

Inv. Pesq.	49 (4)	págs. 501-512	diciembre 1985
------------	--------	---------------	----------------

## Aproximación al comportamiento estadístico del viento en el delta del Ebro. Distribución bivariada del vector velocidad\*

MARC A. GARCÍA y MARIO MANRÍQUEZ

Instituto de Investigaciones Pesqueras de Barcelona.  
Paseo Nacional, s/n. 08003 Barcelona.

*Palabras clave:* Vector velocidad del viento, delta del Ebro, función de probabilidad bivariada, distribución de Weibull, test de Kolmogorov-Smirnov, Mediterráneo occidental.

*Key words:* Vectorial wind velocity, Ebro Delta, two-dimensional probability distribution, Weibull function, Kolmogorov-Smirnov test, Western Mediterranean.

**RESUMEN:** En este trabajo se realiza una modelación de la estadística conjunta del módulo de la velocidad y de la dirección de procedencia del viento —consideradas ambas como variables aleatorias— en base a los registros horarios obtenidos durante 1980 y 1981 en una estación marítima situada frente al delta del Ebro. Además de determinar los parámetros del modelo estadístico propuesto, se discute el significado de éstos y, en especial, su relación con los valores más característicos de las distribuciones observadas.

**SUMMARY:** TWO-DIMENSIONAL STATISTICS OF THE WIND VELOCITY AT THE EBRO DELTA. — A two-dimensional statistical model of the wind velocity at the Ebro Delta region on the Spanish Continental Shelf (Western Mediterranean) is proposed according to the analysis of a series of hourly meteo data collected during 1980 and 1981 at an offshore station located in the vicinity of the mouth of river Ebro. Several conclusions on the meaning of the model parameters that are obtained as regards to the most outstanding features of the observed distributions are exposed.

### INTRODUCCIÓN

Con este trabajo se cierra, de forma provisional, un ciclo de estudios que ha sido desarrollado en la Unidad de Oceanografía del Instituto de Investigaciones Pesqueras de Barcelona entre 1981 y 1983, y que ha tenido por objeto investigar el comportamiento estadístico de las principales variables físicas que caracterizan la ocurrencia de situaciones de viento en una región tan singular desde los puntos de vista oceanográfico y meteorológico como el delta del Ebro.

Más allá de caracterizar de forma cuantitativa la fenomenología albergada bajo la denominación genérica de viento en el Delta, se ha intentado, con

\* Recibido el 2 de enero de 1985. Aceptado el 24 de abril de 1985.

mayor interés si cabe, desarrollar y exponer una metodología de razonamiento y análisis estadístico que pueda ser aplicada a la investigación de éste en otras regiones, y de forma especial, a su prognosis. Así, creemos que puede resultar justa e incluso merecida una posible objeción al hecho de que en los trabajos que han sido realizados en el marco de este ciclo, sólo se han empleado datos de los años 1980 y 1981; pero no es menos cierto que el objetivo principal de estos estudios no ha sido tanto la extracción de unas conclusiones susceptibles de inmediata generalización, cuanto la ilustración de la aplicación de una metodología de análisis estadístico de las variables que gobiernan algunos de los aspectos más importantes de un régimen de viento local —en este caso, el del Delta— utilizando a tal fin los mejores datos disponibles en cada momento.

