	"	6,0	0,90	----
7	"	"	"	"	"	"	6,4	0,95	----
8	"	"	"	220	0,5	"	5,2	0,25	----
9	"	"	"	"	"	"	5,1	0,18	----
10	"	"	"	"	1,0	"	6,0	0,90	----
11	"	"	"	"	"	"	6,2	0,96	----
12	"	"	"	"	"	"	6,0	0,86	----
13	"	"	"	"	"	"	6,4	0,96	----
14	"	"	"	"	"	"	6,0	0,90	----
15	"	"	"	"	"	"	5,9	0,89	----

T A B L A .— 4

Número experiencias	Sensibilidad Voltio/cm.	Voltaje (Voltios)	Frecuencia kilociclos	Caudal 1/h.	Volumen de trazador (c.c.)	Concentración Moles/litro	Deflexión de Entrada (cm.)	Deflexión de Salida (cm.)	Resistencia, ohmios
1	10	0,2	20	130	0,5	0,5	5,2	4,0	3.400
2	"	"	"	"	"	"	5,0	4,2	"
3	"	"	"	"	"	"	5,30	4,10	"
4	"	"	"	124	"	"	5,3	4,90	"
5	"	"	"	"	"	"	5,5	4,80	"
6	"	"	"	"	"	"	5,3	4,76	"
7	"	"	"	"	"	"	5,0	4,70	"
8	5	0,07	"	130	"	"	5,4	4,0	"
9	"	"	"	"	"	"	6,0	4,20	"
10	1	0,05	"	"	0,2	"	5,0	5,0	"
11	"	"	"	"	"	"	5,2	5,3	"
12	"	"	"	"	"	"	5,0	5,0	"
13	2	"	"	220	"	"	6,0	5,40	"
14	"	"	"	"	"	"	6,0	5,80	"
15	"	"	"	400	"	"	6,4	5,50	"
16	"	"	"	"	"	"	6,0	5,50	"
17	"	"	"	250	"	"	6,30	6,0	"

OBTENCION DE LAS CURVAS ESTIMULO-RESPUESTA

Vamos a considerar las variables que tienen influencia en la obtención de las condiciones óptimas para fotografiar las curvas.

1º.— Distancia a que se encuentra la cámara de la pantalla del osciloscopio.

2º.— Diafragma

3º.— Tiempo de exposición

4º.— Enfoque

5º.— Intensidad.

La tabla 5 nos muestra los ensayos realizados

T A B L A .— 5

Nº Exp.	Distancia	Diafragma	Tiempo Exposición	Enfoque	Intensidad
1	20 cm.	11	8 seg.	1 m.	7
2	20 "	11	8 "	1 "	10
3	20 "	11	8 "	1 "	8
4	20 "	2,8	8 "	1 "	8
5	20 "	22	8 "	1 "	8
6	20 "	11	8 "	1 "	8
7	20 "	22	8 "	1 "	7
8	20 "	22	8 "	1 "	10

ANALISIS DEL METODO

a).- Elección del trazador

El primer problema que se plantea, es la elección de trazador; pudiendo emplearse sales inorgánicas ClK, ClNa, etc. dado que son electrolitos fuertes, presentando una buena conductividad.

Nosotros hemos elegido el ClH, que tiene una gran conductividad a concentraciones bajas, $422,74 \text{ ohm}^{-1} \cdot \text{cm}^2$ para una concentración de 0,005 M y $391,32 \text{ ohm}^{-1} \cdot \text{cm}^2$ para concentraciones de 0,10 M.

Por otra parte el ClH tiene una densidad analoga a la del agua (fluido principal) y resulta idóneo como trazador. El problema que podría plantearse es una pequeña electrolisis formándose H_2 que se situaría sobre los electrodos falseando las lecturas. Esto se ha resuelto trabajando con corriente de alta frecuencia, 20.000 ciclos.

También nos aseguramos de que el trazador no produjese efectos corrosivos sobre las células. Para ello se introdujeron en el reactor conjuntamente con el agua diferentes cantidades de ClH de distinta concentración, permaneciendo en el mismo varios días, al cabo de los cuales se desmontó el sistema para comprobar su estado y se observó que para las concentraciones utilizadas en nuestro trabajo no había corrosión.

b).- Inyección del trazador

El mecanismo para la inyección de trazador consta de una jeringa y aguja hipodérmica, estando la última fijada al reactor, efectuando distintas experiencias a fin de determinar la reproductibilidad de los resultados y sensibilidad del sistema según la dirección y localización de la inyección.

Se ensayó inicialmente con una inyección normal al flujo, midiéndose los tiempos de residencia de las primeras partículas, para conocer el límite inferior de la curva de salida. Repitiendo las mismas experiencias para los caudales se encontró que no eran reproducibles, como

consecuencia del método de inyección, que provocaba una ligera disturbancia en el flujo produciendo corrientes convectivas, con lo que las medidas no eran adecuadas.

En la tabla 6 se indican los resultados correspondientes a esta serie de experiencias. Dadas las diferencias en estas medidas ensayamos una inyección en la dirección del flujo, que produce menos disturbancia, los resultados (como se puede observar en la tabla 7) son repetitivos y nos muestran la bondad del método empleado.

T A B L A . - 6

Caudal	T I E M P O E N S E G U N D O S					
	N ú m e r o d e e x p e r i e n c i a s					
	1	2	3	4	5	6
600 l/h.	6,8	6,7	6,8	6,7	6,8	6,8
550	7,4	7,3	7,5	7,4	7,4	7,4
470	8,6	8,8	8,5	8,5	8,5	8,6
450	8,8	8,9	8,8	8,7	8,8	9,0
400	9,6	9,7	9,6	9,8	9,5	9,5
350	11,0	10,5	10,8	10,9	11,0	11,0
300	12,3	12,3	12,4	12,5	12,4	12,3
250	13,5	14,0	13,9	13,4	14,1	13,8
220	14,9	14,2	14,7	15,5	15,2	14,6
200	16,1	16,6	17,2	16,5	16,4	16,2
140	20,2	21,5	20,5	22,3	21,8	20,0
100	24,5	24,3	25,6	24,2	26,5	24,2
87	29,5	31,2	35,4	29,9	32,4	28,6
50	45,2	44,9	44,6	45,7	46,1	44,7
46	54,9	55,6	56,7	57,8	55,6	52,4
40	61,5	62,7	64,5	63,9	60,7	62,8
33	80,8	81,5	82,5			80
28	110,4	108,4	111,4			108
20	180,8	185,8	188,8			180

T A B L A . - 7

Caudal	T I E M P O E N S E G U N D O S					
	N ú m e r o d e e x p e r i e n c i a s					
	1	2	3	4	5	6
800 l/h.	5,50	5,50	5,50	5,49	5,50	5,50
650	6,00	6,00	5,90	6,00	6,00	5,95
600	6,40	6,40	6,45	6,40	6,39	6,40
550	6,90	6,88	6,90	6,90	6,80	6,86
500	7,50	7,50	7,50	7,50	7,50	7,50
470	8,10	8,00	8,00	8,15	8,08	8,12
400	9,00	9,10	9,08	9,10	9,04	8,98
350	10,75	10,80	10,70	10,80	10,78	10,80
300	11,50	11,48	11,52	11,39	11,44	11,56
280	12,20	12,30	12,35	12,25	12,56	12,34
250	12,60	12,70	12,58	12,75	12,65	12,63
200	15,11	15,32	15,10	15,08	15,43	15,07
150	18,82	18,80	18,78	18,90	18,76	18,83
130	19,60	19,57	19,64	19,60	19,70	19,35
110	20,60	20,54	20,50	20,68	20,60	20,61
100	25,50	25,70	25,60	25,08	25,47	25,90
80	32,56	32,79	32,50	32,70	33,08	32,47
60	45,10	44,60	45,47	46,36	45,89	45,60
40	65,50	66,25	65,08	65,20	64,60	65,00

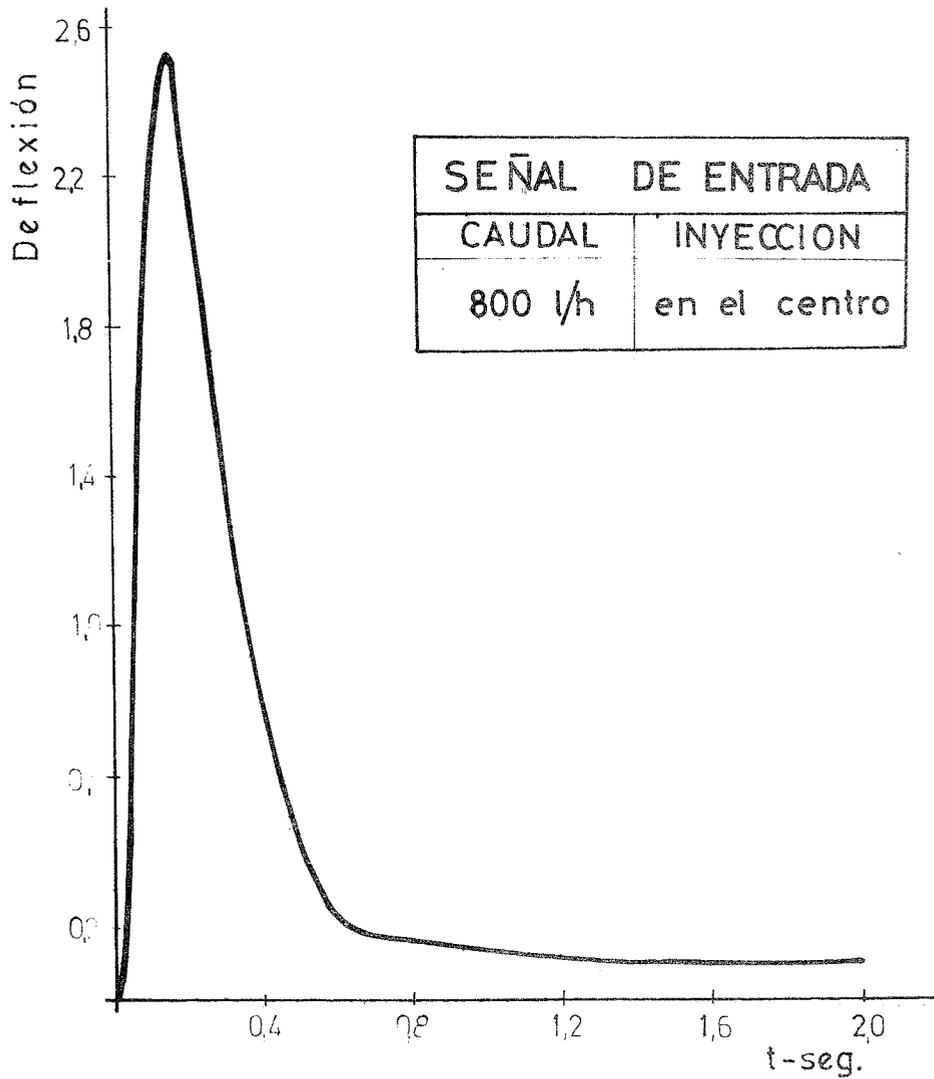


Fig. 9

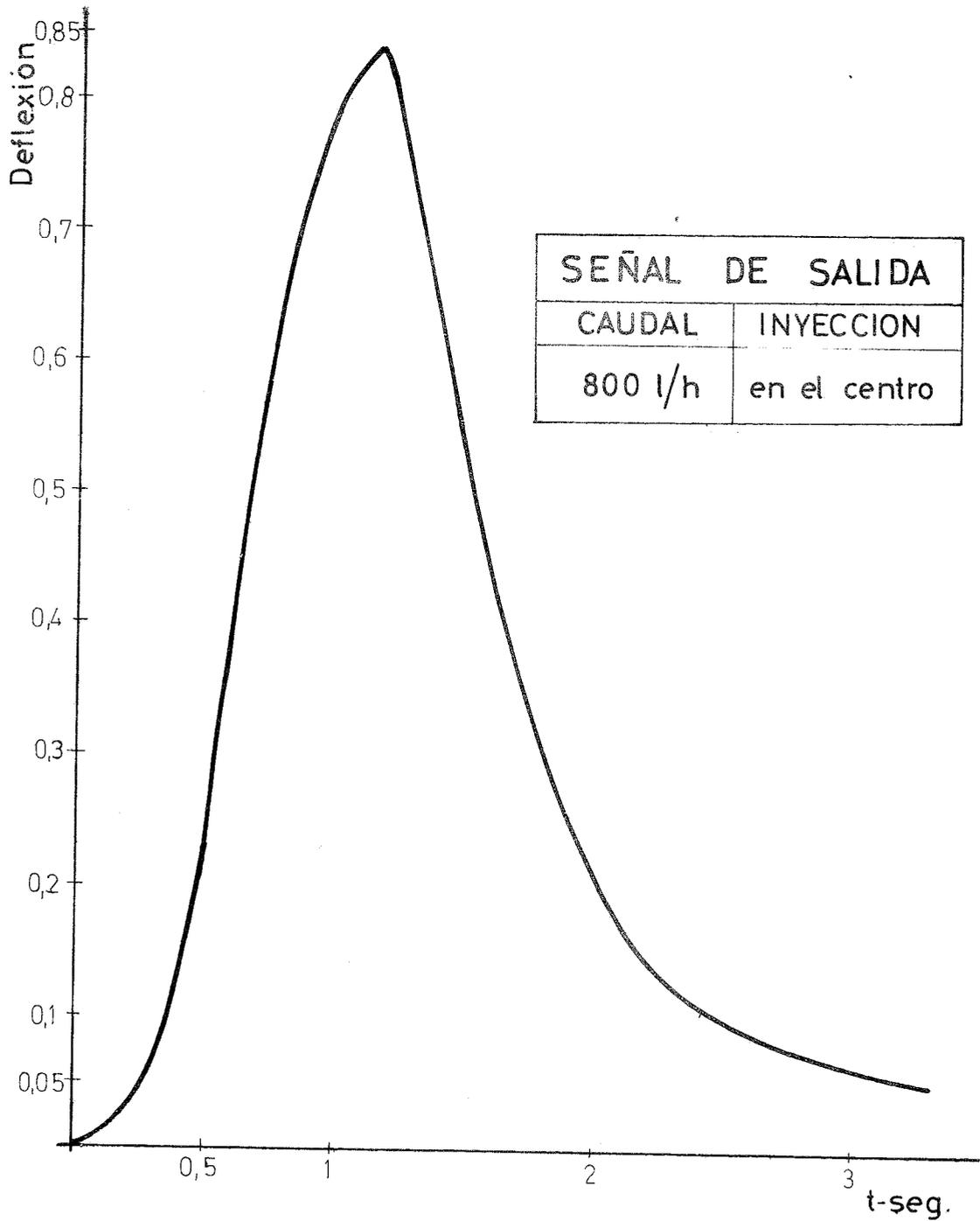


Fig. 10

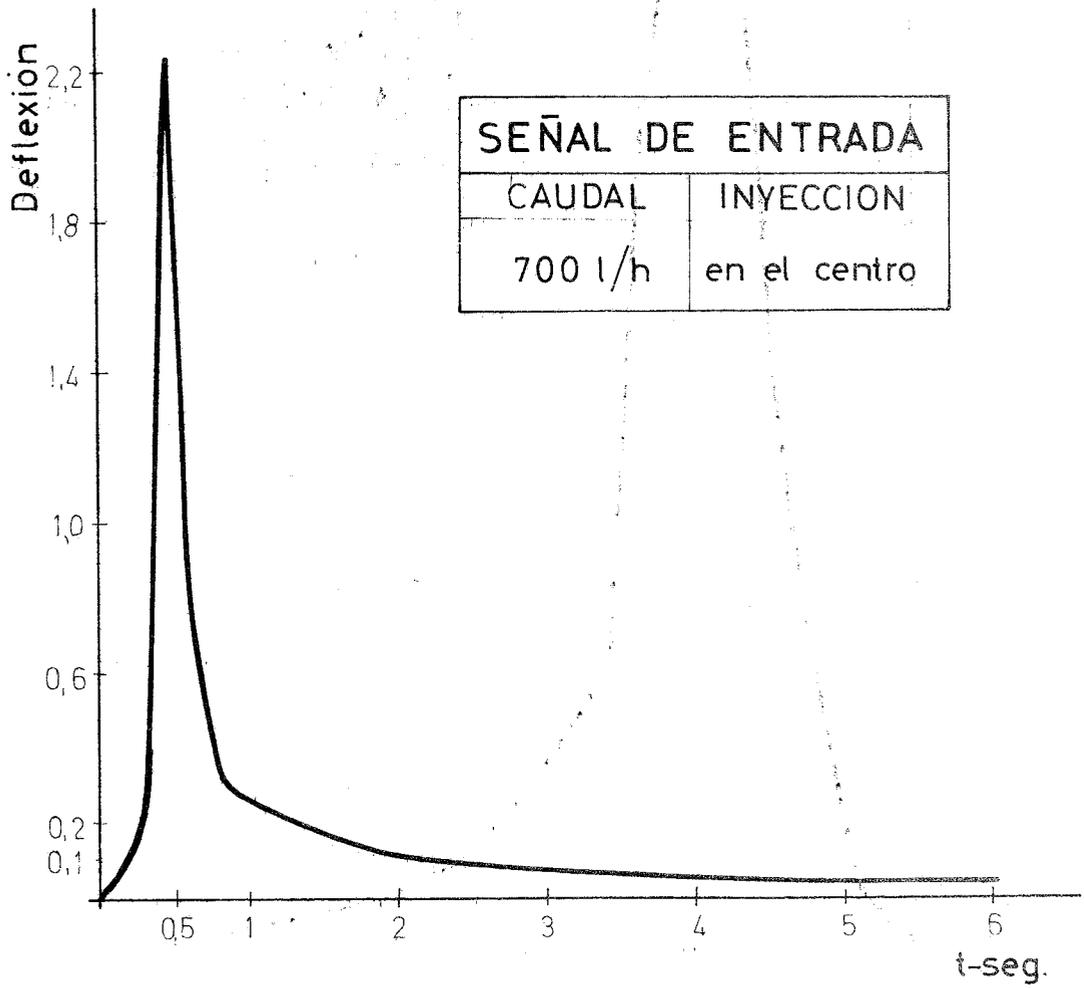


Fig. 11

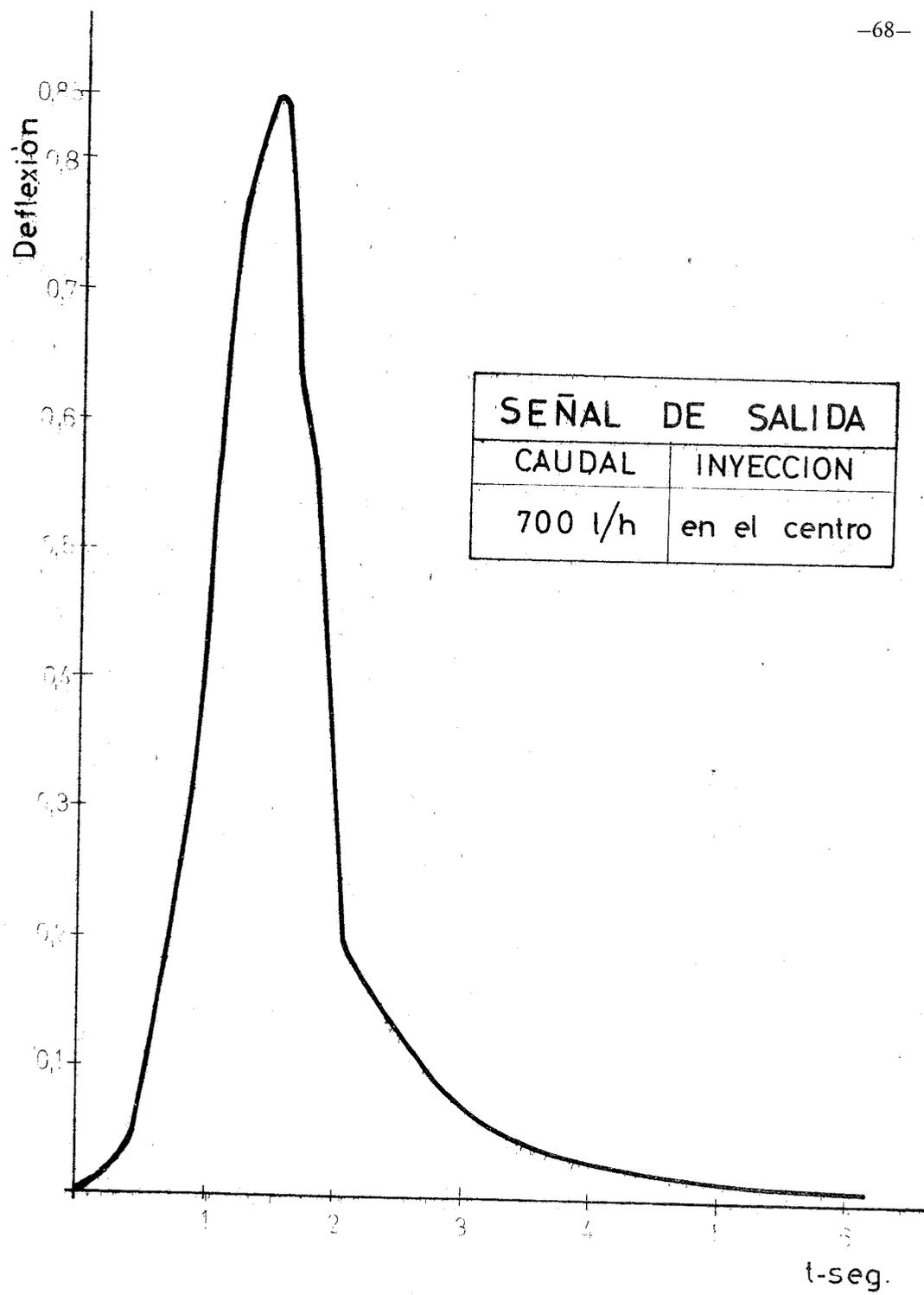


Fig. 12

CAUDAL = 800 l/h.

T A B L A. - 8 (Entrada)

t	d	t	d	t	d
0	0	0,196	2,527	0,627	0,179
0,019	0,107	0,235	2,00	0,98	0,140
0,058	1,411	0,294	1,54	1,96	0,102
0,137	2,463	0,450	0,640	2,35	0,102
0,156	1,514	0,509	0,360	1,940	0,102
0,176	2,540				

T A B L A. - 9 (Salida)

t	d	t	d	t	d
0	0	0,627	0,400	1,29	0,740
0,058	0,042	0,764	0,624	1,607	0,422
0,235	0,072	0,999	0,800	1,714	0,337
0,352	0,116	1,136	0,840	1,352	0,117
0,431	0,175	1,156	0,838	2,744	0,080
0,509	0,247	1,195	0,822	3,332	0,049

CAUDAL = 700 l/h.