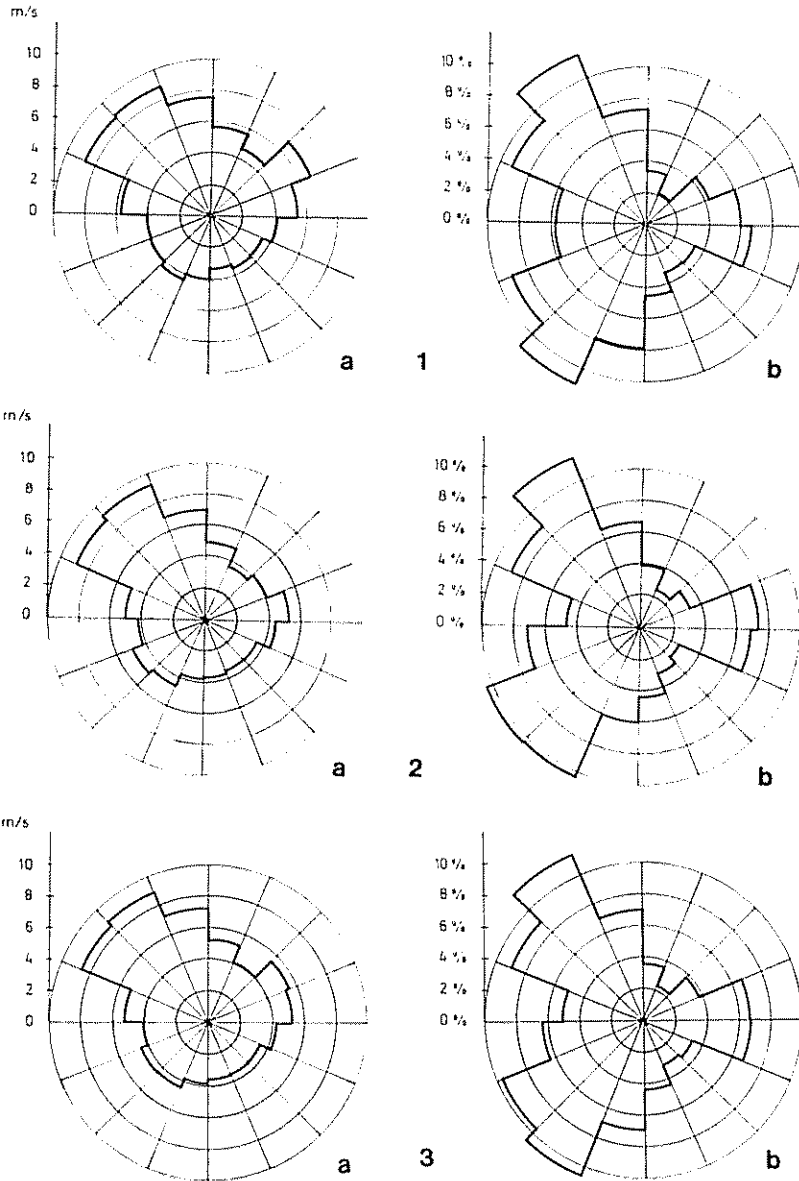
Han sido objeto de atención anteriormente las variables velocidad escalar (GARCÍA, 1982), duración e intervalo de o entre situaciones-tipo de viento (GARCÍA y MANRÍQUEZ, 1983). Se pretende ahora modelar la estadística del vector velocidad del viento en descripción bidimensional, expresado en términos de su módulo ( $u$ ) y su argumento o dirección de procedencia ( $\theta$ ), y para ello van a ser empleados los datos horarios registrados durante 1980 y 1981 en una estación meteorológica marítima situada frente a la desembocadura del Ebro.

## MATERIAL Y MÉTODOS

### *Datos*

Se han utilizado los registros horarios obtenidos en la estación meteorológica emplazada a bordo del buque «Delta» durante los años 1980 y 1981, que han sido cedidos al Instituto de Investigaciones Pesqueras de Barcelona por Shell Spanje N. V. Las coordenadas de dicha estación son  $40^{\circ} 40' 07''$  N,  $01^{\circ} 18' 03''$  E, y los datos —que consisten en promedios de la velocidad del viento a lo largo de 10 minutos de cada hora— han sido suministrados ya corregidos a cota 10 m. El número total de registros válidos analizados ha sido de 16 667.

A título ilustrativo, se han delineado en las figuras 1 a 3 las velocidades escalares medias y las persistencias del viento correspondientes a 1980, 1981 y al conjunto de los dos años para cada sector de procedencias considerado. (Se ha adoptado a lo largo de todo el trabajo una división en 16 sectores de  $22,5^{\circ}$  cada uno, tomados a partir de la dirección N y numerados de forma creciente en sentido dextrógiro.) Obsérvese la gran semejanza entre las distribuciones, que obedece a la acusada estacionalidad de la meteorología local del Delta.



FIGS. 1-3. — FIG. 1: Distribuciones sectoriales de velocidades medias (a) y persistencias (b) del viento en 1980. Datos de la estación «Delta». - FIG. 2: Distribuciones sectoriales de velocidades medias (a) y persistencias (b) del viento en 1981. Datos de la estación «Delta». - FIG. 3: Distribuciones sectoriales de velocidades medias (a) y persistencias (b) del viento en el periodo 1980-81. Datos de la estación «Delta».

*Hipótesis generales*

Es conocida la propiedad según la cual la probabilidad de que dos sucesos aleatorios,  $A$  y  $B$ , se den conjuntamente, puede expresarse como

$$p(A, B) = p(B) \cdot p(A | B)$$

esto es, el producto de la probabilidad de que suceda  $B$  por la probabilidad de que suceda  $A$  habiendo sucedido  $B$  (teorema de la probabilidad total).

Si se define el suceso  $A$  como «que el módulo de la velocidad del viento  $u$  no supere un cierto valor  $U$ » ( $u < U$ ), y el suceso  $B$  como «que la dirección de procedencia del viento  $\theta$  pertenezca a un intervalo de argumentos dado» ( $\theta \in [\theta_i, \theta_{i+1}]$ ), puede identificarse la siguiente función, semejante a la propuesta por DAVENPORI (1967)

$$[1] \quad p(u < U, \theta \in [\theta_i, \theta_{i+1}]) = \phi(\theta_i) \cdot \{1 - \exp[-(U/c(\theta_i))^{k(\theta_i)}]\}$$

como una posible expresión de la distribución de probabilidad conjunta de  $u$  y  $\theta$  que se intenta determinar, en la que

$$p(B) = \phi(\theta_i)$$

$$p(A | B) = 1 - \exp[-(U/c(\theta_i))^{k(\theta_i)}]$$

Para que efectivamente lo sea, es suficiente que se verifiquen las siguientes propiedades:

$$a) \quad \int_0^{2\pi} \phi(\theta) d\theta = 1$$

$$b) \quad 1 - \exp[-(u/c(\theta))^{k(\theta)}] \xrightarrow{u \rightarrow +\infty} 1, \quad \forall c(\theta), k(\theta)$$

c) que se cumpla un test de ajuste de la distribución teórica [1] al histograma observado de frecuencias conjuntas de  $u$  y  $\theta$  con el nivel de confianza que se establezca.

Es obvio que existen múltiples funciones  $\phi(\theta)$  que pueden verificar la condición indicada en a). Con generalidad, ésta podría expresarse en términos de una serie armónica del tipo:

$$\phi(\theta) = \sum_{k=0}^{\infty} (A_k \cos k\pi\theta + B_k \sen k\pi\theta)$$

Pero puesto que no hay requisito alguno de continuidad a satisfacer, habiendo discretizado el campo de existencia de la variable argumento en 16 sectores, la función más sencilla que cumple lo indicado en *a*) es el propio histograma de frecuencias de la dirección de procedencia, que está representado en la figura 3 *b* y cuantificado en el cuadro II. Así se adopta:

$$\phi(\theta) = s_n(\theta_i) \quad \theta \in [\theta_i, \theta_{i+1}] \quad i = 1, 2, \dots, 16$$

Por otra parte, es fácil comprobar que las distribuciones de Weibull, cuya expresión genérica es

$$F_{c,k}(u) = 1 - \exp [-(u/c)^k]$$

satisfacen

$$F_{c,k}(u) \xrightarrow{u \rightarrow +\infty} 1, \quad \forall c, k > 0$$

por lo que la condición expresada en *b*) se cumplirá para cualesquiera parámetros o funciones  $c(\theta)$  y  $k(\theta)$  definidas positivas.