T A B L A. - 10 (Entrada)

t	d	t	d	t	d
0	0	0,47	2,26	1,41	0,157
0,078	0,116	0,548	0,943	1,96	0,110
0,235	0,141	0,627	0,50	2,35	0,078
0,313	0,188	1,019	0,25	4,70	0,047
0,392	2,02	1,254	0,173	6,115	0,047

T A B L A. - 11 (Salida)

t	d	t	d	t	d
0	0	1,41	0,829	3,210	0,051
0,078	0,016	1,489	0,850	3,53	0,038
0,39	0,025	1,568	0,847	3,763	0,031
0,47	0,040	1,646	0,678	3,920	0,029
0,627	0,126	1,960	0,445	4,312	0,022
0,784	0,253	2,270	0,187	4,704	0,016
0,862	0,202	2,900	0,076	5,488	0,015
0,941	0,379	3,057	0,061	6,272	0,0076

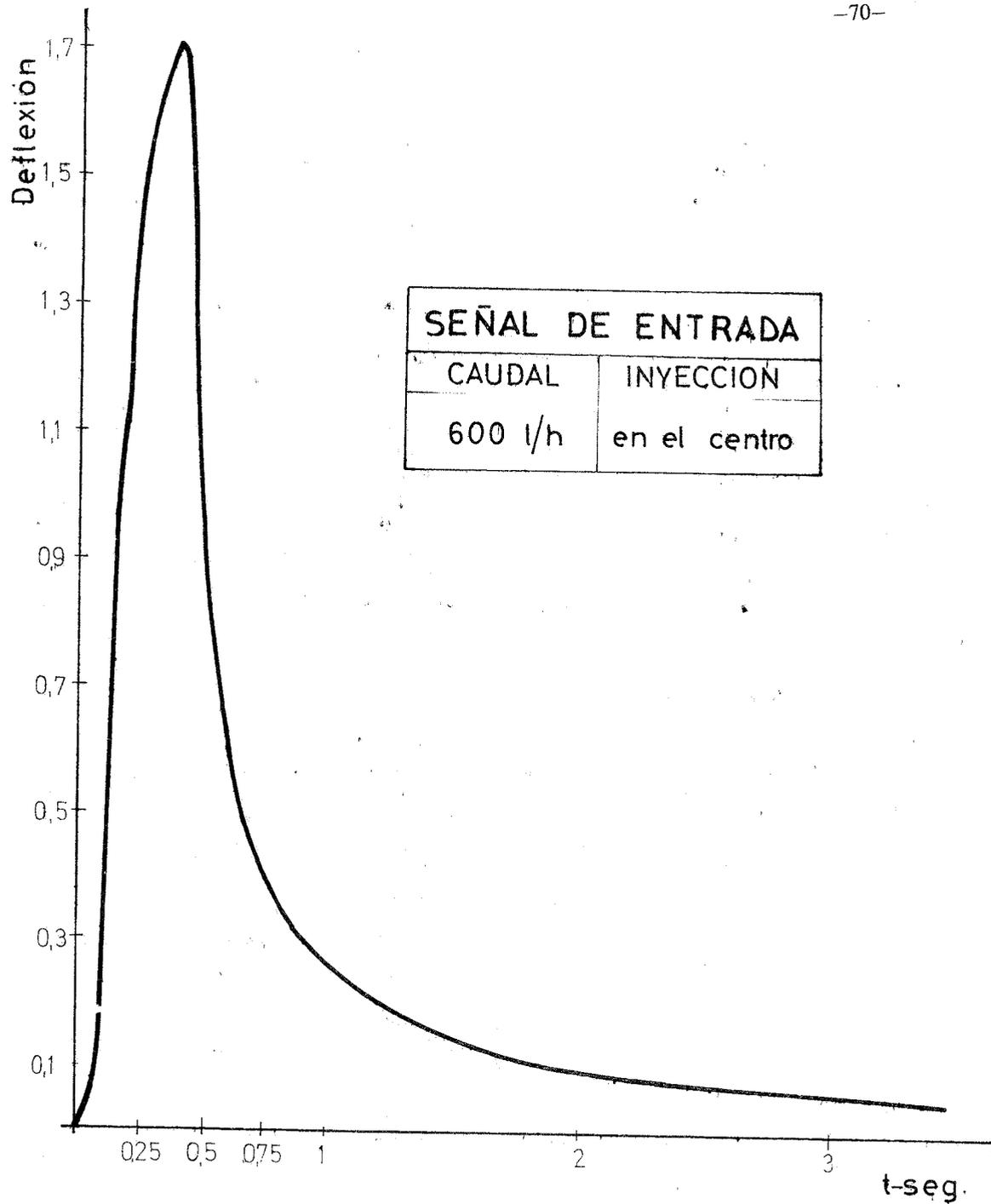


Fig. 13

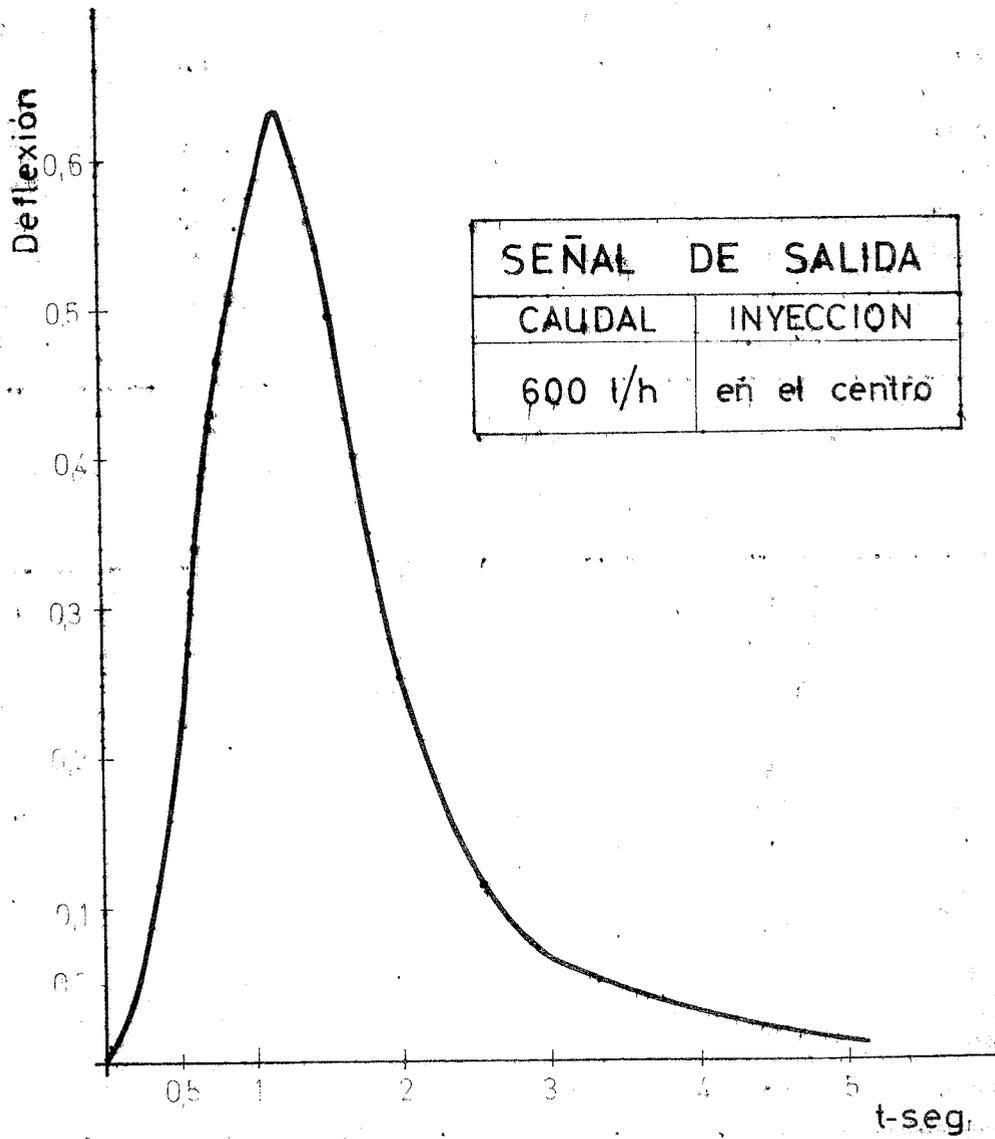


Fig. 14

CAUDAL= 600 l/h.

T A B L A.— 12 (Entrada)

t	d	t	d	t	d
0	0	0,509	0,781	1,568	0,130
0,078	0,169	0,627	0,509	1,764	0,113
0,157	1,076	0,784	0,379	1,960	0,102
0,196	1,130	0,940	0,300	2,156	0,096
0,235	1,427	1,019	0,260	2,352	0,089
0,274	1,518	1,136	0,220	2,548	0,079
0,313	1,597	1,215	0,192	2,744	0,0679
0,392	1,719	1,332	0,164	3,136	0,0657
0,431	1,189	1,372	0,158	3,528	0,0566

T A B L A.— 13 (Salida)

t	d	t	d	t	d
0	0	1,09	0,617	2,310	0,172
0,039	0,047	1,136	0,628	2,510	0,121
0,274	0,080	1,176	0,633	2,626	0,110
0,352	0,121	1,215	0,635	2,705	0,100
0,509	0,213	1,254	0,609	2,940	0,083
0,627	0,352	1,372	0,576	3,920	0,046
0,823	0,470	1,411	0,547	4,312	0,036
0,862	0,495	1,607	0,444	4,704	0,033
0,901	0,514	1,685	0,407	5,488	0,024
0,980	0,547	1,880	0,282	5,880	0,022
1,019	0,569	2,038	0,231	6,272	0,016

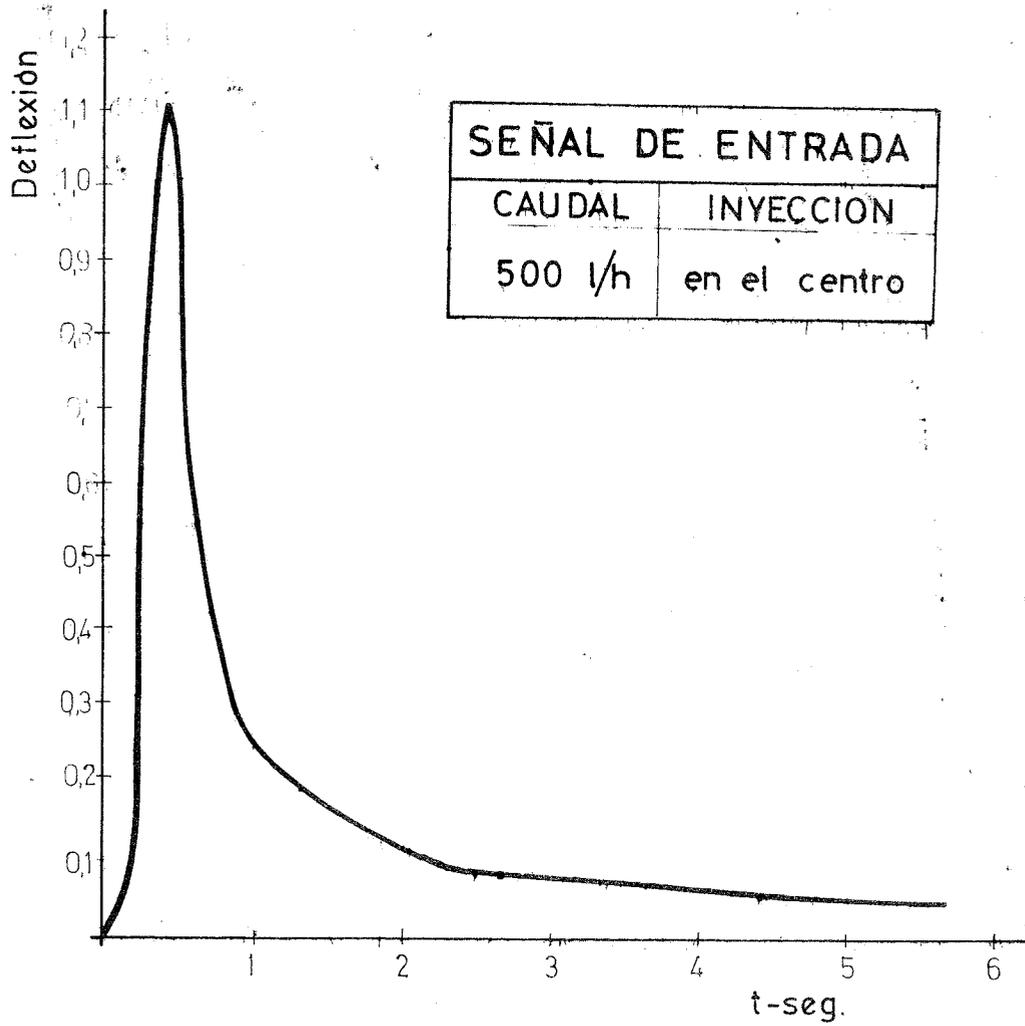


Fig. 15

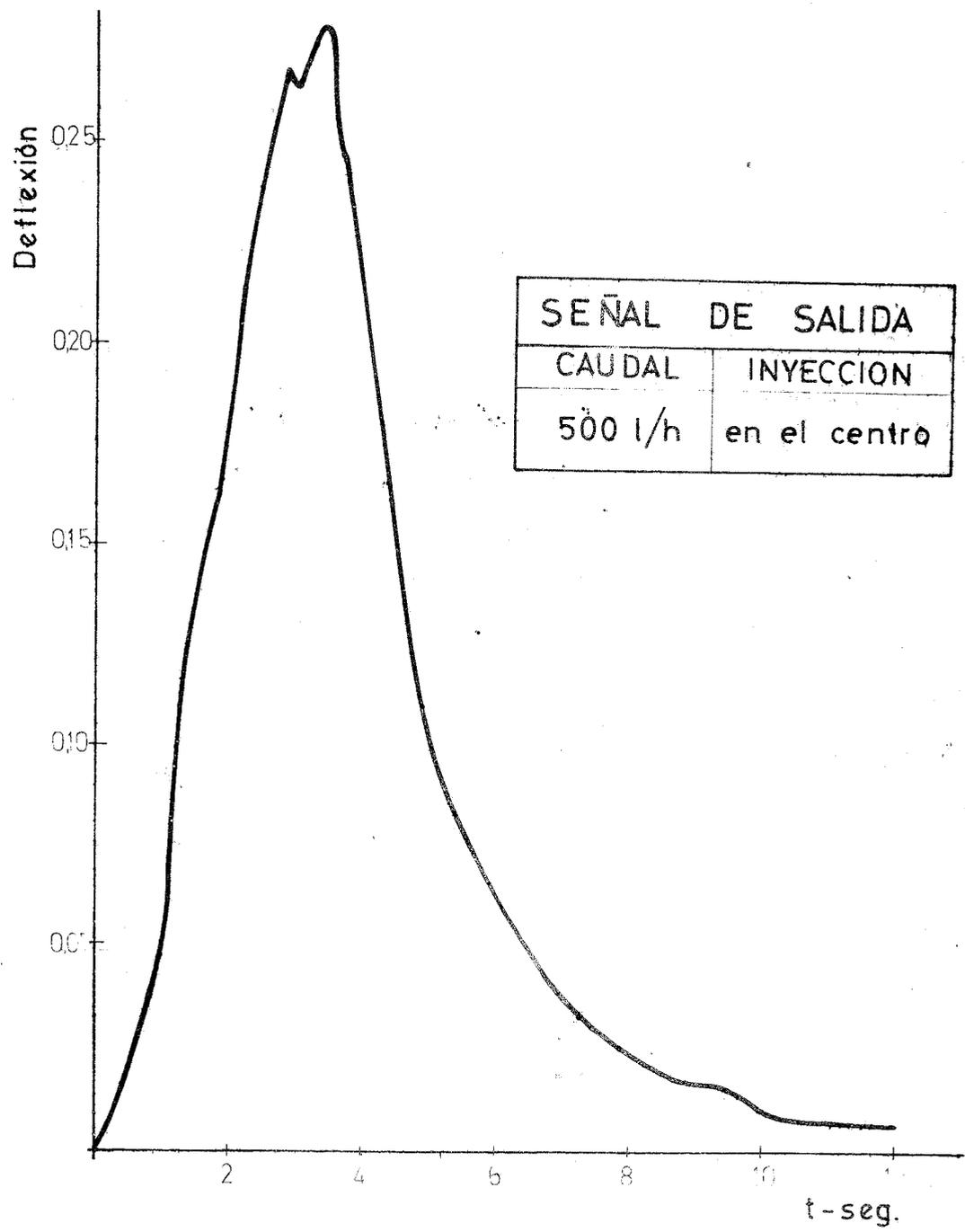


Fig. 16

CAUDAL= 500 l/h

T A B L A.- 14 (Entrada)

t	d	t	d	t	d
0	0	0,510	0,980	1,960	0,138
0,078	0,104	0,627	0,576	2,156	0,103
0,117	0,106	0,705	0,507	1,352	0,092
0,157	0,115	0,823	0,369	1,744	0,092
0,196	0,127	0,941	0,311	3,136	0,080
0,235	0,576	0,980	0,288	3,528	0,078
0,315	0,980	1,019	0,253	3,920	0,069
0,353	1,084	1,136	0,219	4,312	0,066
0,431	1,118	1,372	0,193	4,704	0,0576
0,470	1,107	1,568	0,171	5,684	0,0576

T A B L A.- 15 (Salida)

t	d	t	d	t	d
0	0	1,803	0,164	3,763	0,221
0,078	0,013	2,038	0,202	4,390	0,145
0,627	0,024	2,430	0,239	4,939	0,104
0,784	0,035	2,660	0,259	5,096	0,092
0,941	0,046	2,744	0,268	5,644	0,076
1,176	0,085	2,900	0,267	6,036	0,061
1,254	0,115	2,979	0,269	6,580	0,042
1,332	0,120	3,057	0,273	7,056	0,035
1,411	0,126	3,136	0,275	7,840	0,026
1,568	0,139	3,371	0,279	8,232	0,022
1,646	0,144	3,449	0,262	12,152	0,008

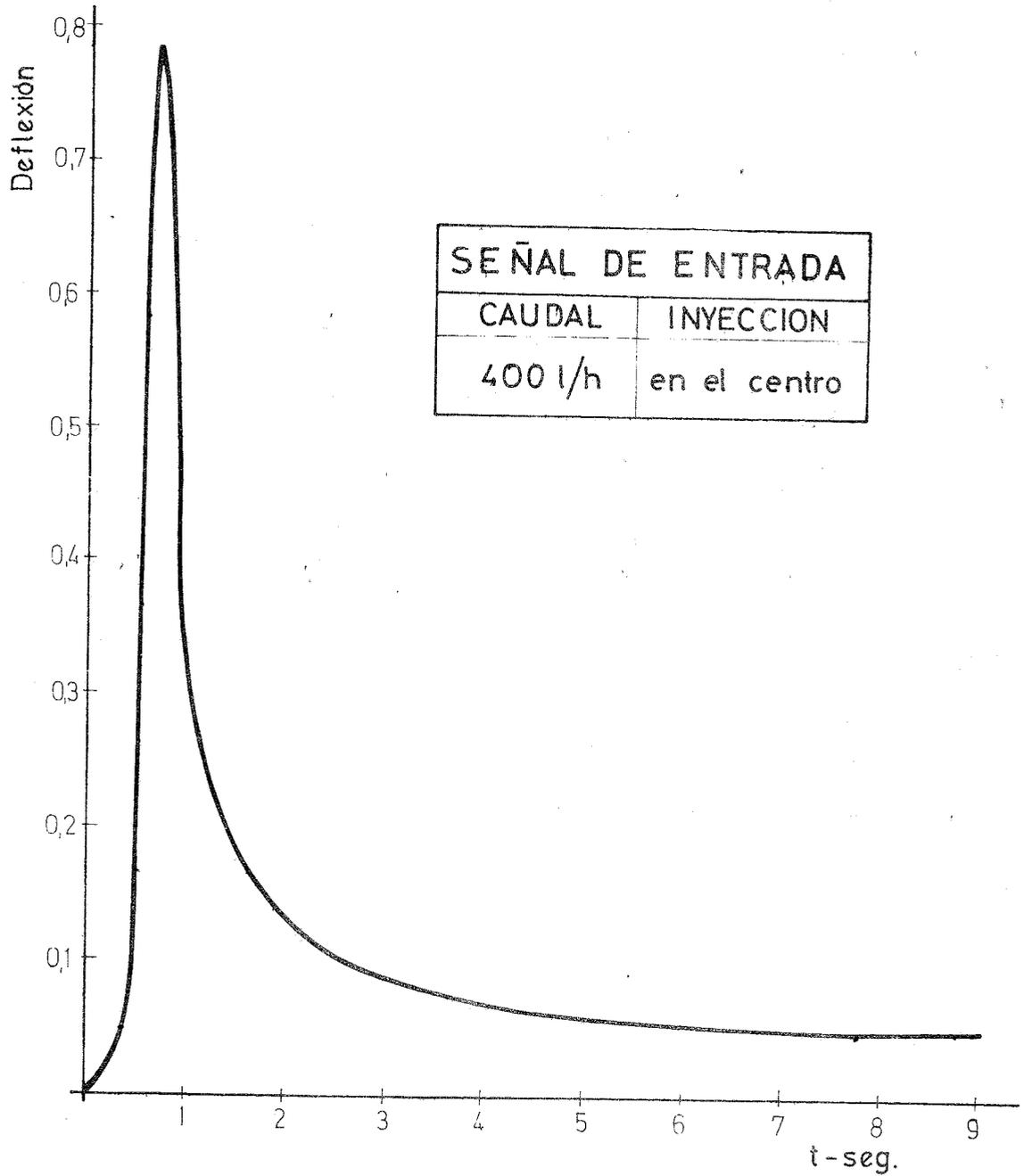


Fig. 17

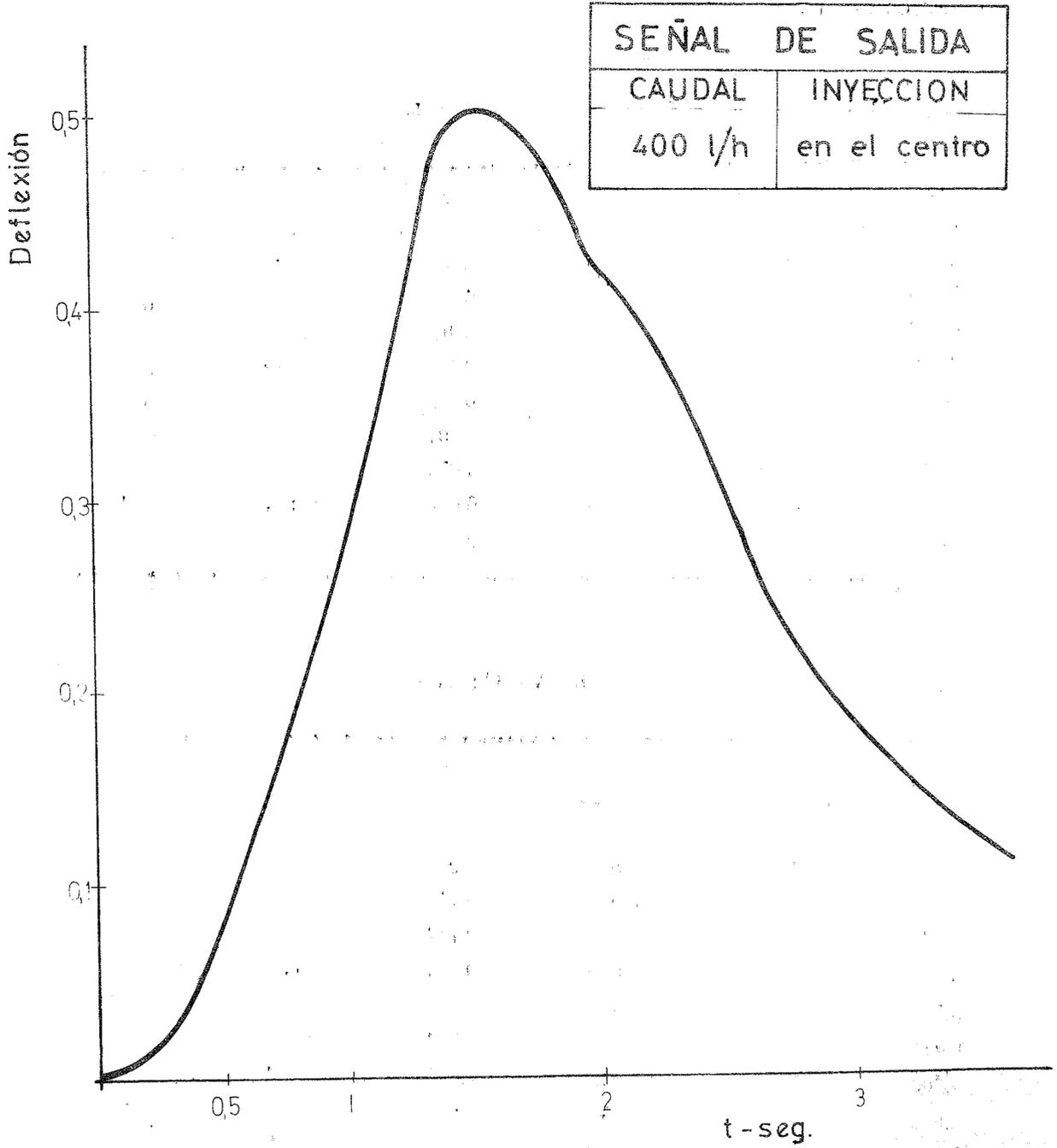


Fig. 18

CAUDAL = 400 l/h.

T A B L A. - 16 (Entrada)

t	d	t	d	t	d
0	0	0,941	0,363	4,704	0,060
0,078	0,067	1,250	0,230	5,096	0,055
0,313	0,073	1,568	0,166	5,4888	0,055
0,470	0,088	1,803	0,1444	6,272	0,054
0,548	0,372	2,352	0,113	7,056	0,046
0,627	0,633	2,744	0,102	7,840	0,046
0,705	0,792	3,136	0,093	8,624	0,046
0,784	0,745	3,920	0,074	9,408	0,046
0,862	0,624	4,312	0,069	9,486	0,046

T A B L A. - 17 (Salida)

t	d	t	d	t	d
0	0	0,862	0,213	1,920	0,444
0,078	0,017	0,901	0,227	1,038	0,414
0,196	0,022	0,980	0,267	2,391	0,337
0,274	0,0267	1,019	0,284	2,626	0,257
0,392	0,0468	1,215	0,394	2,744	0,223
0,431	0,057	1,450	0,503	2,861	0,207
0,509	0,093	1,489	0,504	2,979	0,188
0,548	0,100	1,528	0,505	3,136	0,169
0,588	0,117	1,568	0,504	3,528	0,123
0,666	0,153	1,607	0,504	4,116	0,080
0,784	0,184	1,685	0,498	4,233	0,070

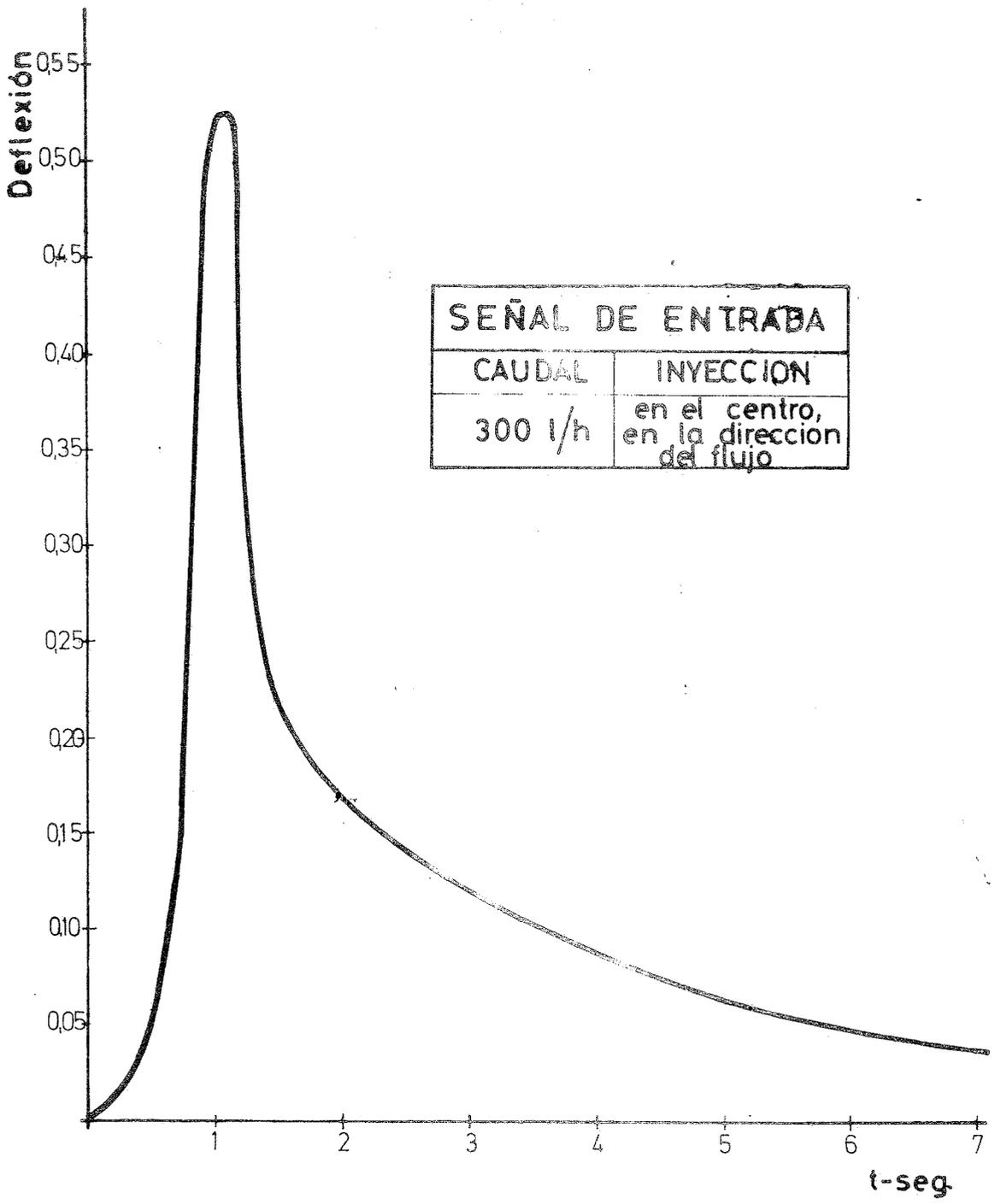


Fig. 19

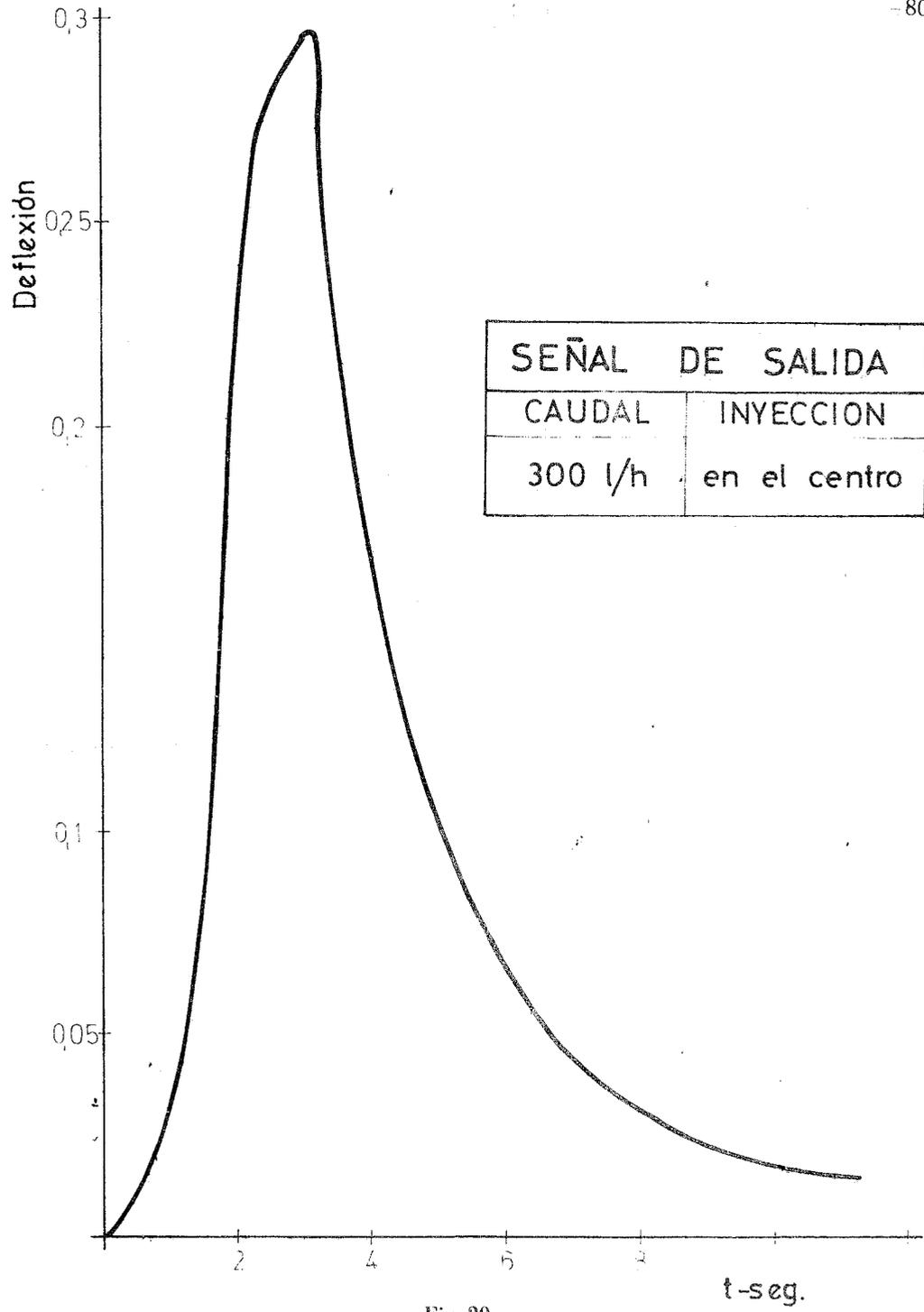


Fig. 20

CAUDAL = 300 l/h.

T A B L A. - 18 (Entrada)

t	d	t	d	t	d
0	0	1,176	0,518	3,920	0,080
0,078	0,046	1,254	0,325	5,096	0,060
0,392	0,052	1,489	0,229	6,664	0,040
0,470	0,060	1,646	0,201	7,056	0,036
0,548	0,080	1,803	0,185	9,016	0,025
0,705	0,120	1,960	0,171	10,976	0,020
0,941	0,482	2,195	0,154	12,540	0,018
1,019	0,522	1,508	0,141	12,328	0,018
1,097	0,526	3,136	0,115		

T A B L A. - 19 (Salida)

t	d	t	d	t	d
0	0	2,744	0,291	5,250	0,089
0,078	0,006	2,900	0,295	5,488	0,077
0,392	0,013	3,057	0,296	5,723	0,073
0,705	0,023	3,136	0,297	5,800	0,071
1,019	0,030	3,214	0,293	7,056	0,044
1,411	0,064	3,292	0,260	7,480	0,036
1,568	0,107	3,528	0,225	8,624	0,024
1,803	0,169	3,998	0,167	9,408	0,021
2,038	0,223	4,547	0,124	10,192	0,016
2,195	0,238	4,704	0,111	10,976	0,015
2,587	0,283	5,017	0,099	11,368	0,015

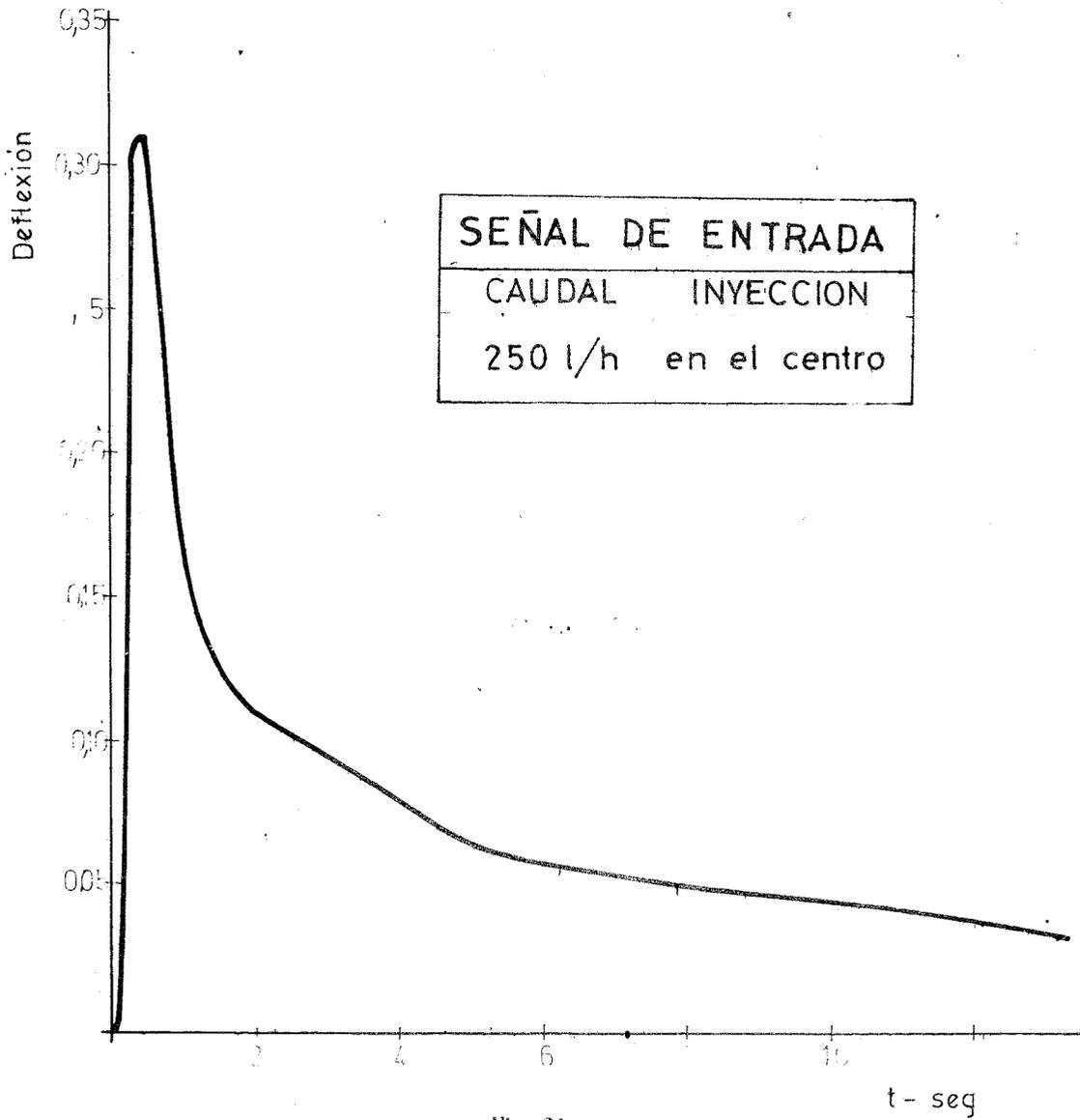


Fig. 21

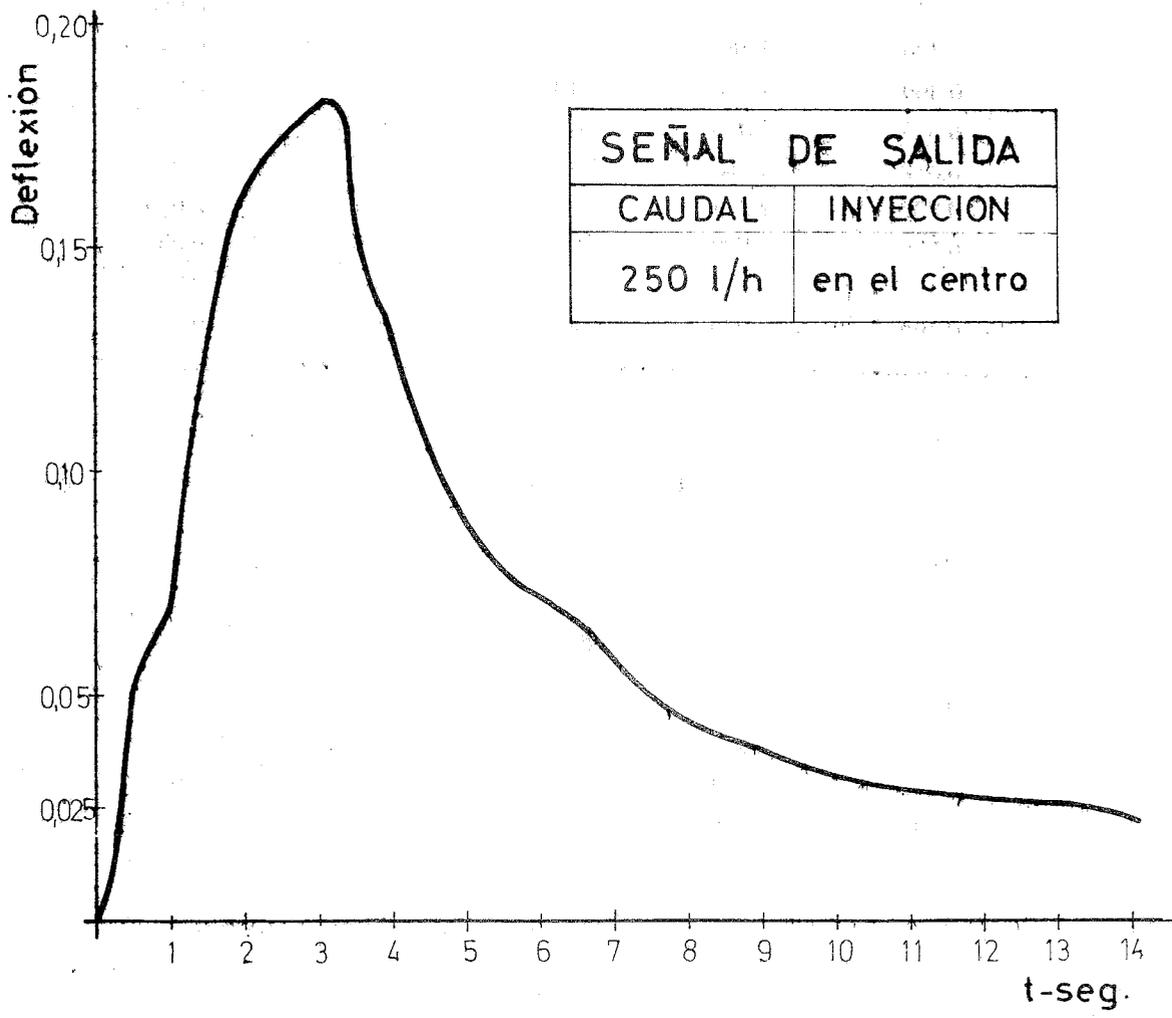


Fig. 22

CAUDAL = 250 l/h.

T A B L A.- 20(Entrada)

t	d	t	d	t	d
0	0	1,254	0,147	5,880	0,061
0,078	0,014	1,411	0,137	6,272	0,058
0,235	0,126	1,489	0,135	6,664	0,056
0,313	0,309	1,568	0,132	7,840	0,051
0,392	0,313	1,960	0,119	8,624	0,048
0,470	0,312	2,352	0,107	9,408	0,046
0,548	0,298	2,744	0,101	10,976	0,039
0,705	0,248	3,528	0,087	11,760	0,037
0,784	0,229	4,312	0,077	12,544	0,035
1,019	0,165	5,096	0,065	13,328	0,034

T A B L A.- 21 (Salida)

t	d	t	d	t	d
0	0	1,646	0,15	4,547	0,101
0,078	0,007	1,960	0,159	4,625	0,095
0,313	0,018	2,430	0,167	5,096	0,084
0,470	0,038	2,744	0,172	5,880	0,074
0,548	0,052	3,136	0,182	7,056	0,054
0,784	0,062	3,214	0,183	7,840	0,046
0,941	0,068	3,292	0,183	8,624	0,041
1,176	0,097	3,371	0,182	10,192	0,032
1,254	0,107	3,449	0,166	11,760	0,032
1,132	0,115	3,528	0,158	12,544	0,028
1,411	0,129	3,920	0,134	13,328	0,026
1,568	0,148	4,312	0,117	14,112	0,022

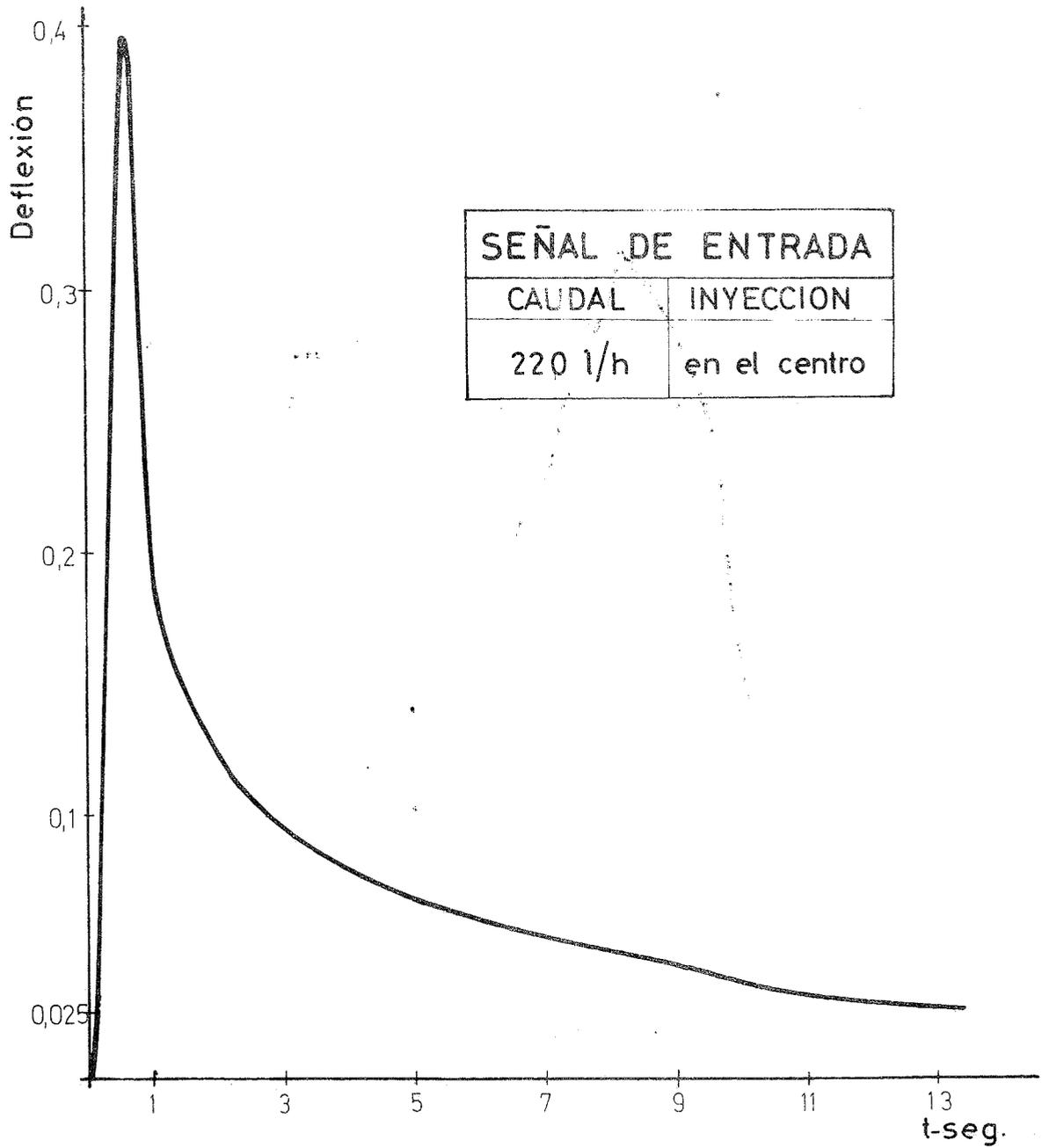


Fig. 23

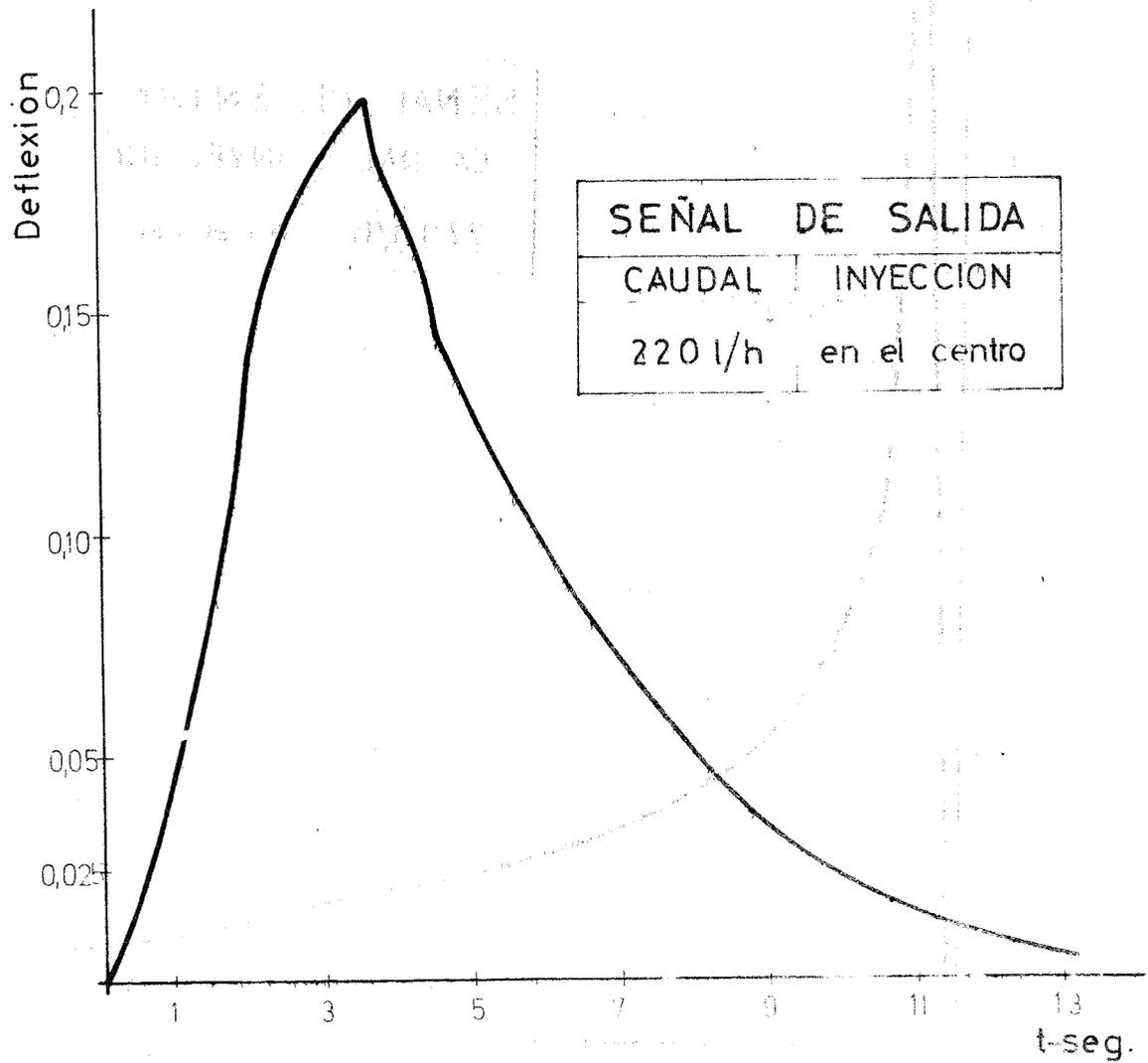


Fig. 21

CAUDAL= 220 l/h.