Y por lo que respecta a la condición *c*), se puede adoptar sin pérdida de generalidad como criterio de ajuste el test de Kolmogorov-Smirnov, cuya formulación y aplicación al caso que nos ocupa ya ha sido discutida en otra ocasión (GARCÍA, 1982). Para aceptar la hipótesis de que la distribución conjunta de  $u$  y  $\theta$  sea la expresada por [1], se ha exigido que el ajuste de cada una de las 16 distribuciones marginales del módulo de la velocidad del viento, una por sector,

$$F_{c(\theta_i), k(\theta_i)}(u) = 1 - \exp [-(u/c(\theta_i))^{k(\theta_i)}] \quad \forall i = 1, 2, \dots, 16$$

al respectivo histograma de frecuencias acumuladas observado verifique el test de Kolmogorov-Smirnov con una significación  $\alpha$  que en todos los casos se ha tomado igual a 0,01 (ver cuadro I). Esto es:

$$[2] \quad \max_{\forall u = 1, 2, \dots} |F_{c(\theta_i), k(\theta_i)}(u) - S_{n(\theta_i)}(u)| \leq D_{n(\theta_i)}^\alpha \quad i = 1, 2, \dots, 16$$

Así, ha habido que calcular unos valores de  $c(\theta_i)$  y  $k(\theta_i)$  para cada sector tales que se satisficiera [2], para poder así determinar finalmente, sustituyendo en [1], la distribución conjunta de  $u$  y  $\theta$ .



*Medios*

Para llevar a cabo este trabajo se ha utilizado el ordenador PDP 11/24 del Instituto de Investigaciones Pesqueras de Barcelona. El cálculo de los parámetros del modelo estadístico propuesto ha sido realizado mediante un programa desarrollado por los autores que consiste en un algoritmo iterativo, cuyos valores de inicialización, en cada caso, se determinan por regresión lineal de mínimos cuadrados sobre los puntos del histograma de frecuencias acumuladas en cuestión cuya ordenada no supera el valor  $1 - D_{n(\theta_i)}^*$ , aplicando la conocida propiedad de la distribución de Weibull (ver fig. 4)

$$\ln \{-\ln [1 - F_{c,k}(u)]\} = k \ln u - k \ln c$$

*Notación empleada*

El convenio de notación que se ha empleado en este trabajo es el siguiente:

$u$	Variable módulo de la velocidad del viento.
$\theta$	Variable dirección de procedencia del viento.
$p(A)$	Probabilidad de un suceso aleatorio $A$ .
$p(A, B)$	Probabilidad conjunta de los sucesos $A$ y $B$ .
$p(A   B)$	Probabilidad del suceso $A$ condicionada a la ocurrencia del suceso $B$ .
$\phi(\theta)$	Función de probabilidad de la dirección de procedencia del viento.
$s_n(\theta)$	Histograma de frecuencias relativas de la dirección de procedencia del viento.
$c, k$	Parámetros de una distribución de Weibull.
$F(u)$	Distribución de Weibull.
$c(\theta_i), k(\theta_i)$	Parámetros de la función de distribución acumulada del módulo de la velocidad del viento asociada al sector $[\theta_i, \theta_{i+1}]$ .
$F_{c(\theta_i), k(\theta_i)}(u)$	Función de distribución acumulada del módulo de la velocidad del viento asociada al sector $[\theta_i, \theta_{i+1}]$ .
$S_{n(\theta_i)}(u)$	Histograma de frecuencias acumuladas del módulo de la velocidad del viento asociado al sector $[\theta_i, \theta_{i+1}]$ .
$D_{n(\theta_i)}^*$	Valor crítico del test de Kolmogorov-Smirnov para el ajuste de la distribución del módulo de la velocidad del viento asociada al sector $[\theta_i, \theta_{i+1}]$ .
$\alpha$	Significación del test de Kolmogorov-Smirnov.
$\Gamma(x)$	Función gamma de $x$ .
$E(x)$	Esperanza matemática o media de la variable $x$ .
$\sigma_x^2$	Varianza de la variable $x$ .
$x_m$	Moda de la variable $x$ .
$x^p_{ext}$	Valor extremal de la variable $x$ asociado a una probabilidad $p$ .