TABLA.- 22 (Entrada)

t	d	t	d	t	d
0	0	0,784	0,256	5,096	0,067
0,078	0,011	1,019	0,182	6,272	0,059
0,157	0,056	1,254	0,167	7,056	0,055
0,235	0,146	1,646	0,136	7,840	0,049
0,313	0,195	1,960	0,122	8,624	0,048
0,392	0,265	1,744	0,101	10,192	0,039
0,470	0,280	3,528	0,087	10,976	0,034
0,548	0,338	4,155	0,078	11,760	0,028
0,627	0,393	4,312	0,078	12,544	0,026
0,705	0,373	4,547	0,072	13,328	0,023

TABLA.- 23 (Salida)

t	d	t	d	t	d
0	0	2,195	0,156	3,920	0,177
0,078	0,007	2,665	0,170	5,096	0,129
0,156	0,011	3,214	0,194	4,704	0,104
0,784	0,038	3,449	0,199	9,408	0,029
1,254	0,064	3,528	0,200	12,544	0,0077
1,568	0,094	3,684	0,190	13,328	0,0058

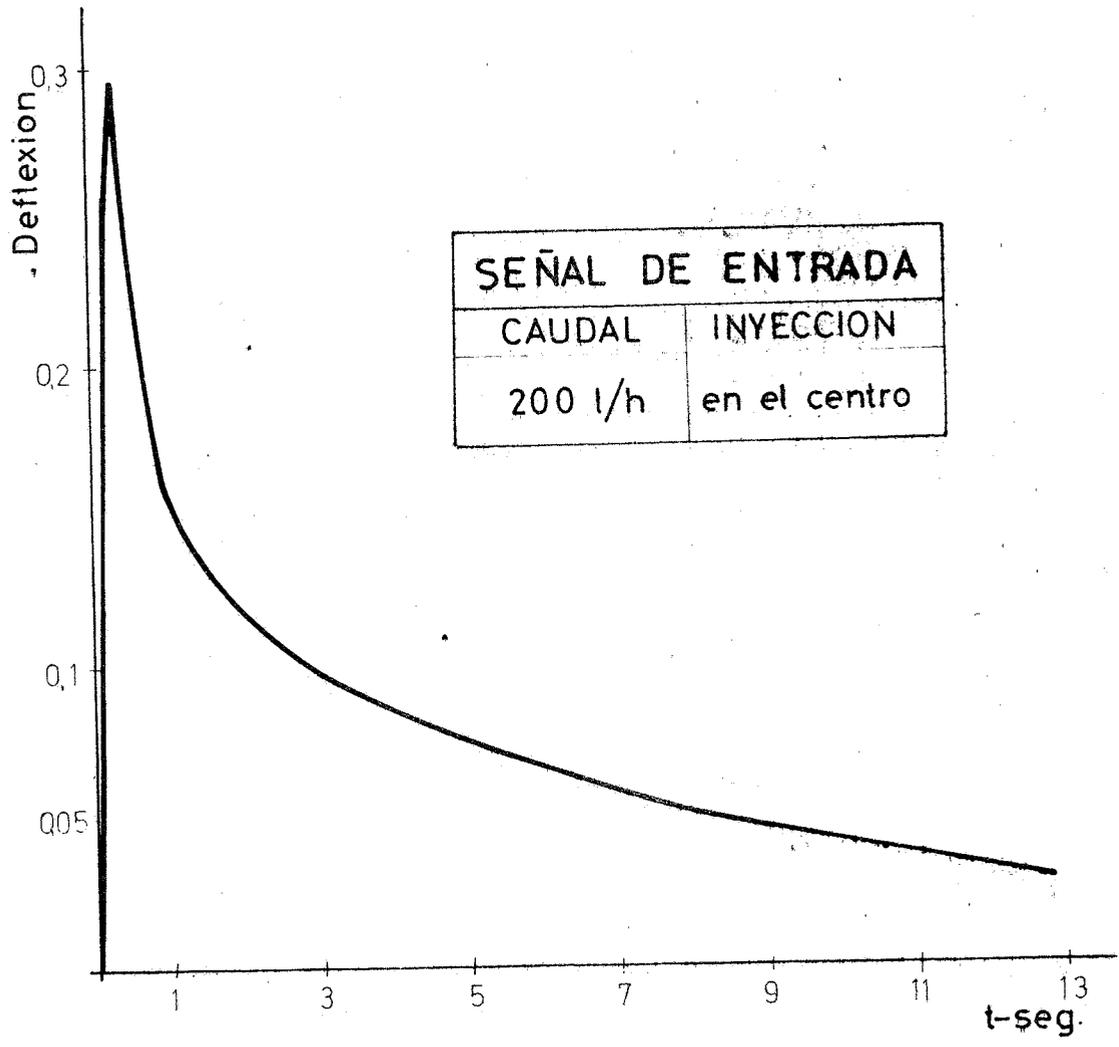


Fig. 25

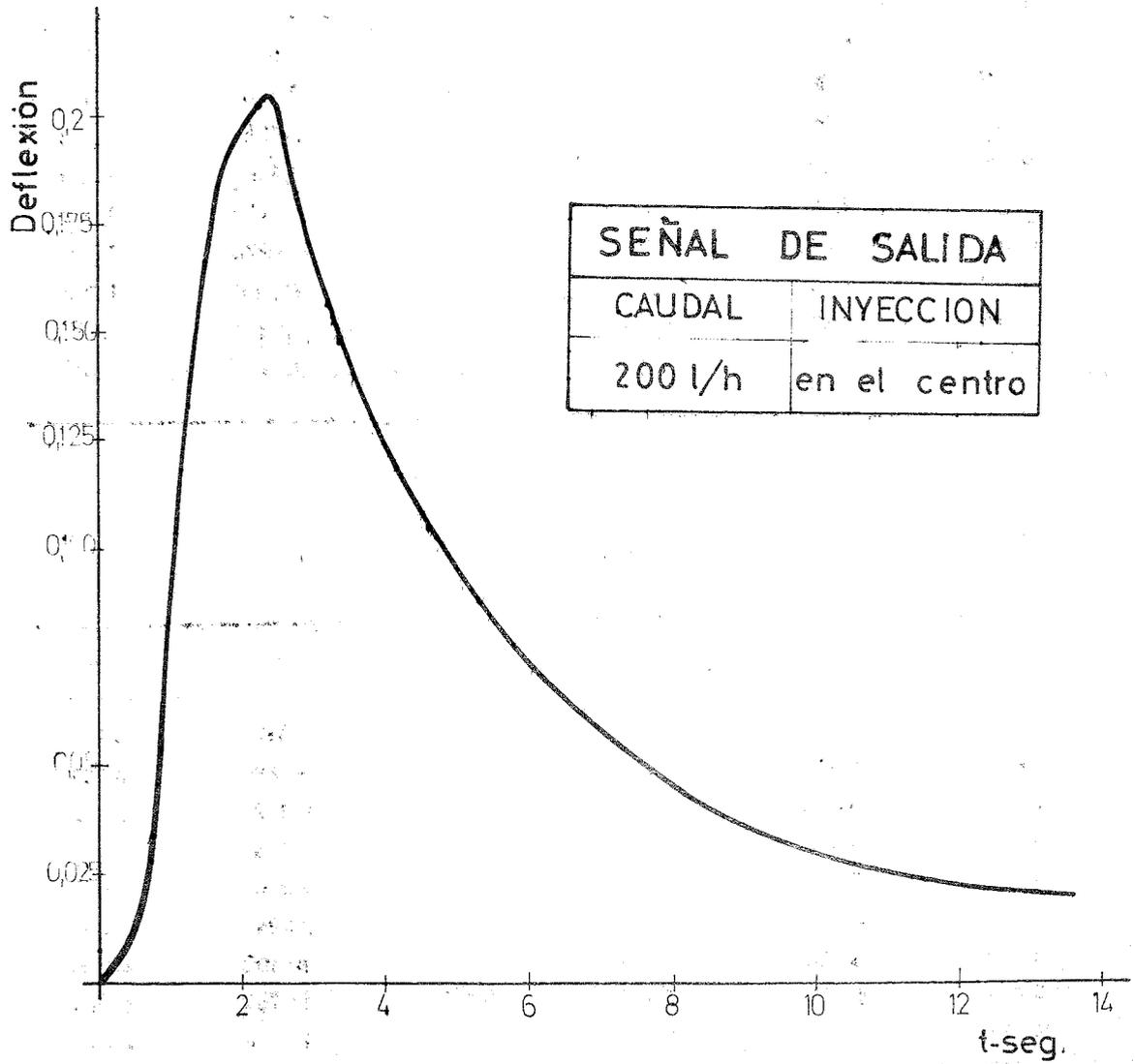


Fig. 26

CAUDAL= 200 l/h.

T A B L A.- 24 (Entrada)

t	d	t	d	t	d
0	0	0,705	7,30	7,05	2,10
0,078	1,00	0,784	6,50	7,840	1,90
0,157	6,80	1,02	5,40	8,624	1,700
0,235	8,70	1,57	4,45	9,408	1,550
0,313	9,90	2,35	3,78	10,192	1,350
0,392	10,10	3,92	2,90	10,976	1,210
0,470	8,80	4,70	2,70	11,760	1,100
0,548	8,30	5,48	2,48	12,544	1,000
0,627	7,80	6,27	2,28	12,936	0,990

T A B L A.- 25 (Salida)

t	d	t	d	t	d
0	0	1,960	0,195	4,312	0,113
0,078	0,011	2,195	0,198	5,488	0,081
0,156	0,013	2,273	0,202	6,272	0,066
0,235	0,015	1,352	0,205	7,056	0,056
0,470	0,019	2,430	0,205	7,840	0,049
0,627	0,022	1,587	0,198	8,624	0,039
0,705	0,026	2,744	0,184	10,192	0,030
0,784	0,033	2,900	0,172	11,760	0,0235
1,176	0,115	3,136	0,162	12,544	0,021
1,646	0,181	3,920	0,126	14,112	0,021

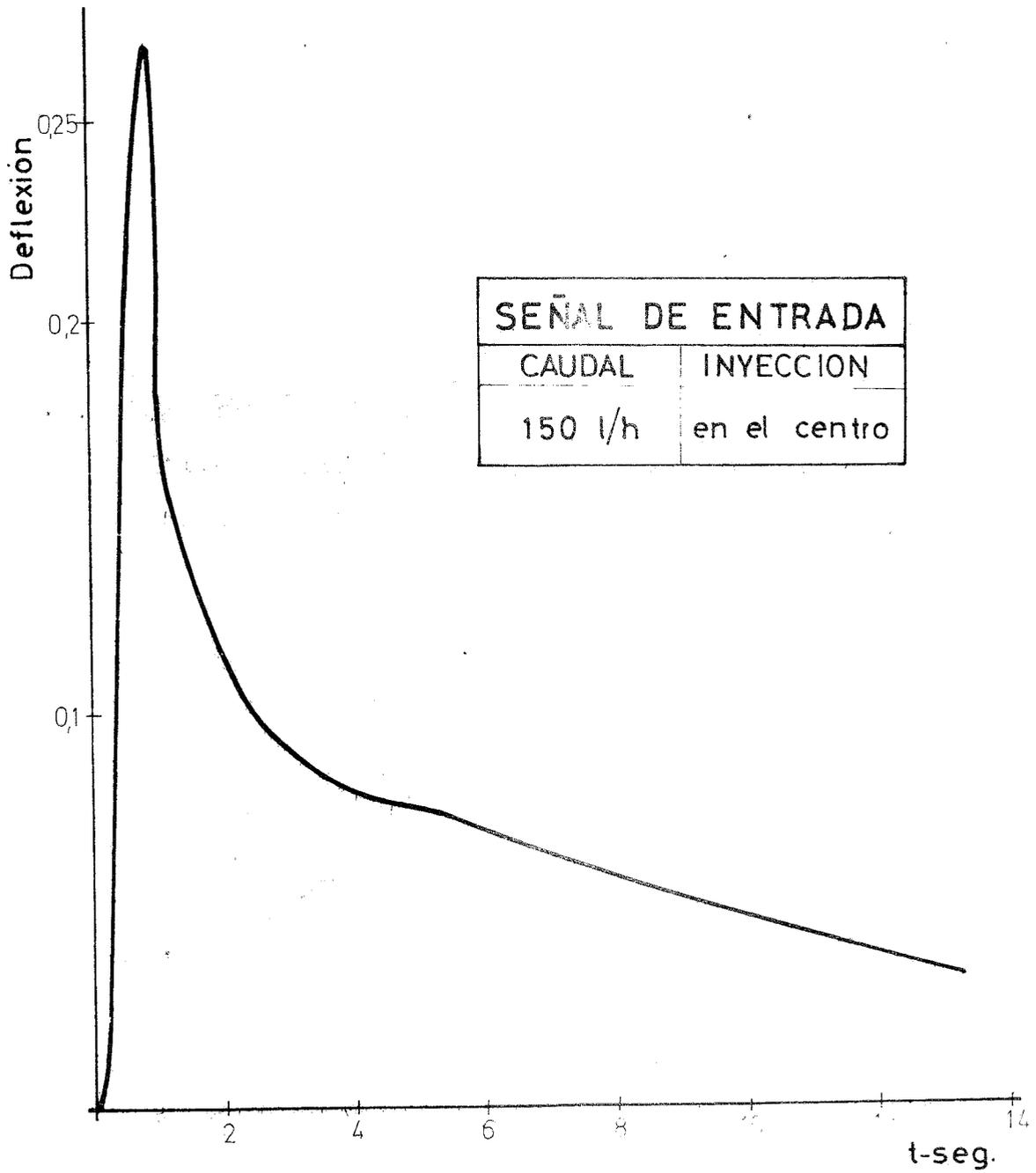


Fig. 27

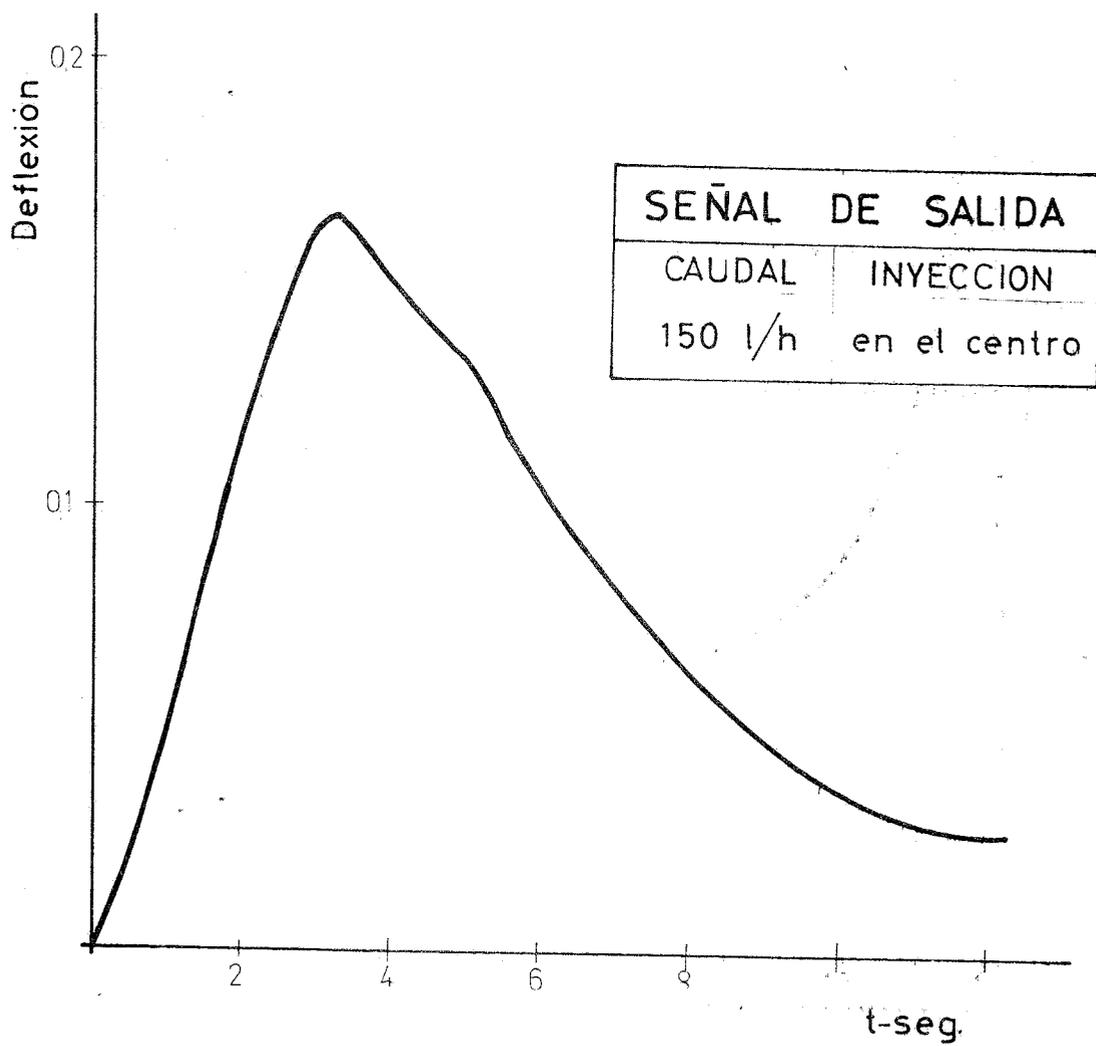


Fig. 28

CAUDAL= 150 l/h.

T A B L A.- 26 (Entrada)

t	d	t	d	t	d
0	0	1,02	0,240	6,272	0,069
0,078	0,007	1,254	0,150	7,056	0,064
0,235	0,017	1,960	0,117	7,840	0,061
0,392	0,104	2,508	0,097	8,624	0,0555
0,548	0,197	1,744	0,092	10,192	0,048
0,627	0,214	3,214	0,091	10,976	0,043
0,784	0,246	3,684	0,081	11,760	0,039
0,862	0,265	4,312	0,078	12,544	0,036
0,910	0,270	5,488	0,073	13,328	0,033

T A B L A.- 27 (Salida)

t	d	t	d	t	d
0	0	2,979	0,162	7,056	0,082
0,078	0,0098	3,057	0,163	7,683	0,069
0,157	0,014	3,136	0,164	8,232	0,057
0,470	0,021	3,214	0,163	8,624	0,051
0,784	0,036	3,292	0,162	9,016	0,047
1,176	0,059	3,528	0,154	9,408	0,0444
1,960	0,113	5,096	0,129	10,584	0,032
2,352	0,134	6,193	0,097	10,714	0,030
2,744	0,150	6,400	0,092	12,544	0,028
2,900	0,160	6,800	0,088		

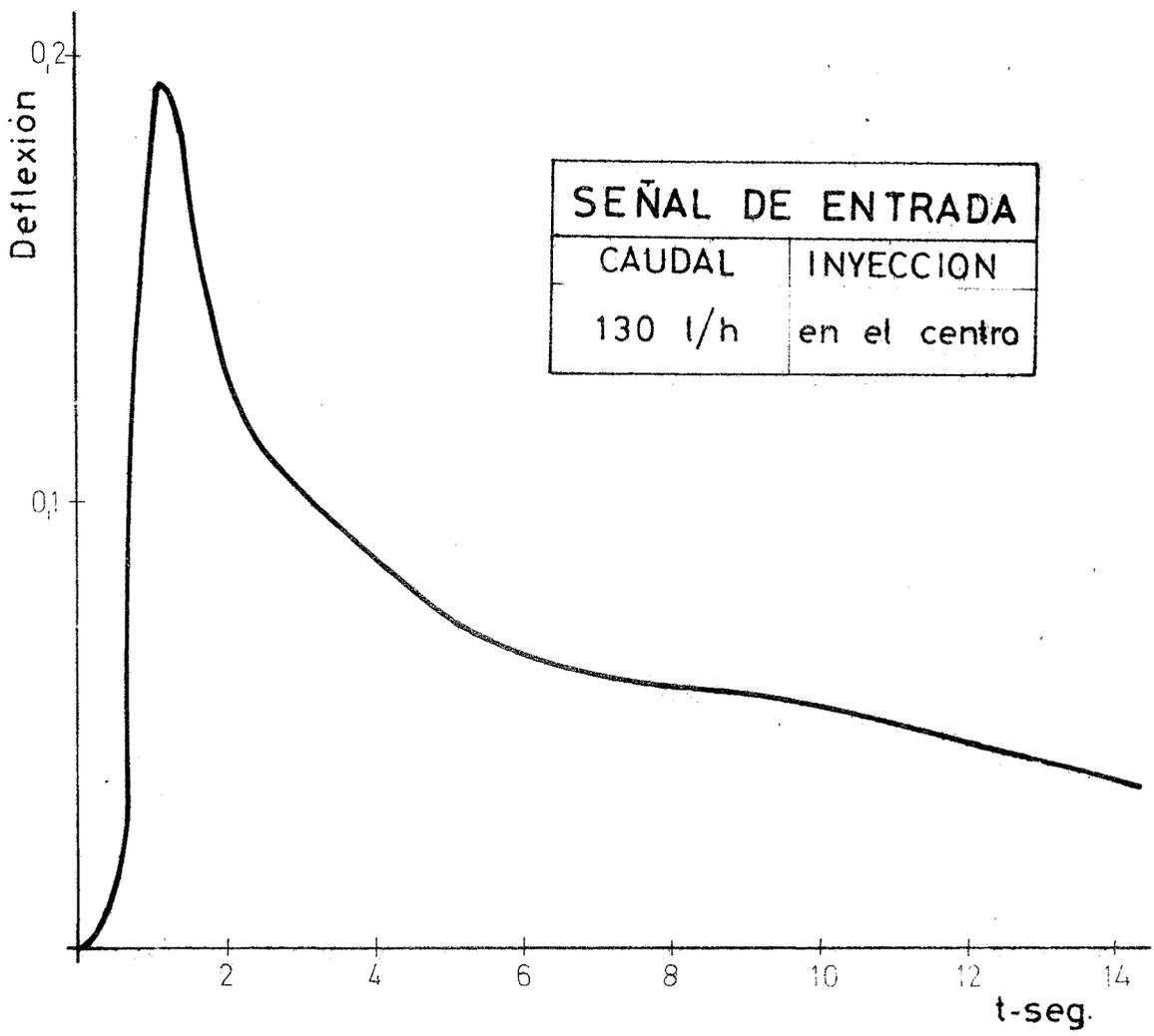


Fig. 29

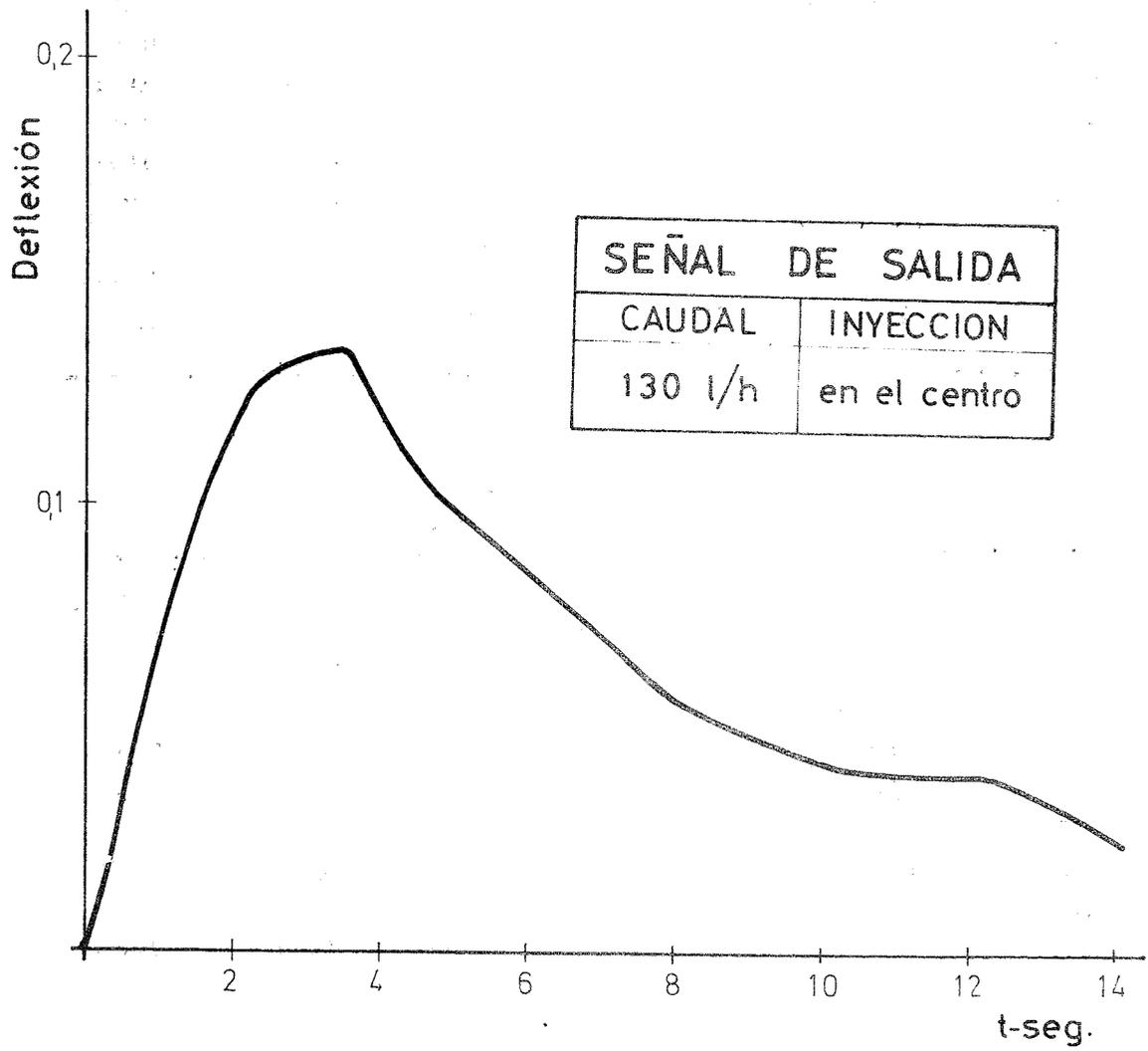


Fig. 30

CAUDAL= 130 l/h.