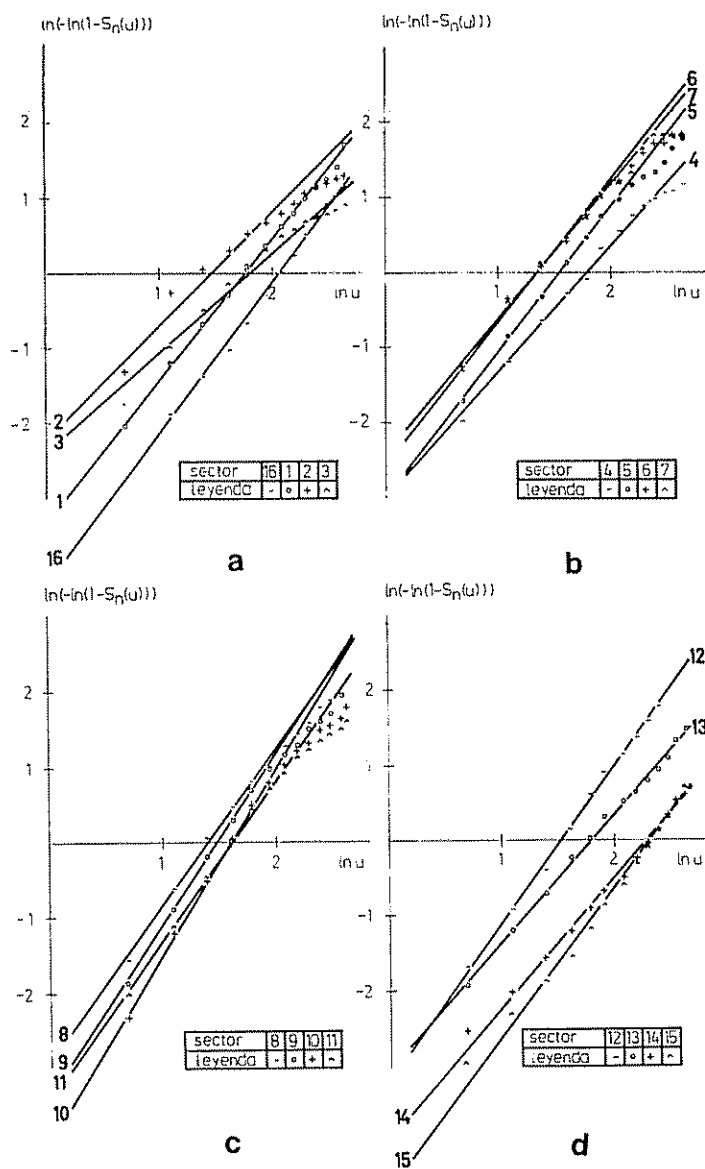


FIG. 4 — Representación gráfica del ajuste por regresión de los parámetros de las funciones de distribución acumulada sectoriales del módulo de la velocidad del viento. *a*, Sectores del N y NE *b*, Sectores del E y SE *c*, Sectores del S y SO *d*, Sectores del O y NO.



## RESULTADOS

En el cuadro II se muestran los resultados del análisis que ha sido llevado a cabo. Hemos podido determinar, para cada uno de los 16 sectores de procedencia fijados, un par de valores  $\{c(\theta_i), k(\theta_i)\}$  para los cuales se verifica el test de Kolmogorov-Smirnov con la significación establecida ( $\alpha = 0,01$ ). Solamente en el caso del sector 15 (procedencias entre  $315,0^\circ$  y  $337,5^\circ$ ), al cual corresponde la máxima persistencia observada (11,36 % de los registros), y que es, por consiguiente, el sector para el que el test de ajuste es de mayor exigencia, han sido necesarias varias iteraciones para determinar unos parámetros adecuados. El ajuste que se ha obtenido para los sectores restantes en primera iteración ha resultado ser de suficiente bondad.

Hay que señalar que el hecho de que el ajuste haya sido posible en todos los casos no puede atribuirse exclusivamente a la gran flexibilidad de la distribución de Weibull, gobernada por dos parámetros. Recuérdese que no fue posible ajustar una distribución de este tipo a la velocidad escalar del viento registrado en la estación «Delta» con independencia de su dirección de pro-

CUADRO II

Parámetros de las distribuciones sectoriales del módulo de la velocidad del viento que han sido obtenidos.

Estadística de las procedencias				Estimadores		Test de ajuste		
Sector	Intervalo	Núm registros	$\phi(\theta_i)$	Media	Varianza	$D_n^2$	$c(\theta_i)$	$k(\theta_i)$
1	0,0° - 22,5°	598	0,0359	5,14	34,75	0,0667	5,81	1,88
2	22,5° - 45,0°	588	0,0233	4,06	26,24	0,0828	4,34	1,50
3	45,0° - 67,5°	628	0,0377	5,52	47,91	0,0650	6,17	1,32
4	67,5° - 90,0°	1109	0,0665	5,27	39,08	0,0489	6,01	1,67
5	90,0° - 112,5°	1119	0,0671	4,19	23,60	0,0487	4,72	1,93
6	112,5° - 135,0°	564	0,0338	3,42	15,93	0,0686	3,88	1,89
7	135,0° - 157,5°	533	0,0320	3,44	16,05	0,0706	3,85	1,80
8	157,5° - 180,0°	746	0,0448	3,56	16,22	0,0597	4,07	2,08
9	180,0° - 202,5°	1156	0,0694	3,93	19,37	0,0479	4,47	2,29
10	202,5° - 225,0°	1176	0,1066	4,44	24,43	0,0387	5,03	2,45
11	225,0° - 247,5°	1606	0,0964	4,45	25,75	0,0407	5,05	2,10
12	247,5° - 270,0°	1058	0,0635	4,06	20,57	0,0501	4,60	2,08
13	270,0° - 292,5°	851	0,0511	5,31	38,89	0,0559	6,05	1,69
14	292,5° - 315,0°	1491	0,0895	8,63	97,35	0,0422	9,76	1,73
15	315,0° - 337,5°	1893	0,1136	8,90	97,64	0,0375	10,17	1,98
16	337,5° - 360,0°	1151	0,0691	7,19	61,31	0,0480	7,89	2,00

cedencia durante 1980 con una significación  $\alpha = 0,01$  (GARCÍA, 1982). Se ha comprobado que tampoco es posible ajustar una distribución semejante al histograma de frecuencias del módulo de la velocidad del período 1980-1981, como era de esperar.

Por consiguiente, la distribución conjunta de  $u$  y  $\theta$  que se pretendía determinar es la que se obtiene sustituyendo los valores de  $c(\theta_i)$  y  $k(\theta_i)$  calculados en la expresión [1].

### DISCUSIÓN

Creemos que es útil realizar algunas consideraciones finales sobre el significado de los distintos valores de  $c(\theta_i)$  y  $k(\theta_i)$  que han sido deducidos para cada sector, y muy en concreto, acerca de su relación con la esperanza matemática, la varianza, la moda y el «valor extremal» (valor de la variable aleatoria que no es superado con una probabilidad dada) de cada distribución sectorial del módulo de la velocidad del viento.

La expresión de la esperanza matemática de una variable aleatoria  $u$  distribuida según una función de Weibull  $F_{c,k}(u)$  es

$$E(u) = c\Gamma\left(1 + \frac{1}{k}\right)$$

Dado que el valor del parámetro  $k$  puede oscilar entre 1 y 2,5 en el caso que nos ocupa, el término  $\Gamma(1 + 1/k)$  adopta unos valores que están acotados entre 0,88 y 1. Ello implica que es el parámetro  $c$  el que gobierna en mayor medida el valor de la media de la distribución; en concreto, si se toma  $\Gamma(1 + 1/k)$  como aproximadamente constante, la media depende linealmente de  $c$  con coeficiente de proporcionalidad positivo. Ello explica por qué se han encontrado mayores valores de  $c(\theta_i)$  en los sectores para los que el estimador muestral de la media —la media observada— ha resultado ser mayor (ver cuadro II).