T A B L A.- 28 (Entrada)

t	d	t	d	t	d
0	0	1,803	0,134	7,840	0,059
0,235	0,0024	1,960	0,125	9,016	0,057
0,548	0,018	1,744	0,107	9,408	0,055
0,784	0,134	3,136	0,100	10,192	0,052
0,941	0,171	3,528	0,094	10,976	0,050
1,097	0,193	4,312	0,082	11,368	0,048
1,176	0,194	5,096	0,072	11,760	0,046
1,254	0,193	5,880	0,066	12,544	0,045
1,411	0,175	6,664	0,062	12,328	0,043
1,568	0,156	7,448	0,0599	14,112	0,038

T A B L A.- 29 (Salida)

t	d	t	d	t	d
0	0	3,528	0,134	8,232	0,054
0,078	0,0049	3,920	0,122	8,624	0,049
0,392	0,021	4,076	0,117	9,016	0,048
0,941	0,064	4,468	0,117	9,800	0,042
1,568	0,102	4,704	0,109	10,192	0,041
1,960	0,117	4,860	0,100	10,976	0,040
2,273	0,128	5,096	0,094	11,368	0,038
2,352	0,129	5,488	0,088	11,760	0,0375
2,665	0,133	6,272	0,084	12,544	0,040
3,136	0,135	6,664	0,080	13,328	0,032
3,214	0,136	7,056	0,072	14,112	0,024
3,371	0,136	7,840	0,057	14,896	0,017

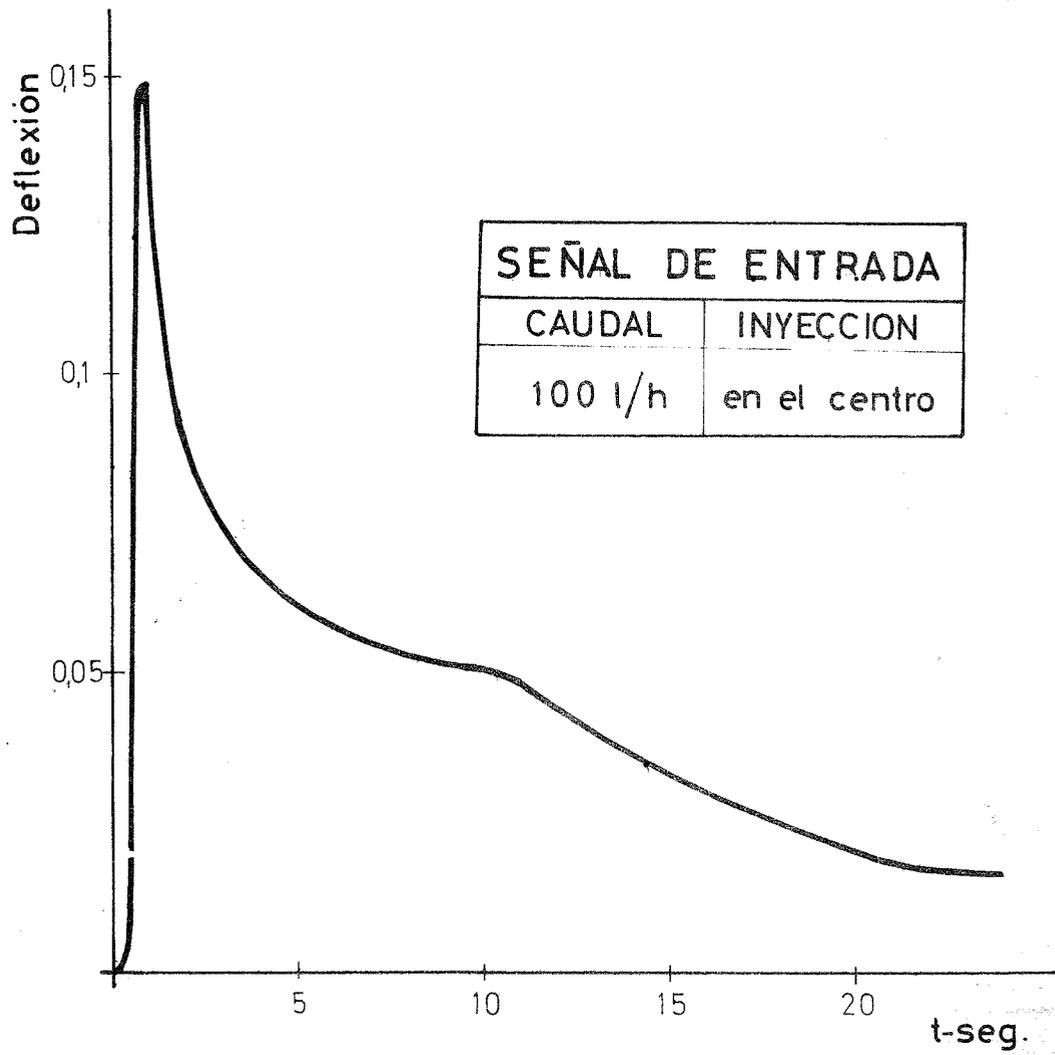


Fig. 31

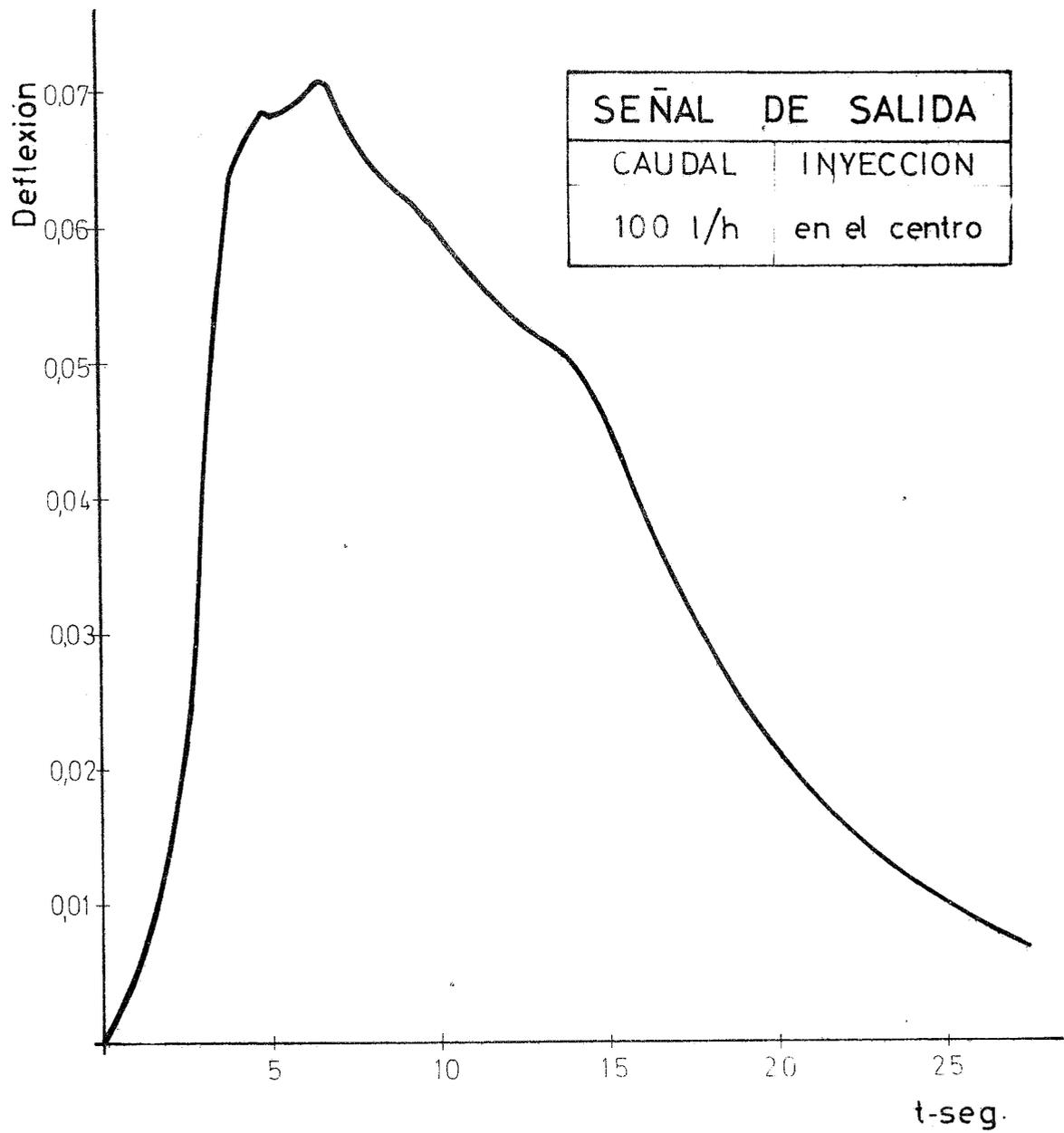


Fig. 32

CAUDAL = 100 l/h.

T A B L A.— 30 (Entrada)

t	d	t	d	t	d
0	0	3,724	0,068	9,800	0,049
0,196	0,0018	3,920	0,0678	9,996	0,049
0,784	0,0036	4,116	0,067	13,720	0,037
0,980	0,149	4,312	0,065	15,680	0,030
1,176	0,125	4,508	0,062	17,640	0,024
1,372	0,109	4,704	0,061	19,600	0,019
1,568	0,098	4,900	0,060	20,580	0,017
2,548	0,077	5,880	0,060	21,560	0,016
3,332	0,070	7,840	0,054	22,540	0,014
3,528	0,069	9,016	0,049	23,520	0,013

T A B L A.— 31 (Salida)

t	d	t	d	t	d
0	0	4,704	0,069	14,700	0,048
0,392	0,003	4,900	0,0685	15,680	0,041
0,784	0,004	5,096	0,0681	16,856	0,033
1,568	0,011	5,292	0,0678	17,052	0,032
1,964	0,012	5,684	0,0679	17,640	0,029
2,548	0,014	6,272	0,070	18,620	0,025
2,940	0,0289	6,664	0,071	19,600	0,022
3,528	0,057	7,056	0,069	20,588	0,019
3,920	0,064	7,252	0,068	22,540	0,014
4,116	0,066	7,840	0,066	23,520	0,0128
4,312	0,067	9,996	0,059	25,480	0,0098
4,508	0,068	13,720	0,051	27,440	0,0066

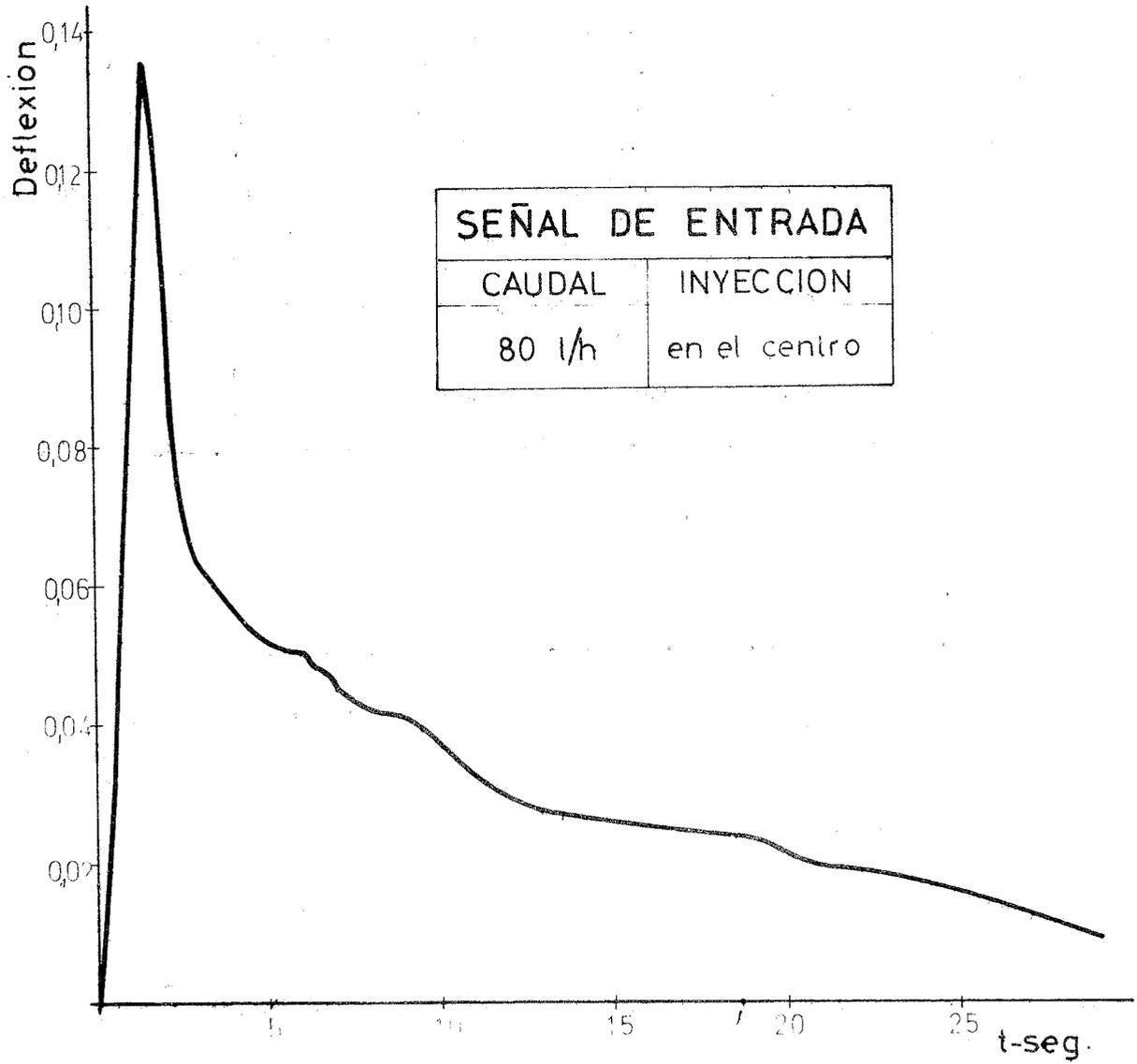


Fig. 33

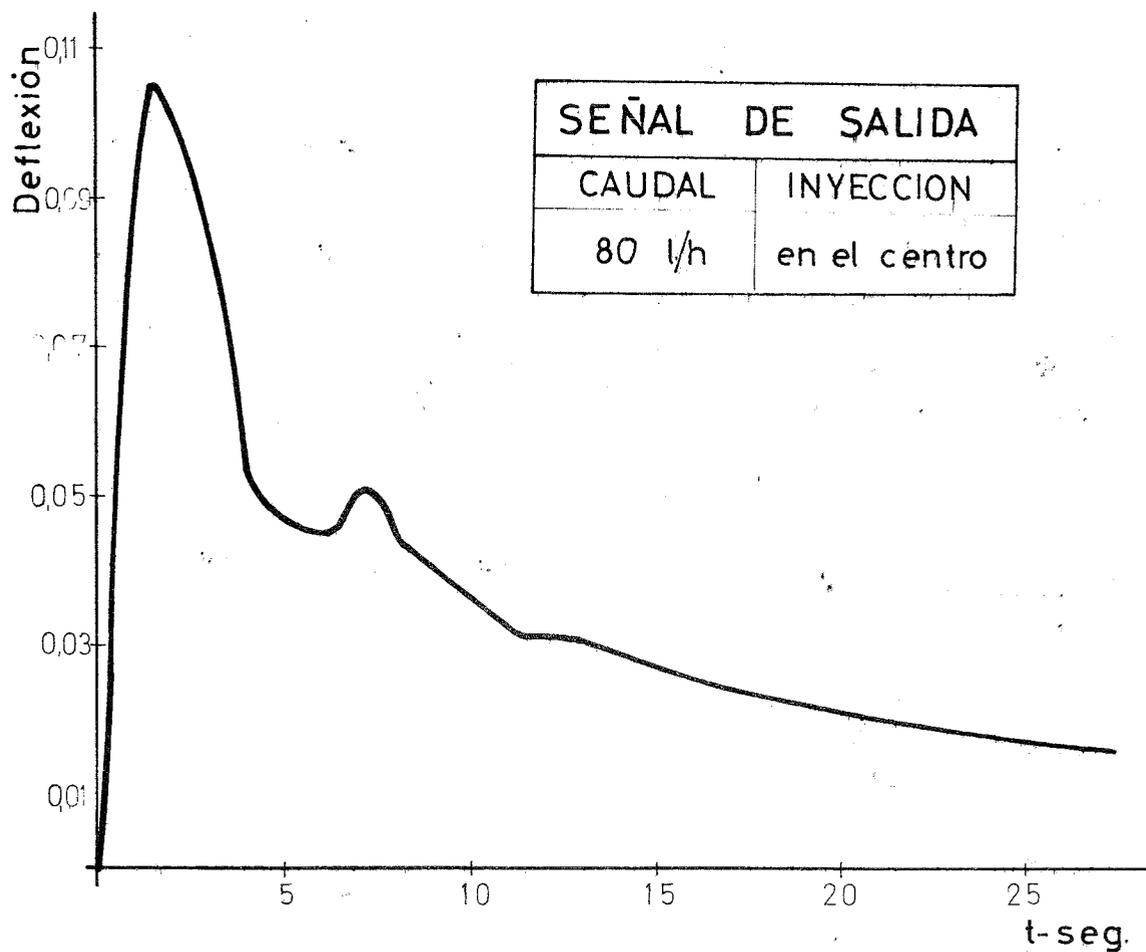


Fig. 34

CAUDAL=80 l/h.

T A B L A.— 32 (Entrada)

t	d	t	d	t	d
0	0	2,744	0,066	13,720	0,027
0,196	0,0018	3,528	0,057	15,680	0,025
0,588	0,027	4,508	0,0515	16,660	0,026
0,784	0,061	5,292	0,052	17,640	0,026
0,980	0,085	5,488	0,053	19,600	0,022
1,176	0,095	5,880	0,052	20,580	0,0199
1,372	0,113	6,664	0,047	22,540	0,0199
1,568	0,136	7,840	0,042	13,520	0,018
1,764	0,127	8,232	0,0417	25,480	0,014
1,960	0,113	8,820	0,0416	27,440	0,0117
2,156	0,105	11,760	0,029	29,400	0,0095
2,548	0,072	12,152	0,0287	31,300	0,0081

T A B L A.— 33 (Salida)

t	d	t	d	t	d
0	0	2,744	0,089	9,800	0,036
0,078	0,0045	3,292	0,078	10,976	0,032
0,392	0,031	3,528	0,066	12,936	0,031
0,627	0,064	4,233	0,050	13,720	0,028
0,784	0,076	5,880	0,045	15,680	0,0265
1,176	0,099	6,664	0,050	16,460	0,025
1,332	0,104	6,899	0,050	18,810	0,0237
1,411	0,105	7,212	0,052	20,380	0,0216
1,489	0,106	7,291	0,0516	22,730	0,0195
1,724	0,106	7,604	0,048	25,080	0,0174
1,803	0,106	7,840	0,044	26,650	0,016
2,038	0,101	8,624	0,0424	27,440	0,016

TRATAMIENTO DE DATOS

Es importante y esencial en Ingeniería Química la determinación de constantes en las ecuaciones así como las interrelaciones de las variables, estas relaciones se pueden determinar graficamente o bien numericamente por el método de los mínimos cuadrados.

Hemos intentado ajustar nuestros datos experimentales a una serie de ecuaciones de tipo exponencial, como veremos a continuación, empleando el método anterior. Se empleó este método porque es rápido, objetivo y eficiente, obteniéndose una información real al minimizar el tanto por cien de desviación de los grupos adimensionales.

Todo el trabajo se ha programado en FORTRAN para I.B.M. 1130 de la Facultad de Ciencias de la Universidad de Santiago.

La primera función sencilla a la que le aplicamos el método fué:

$$y = Ax \cdot e^{-Bx} \quad 57$$

se obtuvieron los dos parámetros, A y B, resolviendo el sistema de ecuaciones por aplicación de la regla de Cramer, y se calcularon los valores de y mediante el programa; los valores obtenidos presentaban grandes desviaciones respecto a los experimentales, aunque el tipo de curva es parecido. Por esta diferencia tan acusada, se intentó ajustar los datos con otra ecuación similar a la anterior pero con un parámetro más. La nueva función es:

$$y = Ax^B \cdot e^{Cx} \quad 58$$

esta función se ha programado igualmente en FORTRAN, calculamos igualmente los parámetros, A, B y C.

Esta función tampoco ajustaba los datos experimentales, las curvas obtenidas son mucho más amortiguadas, nunca se alcanza el máximo y ni ajusta la cola de la curva experimental, las desviaciones son muy grandes muy parecidas al caso anterior.

Como se ve, nuestras curvas no se ajustan a funciones sencillas, de pocos parámetros, por ello y haciendo un último intento con este tipo de funciones hemos elegido una más general:

$$y = Ax^F \cdot e^{-(Bx^2+Cx+D)} \quad 59$$

aplicando el mismo tratamiento que las anteriores, se calcularon los nuevos parámetros: A, B, C y F,

Los problemas que se plantearon fueron similares, esta nueva función no ajustó los datos experimentales, es más los errores en todos los casos eran del orden del 300 por ciento. Es necesario señalar que las curvas de distribución que hemos obtenido en el osciloscopio, no se ajustan a ninguna de las funciones aplicadas a pesar de su similitud. Su velocidad de crecimiento es distinta, es menos rápida y son muy amortiguadas. Ello nos hizo pensar en que como la distribución era asimétrica y no normal se podría aplicar una distribución especial, distinta basándonos en la teoría sobre las distribuciones asimétricas que mencionamos seguidamente.

DISTRIBUCIONES ASIMÉTRICAS

Transformación de las Distribuciones Asimétricas

La experiencia demuestra que sólo un pequeño número de distribuciones que se encuentran en la práctica se pueden describir por una distribución normal. Las distribuciones que están influenciadas por la economía, psicología y la biología son generalmente asimétricas.

Los puntos (x, uH) en el diagrama fráctil de una distribución asimétrica están dispersos sobre una curva teórica, cuya ecuación puede escribirse de la forma:

$$u = f(x) \quad 60$$

donde x es la variable aleatoria. Esto significa que la distribución acumulativa teórica tiene la ecuación:

$$P \{x\} = \phi(f(x)) \quad 61$$

y por lo tanto:

$$dP \{x\} = p \{x\} dx = \phi |f(x)| \cdot df(x) \quad 62$$

o

$$p \{x\} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-f(x)^2/2} \cdot f'(x) \quad 63$$

Por lo tanto, la variable x no está normalmente distribuida, sino que es función la $f(x)$, la que se encuentra normalmente distribuida.

Teóricamente es siempre posible determinar una función $f(x)$ que transformará una distribución asimétrica en una distribución normal. En el trabajo práctico esto es de gran interés debido principalmente a que en numerosos casos es posible elegir una función del tipo:

$$f(x) = \frac{g(x) - g(\varepsilon)}{\sigma} \quad 64$$

donde $g(x)$ no incluye parámetros desconocidos.

Por consiguiente, la función $g(x)$ está normalmente distribuida alrededor de una constante $g(\varepsilon)$ con desviación estándar (σ).

Por lo general, es posible determinar la función $g(x)$ a partir del diagrama fráctil. Como comprobación se representa un nuevo diagrama fráctil utilizando las observaciones transformadas como abscisas. Si la función $g(x)$ se ha escogido correctamente, los puntos del diagrama se distribuirán sobre una línea recta de ecuación:

$$u = \frac{g(x) - g(\varepsilon)}{\sigma} \quad 65$$

la estimación de $g(\varepsilon)$ y de (σ) se hace de modo gráfico sobre el diagrama fráctil. La determinación de los parámetros $g(\varepsilon)$ y σ^2 se realiza a partir de las observaciones transformadas de cada valor, observando x en $g(x_i)$ y empleando las siguientes fórmulas para determinar la media y varianza:

$$\overline{g(x)} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n g(x_i) \approx g(\varepsilon) \quad 66$$

$$s^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n |g(x_i) - \overline{g(x)}|^2 \approx \sigma^2 \quad 67$$

DISTRIBUCION LOG-NORMAL

Se dice que una variable tiene distribución logarítmico normal (log-normal), si el logaritmo de la variable está distribuido normalmente.

La función de distribución acumulativa se define a partir de la ecuación:

$$P \{x\} = \Phi(u) \quad 68$$

$$u = \frac{\log x - \log \epsilon}{\sigma} \quad 69$$

diferenciando la distribución acumulativa se obtiene:

$$P \{x\} dx = \phi(u) du = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma} \cdot e^{-\frac{(\log x - \log \epsilon)^2}{2\sigma^2}} \cdot d \log x \quad 70$$

o

$$P \{x\} = \frac{M}{\sigma x} \cdot \phi(u) \quad , \quad u = \frac{\log x - \log \epsilon}{\sigma} \quad 71$$

donde,

$$M = \log e = 0,4343 \quad y \quad 0 < x < \infty$$

Por definición tenemos que $M [\log x] = \log \epsilon$ y $\delta [\log x] = M [(\log x - \log \epsilon)^2] = \sigma^2$, por lo tanto el símbolo ϵ no es la media de la variable x , sino que está definida por $\log \epsilon$, que es la media de $\log x$. Como $\log \epsilon$ es el fráctil 50 por ciento, la mediana, en la distribución de $\log x$ es igual a la mediana en la distribución de x . La media es:

$$M \{x\} = \epsilon \cdot 10^{\sigma^2/M} \quad 72$$

y la abscisa del máximo valor de la curva de distribución, la moda, es igual a:

$$\text{Moda} = \epsilon \cdot 10^{-\sigma^2/M} \quad 73$$

La moda, mediana y media, se determinan por las siguientes ecuaciones:

$$\text{Moda : } \log x = \log \epsilon - 2,3026 \cdot \sigma^2 \quad 74$$

$$\text{Mediana : } \log x = \log \epsilon \quad 75$$

$$\text{Media : } \log x = \log \epsilon + 1,1513 \cdot \sigma^2 \quad 76$$

La moda es menor que la mediana, que es a su vez menor que la media, y cuándo mayor sea la desviación standar, mayor es la diferencia entre estas tres características.

DEDUCCION DE LA MODA Y LA MEDIA

La abscisa del máximo de la distribución, la moda se determina diferenciando la función de distribución

$$P \{x\} = \frac{M}{\sigma x} \phi(u) \quad u = (\log x - \log \epsilon) / \sigma \quad 77$$

$$P'(u) = \frac{1}{\sqrt{2} \pi} \cdot e^{-u^2/2} (-u) = -u \phi(u) \quad 78$$

que conduce a:

$$P \{x\} = \frac{M}{\sigma x^2} \phi(u) - \frac{M}{\sigma^2 x^2} u \phi(u) = - \frac{M}{\sigma x^2} \phi(u) \left(1 + \frac{M}{\sigma} u \right) \quad 79$$

La moda se determina por la ecuación:

$$1 + \frac{M}{\sigma} u = 1 + \frac{M}{\sigma} \frac{\log x - \log \epsilon}{\sigma} = 0 \quad 80$$

$$\log x = \log \epsilon - \sigma^2 / M \quad x = \epsilon \cdot 10^{-\sigma^2 / M} \quad 81$$

La mediana se define como:

$$\ln \{x\} = \frac{M}{\sigma} \int_0^{\infty} x \frac{1}{x} \phi(u) dx \quad 82$$

si introducimos μ como nueva variable

$$\frac{dx}{du} = \frac{\sigma}{M} \epsilon \cdot e^{\sigma u / M}$$

$$M \{x\} = \frac{\epsilon}{\sqrt{2} \pi} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-u^2/2 + \sigma u / M} \cdot du = \epsilon \cdot e^{\sigma^2 / 2M^2} \quad 83$$

Propiedades generales estadísticas de las distribuciones log-normales.

Empezamos por la discusión de las variables cuyo logaritmo se distribuye de acuerdo con la ley normal; éste es el caso más sencillo y su estudio consiste, a grandes rasgos, en una interrelación de las propiedades matemáticas de la función logarítmica y las propiedades estadísticas de la distribución normal.

Incluso así, aparecen ciertas propiedades que no tienen analogía en la teoría normal; la variable es esencialmente positiva.

Para simplificar, operaremos con dos parámetros, aunque la definición admite la posibilidad de tres o incluso cuatro parámetros.

Distribución biparamétrica

Consideremos una variable positiva X ($0 < X < \infty$) tal que $Y = \log X$ se distribuye normalmente con media y varianza. Decimos que X está log-normalmente distribuida o que X es una Λ -variable, y escribimos: X es $\Lambda(X, \mu, \sigma^2)$ y correspondientemente Y es $N(y, \mu, \sigma^2)$.

La distribución de X está completamente determinada por los dos parámetros, μ, σ^2 , y ésta parece ser la especificación más sencilla. Debe recalarse que X no puede tomar valores 0 ya que la transformación $Y = \log X$ no está definida para $X = 0$.

Utilizaremos las notaciones $\Lambda(x, \mu, \sigma^2)$ y $N(y, \mu, \sigma^2)$, para designar las funciones de distribución de X e Y , respectivamente, de modo que:

$$\Lambda(x, \mu, \sigma^2) = P \{X \leq x\} \tag{84}$$

$$N(y, \mu, \sigma^2) = P \{Y \leq y\} \tag{85}$$

Momentos y otras características

Puesto que X e Y están relacionadas por la función $Y = \log X$, las funciones de distribución están relacionadas por:

$$\Lambda(x) = N(\log x) \quad (x > 0) \quad 86$$

$$\Lambda(x) = 0 \quad (x \leq 0) \quad 87$$

y

$$d\Lambda(x) = \frac{1}{x\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2\sigma^2}(\log x - \mu)^2\right] dx \quad 88$$

describe la curva de frecuencia con moda única en $x = e^{\mu - \sigma^2}$.

La distribución posee momentos de cualquier orden; el momento jésimo respecto del origen se denomina λ_j luego:

$$\lambda_j = \int_0^{\infty} x^j \cdot d\Lambda(x) = \int_0^{\infty} e^{jy} \cdot dN(y) = e^{j\mu + \frac{1}{2}j^2 \cdot \sigma^2} \quad 89$$

El primer momento recibe el nombre de media de x. Los momentos respecto a un punto arbitrario se definen por:

$$\lambda^r = E(x^r) = \int_{-\infty}^{\infty} x^r \cdot f(x) \cdot dx \quad 90$$

o

$$E |(x - a)^r| = \int_{-\infty}^{\infty} (x-a)^r \cdot f(x) \cdot dx \quad 91$$

y haciendo a igual a la media, obtenemos los momentos respecto a la media, que suelen designarse por

$$\lambda_r = E(x - \lambda'_1)^r = \int_{-\infty}^{\infty} (x - \lambda'_1)^r \cdot f(x) \cdot dx \quad 92$$

tenemos:

$$\lambda_1 = \int_{-\infty}^{\infty} x f(x) dx = \lambda'_1 \int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx = \lambda'_1 = \lambda'_1 = 0 \quad 93$$

y

$$\lambda_2 = \int_{-\infty}^{\infty} (x - \lambda'_1)^2 f(x) dx = \lambda'_2 - \lambda'_1{}^2 \quad 94$$

o sea:

$$\lambda_2 = \lambda'_2 - \lambda'_1{}^2$$

que es la varianza.

Los momentos resultantes respecto al origen son:

$$\lambda'_1 = \alpha = e^{\mu + \frac{1}{2} \sigma^2} \quad 95$$

$$\lambda'_2 = e^{2\mu + 2\sigma^2} \quad 96$$

$$\lambda'_3 = e^{3\mu + \frac{9}{2}\sigma^2} \quad 97$$

$$\lambda'_4 = e^{4\mu + 8\sigma^2} \quad 98$$

$$\lambda'_5 = e^{5\mu + \frac{25}{2}\sigma^2} \quad 99$$

Momentos respecto a la media:

$$\lambda_1 = 0 \quad 100$$

$$\lambda_2 = e^{2\mu + \sigma^2} (e^{\sigma^2} - 1) = \alpha^2 \eta^2, \quad \eta^2 = e^{\sigma^2} - 1 \quad 101$$

$$\lambda_3 = \alpha^3 (\eta^6 + 3\eta^4) \quad 102$$

$$\lambda_4 = \alpha^4 (\eta^{12} + 6\eta^{10} + 15\eta^8 + 16\eta^6 + 3\eta^4) \quad 103$$

$$\lambda_5 = \alpha^5 (\eta^{20} + 10\eta^{18} + 45\eta^{16} + 120\eta^{14} + 205\eta^{12} + 222\eta^{10} + 135\eta^8 + 30\eta^6) \quad 104$$

De los momentos centrales (con respecto a la media) tienen especial interés el tercero y cuarto ya que a partir de ellos se mide lo que se aparta de la normalidad, estos coeficientes se llaman coeficiente de Asimetría y curtosis, $f_1(x)$ y $f_2(x)$ que están dados por:

$$f_1(x) = \frac{\lambda_3}{\sigma^3} = \eta^3 + 3\eta \quad 105$$

$$f_2(x) = \frac{\lambda_4}{\sigma^4} - 3 = \eta^8 + 6\eta^6 + 15\eta^4 + 16\eta^2 \quad 106$$

La curtosis representada por β_2 se basa en la cuarta potencia de las desviaciones con respecto a la media. La media de las cuartas potencias de estas desviaciones se denomina momento de cuarto orden M_4 .

β_2 es por tanto una media tipificada, obtenida dividiendo M_4 por la cuarta potencia de la desviación típica. Es pues, independiente de la unidad de medida, es esencialmente positiva. Para una distribución normal es igual a 3. Si la distribución es más apuntada, es decir, tiene colas largas es mayor que 3 y si es más achatada es menor que 3, a menos que se disponga de gran cantidad de datos tiene poco interés el cálculo de la curtosis, puesto que queda afectada por uno o dos resultados.

También calculamos el primer coeficiente de Pearson de asimetría:

$$\frac{\bar{X} - \text{moda}}{\sigma} \quad 107$$

Siendo el segundo coeficiente de Pearson:

$$\frac{3 (\bar{X} - \text{mediana})}{\sigma} \quad 108$$

Después de haber expuesto un breve estudio sobre las distribuciones estadísticas, se llega a la conclusión de que la distribución log-normal aproxima en general, las curvas obtenidas en el osciloscopio, ya que los resultados obtenidos al aplicar el programa en FORTRAN concuerdan con los datos reales; este programa ha permitido tratar y obtener todos los parámetros que caracterizan las curvas de distribución:

Momentos respecto al origen, momentos respecto a la media, la asimetría, curtosis y coeficientes de Pearson, etc. Estos parámetros varían con el tiempo considerando en cada curva, cuanto mayor es éste mayor es la cola y, teniendo en cuenta que la cola no corta al eje de abscisas, mayor es la varianza.

Ahora bien, cuando la cola es ya asintótica el área bajo ese tramo es despreciable frente al

área total, es decir, la unidad, por lo cual se puede cortar, equivale a decir que ya pasó todo el trazador.

Se han hecho varias medidas a distintos tiempos, basados en las siguientes suposiciones:

a).— Tiempos de las primeras partículas de trazador al pasar por el segundo punto de medida (tiempos tabla 7.).

b).— Tiempos teóricos de residencia.

c).— Area bajo la cola, despreciable frente al área 1 de la curva de distribución.

d).— Tiempo del perfil de velocidades.

Con todas estas suposiciones hemos calculado las varianzas de las curvas de entrada y salida, fijando la entrada y viceversa, teniendo en cuenta las consideraciones anteriores, la diferencia de estas varianzas nos permite calcular la dispersión.

Escribimos seguidamente la tabla 34 con todos los valores posibles que se obtuvieron para cada caudal.

TABLA.- 34

Nº Expte.	Caudal (l/h.)	σ_2^2 (Salida)	σ_1^2 (Entrada)	Nº Expte.	Caudal (l/h.)	σ_2^2 (Salida)	σ_1^2 (Entrada)
1	800	0,722	0,556	26	220	14,735	23,270
2	---	0,762	0,628	27	---	15,743	29,658
3	---	0,753		28	---	11,722	5,861
4	---	0,676		29	---	11,422	
5	---	0,942	0,856	30	---	18,188	
6	---	0,917		31	---	24,736	
7	700	0,968	0,990	32	200	35,813	62,140
8	---	0,981	0,924	33	---	29,707	11,550
9	---	0,600	0,554	34	---	87,480	17,329
10	---	1,073	1,425	35	150	46,285	49,660
11	---	1,179		36	---	55,357	53,211
12	600	1,630	0,589	37	---	95,540	0,340
13	---	2,142	0,767	38	---	114,190	15,169
14	---	2,018		39	130	98,123	0,740
15	---	0,612	0,557	40	---	55,657	23,715
16	---	1,432		41	---	47,792	5,980
17	---	1,066	1,082	42	---	68,035	
18	---	0,982		43	---	92,469	
19	500	1,400	0,610	44	100	96,303	38,702
20	---	1,437	0,560	45	---	66,921	88,825
21	---	1,553	0,871	46	---	188,929	63,360
22	---	2,579	0,320	47	---	196,990	
23	400	2,527	1,222	48	---	120,477	
24	---	2,705	1,920	49	80	240,534	50,174
25	300	5,534	3,694	50	---	254,770	128,960

Los valores medios de las varianzas obtenidas se escriben en la tabla siguiente:

T A B L A. - 35

Caudal	Varianza
800 l/h.	0,184
700 "	0,220
600 "	0,553
500 "	0,840
400 "	1,045
300 "	1,840
220 "	10,231
200 "	18,159
150 "	36,945
130 "	45,881
100 "	73,885
80 "	148,800

Conocidos los valores medios de las varianzas correspondientes a cada caudal, fijamos el tiempo correspondiente a cada curva por el intervalo de confianza obtenido y con este límite definido, construimos el programa FORTRAN que nos permite obtener los parámetros característicos de cada distribución, dado a continuación.

```

*ONE WORD INTEGERS
*EXTENDED PRECISION
DIMENSION X(400),Y(400),XL(400),FIV(400),V(400),XLN(400)
READ(2,21)NUM
21 FORMAT(12)
NCONT=0
22 NCONT=NCONT+1
READ(2,23)A1,A2,A3,A4,A5,A6,A7,A8
23 FORMAT(8A6)
WRITE(3,24)A1,A2,A3,A4,A5,A6,A7,A8
24 FORMAT(1H0,36X,8A6)
READ(2,1)N
1 FORMAT(13)
READ(2,2)(X(I),Y(I),I=1,N)
2 FORMAT(12F6.3)
DO 3 I=1,N
  XLN(I)=ALOG(X(I))
3 XL(I)=(XLN(I)/2.3026)
  SXLY=0.
  SY=0.
  SDXY=0.
  DO 4 I=1,N
    SXLY=SXLY+XL(I)*Y(I)
4 SY=SY+Y(I)
  XLME=SXLY/NSY
  DO 5 I=1,N
    SDXY=SDXY+((XL(I)-XLME)**2.)*Y(I)
  R=0.039
  SIG2=SDXY/(SY-1.)
  SIG=(SIG2)**(0.5)
  XMENA=(10.)*XLME
  AREA=SY*R
  WRITE(3,8)AREA,XLME,XMENA,SIG2,SIG
8 FORMAT(1H0,8X,'AREA=',F11.4,4X,'LOG E=',F10.7,5X,'MEDIANA=',F8.4,5
  L29X,'SIG2=',F11.7,829X,'SIG=',F12.7)
  XLMD=XLME-2.3026*SIG2
  XMD=(10.)*XLMD
  XLMED=XLME+1.1513*SIG2
  XMEDI=(10.)*XLMED
  WRITE(3,9)XMD,XMEDI
9 FORMAT(1H0,49X,'MODA=',F11.4,850X,'MEDIA=',F10.4)
  XM=C.4343
  XM01=(10.)*((XLME+(SIG2/(2.*XM))))
  XM02=(10.)*((2.*XLME+(2.*SIG2/XM)))
  XM03=(10.)*((3.*XLME+(9.*SIG2/(2.*XM))))
  XM04=(10.)*((4.*XLME+(8.*SIG2/XM)))
  XM05=(10.)*((5.*XLME+(25.*SIG2/(2.*XM))))
  WRITE(3,10)XM01,XM02,XM03,XM04,XM05
10 FORMAT(1H0,5X,'MOMENTOS RESPECTO AL ORIGEN',86X,'PRIMERO=',F10.5,5
  65X,'SEGUNDO=',F16.5,86X,'TERCERO=',F16.5,86X,'CUARTO=',F17.5,86X,'
  RQUINTO=',F17.5)
  ZETA2=((10.)*((SIG2/XM)))-1.
  ZETA=(ZETA2)**(0.5)
  XMM2=(XMEDI**2.)*ZETA2
  XMM3=(XMEDI**3.)*(ZETA2**3.+3.*ZETA2**2.)
  XMM4=(XMEDI**4.)*(ZETA2**6.+6.*ZETA2**5.+15.*ZETA2**4.+16.*ZETA2**
  13.+3.*ZETA2**2.)
  XMM5=(XMEDI**5.)*(ZETA2**10.+10.*ZETA2**9.+45.*ZETA2**8.+120.*ZETA
  A2**7.+205.*ZETA2**6.+222.*ZETA2**5.+135.*ZETA2**4.+30.*ZETA2**3.)
  ASIME=ZETA**3.+3.*ZETA
  CURTO=ZETA2**4.+6.*ZETA2**3.+15.*ZETA2**2.+16.*ZETA2
  PER1=(XMEDI-XMD)/(XMM2**(0.5))
  PER2=3.*(XMEDI-XMENA)/(XMM2**(0.5))
  WRITE(3,11)XMM2,XMM3,XMM4,XMM5,PER1,PER2,ASIME,CURTO
11 FORMAT(1H0,5X,'MOMENTOS RESPECTO A LA MEDIA',86X,'SEGUNDO=',F16.5,
  856X,'TERCERO=',F16.5,86X,'CUARTO=',F17.5,86X,'QUINTO=',F17.5,820X,
  A1PEARSON PRIMERO=',F10.7,820X,'PEARSON SEGUNDO=',F10.7,850X,'ASIME
  BTFIA=',F10.5,850X,'CURTOSIS=',F10.5)
  S=0.
  A=(2.*3.14159)**(-0.5)
  DO 6 I=1,N
    V(I)=(XL(I)-XLME)/SIG
    FIV(I)=A*(2.71828**(-(V(I)**2.)/2.))
    YC=(10.4343)*((SY*FIV(I))/(SIG*X(I)))*R
    YN=YC*SY
    S=S+(YC-Y(I))**2.
  WRITE(3,12)Y(I),YC,YN
12 FORMAT(1H0,10X,F11.4,15X,F11.4,15X,F11.8)
6 CONTINUE
  DCM=SM
  D=DCM**0.5
  WRITE(3,13)DCM,D
13 FORMAT(1H0,15X,'DESVIACION CUADRATICA MEDIA=',F12.6,5X,'DESVIACION
  I MEDIA=',F12.6)
  IF(NCONT-NUM)22,22,25
25 STOP
  END

```

FEATURES SUPPORTED
 ONE WORD INTEGERS
 EXTENDED PRECISION
 IOCS

CORE REQUIREMENTS FOR
 COMMON 0 VARIABLES 7362 PROGRAM 1258

END OF COMPILATION

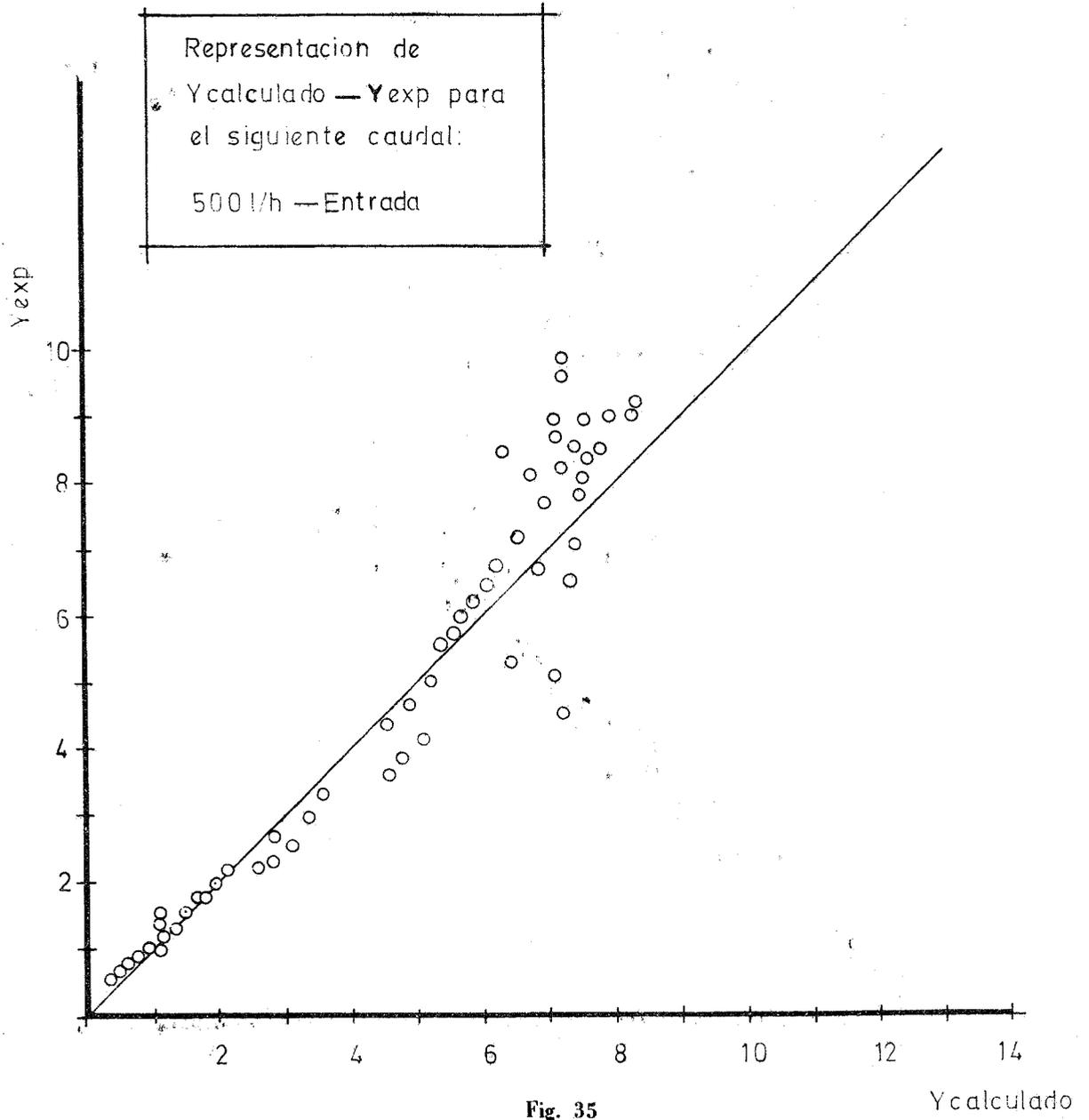
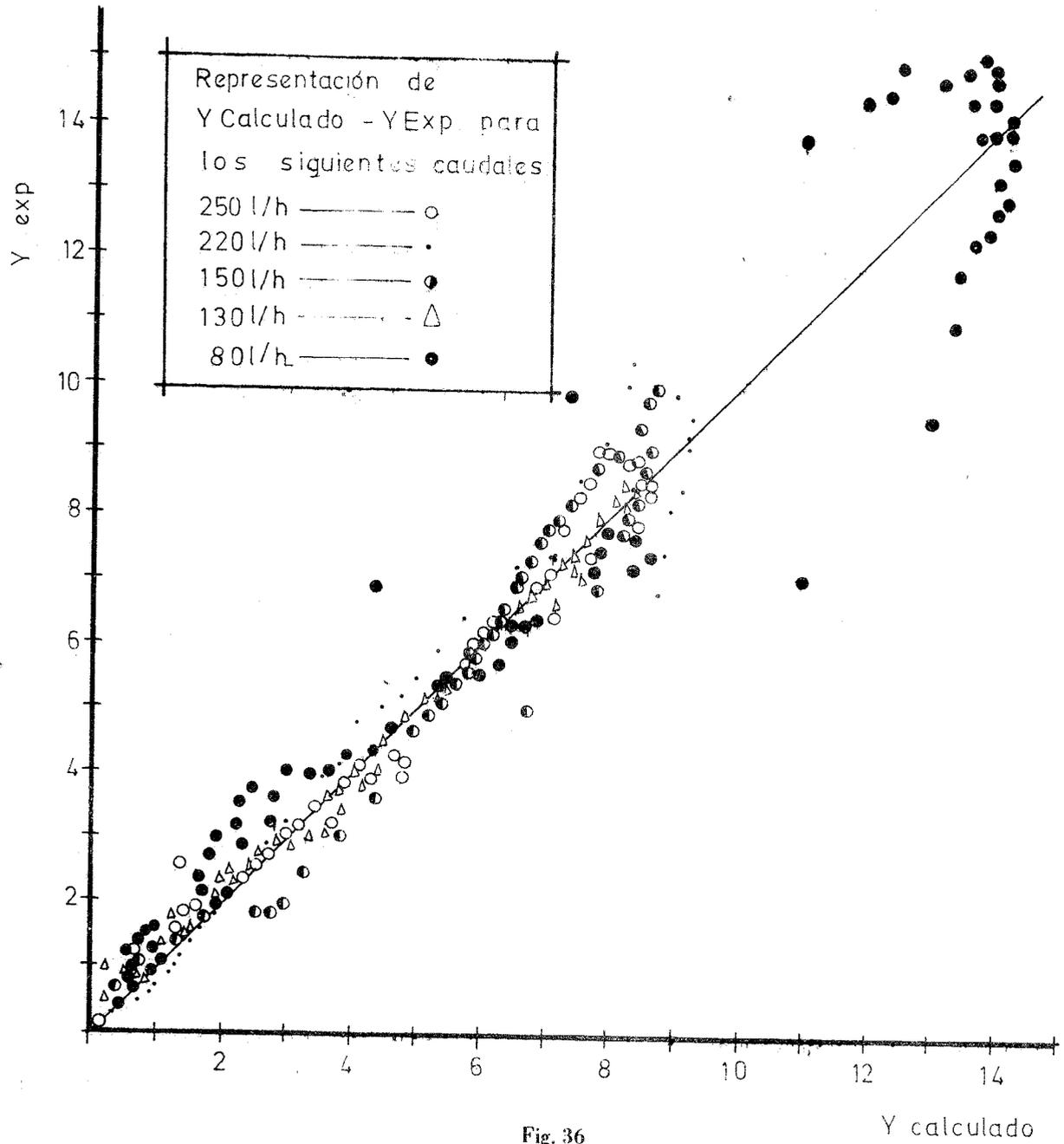


Fig. 35



CAUDAL 800 l/h.