Puede demostrarse que la varianza de una variable aleatoria  $u$  distribuida según una función de Weibull  $F_{c,k}(u)$  tiene la siguiente expresión

$$\sigma_u^2 = c^2 \left[ \Gamma\left(1 + \frac{2}{k}\right) - \Gamma^2\left(1 + \frac{1}{k}\right) \right]$$

Con el rango de valores del parámetro  $k$  que existe en el caso que nos ocupa, el valor de  $\Gamma^2(1 + 1/k)$  varía entre 0,78 y 1, mientras que el de  $\Gamma(1 + 2/k)$  está acotado entre 0,88 y 2. Se demuestra que la expresión entre corchetes es en los intervalos citados una función creciente de  $k$ , como tam-

bién es  $c^2$  función creciente de  $c$ . Esto justifica por qué se han deducido, a igualdad de  $k(\theta_i)$ , unos valores de  $c(\theta_i)$  mayores cuanto mayor ha resultado ser el estimador muestral de la varianza, aunque no la disparidad de los valores de  $k(\theta_i)$  para  $c(\theta_i)$  semejantes, que sin duda está motivada por las características de las regresiones realizadas (ver cuadro II).

Asimismo, se puede deducir que la moda o valor de máxima probabilidad de una distribución de Weibull  $F_{c,k}(u)$  viene dada por la expresión

$$u_m = c \sqrt[k]{\frac{k-1}{k}}$$

que es función creciente en  $c$  y en  $k$ . Hay que interpretar, pues, que a igualdad de  $k(\theta_i)$  la abscisa para la que hay máximo en la función de densidad de probabilidad de la variable velocidad escalar asociada a un sector dado será mayor cuanto mayor haya resultado ser  $c(\theta_i)$ , y recíprocamente, cuanto mayor haya sido  $k(\theta_i)$ , a igualdad de  $c(\theta_i)$ .

Por último, resulta inmediato deducir que la expresión del valor de una variable distribuida según una función de Weibull  $F_{c,k}(u)$  tal que la probabilidad de ser superado es  $p \ll 1$  (lo que hemos dado en llamar «valor extremal» de la distribución) es

$$u^p_{\text{ext}} = c \sqrt[k]{-\ln p}$$

que es función creciente en  $c$  para cualquier valor de  $p$ , y también en  $k$  para valores de  $p$  inferiores a 0,36. Por tanto, el valor extremal de la variable velocidad escalar asociado a un nivel de probabilidad  $p \ll 1$  será mayor para aquellos sectores en los que  $c(\theta_i)$  ha resultado ser mayor, a igualdad de  $k(\theta_i)$ , y recíprocamente, cuanto mayor haya resultado ser  $k(\theta_i)$ , a igualdad de  $c(\theta_i)$ .

## BIBLIOGRAFÍA

- DAVENPORT, A. G. — 1967. *Wind structure and wind climate*. Faculty of Engineering Science, The University of Western Ontario, Canada: 48 pp.
- GARCÍA, M. A. — 1982. Aproximación al comportamiento estadístico del viento en el delta del Ebro. Estudio de la velocidad escalar. *Inv Pesq.*, 46 (3): 349-377.
- GARCÍA, M. A. y M. MANRÍQUEZ. — 1983. Aproximación al comportamiento estadístico del viento en el delta del Ebro. Sucesividad temporal de situaciones estacionarias. *E.O.P.C. Seminario Interdisciplinar. Cádiz, marzo de 1983* Ed. J. Castellví: 363 pp.
- HOEL, P. G. — 1968. *Introducción a la estadística matemática*. Ediciones Ariel, Barcelona: 451 pp.
- SIEGEL, S. — 1956. *Nonparametric statistics for the behavioral sciences*. McGraw-Hill-Kogakusha, Tokyo, Japan: 312 pp.
- SHELL SPANJE N.V. — 1980 y 1981. *Castellón. Data listings of wind and waves*. Marex House, Isle of Wight, Great Britain