TABLA.-36

Magnitud	Entrada	Salida
Mediana	0,694	1,181
Moda	0,412	0,858
M1	0,901	1,385
M2	1,369	2,641
M3	3,505	6,930
M4	15,110	25,014
M5	109,750	124,224
MM2	0,556	0,722
MM3	1,266	1,269
MM4	7,167	5,977
MM5	62,468	34,130
C. Pearson 1	0,655	0,620
C. Pearson 2	0,832	0,721
Asimetría	3,050	2,069
Curtosis	20,133	8,472

CAUDAL 700 l/h.

TABLA.- 37

Magnitud	Entrada	Salida
Mediana	0,578	1,570
Moda	0,252	1,168
M1	0,876	1,833
M2	1,762	4,540
M3	8,123	15,190
M4	85,853	68,640
M5	2080,425	418,810
MM2	0,993	1,179
MM3	4,835	2,5339
MM4	63,722	14,910
MM5	1756,782	103,230
C. Pearson 1	0,626	0,610
C. Pearson 2	0,896	0,706
Aşimetría	4,880	1,980
Curtosis	61,520	7,720

CAUDAL 600 l/h.

TABLA.- 38

Magnitud	Entrada	Salida
Mediana	0,739	1,330
Moda	0,447	0,954
M1	0,951	1,575
M2	1,494	3,468
M3	3,877	10,667
M4	16,629	45,832
M5	117,830	275,116
MM2	0,589	0,985
MM3	1,330	2,695
MM4	7,532	11,777
MM5	64,096	82,031
C. Pearson 1	0,655	0,625
C. Pearson 2	0,824	0,733
Asimetría	2,949	2,141
Curtosis	18,660	9,118

CAUDAL 500 l/h.

T A B L A. - 39

Magnitud	Entrada	Salida
Mediana	0,561	0,856
Moda	0,250	0,419
M1	0,838	1,222
M2	1,575	3,048
M3	6,622	15,500
M4	62,319	160,780
M5	1312,728	3401,680
MM2	0,871	1,553
MM3	3,838	7,976
MM4	45,264	105,622
MM5	1090,332	2605,894
C. Pearson 1	0,630	0,646
C. Pearson 2	0,894	0,878
Asimetría	4,717	4,118
Curtosis	56,575	40,757

CAUDAL 400 l/h.

T A B L A. — 40

Magnitud	Entrada	Salida
Mediana	0,931	2,015
Moda	0,521	1,405
M1	1,245	2,410
M2	2,774	8,350
M3	11,050	41,440
M4	78,670	294,880
M5	1001,368	3008,713
MM2	1,222	2,527
MM3	4,546	9,088
MM4	42,220	84,908
MM5	641,190	1017,730
C. Pearson 1	0,655	0,633
C. Pearson 2	0,852	0,750
Asimetría	3,362	2,260
Curtosis	25,230	10,292

CAUDAL 300 l/h.

T A B L A.- 41

Magnitud	Entrada	Salida
Mediana	1,845	3,370
Moda	1,114	2,485
M1	2,374	3,932
M2	9,330	21,002
M3	60,706	152,290
M4	653,836	1499,407
M5	11657,720	20044,696
MM2	3,694	5,534
MM3	21,013	26,153
MM4	297,587	335,030
MM5	6371,250	5102,944
C. Pearson 1	0,655	0,615
C. Pearson 2	0,825	0,711
Asimetría	2,959	2,008
Curtosis	18,804	7,936

CAUDAL 220 l/h.

T A B L A . - 42

Magnitud	Entrada	Salida
Mediana	1,547	4,153
Moda	0,721	2,631
M1	2,264	5,217
M2	10,989	42,965
M3	114,273	558,439
M4	2546,170	11455,806
M5	121565,943	370912,091
MM2	5,861	15,743
MM3	62,841	169,986
MM4	1770,330	4595,839
MM5	97561,150	178523,138
C. Pearson 1	0,637	0,651
C. Pearson 2	0,889	0,804
Asimetría	4,428	2,721
Curtosis	48,534	15,542

CAUDAL 200 l/h.

T A B L A. 43

Magnitud	Entrada	Salida
Mediana	1,717	4,234
Moda	0,577	2,250
M1	2,963	5,807
M2	26,107	63,430
M3	684,213	1303,272
M4	53331,766	50368,455
M5	12363610,796	3661602,436
MM2	17,329	29,709
MM3	504,193	589,892
MM4	46368,884	29519,034
MM5	11628352,093	2540906,417
C. Pearson 1	0,572	0,652
C. Pearson 2	0,897	0,865
Asimetría	6,988	3,642
Curtosis	151,399	30,443

CAUDAL 150 l/h.

T A B L A. - 44

Magnitud	Entrada	Salida
Mediana	2,538	5,375
Moda	1,200	2,888
M1	3,690	7,332
M2	28,787	100,048
M3	474,697	2540,361
M4	16546,730	120032,447
M5	1219230,380	10554090,465
MM2	15,169	46,285
MM3	256,513	1128,030
MM4	11335,787	69128,732
MM5	966869,731	7209845,470
C. Pearson 1	0,639	0,653
C. Pearson 2	0,887	0,863
Asimetría	4,341	3,583
Curtosis	46,260	29,268

CAUDAL 130 l/h.

T A B L A,— 45

Magnitud	Entrada	Salida
Mediana	3,817	5,570
Moda	2,046	2,700
M1	5,220	8,004
M2	50,968	132,100
M3	930,618	4495,486
M4	31777,258	315442,172
M5	2029262,202	45639217,109
MM2	23,715	68,035
MM3	416,934	2349,039
MM4	18450,705	209983,714
MM5	1396457,180	35350275,359
C. Pearson 1	0,652b	0,642
C. Pearson 2	0,864	0,883
Asimetría	3,610	4,180
Curtosis	29,806	22,260

CAUDAL 100 l/h.

TABLA.- 46

Magnitud	Entrada	Salida
Mediana	4,890	10,683
Moda	2,619	6,504
M1	6,681	13,692
M2	83,344	307,959
M3	1940,913	11377,218
M4	84383,958	690412,445
M5	6849193,593	68819478,562
MM2	38,702	120,477
MM3	866,882	3861,319
MM4	48857,550	308263,546
MM5	4701404,306	36903022,374
C. Pearson 1	0,652	0,654
C. Pearson 2	0,864	0,822
Asimetría	3,600	2,919
Curtosis	29,618	18,237

CAUDAL 80 l/h.

TABLA.- 47

Magnitud	Entrada	Salida
Mediana	6,132	6,608
Moda	2,536	2,279
M1	9,536	11,253
M2	219,910	367,166
M3	12262,040	34733,439
M4	1653267,780	9526527,910
M5	538997530,249	7575714863,999
MM2	128,960	240,534
MM3	7705,300	25188,863
MM4	1280747,085	8194267,654
MM5	469745114,875	7079526043,990
C. Pearson 1	0,616	0,578
C. Pearson 2	0,899	0,898
Asimetría	5,261	6,752
Curtosis	108,167	56,484

De todas las características, la más importante es la varianza o segundo momento respecto a la media. La diferencia de varianzas de las curvas de entrada y salida da una medida de la dispersión, los resultados se dan en la tabla 48.

T A B L A.— 48

Caudal	σ_2^2 (Salida)	σ_1^2 (Entrada)	σ_2^2 (Salida) - σ_1^2 (Entrada)
800 l/h.	0,721	0,556	0,165
700 "	1,179	0,993	0,186
600 "	0,985	0,589	0,396
500 "	1,553	0,871	0,682
400 "	2,527	1,222	1,305
300 "	5,534	3,694	1,840
220 "	15,743	5,861	9,882
200 "	29,709	17,329	12,380
150 "	46,285	15,169	31,116
130 "	68,035	23,715	44,320
100 "	120,477	38,702	81,775
80 "	240,530	128,960	111,574

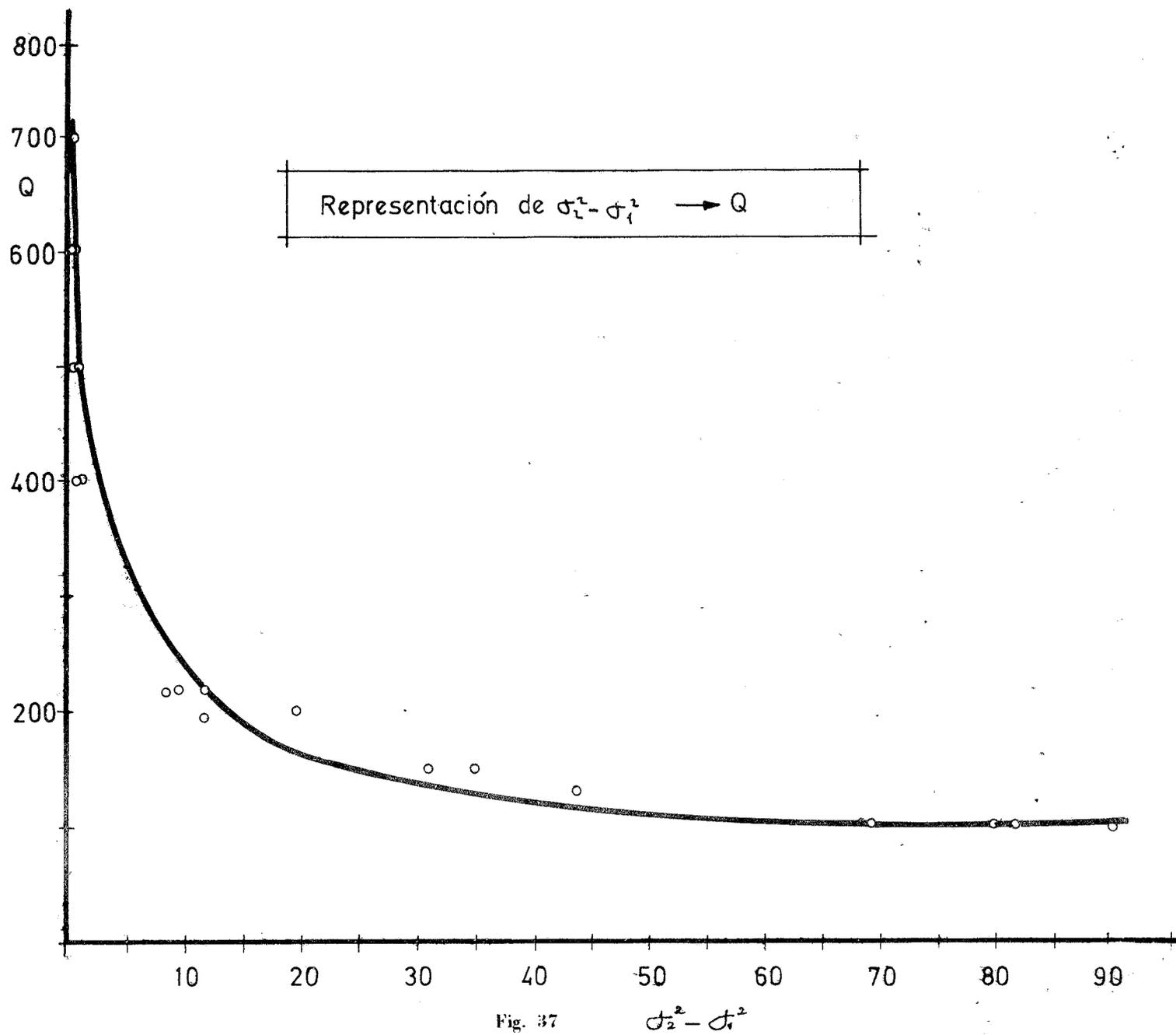


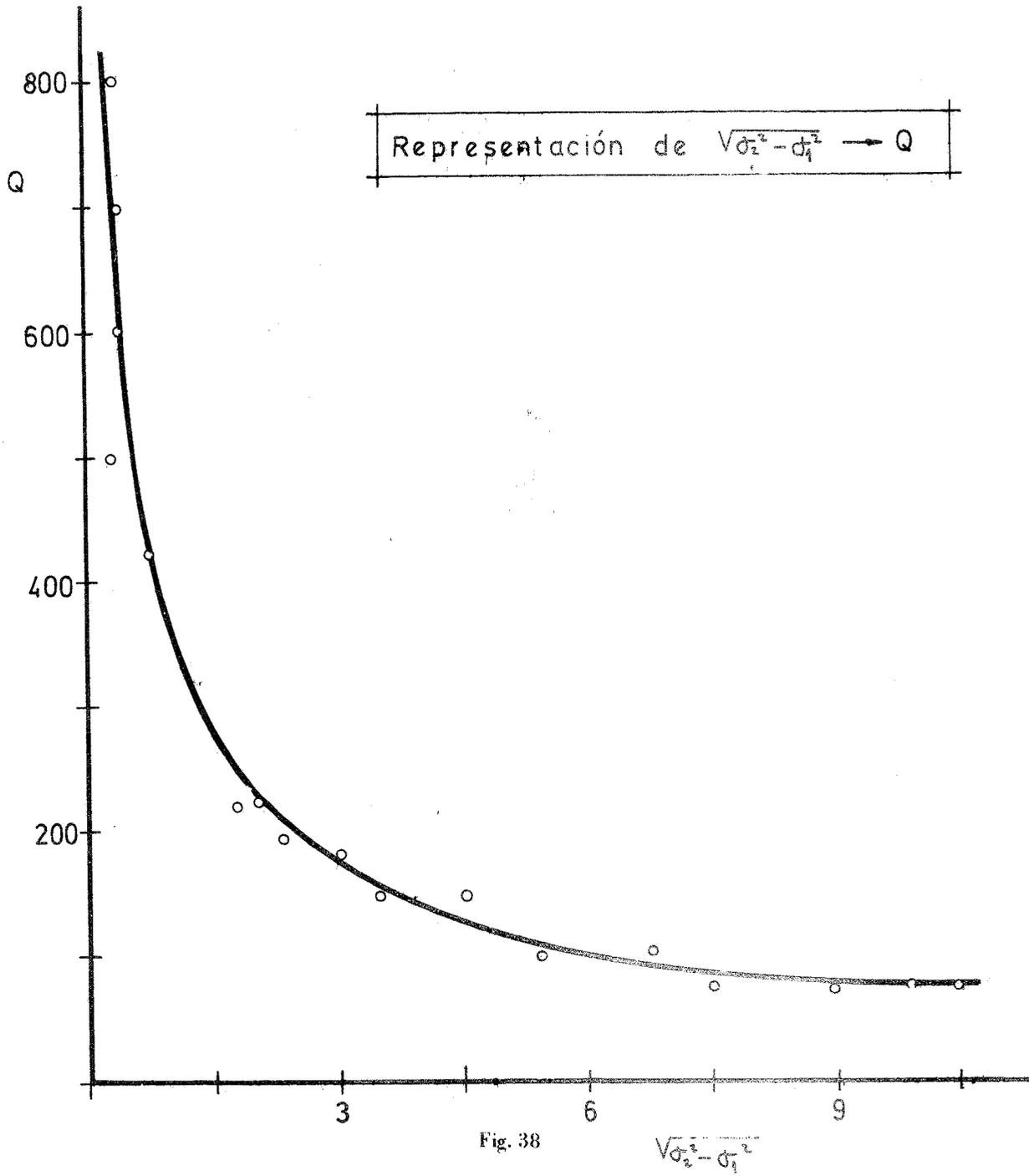
Fig. 37

$\sigma_2^2 - \sigma_1^2$

En la Tabla 49, se dan las raíces cuadradas de las diferencias de varianzas obtenidas, se observa un aumento más gradual en los valores.

T A B L A. - 49

Caudal	$(\sigma_2^2 - \sigma_1^2)^{1/2}$
800 l/h.	0,406
700 "	0,431
600 "	0,639
500 "	0,825
400 "	1,140
300 "	1,350
220 "	3,100
200 "	3,510
150 "	5,580
130 "	6,650
100 "	9,040
80 "	10,500



INTERPRETACION DE RESULTADOS.-

Del tratamiento de datos se puede notar la constancia de los coeficientes de Pearson para las curvas de entrada y salida; en las tablas y escribimos los valores obtenidos para cada cual y seguidamente hallamos los valores medios:

T A B L A.- 50 (Señal de Entrada)

Caudal	C1	C2
800 l/h.	0,655	0,832
700 "	0,626	0,896
600 "	0,655	0,824
500 "	0,630	0,894
400 "	0,655	0,852
300 "	0,655	0,825
220 "	0,637	0,899
200 "	0,572	0,897
150 "	0,639	0,887
130 "	0,652	0,864
100 "	0,652	0,864
80 "	0,616	0,899

Los valores medios son:

$$\bar{C1} = 0,637$$

$$\bar{C2} = 0,868$$

T A B L A.—51 (Señal de Salida)

Caudal	C1	C2
800 l/h.	0,620	0,721
700 "	0,610	0,706
600 "	0,625	0,733
500 "	0,646	0,878
400 "	0,633	0,750
300 "	0,615	0,711
220 "	0,651	0,804
200 "	0,652	0,865
150 "	0,653	0,863
130 "	0,642	0,883
100 "	0,654	0,822
80 "	0,578	0,898

Los valores medios son:

$$\bar{C}_1 = 0,631$$

$$\bar{C}_2 = 0,802$$

Como se puede deducir de las tablas anteriores, la constancia de los dos coeficientes de Pearson es evidente, tanto en las curvas de entrada como en las de salida, además en re los valores de ambas no hay mucha diferencia, por lo que se puede calcular el valor medio de los dos coeficientes para las curvas entrada—salida, así:

$$C_{P1} = 0,634$$

y

$$C_{P2} = 0,835$$

y como sabemos por definición, que:

$$\bar{X}-\text{Moda} = C_{p1} \cdot \sigma$$

podemos representar $\bar{X}-\text{Moda}$ frente a σ , la recta que pasa por el origen tiene así una pendiente de 0,634; con esta representación, se calcula bien $\bar{X}-\text{Moda}$ conocido σ , o viceversa; esta constancia da una idea sobre la bondad del método.

El estudio de las varianzas de entrada y de salida de las curvas experimentales nos permite deducir la dispersión longitudinal o axial existentes. El módulo de Peclet, uL/D , que es el número de Dispersión nos viene relacionado con la varianza, en dicho módulo, D , que es el coeficiente de dispersión y análogo al coeficiente de difusión molecular, es fácilmente calculable.

Existen muchos modelos aplicables que nos permiten calcular el Pe a partir del segundo momento respecto a la media, como se ha comentado ya en la parte teórica, todos ellos deducidos de modelos matemáticos.

Nosotros hemos aplicado la fórmula que sigue

$$\sigma^2 = 2/Pe + 8/Pe^2$$

que supone una inyección delta de entrada, y que la dispersión tiene lugar a la salida.

Como tenemos las diferencias de varianzas para cada caudal, calculamos a partir de ellas los números de Peclet y de estos los coeficientes D .

En la fig. 37 se muestra una representación varianza-Caudal.

En la tabla 52 se dan los Pe calculados así como los valores de D .

Desde luego no estamos de acuerdo con la suposición de algunos autores de que el coeficiente de dispersión sea cte. ya que el número de Peclet varía no solo por que varia la velocidad sino el conjunto de velocidad y dispersión por eso tiene más sentido hablar de número de dispersión o Pe .

Las variaciones del caudal o del Reynolds con el Pe ó el coeficiente D , se muestran en las

figuras 39 y 40.

Se ve en ellas una variación gradual debida a esas diferencias acusadas de las varianzas, desde 0,165 para 800 l/h. hasta 111,574 para 80 l/h.

T A B L A.- 52

Caudal	$u(\text{m/seg.})$	Pe	$D = u.L/P_e$ ($\text{m}^2/\text{seg.}$)
800	0,317	15,2	0,0408
700	0,277	13,87	0,391
600	0,237	7,67	0,0607
500	0,198	5,170	0,0750
400	0,158	3,356	0,092
300	0,118	2,700	0,0985
220	0,0871	1,006	0,1696
200	0,0792	0,888	0,1747
150	0,0594	0,539	0,215
130	0,0515	0,448	0,225
100	0,0396	0,325	0,238
80	0,0317	0,2768	0,225

Como podemos observar de la tabla, el número de Peclet aumenta con el caudal y el coeficiente de dispersión por el contrario disminuye cuando aumenta el caudal, lo cual es lógico ya que nos aproximamos más al flujo ideal en pistón, de forma que la señal de salida o respuesta a un impulso tiende a ser igual a la de entrada con lo cual D tiende a 0.

T A B L A.— 53

Caudal	$(\sigma^2)^{1/2}$	Pe	$D = u \cdot L / P_e$ (m ² /seg.)
800	0,406	7,50	0,0828
700	0,431	7,20	0,078
600	0,639	5,43	0,085
500	0,825	4,50	0,086
400	1,140	3,666	0,084
300	1,350	3,260	0,0708
220	3,100	1,990	0,085
200	3,510	1,800	0,086
150	5,580	1,389	0,0839
130	6,650	1,258	0,080
100	9,040	1,060	0,073
80	10,500	0,970	0,064

De esta tabla notamos que el Pe para caudales altos ha disminuido mucho en 800 l/h., sin embargo si nos fijamos bien en las dos tablas para caudales de 220 hasta 80 l/h. el Pe es mayor en esta última tabla y su disminución no es tan acusada como con los calculados anteriormente:

Esto supone como es lógico, por definición del módulo de Peclet, que el coeficiente D calculado es mayor en caudales elevados que el obtenido en la tabla anterior y menor en caudales bajos, de forma que como se puede ver de esta tabla los coeficientes de dispersión calculados para la gama de caudales comprendida entre 800 l/h. y 80 l/h. es casi constante.

¿Es cierto esto? . Fisicamente creemos que no, ya que el coeficiente de dispersión debe de disminuir y tender a 0 aproximándose al flujo ideal en pistón, aunque éste no se alcance realmente.

Es casi constante porque la diferencia de varianzas es muy pequeña, así tenemos para 800 l/h., 0,406, y para 80 l/h., 10,500, con lo cual no hay en los Pe calculados mucha diferencia y dada

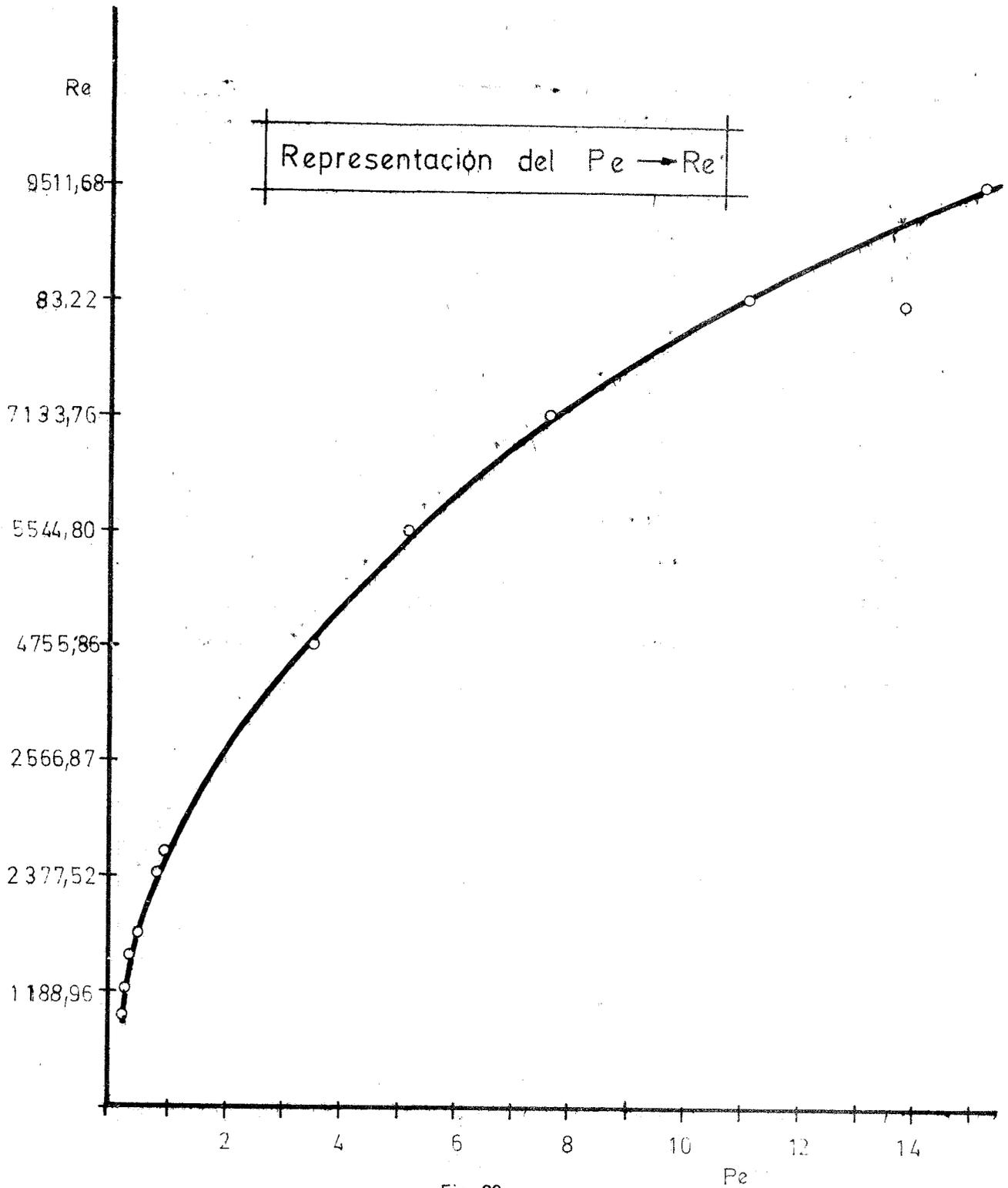


Fig. 39

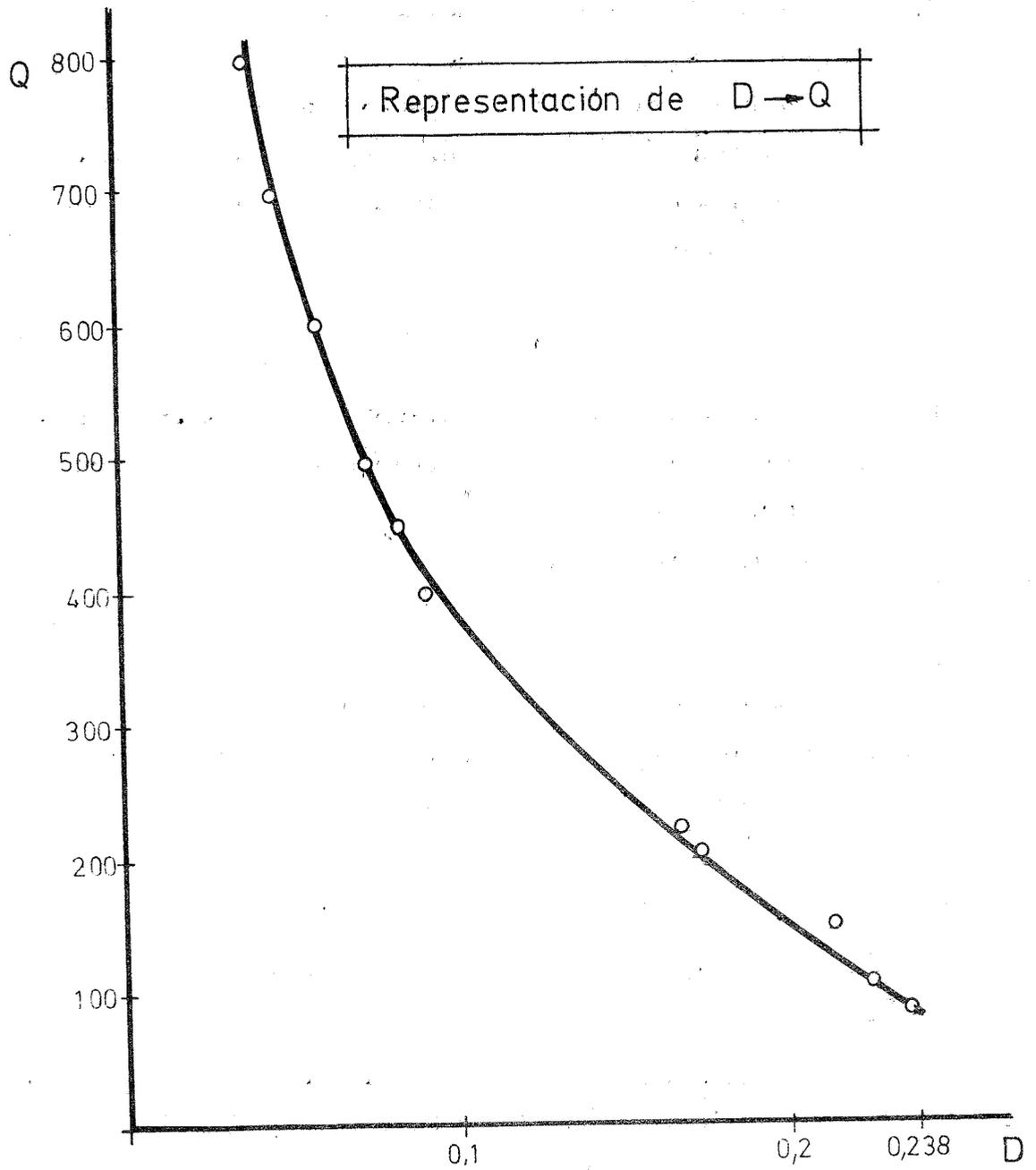


Fig. 40

la proporcionalidad en la disminución de velocidad, el cociente de $u.L/Pe$ es constante. Ello puede dar una idea errónea de la realidad y es más podemos aplicar un modelo matemático con esta condición, como lo han hecho Sittel y otros, pero no representa la realidad.

También opinamos que no se debe llegar a conclusiones o resultados para calcular los coeficientes de dispersión, expresándolos en función del Re , ya que ello supone un aumento gradual de D con el caudal; así la correlación:

$$D_L = 3,87 \cdot 10^{-5} \cdot Re^{0,764}$$

obtenida por Sittel para Re superiores a 40.000, permite relacionar el número de Peclet con el de Reynolds pero desde el punto de vista físico es totalmente incorrecto ya que D no puede ser función directa de la velocidad.

Aplicando el modelo:

$$\sigma^2 = 2/Pe$$

hemos calculado los coeficientes D_L , para 700 y 800 l/h., y basándonos en la ecuación encontrada por Sittel, determinamos para valores del caudal de 1700, 2600 y 3400 l/h., los coeficientes D_L y las varianzas correspondientes; encontramos que los coeficientes D_L respondían a:

$$D_L = 3,60 \cdot 10^{-5} \cdot Re^{0,790}$$

y coincidían con los calculados por el Pe , para las siguientes varianzas como se muestra en la tabla:

T A B L A. - 54

Caudal	Re	$\sigma^2/2$	$D_L = u.L/Pe$	$D_L = 3,6 \cdot 10^{-5} \cdot Re^{0,79}$
800	9511	0,0825	0,0512	0,0500
700	8322	0,0930	0,0504	0,0450
1700	20000	0,0680	0,0899	0,0898
2600	30000	0,0620	0,1250	0,1240
3400	40000	0,0570	0,1509	0,1556

De la tabla encontramos que la concordancia entre los dos coeficientes es total y cierta siempre y cuando las diferencias de varianzas está comprendida entre 0,100 y 1,170.

También notamos que D_L aumenta gradualmente en ambos casos en contra de lo que nosotros opinamos a pesar de que la diferencia de varianzas disminuye de acuerdo con el aumento de caudal, y es que esta diferencia debe ser aún menor ya que $D_L = u.L. \sigma^2/2$; para compensar el gran aumento de velocidad.

Con toda esta información obtenida, podemos asegurar que la ecuación encontrada por Sittel se cumple para varianzas del orden de 0,100 a 0,170, que dicha ecuación no justifica el hecho real, que da una idea errónea de la dispersión, ya que creemos que no debe aumentar ni permanecer constante.

Ahora bien, dado que σ^2 es una medida de la dispersión, su valor, calculado de la distribución estadística, tiene una gran importancia no puede ser un valor cualquiera, lo más difícil es averiguar que valor es el idóneo pues depende de la media y la media puede variar según los criterios establecidos para su determinación de ahí que existan a veces errores grandes en su estimación. Donde debemos cortar la cola de las curvas?. Debemos cortar la cola cuando no pase más trazador, pero es difícil averiguarlo ya que cuando se forma la cola, en el osciloscopio permanece una señal asintótica.

Partiendo de la idea de que:

$$\sigma^2 = M_2' - M_1'^2$$

siendo M_2' y M_1' el segundo y primer momento respecto al origen hemos pensado que es interesante encontrar una relación M_2'/M_1' para cada caudal y que nos daría una varianza adecuada.

Al mismo tiempo tenemos una representación gráfica de varianzas frente a M_2'/M_1' , como se muestra en la fig.- que da una curva bien definida y que engloba todas las varianzas. (Lógicamente los valores de M_2'/M_1' de salida deben de ser mayores que los de entrada).

CRITERIOS PARA CORTAR LA MEDIDA DE FRECUENCIAS

Para flujo turbulento casi todo el fluido circula con velocidad igual a la media, así que hemos considerado estas aproximaciones en los tiempos de residencia, con lo cual se han obtenido diversos valores de $M2/M1$ correspondientes a las zonas dichas.

Para flujo laminar, se tomó en cuenta el perfil de velocidad, así obtuvimos $M2/M1$ para curvas cuya cola se cortó en el tiempo en segundos correspondientes a dos veces la velocidad máxima, otros valores en dos veces el tiempo teórico y otros en un tiempo inferior a dos veces el teórico.

Ahora que ya tenemos los valores de $M2/M1$ y sus correspondientes varianzas, lo más importante es saber la diferencia de varianzas que debe de corresponder a cada valor del caudal teniendo en cuenta nuestras experiencias.

De acuerdo con ellos hemos llegado a una conclusión y es que existen unos valores de $M2/M1$ para entrada y salida que son óptimos para cada régimen. Nosotros vamos a dar unos intervalos en los cuales se incluyen estos valores y en los cuales las desviaciones cuadráticas oscilan entre 0,25—3,20.

T A B L A. - 55

Caudal	(M2/M1) Entrada	(M2/M1) Salida
800	1,519	1,906
800	1,606	1,992
700	2,011	2,476
700	2,314	2,702
700	2,453	3,036
600	1,570	2,220
600	2,112	2,780
600	2,819	3,509
500	1,877	2,500
400	2,200	3,464
400	2,819	5,525
300	3,930	5,341
220	4,853	8,235
220	7,199	8,800
220	7,260	10,077
200	8,811	10,923
200	17,700	18,926
200	14,277	17,689
150	7,801	17,644
150	14,449	21,490
150	14,984	19,587
130	9,763	16,504
130	10,230	16,512
100	12,474	22,491
100	17,400	27,686
80	23,061	32,628

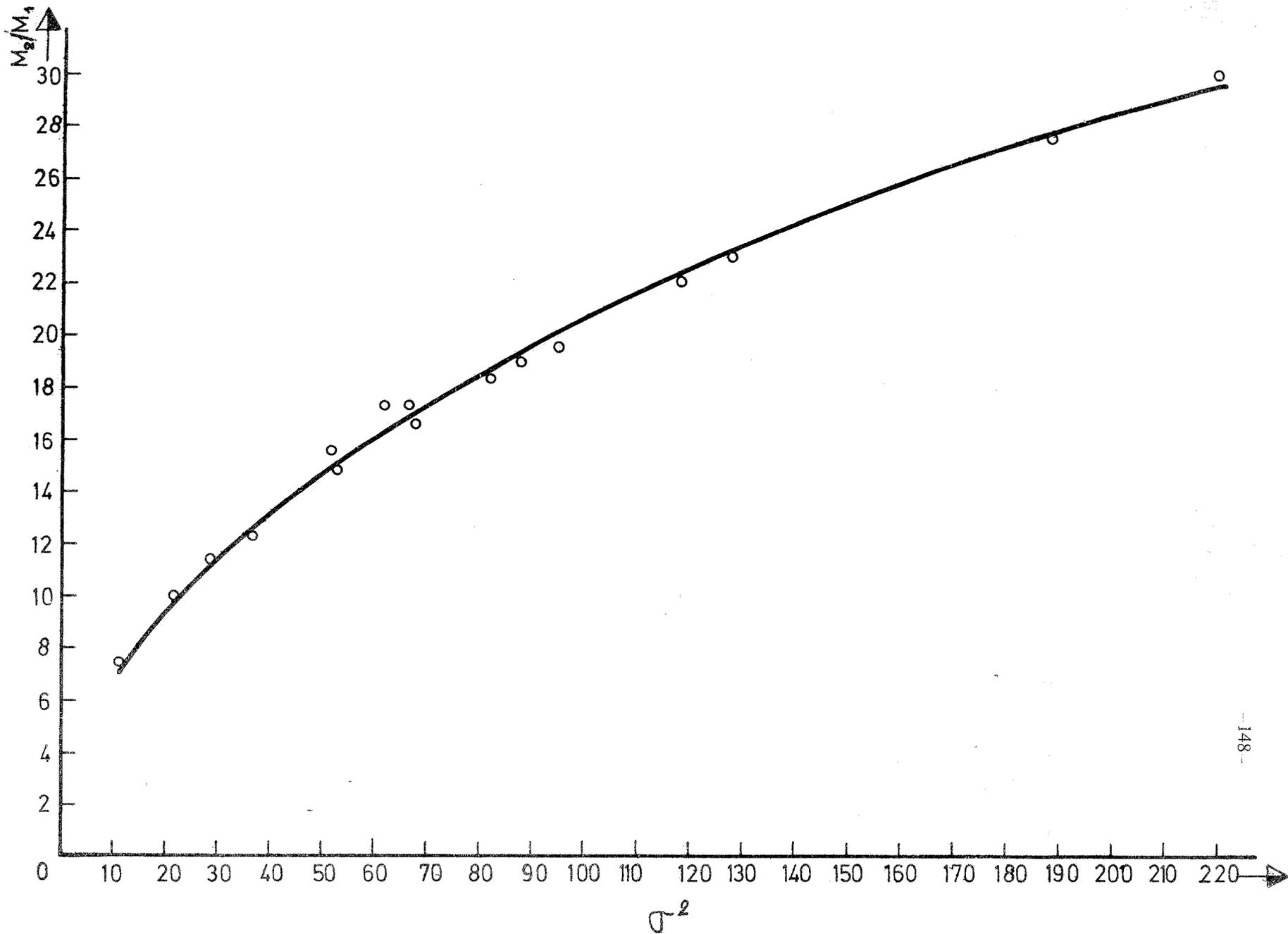


Fig. 41

CONCLUSIONES

1^a.— Se ha diseñado, construido y puesto a punto un dispositivo experimental para el estudio de las funciones de distribución de edades en reactores tubulares.

2^a.— Se pone de manifiesto la importancia del método de inyección, deduciéndose que el más idóneo es el de la inyección en la dirección del flujo, al dar medidas reproducibles por no provocar perturbancias en el flujo.

3^a.— Se caracterizan todas las curvas de distribución obtenidas, mediante el cálculo de los momentos respecto al origen y a la media. El segundo momento respecto a la media o varianza indica la dispersión; encontrándose que los valores de dicho momento son menores al aumentar el caudal, con lo cual nos aproximamos al flujo ideal en pistón.

Los momentos centrales más altos dan información sobre la asimetría. De los resultados se deduce que la distribución no es simétrica, y por lo tanto no es una distribución normal.

4^a.— A partir de los resultados experimentales, se elabora un criterio de frecuencias para cortar las colas de las curvas de distribución, que nos permite obtener la varianza de dichas curvas de una manera más correcta que si se desprecian las colas.

5^a.— Al ser las curvas experimentales asimétricas, se encuentra que las curvas se ajustan mejor a la función de distribución logarítmico-normal que a una función de distribución de Gauss. En consecuencia se propone efectuar un estudio de los parámetros matemáticos definidos y ver su significación física en el sistema.

6^a.— Se elabora un programa de ajuste de datos y de determinación de parámetros característicos de la distribución log-normal, en FORTRAN IV, que permite obtener curvas de estímulo-respuesta.

7^a.— Se comprueba la no constancia del coeficiente de dispersión (disminuye al aumentar el caudal) por lo cual los modelos que se basan en dicha constancia no son correctos.

8^a.— Se indica la conveniencia de tratar modelos con coeficientes de dispersión variables.

9^a.— Se pone de manifiesto el enmascaramiento del proceso físico por los tratamientos matemáticos, con los que se puede llegar, con resultados matemáticamente justificados, a incongruencias físicas al suponer constantes la velocidad y el coeficiente de dispersión.

10^a.— De las curvas de distribución obtenidas por técnicas de trazadores es posible estudiar y evaluar cuantitativamente la no idealidad de los reactores tubulares.

11^a.— Se propone la distribución logarítmico-normal como una distribución correcta, y se indica la conveniencia de relacionar los parámetros obtenidos por las distribuciones de Gauss y Log-normal para tratar de ver si cambia el sentido físico.

12^a.— Se indica la conveniencia de comprobar si las relaciones obtenidas por Levenspiel, Bischoff y otros con sus modelos son aplicables en la distribución log-normal que hemos indicado.

13^a.— Se dan números cuantitativos del coeficiente de mezcla axial con cuya ayuda se puede calcular el tiempo de residencia en reactores monofásicos sin relleno; de esta forma se pueden diseñar los aparatos más exactamente. Sin embargo, dado que las experiencias se han hecho en reactores de Laboratorio, es complejo el escalado a reactores industriales, especialmente porque allí pueden presentarse mezclas adicionales térmicas y convectivas no especificadas por los resultados experimentales obtenidos hasta ahora.

NOMENCLATURA

- C_0 = Concentración inicial de trazador
 C = Concentración
 CP = Coeficiente Pearson
 D = Coeficiente de difusión molecular
 D = Coeficiente de dispersión
 D_L = Coeficiente de dispersión axial
 D_{Lm} = Valor medio de $D_L(R)$
 $D_L(R)$ = Coeficiente de dispersión axial, en coordenadas cilíndricas para el modelo de dispersión general.
 D_R = Coeficiente de dispersión radial para el modelo del flujo disperso en pistón
 D_{Rm} = Valor medio de $D_R(R)$
 D'_{Rm} = Coeficiente de dispersión radial para el modelo de dispersión uniforme
 E = Función de distribución de salida
 F = Curva de respuesta a una señal en escalón
 L = Distancia entre las células de medida
 $M'_r = \lambda'_j$ = $M1, M2, M3, M4$ y $M5$; momentos respecto al origen
 $M_r = \lambda_j$ = $MM2, MM3, MM4$ y $MM5$; momentos respecto a la media
 p = Variable de Laplace.
 $P = P_e$ = Módulo de Peclet = $\frac{uL}{D_L}$
 q = $\sqrt{(1/4) + p/P}$
 R = Posición radial
 r_c = Velocidad de reacción
 Re = Número de Reynolds
 S = Término fuente
 t = tiempo
 \bar{t} = Tiempo medio de residencia del fluido en el sistema

- \bar{u} = Velocidad media en la dirección del eje
 v = Caudal de fluido
 V = Volúmen del reactor
 Y = $\log X = N(\mu, \sigma^2)$
 X = Posición axial medida a partir de las células
 μ = Media
 σ^2 = Varianza de la distribución
 θ = Tiempo reducido
 $\log. \epsilon$ = Media de $\log. X$
 $\Lambda(\mu, \sigma^2)$ = Función de distribución de una variable positiva X , distribuida log-normalmente.

SUBINDICES

- a.— Se refiere a la sección aguas arriba de la entrada
 b.— Se refiere a la sección aguas abajo de la salida
 e.— Se refiere al final de la sección de ensayo
 m.— Se refiere al segundo de los dos puntos de medida
 0.— Se refiere al primer punto de medida.

BIBLIOGRAFIA

- 1.- BODENSTEIN, M. WOLGAST, K.Z., *Physical, Chem.* **61**, 422 (1908).
- 2.- FORSTER, TH. GEIB, K.H. *Ann. Physik*, **20**, 250, (1934).
- 3.- DAMKHOLER, G. "Der Hemie-Ingenieur", Eucken-Jacob Eds. Vol. III, part I. Akad. Verlagsges. Liepzig 1937.
- 4.- McMULLIN, R.B., WEBER, M., *Trans. Am. Inst. Chem. Eng.* **41**, 409 (1935).
- 5.- KERMODE, R.L., STEVENS, *Can. J. Chem. Eng.* **43**, 68 (1965).
- 6.- KUSUNOKI, K. *Kagaku Kogaku*, **29**, 8 (1965).
- 7.- DENBIGH, K. G., "Chemical Reactor Theory", Cambridge, Un. Press, Cambridge, England, (1965).
- 8.- LEVENSPIEL, O. "Chemical Reactor Design", Wiley, Neww York, (1962).
- 9.- DE MARIA F., LONGFIELD, J.E. AND BUTLER, G., *Ind. Eng. Chem.*, **53**, 259 (1961).
- 10.- TICHACEK, L. J., *A.I.Ch.E.J.*, **9**, 394, (1963).
- 11.- HOELSCHER, H.E., *Reaction Engineering. Bibliography, CEP. Tech. Manual, A.I.Ch.E.*, (1964).
- 12.- ADLER, J., VORTMEYER, D., *Chem. Eng. Sci.*, **19**, 413, (1964).
- 13.- WEI, J. CAN, *J. Chan Eng.* **44**, 31 (1966).
- 14.- GOLDDISH, L.H., KOUTSKY, AND ADLER, J., *Chem. Eng. Sci.* **20**, 1011, (1965).
- 15.- LELLI, V., *Ind. Eng. Chem. Fundamentals.*, **4**, 360 (1965).
- 16.- DOUGLAS, J.M., *Chem. Eng. Sci.*, **20**, 1142, (1965).
- 17.- WHITE, E.T., *J. Imp. Coll. Chem. Eng. Soc.*, **14**, 72, (1962).
- 18.- BISCHOFF, K. B., *CAN. J. Chem. Eng.* **41**, 129, (1963).
- 19.- DANCKWERTS, P.V., *Chem. Eng. Sci.*, **12**, 20, (1960).
- 20.- LEVENSPIEL, O., "Chemical Reactions Engineering", Wiley New-York, 1962.

- 21.- KRAMERS, H. AND WESTERTERP, K.R., "Elements of Chemical Reactor Design and Operation", Academic Press, New-York, 1963.
- 22.- HIMMELBLAU, D.M., and BISCHOFF, K.B., "Chemical Process Analysis" Wiley, New-York, 1965.
- 23.- LEVENSPIEL, O. and BISCHOFF, K.B., *Advan. Chem. Eng.*, 4, 95, 1963.
- 24.- NAOR, P. and SHINNAR, R., *Ind. Eng. Chem. Fundamentals*, 2, 278, (1963).
- 25.- BISCHOFF, K.B. and Mc CRACKEN, T.A., *Ind. Eng. Chem.*, 18, 7 (1966).
- 26.- METCALFE, T.B., *Chem. Eng. Progress*, 60, 71, (1964).
- 27.- SINCLAIR, G.G. and McNAUGHTON, K.J., *Chem. Eng. Sci.*, 20, 261, (1965).
- 28.- LEVENSPIEL, O. and SMITH, W.K., *Chem. Eng. Sci.*, 6, 227, (1957).
- 29.- VAN DER LAAN, E.T., *Chem. Eng. Sci.*, 7, 187, (1958).
- 30.- ARIS, R., *Proc. Roy. Soc., A* 245-268, (1958).
- 31.- WHENER, J.F. and WILHELM, R.H., *Chem. Eng. Sci.*, 6, 89, (1956).
- 32.- YAGI, S. and MIYAUCHI, T., *Chem. Engineering, (Tokyo)*, 17, 382, (1953).
- 33.- BISCHOFF, K.B., *Chem. Eng. Sci.*, 12, 69, (1960).
- 34.- BISCHOFF, K. B. and LEVENSPIEL, O., *Chem. Eng. Sci.*, 17, 245-57, (1962).
- 35.- LEVENSPIEL, O. and TURNER, J.C.R., *Chem. Eng. Sci.*, 25 1065-9, (1970).
- 36.- LEVENSPIEL, O., LAI, B. W. and CHATLYNE, C.y., *Chem. Eng. Sci.*, 25, 1611-13, (1970).
- 37.- TAYLOR, G.i., *Proc. Royal. Soc., A* 223, 446, (1954).
- 38.- SITTEL, C.N., THREADGILL, W.D. and SCHNELLE, K.B., *Ind. Eng. Chem. Fundam.*, 7, (1), 39-43, (1968).
- 39.- HAYS, J.R., CLEMENTS, W.C., JR. and, HARRIS, T.R., "Model Evaluation in the Frequency Domain", 58 th Annual Meeting, A.I.Ch.E., Symposium on Matematical Modeling of Chemical Processes, December, (1965).
- 40.- BIRD, R.B., STEWART, W.E. and LIGHTFOOT, E.N. "Transport Phenomena" Wiley. New-York, 1959.

- 41.— AITCHSON, J. and BROWN, J.A.C. "*The lognormal Distribution*" Cambridge University Press, (1957).
- 42.— HALD, A. "*Statistical Theory with Engineering Applications*", J. Wiley, New-York, (1960).
- 43.— DAVIES, L. "*Métodos Estadísticos*", Aguilar, Madrid, (1965).
- 44.— SPIEGEL, M.R., "*Statistics*", Schaum Pub. Co., New-York, (1961).
- 45.— McFARLANE MOOD, "*Teoría de la Estadística*", Aguilar, Madrid, (1965).

I N D I C E

	<u>Página</u>
Introducción	11
Objeto	15
Parte teórica	16
Aparatos	51
Reactivos	53
Dispositivo experimental	55
Condiciones de operación	57
Obtención de las curvas	60
Análisis del método	61
Datos experimentales	65
Tratamiento de datos	103
Distribuciones asimétricas	105
Distribución Log-normal	107
Programa IBM	118
Interpretación de resultados	137
Conclusiones	149
Bibliografía	154
